

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический  
университет»  
Институт инженерно-педагогического образования  
Кафедра автомобилей и подъемно-транспортных машин

**Н.Н. Эльяш**

**ДИНАМИКА ТРАНСПОРТНЫХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
МАШИН**

учебное пособие (конспект лекций)

Екатеринбург 2016

**Эльяш Н.Н.** Динамика транспортных и технологических машин: учебное пособие (конспект лекций). Екатеринбург: , 2016. 52с.

Содержание пособия полностью соответствует рабочей программе, составленной согласно требованиям ФГОС ВО направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям). Профиль подготовки - «Транспорт», профилизация «Подъемно-транспортные, строительные и дорожные машины».

Пособие предназначено в помощь студентам для самоорганизации учебной работы при изучении дисциплины «Динамика транспортных и технологических машин».

В пособии изложены основы теории динамических процессов для установившихся режимов работы и особенности работы механизмов грузоподъемных машин на переходных режимах. Рассмотрены вопросы, связанные с определением мощности, а также движущих и тормозных моментов для механизмов подъема. Приведены основы динамики механизмов подъема и передвижения кранов с учетом сил упругости.

Пособие также может быть рекомендовано для преподавателей и студентов учреждений высшего и среднего профессионального образования профиля «Транспорт», и других направлений подготовки, связанных с использованием грузоподъемной техники.

Рецензенты:

Зав. кафедрой «Детали машин»

Механико-машиностроительного института УрФУ

доктор техн. наук, профессор

В.В. Каржавин

Зав. кафедрой металлургии, сварочного производства

и методики профессионального обучения

института ИПО РГППУ

доктор техн. наук, профессор

Б.Н.Гузанов

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Раздел 1. Теоретические основы динамики машин и механизмов.....	5
1.1. Общие сведения о машинах и механизмах. Задачи динамики.....	5
1.2. Основные виды плоских рычажных механизмов.....	6
1.3. Характеристика сил, действующих на звенья механизма.....	8
1.4. Режимы движения механизмов, их энергетическая характеристика.....	9
1.5. Приведение сил и масс. Одномассовая динамическая модель..	11
1.6. Графоаналитическое решение основного уравнения движения.	15
1.7. Определение закона движения начального звена.....	18
1.8. Определение параметров маховика по заданному коэффициенту неравномерности движения.....	20
Раздел 2. Решение задач динамики машин без учета сил упругости.....	27
2.1. Определение моментов сил в установившемся режиме.....	27
2.2. Определение моментов при разгоне и торможении механизмов подъема и перемещения крана.....	31
2.3. Динамические процессы в механизмах поворота.....	33
2.3.1. Режим пуска.....	33
2.3.2. Режим торможения.....	38
2.4. Динамические нагрузки, вызванные отклонением канатов от вертикали.....	39
Раздел 3. Решение задач динамики машин с учетом сил упругости.....	40
3.1. Основные теоретические положения.....	40
3.2. Виды динамических нагрузок, действующих на механизмы кранов.....	44
3.2. Определение динамических нагрузок механизмов для различных вариантов подъема груза.....	45
Список использованных источников.....	51

## Введение

Основные задачи курса динамики машин и механизмов - научить студентов методам исследования механизмов и машин с учетом динамических нагрузок. Большинство механизмов грузоподъемного, транспортного и технологического оборудования обладают значительными массами; при этом для них свойственна работа на переходных режимах: разгон и торможение, поворот с изменением скорости и прочие условия работы, для которых инерционные нагрузки составляют существенную часть.

Колебания и вибрации неуравновешенных масс, удары и другие динамические явления снижают надежность машин, сокращают сроки службы, а в некоторых случаях могут приводить к поломкам и авариям. Поэтому при расчетах и при проектировании кинематических схем, а также отдельных механизмов необходимо владеть методами динамических расчетов.

Основными разделы данного учебного пособия посвящены следующим задачам:

- Изучению теоретических основ движения механизмов технологических и транспортных машин;
- Изучению методики расчета и проектирования жестких динамических систем; обеспечению заданной неравномерности движения;
- Изучению методов решения динамических задач для установившегося режима работы и для переходных процессов;
- Изучению динамических процессов с учетом упругости связей между отдельными массами механизма или машины.

В процессе освоения дисциплины студент должен не только получить теоретические знания, но и развить навыки в их приложении к решению практических задач, приобрести базовые знания для изучения последующих дисциплин своей профилизации.

## Раздел 1. Теоретические основы динамики машин и механизмов

### *1.1. Общие сведения о машинах и механизмах. Задачи динамики*

Современные машины способны передавать большие нагрузки, и они движутся с большими скоростями. Результатом этого являются вибрации, удары и другие динамические явления. Динамические нагрузки зачастую соизмеримы, а порой и превышают статические нагрузки.

**Машины** – это устройства, предназначенные для преобразования энергии, материалов или информации. Технологические машины используют **механическую энергию для совершения работы** по перемещению и преобразованию материалов; транспортные машины – **для изменения положения** объекта. Таким образом, в решение задач динамики за основу и приняты эти параметры: энергия и работа (или мощность, т.е. работа в единицу времени).

Любая машина состоит из механизмов и привода. **Механизмом**, в отличие от машины, называется **устройство для преобразования одних видов движения в другие виды**. Например, вращательное движение с определенной частотой преобразуется в движение с другой частотой (редуктор); или равномерное движение преобразуется в неравномерное либо прерывистое движение и т.д. (механизмы подачи заготовок, механизмы тормозных устройств и множество других).

При изучении динамики предметом исследований являются силы, действующие на машину или механизм за определенный промежуток времени. В отличие от статики силы, действующие на звенья механизмов, могут быть как постоянными, так и переменными, зависящими от положения механизма или от скоростей звеньев. Своим действием приложенные силы сообщают механизму тот или иной закон движения. В связи с этим **одной из основных задач динамики является определение закона движения начального звена**.

В теории механизмов звеном называют одну деталь или несколько неподвижно соединенных между собой деталей.

Начальным (или ведущим) звеном механизма считают звено, от положения которого зависит положение всех других звеньев (ведомых звеньев).

При проектировании машины в зависимости от ее назначения могут быть заданы жесткие ограничения в отношении ее динамических свойств, поэтому в задачи расчетов входят также определение постоянных параметров (масс, моментов инерции, размеров), обеспечивающих требуемый закон движения. На первом этапе при решении обеих задач динамики предполагается, что все звенья механизма абсолютно жесткие, то есть колебания, вызванные упругостью звеньев, не учитываются.

В задачи динамики, кроме уже упомянутой, входят:

- *определение мощности двигателя,*
- *определение коэффициента полезного действия отдельных составляющих и всей кинематической цепи привода,*
- *определение моментов сил при разгоне и торможении машины,*
- *определение динамических характеристик при работе подъемно-транспортных машин: механизмов подъема, перемещения и поворота.*

Эти задачи решаются также на основании изучения динамических свойств механизма.

## ***1.2. Основные виды плоских рычажных механизмов***

Простейшие четырехзвенные плоские механизмы состоят из одного неподвижного звена (стойки) и трех подвижных звеньев (рис. 1.1).

Звенья механизма могут соединяться таким образом, что между ними имеется возможность относительного движения. Такое подвижное соединение звеньев двух звеньев называют кинематической парой. Если контакт между звеньями допускает возможность относительного вращения, то такое соединение называют вращательной кинематической парой, при

поступательном движении звена относительно другого подвижного звена или стойки кинематическую пару называют поступательной.

Рассмотрим простейшие кинематические цепи, в которых имеется минимальное количество звеньев, а соединения между звеньями осуществляются вращательными и поступательными парами.

Если все пары вращательные, то механизм называется шарнирным четырехзвенником (см. рис.1.1.- *a*). Звено 1, которое совершает полный оборот вокруг оси вращения, называется кривошипом.

Звено 3, которое совершает вращательное движение на неполный оборот, называют коромыслом.

Звено 2, совершающее плоскопараллельное движение, называется шатуном.

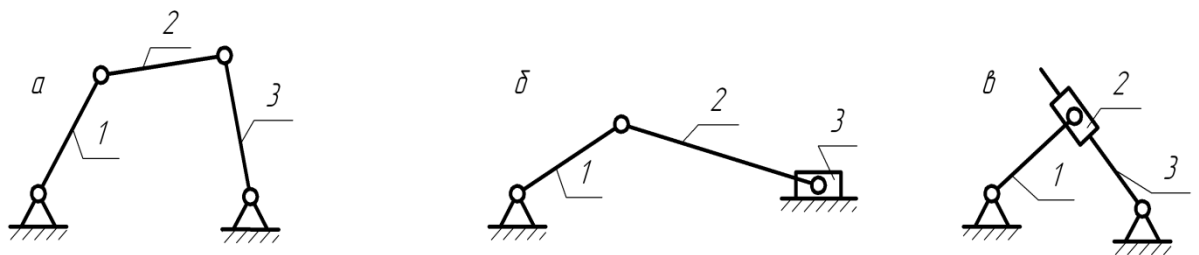


Рис. 1.1. Простейшие плоские механизмы: *a* — шарнирный четырехзвенник; *б* — кривошипно-ползунный механизм; *в* — кулисный механизм.

Если звено 3 соединить со стойкой поступательной парой, то оно будет называться ползуном, а весь механизм кривошипно-ползунным (см. рис. 1.1-б). По такой схеме работают некоторые насосы, компрессоры, двигатели внутреннего сгорания.

В том случае, если поступательная пара находится между звеньями 2 и 3, то есть звено 2 перемещается по подвижной направляющей, механизм называется кулисным (см.рис. 2.6, *в*).

Если коромысло служит подвижной направляющей для ползуна, то его называют кулисой, а ползун — кулисным камнем.

Более сложные механизмы имеют в своем составе 5 и более подвижных звеньев.

### 1.3. Характеристика сил, действующих на звенья механизма

Силы и моменты пар сил, приложенные к механизму, можно разделить на следующие группы:

1. Движущие силы и моменты сил, совершающие положительную работу; они приложены к ведущим звеньям.

2. Силы и моменты сил сопротивления, совершающие отрицательную работу. Эти силы делятся на силы полезного сопротивления, которые приложены к ведомым звеньям, и силы вредного сопротивления (со стороны среды, в которой движутся звенья).

3. Силы тяжести, которые на отдельных участках движения могут совершать как положительную, так и отрицательную работу. Однако за цикл движения (полный оборот ведущего звена) работа этих сил равна нулю, т. к. центры масс движутся по замкнутым траекториям.

4. Силы взаимодействия между звеньями, т. е. реакции в кинематических парах. Согласно 3-му закону Ньютона эти силы равны и противоположны по направлению. Нормальные составляющие сил реакций работы не совершают, а касательные составляющие — это силы трения, и они совершают отрицательную работу.

5. Силы инерции. Как известно из теоретической механики, элементарные силы инерции можно привести к главному вектору  $F_u$  и главному моменту  $M_u$

$$F_u = -ma_S; \quad M_u = -\varepsilon J_S \quad (4.1)$$

где  $m$  — масса звена;

$a_S$  — ускорение центра масс;

$\varepsilon$  — угловое ускорение звена;

$J_S$  — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения (сокращенно — осевой момент инерции).



Знак минус в формулах означает, что сила инерции направлена против ускорения (момент сил — против углового ускорения).

#### ***1.4. Режимы движения механизмов, их энергетическая характеристика***

Полное время движения механизма состоит из трех частей: времени разбега, установившегося движения и выбега. Графическое изображение скорости машины в функции времени называется тахограммой движения (рис. 1.2). Под скоростью машины понимается угловая скорость начального звена (ведущего вала механизма или выходного вала двигателя). Первый период на тахограмме соответствует времени разбега (пуска) машины, при этом скорость возрастает от нуля до установившегося значения. Второй период — установившийся режим, при котором скорость колеблется относительно среднего значения. Третий период — выбег — соответствует времени торможения, скорость падает от установившегося значения до нуля.

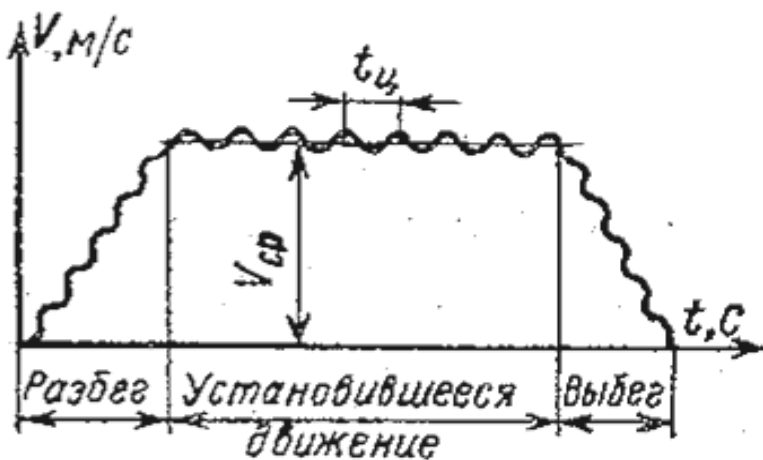


Рис. 1.2. Тахограмма движения механизма: пуск (разбег); установившееся движение; торможение (выбег)

Период изменения скорости называется циклом движения. По истечении цикла угловая скорость начального звена принимает первоначальное значение (звено возвращается в первоначальное положение).

Изменение скорости ведущего звена на установившемся режиме связано с действием внешних сил, приложенных к звеньям. Эти силы можно разделить на две категории:

1) движущие силы, под действием которых скорость движения возрастает;

2) силы сопротивления, под действием которых скорость уменьшается.

Работа движущих сил положительна, работа сил сопротивления отрицательна.

Иногда бывает, что силу нельзя раз и навсегда отнести к какой-либо из двух указанных групп. Например, силы тяжести при движении звеньев вниз являются движущими силами, а при движении звеньев вверх — силами сопротивления; или сила давления на поршень двигателя внутреннего сгорания в период сгорания рабочей смеси является движущей силой, а в период сжатия — силой сопротивления. Поэтому необходимо исследовать движение механизма в течение всего цикла движения. Для определения законов движения пользуются уравнением движения, которое основано на теореме об изменении кинетической энергии [1, с. 306]

$$A_D - A_C = T - T_0, \quad (1.1)$$

где  $A_D$  — работа движущих сил;

$A_C$  — работа сил сопротивления (без учета трения);

$T_0, T$  — соответственно кинетическая энергия в начале и в конце рассматриваемого промежутка времени.

Изменение кинетической энергии механизма связано с изменением скорости: в период разбега скорость возрастает от нуля до установившегося значения (см. рис. 1.1), также возрастает и кинетическая энергия

$$A_D - A_C > 0 \quad (1.2)$$

В период установившегося движения скорость за цикл возвращается к первоначальному значению, т. е. кинетическая энергия не изменяется

$$A_D - A_C = 0 \quad (1.3)$$

В период выбега скорость падает до нуля, соответственно изменяется и кинетическая энергия

$$A_D - A_C < 0 \quad (1.4)$$

В данном разделе мы будем рассматривать движение механизмов только в установившемся режиме, т. е. пользоваться уравнением (1.3).

Это уравнение называют еще уравнением энергетического баланса, и для механизма, состоящего из  $n$  подвижных звеньев, его записывают в виде:

$$\sum_{i=1}^n A_{iD} - \sum_{i=1}^m A_{iC} = 0. \quad (1.3, a)$$

Работа всех внешних сил, действующих на звенья механизма, за цикл установившегося движения равна нулю. Внутри цикла сумма работ не равна нулю, т. е. кинетическая энергия в какие-то моменты времени может аккумулироваться в механизме, в другие моменты эта избыточная энергия расходуется на выполнение работы

$$\sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n T_{i0} \quad (1.5)$$

где  $A_i$  — работа всех внешних сил, действующих на  $i$ -е звено;

$T_i$ ,  $T_{i0}$  — кинетическая энергия  $i$ -го звена в конце и в начале промежутка времени, соответственно.

Даже при небольшом количестве звеньев в механизме уравнение движения (1.5) получается громоздким, т. к. необходимо просуммировать каждое слагаемое по  $n$  звеньям, учесть все силы, массы, скорости.

Для упрощения задачи пользуются понятиями **приведенной силы и приведенной массы**, т. е. заменяют все действующие на звенья силы и все массы звеньев эквивалентной по своему действию силой, приложенной к звену с одной массой.

### 1.5. Приведение масс и сил. Одномассовая динамическая модель

Звено, на которое переносятся массы и силы, называется звеном приведения. Чаще всего в качестве звена приведения принимают начальное

звено, для которого задан закон движения. Расчетная схема изображена на рис. 1.3 и носит название *одномассовой динамической модели*.

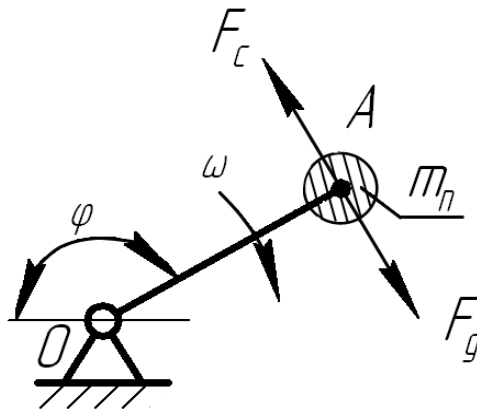


Рис. 1.3. Одномассовая динамическая модель

Любой механизм можно представить в виде механизма I класса (ведущего звена), к которому в точке  $A$  приложены сила сопротивления  $F_c$  и движущая сила  $F_d$ , и в этой же точке  $A$  сосредоточена масса  $m_n$ .

На практике удобно приводить все силы, массы, моменты инерции к выходному валу двигателя, поскольку он вращается с определенной скоростью, и эта скорость – наибольшая среди скоростей всех прочих устройств, входящих в кинематическую цепь.

Для того чтобы движение реального механизма было эквивалентно движению приведенного механизма, необходимо выполнение двух условий (см. уравнение (1.5)):

1. Кинетическая энергия звена приведения ( $T_n$ ) должна быть равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма

$$T_{II} = \sum_{i=1}^n (T_i - T_o). \quad (1.6)$$

2. Работа приведенной силы ( $A_{II}$ ) должна быть равна сумме работ внешних сил, приложенных к звеньям механизма:

$$A_{II} = \sum_{i=1}^n A_i \quad (1.7)$$

В общем случае в состав механизма входят звенья, совершающие вращательное, поступательное или сложное движение.

Кинетическая энергия всех звеньев, входящих в состав механизма

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_{si}^2 + J_{si} \omega_i^2), \quad (1.8)$$

где  $m_i$  — масса  $i$ -го звена;

$V_{si}$  — скорость центра масс;

$J_{si}$  — осевой момент инерции  $i$ -го звена (т. е. момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс звена перпендикулярно плоскости его вращения);

$\omega_i$  — угловая скорость  $i$ -го звена.

Кинетическая энергия звена приведения

$$T_{\Pi} = \frac{1}{2} m_{\Pi} V^2 \quad (1.9)$$

где  $m_{\Pi}$  — приведенная масса;

$V$  — скорость точки приведения.

Приравняв правые части выражений (1.6) и (1.9), получим:

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{V} \right)^2 + J_{si} \left( \frac{\omega_i}{V} \right)^2 \right] \quad (1.10)$$

**Приведенной массой механизма** называется условная масса, сосредоточенная в точке приведения, кинетическая энергия которой равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма.

Если звено приведения вращается вокруг неподвижной оси (кривошип), то его кинетическая энергия определяется по формуле

$$T_{\Pi} = \frac{1}{2} J_{\Pi} \omega^2, \quad (1.11)$$

где  $J_{\Pi}$  — приведенный момент инерции;

$\omega$  — угловая скорость звена приведения.

Приравнивая правые части выражений (1.8) и (1.11), получим:

$$J_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{\omega} \right)^2 + J_{si} \left( \frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (1.12)$$

**Приведенным моментом инерции** называется условный момент инерции звена приведения, кинетическая энергия которого равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма.

Из условия (1.7) определим приведенную силу (момент сил). Мощность всех сил, приложенных к звеньям механизма, совершающим поступательное, вращательное и сложное движение, равна

$$P = \frac{dA}{dt} = \sum_{i=1}^n (F_i V_i \cos \alpha_i + M_i \omega_i), \quad (1.13)$$

где  $F_i$ ,  $M_i$  — внешние силы и моменты пар сил, действующие на  $i$ -е звено,

$V_i$  — скорость точки приложения силы  $F_i$ ,

$\omega_i$  — угловая скорость  $i$ -го звена,

$\alpha_i$  — угол между направлением силы и направлением скорости точки приложения данной силы.

Мощность приведенной силы, приложенной в точке приведения, вычисляют как изменение работы в единицу времени

$$P = \frac{dA}{dt} = F_{\Pi} V \quad (1.14)$$

где  $F_{\Pi}$  — приведенная сила;

$V$  — скорость точки приведения.

Угол между силой и скоростью принимается равным  $0^\circ$  или  $180^\circ$  (рис. 1.3).

В соответствии с условием равенства работ (а, следовательно, и равенства мощностей за тот же промежуток времени), приравниваем правые части выражений (1.13) и (1.14), откуда определяем  $F_{\Pi}$ :

$$F_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left( F_i \frac{V_i \cos \alpha_i}{V} + M_i \frac{\omega_i}{V} \right). \quad (1.15)$$

**Приведенной силой** называется условная сила, приложенная в точке приведения, мощность которой равна сумме мощностей всех внешних сил и моментов пар сил, приложенных к звеньям механизма.

Если звено приведения вращается вокруг неподвижной оси, то мощность определяется выражением

$$P_{\Pi} = \frac{dA_{\Pi}}{dt} = M_{\Pi} \omega, \quad (1.16)$$

где  $M_{\Pi}$  — приведенный момент сил.

Приравняв правые части выражений (1.13) и (1.16), определяем  $M_{\Pi}$ :

$$M_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left( F_i \frac{V_i \cos \alpha_i}{\omega} + M_i \frac{\omega_i}{\omega} \right). \quad (1.17)$$

**Приведенным моментом сил** называется условно приложенный к звену приведения момент пары сил, мощность которого равна сумме мощностей всех внешних сил и моментов пар сил, приложенных к звеньям механизма.

### **1.6. Графоаналитическое решение основного уравнения движения**

Рассмотрим движение механизма за цикл движения, т. е. за один оборот ведущего звена – кривошипа (см. рис. 1.3). При этом угол поворота кривошипа  $\varphi = 2\pi$ . Момент движущих сил, действующий на начальное звена ( $M_D$ ), является постоянной величиной, определяемой характеристикой двигателя. Приведенный к начальному звену момент внешних сил ( $M_C$ ), меняется в зависимости от положения механизма, т. е. от угла  $\varphi$ .

Уравнение энергетического баланса при этом запишется в виде

$$M_D 2\pi - \int_0^{2\pi} M_C d\varphi = 0. \quad (1.18)$$

Решается это уравнение методом графического интегрирования.

Согласно геометрическому смыслу интеграла, площадь, ограниченная графиком  $\int_0^{2\pi} M_C d\varphi$  и осью абсцисс, должна быть равна площади прямоугольника со сторонами  $M_D$  и  $2\pi$ , что обеспечит равенство работ движущих сил и сил сопротивления (см. (1.18)).

Значения приведенных моментов пар сил вычисляются по формуле (1.17), после чего в определенном масштабе строится диаграмма  $M_C = f(\varphi)$ , показанная на рис. 1.4, а. Масштабный коэффициент диаграммы - это отношение истинной физической величины (в данном случае – момента) к отрезку по оси ординат «у», изображающему данную величину на диаграмме

$$\mu_C = \frac{M_C}{y}$$

Методом графического интегрирования строится диаграмма работ сил сопротивления  $A_C$  (см. рис. 1.4, б) и определяется масштабный коэффициент  $\mu_A$ . Значение момента движущих сил  $M_D$  определяется углом наклона диаграммы работ движущих сил  $A_D$ , которая по модулю равна работе сил сопротивления в начале и в конце цикла. Разность работ определяет изменение кинетической энергии внутри цикла движения (см. рис. 1.4, в) в зависимости от угла поворота кривошипа

$$\Delta T = A_D - A_C.$$



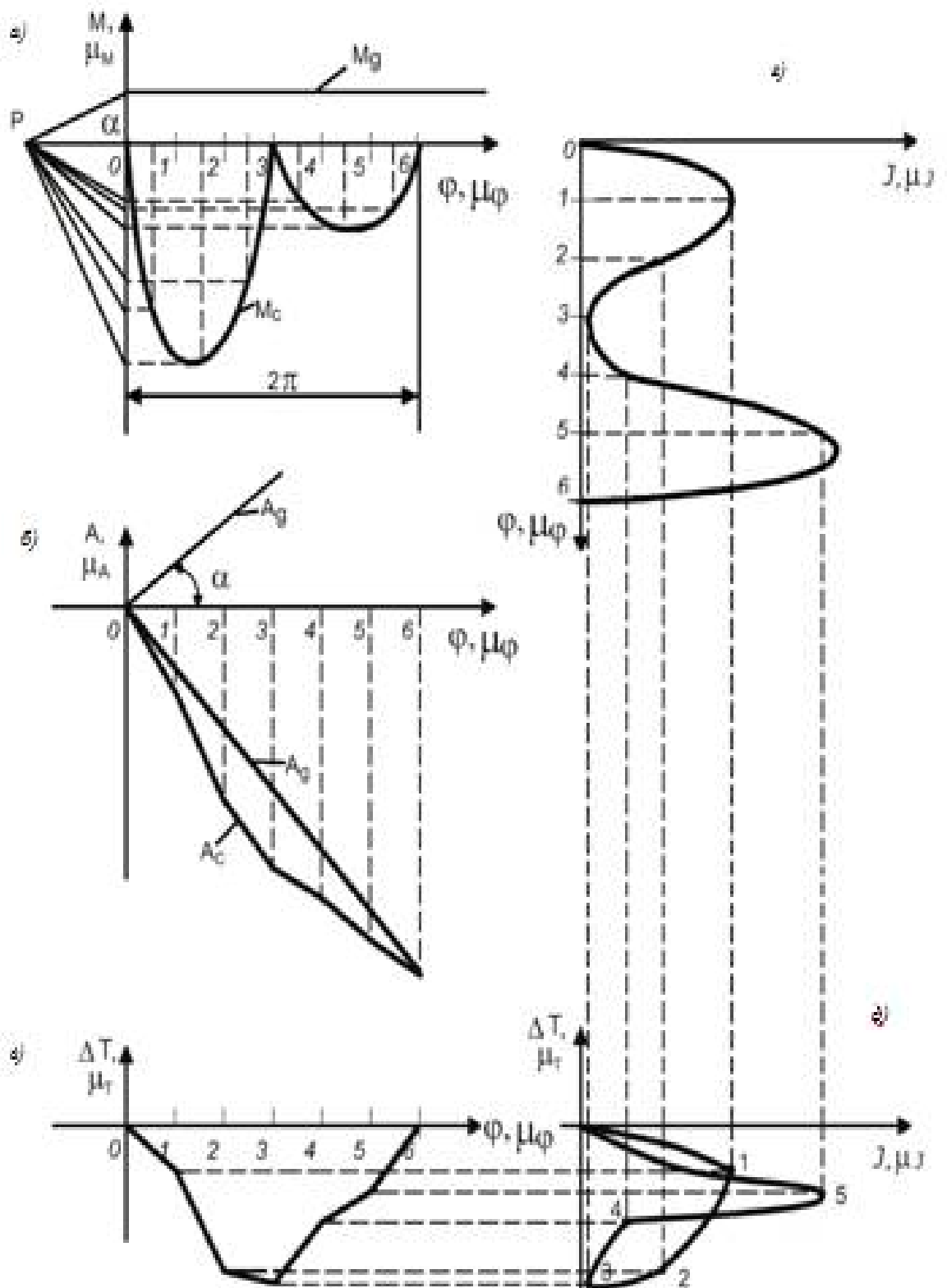


Рис. 1.4. Графоаналитическое решение основного уравнения движения:  
*a* — диаграммы приведенных моментов сил сопротивления ( $M_c$ ) и моментов движущих сил ( $M_d$ );  
*б* — диаграммы работы сил сопротивления ( $A_c$ ) и работы движущих сил ( $A_g$ );  
*в* — диаграмма изменения кинетической энергии; *г* — диаграмма приведенного момента инерции;  
*д* — диаграмма энергомасс (кривая Виттенбауэра)

Далее строится диаграмма изменения приведенного момента инерции в функции угла поворота кривошипа. Момент инерции вычисляется по формуле (1.12), а диаграмма строится в повернутой системе координат для удобства дальнейших построений (см. рис. 1.3, з).

Исключая параметр  $\varphi$ , получаем зависимость изменения кинетической энергии от величины приведенного момента инерции.

Диаграмма  $\Delta T = f(J_I)$  строится следующим образом: для угла поворота  $\varphi = \varphi_1$  отмечаем значение  $J_{II}$  и из этой точки проводим вертикальную прямую; для этого же угла отмечаем значение  $\Delta T_1$  и из этой точки проводим горизонтальную прямую.

В пересечении прямых получаем точку 1 (см. рис. 1.4, д). Затем повторяем то же для углов  $\varphi = \varphi_2$ ,  $\varphi = \varphi_3$  и т.д.

Точки 1, 2, 3... соединяем плавной кривой, которая в установившемся режиме должна быть замкнутой. Полученная диаграмма называется кривой Виттенбауэра.

### ***1.7. Определение закона движения начального звена***

Полученная в предыдущем параграфе *кривая Виттенбауэра позволяет определить закон движения начального звена, т. е. решить первую задачу динамики.*

В установившемся режиме каждому циклу движения механизма соответствует полный ход точки по замкнутой кривой. При этом кинетическая энергия приведенного механизма, также как и скорость, не равна нулю. В момент пуска или остановки машины, т. е. при  $\omega = 0$ , кинетическая энергия будет также равна нулю.

Таким образом, действительное начало координат находится в точке  $O_T$ , которая смещена от начала координат диаграммы Виттенбауэра на величину  $T_O$  (рис. 1.5). Если соединить начало координат  $O_T$  с любой точкой на

диаграмме (например  $K$ ), то получим угол  $\psi$ , образованный этой секущей и осью абсцисс.

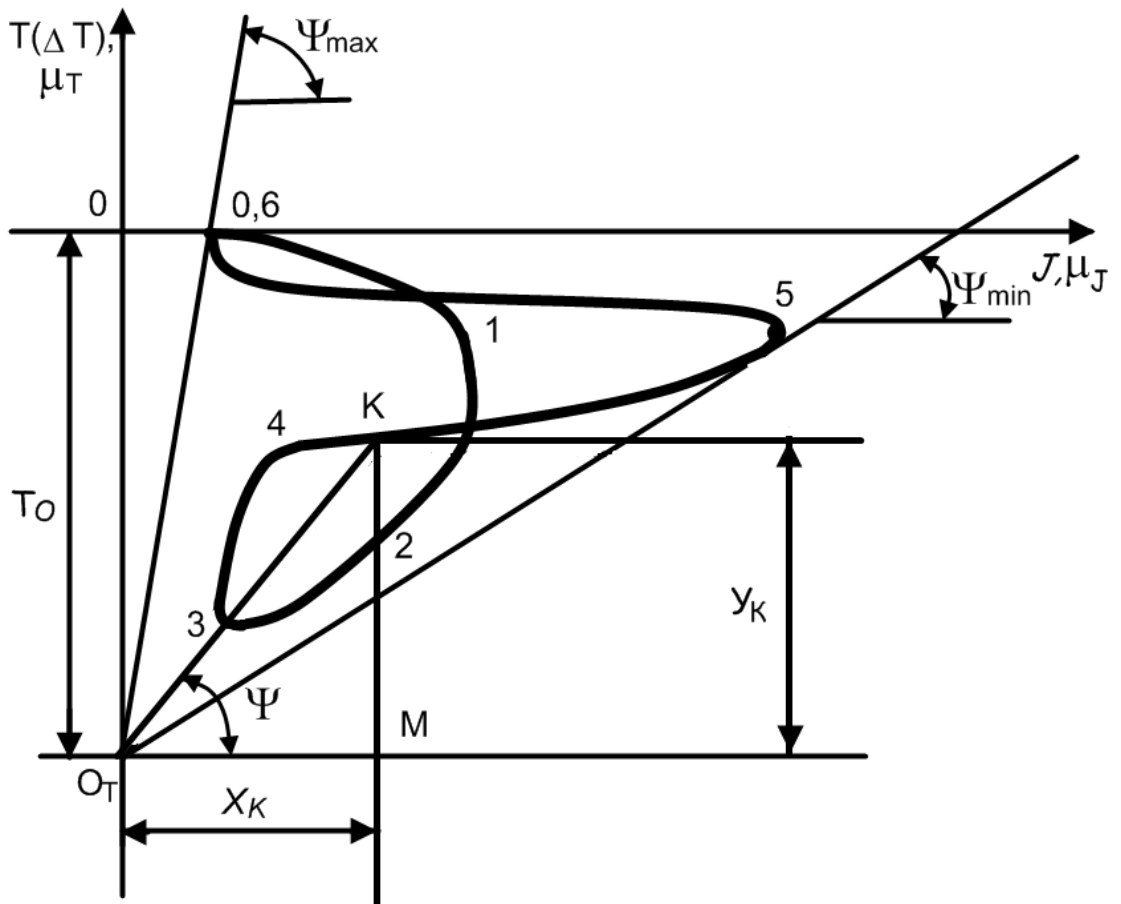


Рис 1.5. Схема к определению скорости начального звена

Этот угол позволяет определить угловую скорость кривошипа (звена привода) в любом положении.

Из  $\Delta O_TKM$  следует

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{y_K}{x_K} = \frac{T \mu_J}{\mu_T J_{II}}, \quad (1.19)$$

где  $y_K$   $x_K$  – координаты точки  $K$ .

С учетом того, что  $T = J_{II} \omega^2 / 2$ , получим

$$\operatorname{tg} \psi = (\mu_J / 2 \mu_T) \omega^2. \quad (1.20)$$

Преобразуя формулу (1.20), можно найти угловую скорость:

$$\omega = \sqrt{(2\mu_T / \mu_J) \operatorname{tg} \psi}. \quad (1.21)$$

Если последовательно соединять точки 1, 2 ... кривой Виттенбауэра с началом координат  $O_T$ , то можно определить скорость начального звена в любом положении механизма. Таким образом, определяется закон движения начального звена с учетом динамических нагрузок, то есть может быть решена первая задача динамического расчета.

Наибольшее и наименьшее значение угол  $\psi$  принимает в том случае, когда секущая превращается в касательную (см. рис. 1.5). При этом определяются максимальное и минимальное значения скорости

$$\omega_{\max} = \sqrt{(2\mu_T / \mu_J) \operatorname{tg} \psi_{\max}}, \quad (1.21a)$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{(2\mu_T / \mu_J) \operatorname{tg} \psi_{\min}}. \quad (1.21b)$$

Истинная скорость начального звена будет изменяться в этих пределах.

### ***1.8. Определение параметров маховика по допускаемому коэффициенту неравномерности движения***

Отклонения скорости начального звена (кривошипа или выходного вала двигателя) от среднего значения скорости оцениваются коэффициентом неравномерности движения  $\delta$

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}, \quad (1.22)$$

где  $\omega_{cp}$  — средняя скорость вращения начального звена.

В связи с трудностями определения средней скорости в технических расчетах эта величина приближенно определяется как среднее арифметическое

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}. \quad (1.23)$$

Колебания скорости обуславливают в кинематических парах дополнительные динамические нагрузки, понижающие общий коэффициент полезного действия машины и надежность ее работы. Кроме того, колебания скорости могут ухудшить тот рабочий технологический процесс, который выполняется данным механизмом.

Значения максимальной и минимальной скорости могут быть выражены через коэффициент неравномерности (см. (1.22) и (1.23)).

$$\begin{aligned} \omega_{max} &= \omega_{cp} (1 + \delta/2), \\ \omega_{min} &= \omega_{cp} (1 - \delta/2). \end{aligned} \quad (1.24)$$

В зависимости от назначения механизма допускаемый коэффициент неравномерности имеет значения от десятых до сотых долей единицы.

Если коэффициент неравномерности движения для механизма с определенными параметрами оказался больше допустимого, то его можно уменьшить путем изменения максимальной и минимальной скорости (изменив соответствующие углы  $\psi_{max}$   $\psi_{min}$ ).

Ранее было показано (см. формулу(1.20), что тангенс угла наклона секущей, проведенной через любую точку кривой Виттенбауэра, пропорционален квадрату скорости. Отсюда можно определить величину максимального и минимального углов

$$tg \psi_{max} = (\mu_J / 2\mu_T) \omega_{max}^2; \quad tg \psi_{min} = (\mu_J / 2\mu_T) \omega_{min}^2.$$

С учетом (1.24) получим

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_{cp} \left( 1 + \delta + \frac{\delta^2}{4} \right)$$

Последним слагаемым в скобке пренебрегаем, т. к. его величина составляет от сотых до десятитысячных долей единицы, и окончательно имеем

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_{cp}^2 (1 + \delta). \quad (1.25)$$

Аналогично

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_{cp}^2 (1 - \delta).$$

где  $\omega_{cp}$  — средняя скорость вращения кривошипа.

Таким образом, получили значения углов для заданных  $\omega_{cp}$  и  $\delta$ . На диаграмме Виттенбауэра построена зависимость, связывающая кинетическую энергию с приведенным моментом инерции без учета момента инерции (массы) маховика (см. рис. 1.4,  $\partial$ ; 1.5).

Если провести из начала координат (точки  $O_T$ ) касательные к кривой, то углы могут оказаться такими, что коэффициент неравномерности  $\delta$  выйдет за пределы допустимого (рис. 1.6). В таком случае следует провести касательные под углами, рассчитанными для заданного значения  $\delta$ , то есть уменьшить  $\psi_{\max}$  и увеличить  $\psi_{\min}$

$$\psi_{\max} < \psi_{\max}^0 ; \quad \psi_{\min} > \psi_{\min}^0 ,$$

где  $\psi_{\max}^0$ ,  $\psi_{\min}^0$  — первоначальные значения углов.

Под углами  $\psi_{\max}^0$  и  $\psi_{\min}^0$  проводят касательные к диаграмме энергомасс (см. рис. 1.6). Пересечение касательных определит новое положение начала координат  $O_1$  графика  $\Delta T = f(J)$ , при котором коэффициент неравномерности имеет заданное значение. Расстояние от точки  $O_1$  до



Из треугольника  $O_1AC$ :  $AC = O_1C \operatorname{tg} \psi_{\max}$ ;

из треугольника  $O_1BC$ :  $BC = O_1C \operatorname{tg} \psi_{\min}$ ;

тогда  $AB = AC - BC = O_1C(\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min})$

отсюда 
$$O_1C = \frac{AB}{\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min}}. \quad (1.27)$$

Из уравнений (1.25) определяем

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{\mu_T} \omega_{cp}^2 \delta. \quad (1.28)$$

Подставив (1.27) в (1.26) с учетом (1.28), получим:

$$J_M = \frac{AB \mu_T}{\mu_J \omega_{cp}^2 \delta}. \quad (1.29)$$

Последняя формула определяет момент инерции маховика, необходимый для обеспечения заданного коэффициента неравномерности. Если маховик располагается на одной оси с кривошипом, то момент инерции находят по известной формуле

$$J_M = \frac{GD^2}{4g}, \quad (1.30)$$

где  $GD^2$  — маховый момент;

$G/g$  — масса маховика;

$D$  — диаметр окружности, на которой условно сосредоточена масса маховика.

Преобразуя (1.30) с учетом (1.29), получим [4, с. 83]:



$$GD^2 = 4gJ_M = \frac{4gAA\mu_T}{\delta\omega_{cp}^2} = \frac{4gAA\mu_T}{\delta \cdot \frac{\pi^2 n^2}{900}} \cong \frac{3600AB\mu_T}{\delta n^2}, \quad (1.31)$$

где  $n$  — частота вращения кривошипа.

Массу маховика считаем распределенной по ободу (рис. 1.7), поэтому силу тяжести рассчитываем по формуле

$$G = a \cdot b \cdot \pi \cdot D \gamma \quad (1.32)$$

где  $\gamma$  — удельный вес материала маховика (для стали, чугуна  $\gamma = 78000 \frac{H}{i^2}$ )

$a$ ,  $b$  — ширина и высота площади сечения обода. Определяется конструктивно в зависимости от диаметра.

$$a = k_1 D; \quad b = k_2 D. \quad (1.33)$$

Коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  принимают в пределах от 0,1 до 0,2.

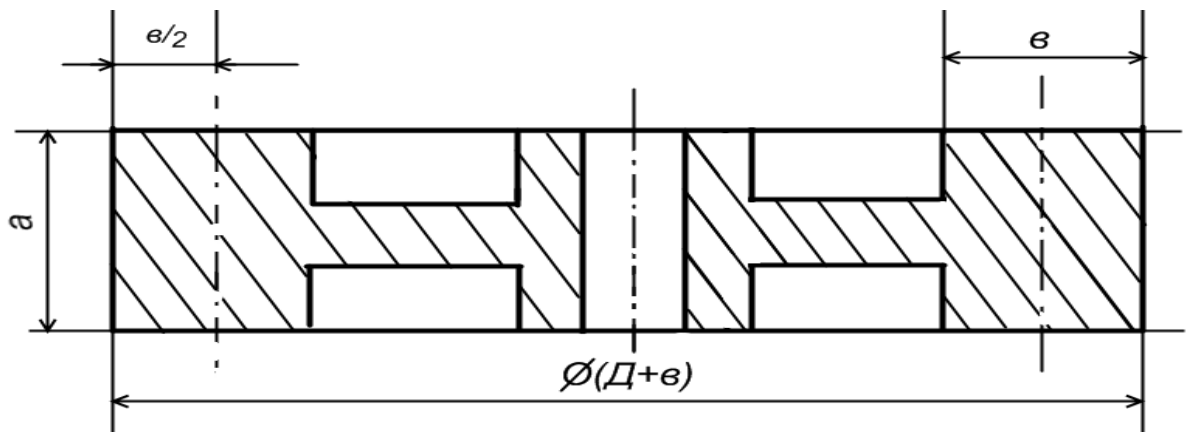


Рис. 1.7. Эскиз маховика

С учетом (1.33) формула (1.32) примет вид

$$GD^2 = \pi k_1 k_2 D^5 \gamma,$$

откуда находим диаметр маховика

$$D = \sqrt[5]{\frac{GD^2}{k_1 k_2 \pi \gamma}}. \quad (1.34)$$

Если размеры и масса маховика превышают допустимые по конструктивным соображениям, то маховик устанавливают на более быстроходный вал (выходной вал двигателя или один из валов редуктора). Момент инерции маховика при этом уменьшается в  $(\omega'/\omega_{cp})^2$  раз

$$J'_M = J_M \left( \frac{\omega_{cp}}{\omega'} \right)^2, \quad (1.35)$$

где  $\omega_{cp}$  — средняя угловая скорость кривошипа;

$\omega'$  — угловая скорость вала двигателя (или редуктора);

$J'_M$  — момент инерции маховика, приведенный к валу двигателя (редуктора).

Эффект действия маховика заключается в том, что он позволяет обеспечить движение механизма с заданным коэффициентом неравномерности.

## Раздел 2. Решение задач динамики машин без учета сил упругости

### 2.1. Определение моментов сил в установившемся режиме

Первой из поставленных задач динамики является задача об определении мощности двигателя механизма подъема грузоподъемной машины. В грузоподъемных машинах тормоз устанавливают на вал электродвигателя (наиболее быстроходный вал, а значит вал с наименьшим вращающим моментом) или в непосредственной близости к нему. Поэтому расчет потребной мощности электродвигателя используется и для расчета тормоза.

Механизм подъема грузоподъемной машины является механизмом с одной степенью подвижности и состоит из приводного электродвигателя 1 (рис. 2.1) нескольких ступеней передач 2 и барабана 3 на который наматывается канат, связанный с поднимаемым грузом [1].

Обычно, для того, чтобы уменьшить натяжение каната и увеличить скорость его намотки (что дает выигрыш в устройстве механизма), применяют полиспаст. В этом случае груз подвешен не непосредственно к канату, а к траверсе 4, которая несет несколько блоков 5. Эти блоки 5 при подъеме или опускании груза движутся вместе с траверсой 4 и потому называются подвижными.

Канат одним концом закреплен на раме машины, огибает подвижные и неподвижные блоки и другим концом закреплен на барабане. Эта система подвижных и неподвижных блоков, охватываемая одним канатом, и называется полиспастом.

Характеристикой полиспаста является его кратность  $i$  и КПД. Кратностью полиспаста называется отношение числа ветвей каната, на которых висит груз, к числу ветвей каната, которые наматываются на барабан. (Так, на рис. 2.1 изображен четырехкратный полиспаст).

При установившемся движении скорости всех частей машины постоянны и, значит, их ускорения равны нулю. Тогда мощность, которую

должен развивать двигатель, определяется суммой мощностей внешних сил сопротивления, приложенных к машине, и мощностью сил трения. Это утверждение следует из того факта, что сумма работ всех сил, приложенных к машине, равна нулю.

В рассматриваемом случае внешней силой сопротивления является только сила тяжести груза. Что касается учета мощности сил трения, то ее можно определять с помощью КПД механизма.

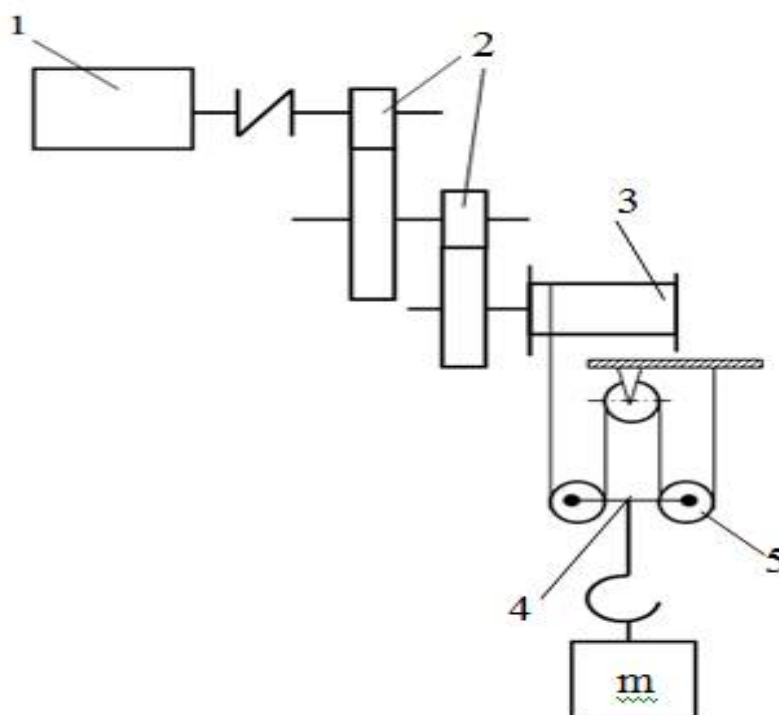


Рис.2.1. Механизм подъема грузоподъемной машины.

Пусть задан вес поднимаемого груза  $G$  и скорость подъема  $V_G$ .

Необходимо определить требуемую мощность двигателя; вращающий момент при подъеме; тормозной момент при опускании груза.

1. Полезная мощность, т.е. затраченная на подъем груза вычисляется по известной формуле

$$P_{\Pi} = G \cdot V_G \quad (2.1)$$

Мощность движущих сил  $P_D$  с учетом потерь мощности на трение  $P_T$

$$P_D = P_{II} + P_T \quad (2.2)$$

Из определения КПД можем записать соотношение

$$P_D = P_{II} / \eta \quad (2.3)$$

где  $\eta$  - КПД всей кинематической цепи механизма подъема.

Мощность двигателя при вращательном движении определяется соотношением

$$P_D = M_D \cdot \omega_1 \quad (2.4)$$

где  $M_D$  – вращающий момент, создаваемый двигателем;

$\omega_1$  - угловая скорость вращения вала двигателя.

Общий КПД всей системы механических передач от двигателя к грузу

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_M \dots \eta_{II}$$

где  $\eta_1, \eta_2, \eta_M \dots$  - КПД 1-й, 2-й, ... ступеней передач, КПД муфт и т.д.

$\eta_{II}$  - КПД полиспаста.

Если заданы вес груза и скорость его подъема, то вычислив КПД механизма, можно определить по формулам (2.1) и (2.3) требуемую мощность установившегося движения и по этой мощности выбрать электродвигатель из каталога. Для данного двигателя по его характеристике в каталоге становится известной частота вращения  $n_1$ , а значит и угловая скорость  $\omega_1$  вращения вала электродвигателя

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} \quad ,$$

где  $n_1$  - частота вращения двигателя.

С учетом выражения (2.4) находим вращающий момент электродвигателя при установившемся движении (статический момент):

$$M_C = \frac{P_D}{\omega_1} = \frac{G \cdot V_r}{\omega_1 \cdot \eta} \quad (2.5)$$

Полученный в выражении (2.5) вращающий момент требуется при подъеме груза.

При тормозном опускании груза направление силового потока меняется: энергия передается от груза к тормозу, поэтому требуемый вращающий момент двигателя будет меньше (КПД в тормозном режиме из знаменателя переходит в числитель)

$$M_{C'} = \frac{G \cdot V_r}{\omega_1} \eta \quad (2.5a)$$

Из соотношения (2.5) следует, что если **угловая скорость двигателя является наибольшей из угловых скоростей других валов механизма, то вращающий момент  $M_C$  является наименьшим из всех вращающих моментов нагружающих валы механизма.** Поэтому выгоднее всего установить тормоз именно на вал электродвигателя.

Тормозной момент, который должен развивать тормоз, определяется из выражения

$$M_T = K_T \cdot M_C \quad (2.6)$$

где  $K_T$  - коэффициент запаса торможения.

Коэффициенты запаса торможения по правилам Ростехнадзора имеют следующие значения [ 6, с. 232]

Легкий режим работы и механизмы с ручным приводом	1,50
Средний режим работы	1,75
Тяжелый режим работы	2,00
Весьма тяжелый режим работы	2,50

При опускании груза вращающий момент должен быть меньше, а тормозной момент должен быть больше, чем при подъеме.

## 2.2. Определение моментов сил при разгоне и торможении механизмов подъема и перемещения крана.

При переходных процессах, т.е. при трогании с места или при торможении механизма, к моменту сил, определенному из выражения (2.5) добавляется момент сил инерции  $M_u$ , тогда пусковой момент двигателя

$$M_{\text{пуск}} = M_c + M_u, \quad (2.7)$$

где  $M_{\text{пуск}}$  - для выбранного двигателя; известен из каталога.

Момент сил инерции согласно 2-му закону Ньютона

$$M_u = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.8)$$

$J$  - момент инерции масс механизма, приведенных к валу электродвигателя.

Физическая сущность величины  $J$  состоит в том, что вместо большого числа масс механизма мы рассматриваем одну массу, сосредоточенную на валу двигателя, с моментом инерции  $J$ , которая эквивалентна действию фактически движущихся масс механизма (см. раздел 1.3).

Для определения  $J$  воспользуемся законом кинетической энергии, который утверждает, что кинетическая энергия механизма равна сумме кинетических энергий отдельных его масс.

Однако число масс в механизме достаточно велико, поэтому при решении задачи определения  $J$  в механизме выделяют несколько масс, влияние которых на конечный результат будет существенным. Сюда относят в рассматриваемом случае из вращающихся деталей ротор электродвигателя, муфту, соединяющую электродвигатель с редуктором, зубчатые колеса большого диаметра на соответствующих валах и барабан. Из поступательно движущихся масс учитывают только массу груза [1].

Тогда сформулированный закон кинетической энергии применительно к задаче определения  $J$  запишется следующим образом

$$J = J_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + J_2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + J \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} + m_\Gamma \frac{v_\Gamma^2}{\omega_1^2}, \quad (2.9)$$

где  $J_1, J_2, J_3$  и  $m_\Gamma$  - моменты инерции масс, расположенных на валах 1, 2 и 3 (см. рис. 2.1) и масса груза в соответствии с предложенным выше учетом только масс, влияние которых существенно;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$  и  $v_\Gamma$  - угловые скорости вращения валов 1, 2, 3 и скорость подъема груза, соответственно.

Опыт расчетов по определению  $J$  в грузоподъемных машинах показывает, что сумма второго, третьего и далее членов в выражении (2.10) составляет всего 10...20% от первого члена. Поэтому выражение (10) можно представить в виде

$$J = 1,1 \dots 1,2 J_1 \quad (2.11)$$

Ускорение в выражении (2.8) для момента сил инерции  $M_u$  при исследовании грузоподъемных машин принимается постоянным, т.е. можем записать

$$\frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\omega_1}{t_n} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 U \quad (2.12)$$

где  $t_n$  и  $\varepsilon_1$  - время разгона двигателя до номинальной скорости и соответствующее угловое ускорение вала двигателя;

$\varepsilon_2$  – угловое ускорение барабана;  $U$  – передаточное число.

Как известно из механики, зависимость между угловым и линейным ускорением точек вращающегося звена

$$\varepsilon_2 = \frac{a}{R} \cdot U \quad (2.13)$$

где  $a$  – ускорение на переходном процессе, т.е. при разгоне механизма подъема до номинальной скорости.



Учитывая формулы (2.8), (2.12) и (2.13) выражение (2.7) примет вид

$$M_{\text{пуск}} = M_C + J \cdot \varepsilon_2 = M_C + J \frac{a}{R} U, \quad (2.14)$$

Теперь, зная радиус барабана лебедки, передаточное число зубчатого редуктора, пусковой и статический моменты, из формулы (2.14) можем определить ускорение для процесса разгона при подъеме груза и сравнить его с допусаемым. Допускаемое ускорение  $[a_n]$  для того или иного типа подъемной машины

для различных кранов  $[a_n] = 0,1 \dots 0,8 \text{ м / с}^2$ ,

для лифтов  $[a_n] = 1,5 \dots 2,0 \text{ м / с}^2$ .

Аналогично могут быть решены подобные задачи для процесса торможения в механизме подъема (см. формулу (2.5а), а также задачи для механизма перемещения крана. Замедление движения при торможении [6, с. 232] не должно превышать при одноступенчатом торможении:

Для всех лифтов, кроме больничных – 2,0 м/с,

Для больничных лифтов - 1,0 м/с.

Допускаемое время разгона двигателя

для механизма подъема  $[t_p] = 1 \dots 2 \text{ с}$  [4, с.43];

для механизмов передвижения разгон не должен быть резким во избежание пробуксовки, поэтому для тележек принимают  $[t_p] = 4 \dots 6 \text{ с}$ ;

для механизма передвижения кранов  $[t_p] = 8 \dots 10 \text{ с}$  [4, с.49];

для механизмов поворота стреловых кранов  $[t_p] = 8 \dots 10 \text{ с}$  [4, с.57].

## **2.3. Динамические процессы в механизмах поворота**

### **2.3.1. Режим пуска**

Как уже отмечалось ранее, грузоподъемные машины работают в режиме повторно-кратковременных включений. Периоды разгона, установившегося движения и торможения непрерывно сменяют друг друга. Разгон и торможение протекают в условиях неустановившегося движения, когда возникают динамические нагрузки неравномерно движущихся масс.

В предыдущем разделе были рассмотрены переходные процессы для механизма подъема, которые применимы и для механизма передвижения для любых кранов: как для неповоротных (мостовых, козловых), так и для поворотных (стреловых самоходных, башенных) .

Рассмотрим, какие динамические процессы возникают в механизмах поворотной части стреловых кранов. При вращении поворотной части все ее элементы совершают лишь вращательное движение, поэтому основной характеристикой служит вращающий момент двигателя (или тормозной момент в режиме торможения).

Пусковой момент в период неустановившегося движения складывается из двух частей: момента статического сопротивления  $M_{ст}$ , соответствующего установившемуся режиму, и динамического (избыточного) момента  $M_{изб}$ , обусловленного инерцией неравномерно движущихся масс.

$$M_{пуск} = M_{ст} + M_{изб} \quad (2.15)$$

При разгоне и при торможении ускорение принимают постоянным [4, с. 38-39], поэтому при равноускоренном или равнозамедленном вращательном движении избыточный момент подчиняется известной из механики зависимости

$$M_{изб} = J_{np} \frac{d\omega}{dt} = J_{np} \frac{\omega_0}{t_p} \quad (2.16)$$

где  $J_{np}$  - приведенный момент инерции всех движущихся масс;

$\omega_0$  - установившаяся угловая скорость вала двигателя;

$t_p$  - время разгона двигателя.

Определим пусковой момент применительно к расчетной схеме поворотного стрелового крана, изображенной на рис. 2.2.

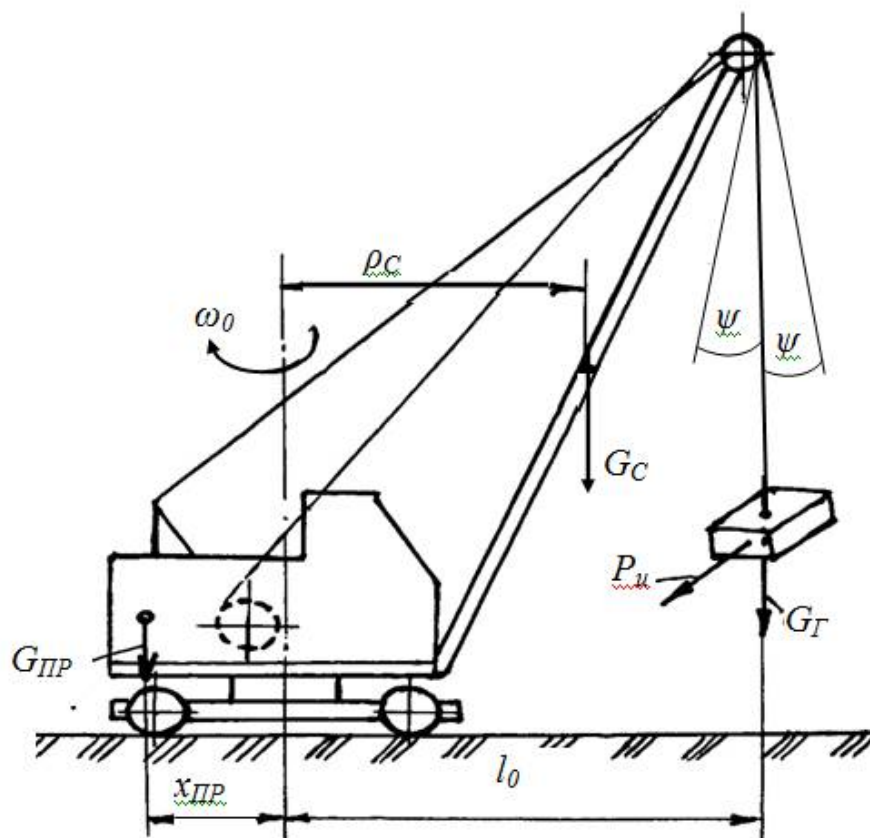


Рис. 2.2. Расчетная схема поворотного стрелового крана.

При разгоне избыточный момент, развиваемый двигателем  $M_{изб}$ , должен преодолеть моменты сопротивления:

- от сил инерции груза  $M_u$  (с учетом инерции поворотной части крана)
- от сил инерции вращающихся частей привода  $M_{вПр}$ :

$$M_{изб} = M_u + M_{вПр} \quad (2.17)$$

1). Определяем момент сопротивления от сил инерции груза  $M_u$ .

Для этого надо вычислить приведенный момент инерции и умножить его на угловое ускорение.

Суммарный осевой момент инерции вращающегося груза, стрелы и противовеса определяется по формуле, известной из механики

$$J_G = (m_G l_0^2 + m_C \rho_C^2 + m_{Пр} x_{Пр}^2), \quad (2.18)$$

где  $m_{\Gamma}$  – масса груза;

$m_C$  и  $m_{\text{Пр}}$  – массы, соответственно, стрелы и противовеса;

$l_O$ ,  $\rho_c$  и  $x_{\text{Пр}}$  – расстояния от центров масс  $m_{\Gamma}$ ,  $m_C$  и  $m_{\text{Пр}}$  до оси вращения поворотной части крана.

Осевой момент инерции, приведенный к валу двигателя (*из условия равенства кинетических энергий*)

$$J_{\text{П}} = J_{\Gamma} \frac{\omega_0^2}{\omega_{\delta}^2} = J_{\Gamma} \frac{1}{u^2} \quad (2.19)$$

$\omega_0$  и  $\omega_{\delta}$  – угловые скорости поворотной части крана и ротора двигателя;

$u$  – передаточное число привода.

Таким образом, получаем момент сил сопротивления от инерции груза, стрелы и противовеса

$$M_u = J_{\text{П}} \cdot \varepsilon = \frac{J_{\Gamma}}{u^2} \cdot \frac{\omega_{\delta}}{t_p} \quad (2.20)$$

С учетом КПД при разгоне механизма подъема

$$M_u = \frac{J_{\Gamma}}{u^2 \cdot \eta} \cdot \frac{\omega_{\delta}}{t_p} \quad (2.21)$$

2). *Определяем момент сопротивления от инерции вращающихся частей привода*

$$M_{\text{в.Пр}} = \delta \cdot J_{\delta} \frac{\omega_{\delta}}{t_p} \quad (2.22)$$

$\delta$  – коэффициент, учитывающий приведение моментов инерции вращающихся масс, расположенных на промежуточных валах механизма к валу двигателя ( $\delta = 1, 1 \dots 1, 2$ );

$J_\delta$  – момент инерции масс ротора электродвигателя и муфты с тормозным шкивом.

Избыточный (динамический) момент находим, суммируя (2.21) и (2.22)

$$M_{изб} = \left( \frac{J_\Gamma}{u^2 \eta} + \delta \cdot J_\delta \right) \cdot \frac{\omega_\delta}{t_p} \quad (2.23)$$

Чтобы определить пусковой момент на валу двигателя  $M_{Пуск}$  *при разгоне механизма* поворота необходимо сложить статический момент и избыточный момент.

3). *Определяем приведенный к валу двигателя статический момент сил.*

С учетом КПД механизма приведенный момент сил равен отношению мощности моментов сил сопротивления ( $M_C \cdot \omega_0$ ) к угловой скорости вала двигателя  $\omega_\delta$

$$M_{ст} = \frac{M_C \cdot \omega_0}{\omega_\delta \cdot \eta} = \frac{M_C}{u \cdot \eta} \quad (2.24)$$

Пусковой момент, действующий на валу двигателя

$$M_{пуск} = M_{ст} + \left( \frac{J_\Gamma}{u^2 \cdot \eta} + \delta \cdot J_\delta \right) \cdot \frac{\omega_\delta}{t_p} \quad (2.25)$$

Из выражения (2.25) можно определить потребный пусковой момент и подобрать соответствующий двигатель.

Очевидно, чем меньше время пуска, тем больший пусковой момент необходим для разгона всех масс.

Выбранный электродвигатель проверяется по времени разгона

$$t_p = \frac{\left( \frac{J_\Gamma}{u^2 \eta} + \delta \cdot J_\delta \right) \cdot \omega_\delta}{M_{\text{Пуск}} - M_{\text{ст}}} \quad (2.26)$$

Допускаемое время разгона для механизма поворота принимают в пределах  $[t_p] \ 4 \dots 12 \text{ с}$ .

Разгон движущихся масс крановых механизмов производится с ускорениями, назначаемыми от вида груза, типа крана, условий работы.

Динамический момент, действующий на поворотную часть при разгоне, можно определить по формуле

$$M_{\text{дин}} = M_{\text{пуск}} u \eta = M_{\text{Пуск}} \frac{\omega_\delta}{\omega_0} \eta \quad (2.27)$$

$\omega_0$  – угловая скорость вращения стрелы;

$\omega_\delta$  - угловая скорость вращения ротора двигателя механизма поворота;

$\eta$  - КПД привода.

### 2.3.2. Режим торможения

Если в период разгона избыточный момент расходуется на придание кинетической энергии движущимся массам, то в период торможения – на поглощение энергии. Поэтому в формуле для определения тормозного момента КПД учитывается в числителе, т.е. при торможении избыточный момент меньше, чем при разгоне.

$$M_{\text{торм}} = M_{\text{ст}} + \left( \frac{J_\Gamma}{u^2} \cdot \eta + \delta \cdot J_\delta \right) \cdot \frac{\omega_\delta}{t_p} \quad (2.28)$$

В отличие от режима пуска (см. формулу 2.24) при определении величины статического момента сил сопротивления КПД также переходит в числитель

$$M_{cm} = \frac{M_C \cdot \omega_0}{\omega_\delta} \cdot \eta = \frac{M_C}{u} \cdot \eta \quad (2.29)$$

а время торможения определится из выражения

$$t_T = \frac{\left( \frac{J_\Gamma}{u^2} \cdot \eta + \delta \cdot J_\delta \right) \cdot \omega_\delta}{M_{\text{торм}} - M_{cm}} \quad (2.30)$$

#### 2.4. Динамические нагрузки, вызванные отклонением канатов от вертикали

При вращении крана, а также при его передвижении возникает центробежная нагрузка  $P_{Ц}$ , вызванная отклонением груза от вертикали

$$P_{Ц} = m_\Gamma \omega^2 l_0$$

Эта сила действует нормально к подвесу, и ее следует учитывать лишь в случаях, когда груз может сдвигаться относительно ГЗУ (вакуумные захваты, магнитные).

Если угловое ускорение стрелы при ее повороте считать постоянным, то через промежуток времени от начала движения канат отклонится в дуговой плоскости от вертикали на угол  $\psi$ . Это происходит под действием инерционной силы  $P_{И}$

$$P_{И} = m_\Gamma \varepsilon l_0$$

Дифференциальное уравнение движения при вращательном движении относительно оси подвеса груза

$$J_{\Gamma p} \cdot \ddot{\psi} = M_\Sigma$$

$J_{\Gamma p}$  – момент инерции груза относительно оси подвеса;

$M_\Sigma$  - сумма моментов сил относительно оси подвеса.

Коэффициент динамичности

$$K_{Дер} = \frac{P_{Дер}}{Q_{Г}}, \quad \text{или} \quad K_{Дер} = 1 + 1,5 \left( \frac{\varepsilon l_0}{g} \right)^2$$

где  $P_{Дер}$  - динамическая нагрузка на ГЗУ при повороте ;  
 $Q_{Г}$  – вес груза.

Подобное отклонение канатов от вертикали может возникать и при передвижении. Однако расчеты показывают, что при нормальных условиях эксплуатации вертикальная динамическая нагрузка на ГЗУ имеет большое значение только при работе механизма подъема (ранее рассмотрены динамические модели). При работе механизмов и поворота, и передвижения эта составляющая не превышает 5...6% от статической нагрузки и учитывается коэффициентом динамичности.

### **Раздел 3. Решение задач динамики машин с учетом сил упругости.**

#### ***3.1. Основные теоретические положения***

Отличительная особенность динамических расчетов заключается в том, что во всем предыдущем изложении методов расчета машин мы исходили из того, что рассматриваемые части машины являются абсолютно жесткими и недеформируемыми. Реальные детали машин под действием приложенных сил деформируются. Эти деформации различны у различных частей машины, поскольку детали имеют различные размеры, форму и массы, да и силы, действующие на разные детали машины различны. Все эти обстоятельства являются причиной вибрации машины и ее частей, которые нежелательны или даже недопустимы [1].

Для решения задач динамики с учетом упругости звеньев прибегают к приближенному решению, когда машину или исследуемый узел представляют в виде недеформируемых масс, соединенных упругими элементами. Например, если исследуются вибрации двухступенчатого редуктора, в котором есть валы и зубчатые колеса (рис. 3.1), то следует



обратить внимание на то, что моменты инерции валов малы по сравнению с большими зубчатыми колесами, но обладают меньшей жесткостью [1].

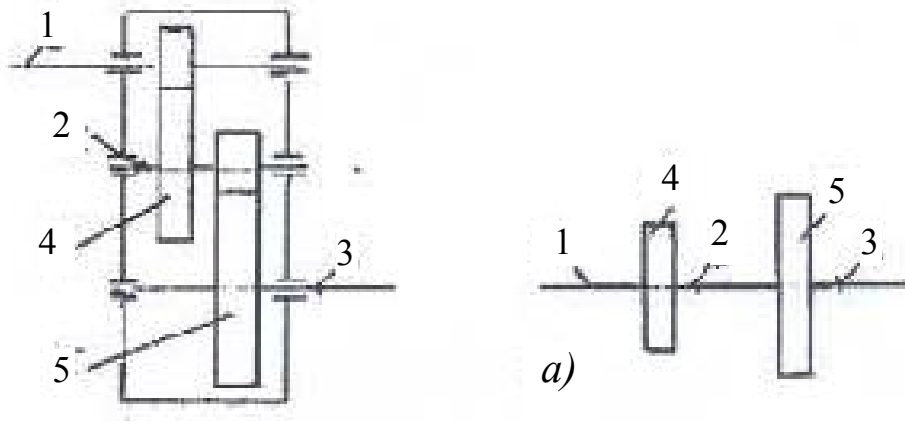


Рис. 3.1. Двухступенчатый редуктор и его динамическая модель.

Поэтому динамическую модель такого редуктора можно представить в виде, показанном на рис. 3.1а, где валы 1, 2, 3 – это упругие элементы, а колеса 4 и 5 - сосредоточенные массы.

В зависимости от числа масс в динамической модели различают одно-, двух- и т.д. -массовые модели (рис.3.2). Одномассовая модель ранее была рассмотрена, но без учета упругих свойств.

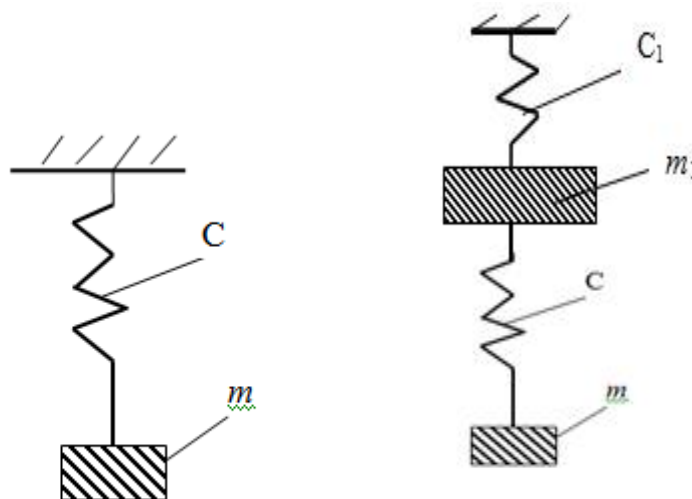


Рис. 3.2.Одномассовая и двухмассовая динамические модели.

Для решения задач динамики применяется метод кинестатики, который состоит в том, что к равнодействующей  $F$  всех внешних сил, действующих на движущееся тело, прибавляется сила инерции

$$F_{II} = - m a ,$$

где  $m$  – масса;  $a$  - ускорение движения тела; знак « $-$ » означает, что сила инерции направлена против ускорения.

Добавлением силы  $F_{II}$  задача динамики, согласно принципу Даламбера, сводится к задаче статики, то есть к задаче о равновесии в состоянии покоя.

При решении задач с учетом сил упругого сопротивления звеньев механизмов следует учесть, что на тело, кроме внешней силы  $F$ , действуют в общем случае, следующие силы:

сила инерции  $F_{II} = - m \ddot{x} ,$

сила упругого сопротивления  $F_1 = c x$

сила вязкого сопротивления  $F_2 = \alpha \dot{x}$ , (при расчетах ГЗУ кранов эту силу не учитывают)

где  $x$  ,  $\dot{x}$  и,  $\ddot{x}$  - упругое перемещение, скорость (то есть первая производная от перемещения по времени) и ускорение этого перемещения (то есть вторая производная от перемещения по времени);

$c$  и  $\alpha$  – коэффициенты, учитывающие механические свойства материалов конструкций (жесткость и вязкость).

Учитывая изложенные выше зависимости и принятые допущения, получаем уравнение движения масс с учетом сил упругости [1]

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + cx = F$$

или, без учета вязкости

$$m\ddot{x} + cx = F \tag{3.1}$$

Уравнение (3.1) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. В этом уравнении силы

инерции и силы упругости уравновешены внешней равнодействующей силой.

Разделим члены уравнения (3.1) на массу и получим выражение, описывающее свободные колебания массы  $m$

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = R$$

Как известно из математики, если в последнем уравнении  $R = 0$ , то оно называется однородным и решение ищется в виде

$$x_1 = e^{r t}, \quad (3.2)$$

где  $e$  - основание натуральных логарифмов,  $e = 2,7184$ ;

$r$  - постоянная.

Продифференцировав дважды функцию (3.2) по времени, получаем

$$\dot{x}_1 = r e^{r t} \quad \ddot{x}_1 = r^2 e^{r t} .$$

Подставив полученные производные в уравнение (3.1) при  $R = 0$ , получим квадратное уравнение, которое называется характеристическим

$$r^2 + pr + q = 0 \quad (3.3)$$

Решение квадратного уравнения (3.3) дает два значения числа  $r$  ( $r_1, r_2$ ), то есть два частных решения.

*Из теории дифференциальных уравнений известно:*

- 1). Сумма частных решений дифференциального уравнения также является его частным решением.
- 2). Одно дифференциальное уравнение описывает множество аналогичных явлений, которые отличаются только начальными условиями.
- 3). Число начальных условий равно порядку дифференциального уравнения.

Решение дифференциального уравнения, в котором эти начальные условия конкретно не определены, называется общим решением. Оно, в соответствии с изложенным выше, для уравнения (3.1) при  $R = 0$  имеет вид

$$x_1 = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \quad (3.4)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  - постоянные, определяемые из начальных условий.

Если при решении характеристического уравнения (3.3) получаются комплексные корни

$$r_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \beta i, \quad \text{где} \quad \beta = \sqrt{q - \left(\frac{p}{2}\right)^2},$$

то в этом случае применяют формулы Эйлера; при этом получается функция, описывающая гармонические колебания системы

$$e^{r_1 t} = e^{-\frac{p}{2}t} (\cos \beta t + i \sin \beta t)$$

$$e^{r_2 t} = e^{-\frac{p}{2}t} (\cos \beta t - i \sin \beta t)$$

где  $\beta$  – частота колебаний, т.е. число колебаний за время оборота  $2\pi$ .

### ***3.2. Виды динамических нагрузок, действующих на механизмы кранов***

На грузозахватные устройства (ГЗУ) действуют технологические нагрузки от веса поднимаемого груза, от веса самого грузозахватного устройства, а также нагрузки от ветра, снега и гололеда. Нагрузки от ветра, снега и гололеда в большей степени учитываются при расчете башенных кранов, в меньшей – при расчете автомобильных и козловых кранов [3, с.75].

Для мостовых кранов, работающих в помещениях, основной является технологическая нагрузка, которая может быть статической и динамической. Если груз удерживается в неподвижном положении или перемещается с постоянной скоростью по прямолинейному пути, то на ГЗУ действует статическая нагрузка от веса поднимаемого груза  $Q_G$ . При перемещении ГЗУ с переменной скоростью возникает еще и динамическая нагрузка  $P_{дин}$ .

В общем виде кран с грузом (рис.3.3) представляет собой трехмассовую систему [3, с.75-76], движение которой описываются дифференциальными уравнениями второго порядка (см. раздел 3.1).

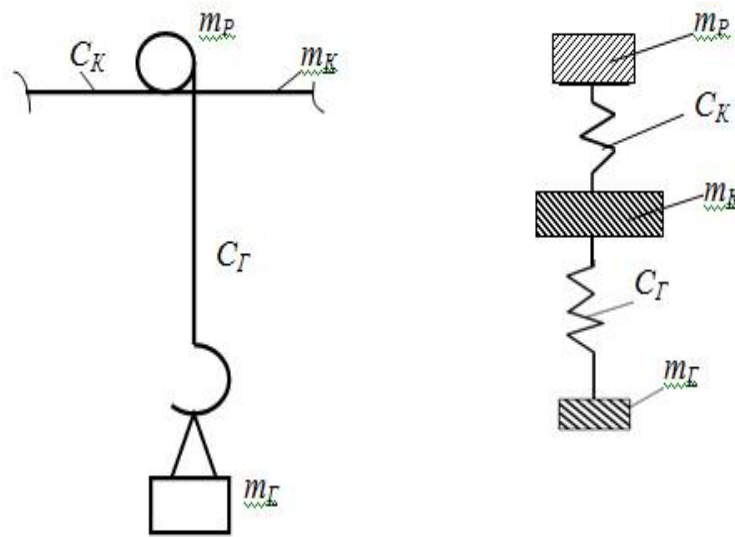


Рис. 3.3. Расчетная схема мостового крана с грузом

$m_K$  - масса крана;  $m_Г$  - масса груза;  $m_P$  - масса вращающихся частей привода;  
 $C_K$  - жесткость конструкции самого крана;  $C_Г$  - жесткость канатов, удерживающих груз.

Динамическим нагрузкам подвержены следующие механизмы кранов: механизм подъема (для всех кранов); механизм передвижения (для всех кранов, кроме стационарных консольных); механизм поворота (для автомобильных, башенных и консольно-поворотных кранов).

### 3.3. Определение динамических нагрузок для различных вариантов подъема груза

В процессе подъема возможны два варианта: подъем «с веса» и подъем «с подхватом».

**В первом случае – подъем «с веса»** предполагается, что динамическая нагрузка возникает в момент отрыва груза от поверхности, на которой он лежит. При подъеме «с веса» (т.е. при условии, что подъем начинается в момент, когда на канаты уже действует вес груза) избыточная сила  $P_{изб}$ , действующая со стороны двигателя, зависит от жесткости опорной конструкции  $C_K$  и от времени действия динамической нагрузки.

$$P_{дин} = f(t, C_K).$$

В начальный момент подъема нагрузка на грузозахватное устройство  $P_{ГЗ}$  составит [3, с.75-77]

$$P_{ГЗ} = Q_{Г} + P_{дин} \geq Q_{Г}, \quad (3.2)$$

а динамический коэффициент  $K_{Д} = P_{ГЗ} / Q_{Г} = 1 + \frac{P_{дин}}{Q_{Г}}$ . (3.3)

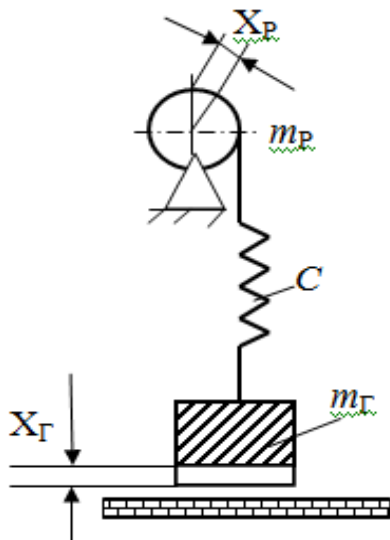
**Во втором случае – подъем «с подхватом»** груз лежит на каком-либо основании, канаты провисают, и в этот момент нагрузка на ГЗУ равна нулю.

При включении механизма подъема происходит выбор слабины канатов, и динамическая нагрузка возникает в тот момент, когда к канату, движущемуся со скоростью  $V$ , мгновенно прикладывается нагрузка от веса груза. Нагрузка на ГЗУ определяется по тем же формулам (3.2) и (3.3).

Динамическая нагрузка, также как в первом случае, зависит от жесткости опорной конструкции  $C_K$ , но при этом уже не от времени, а скорости каната [3, с.77].

$$P_{дин} = f(V, C_K).$$

**В первом случае – подъем «с веса»** динамическая деформация самого крана мало отличается от статической. Поэтому систему, изображенную на рис. 3.3, можно свести к двухмассовой (рис.3.4), не учитывая массу крана и заменив жесткость канатов и металлоконструкции крана приведенной жесткостью  $C$  [3, с.77].



$$C = (C_K \cdot C_G) / C_K + C_G$$

Уравнения движения имеют вид:

$$m_P \ddot{X}_P + C \cdot (X_P - X_G) = Q_{Г} + P_{изб}$$

$$m_G \ddot{X}_G - C \cdot (X_P - X_G) = - Q_{Г},$$

где  $X_P$  и  $X_G$  - упругие перемещения ротора и груза, соответственно;

$P_{изб}$  - избыточная сила, действующая со стороны двигателя;

$(X_P - X_G)$  - деформация упругой связи (удлинение канатов).

Рис. 3.4. Схема динамического нагружения грузозахватного устройства при подъеме «с веса».

При подъеме «с веса» (т.е. при условии, что подъем начинается в момент, когда на канаты действует вес груза) избыточную силу, действующую со стороны двигателя, определяют зависимостью

$$P_{изб} = \varphi \cdot Q_{\Gamma} \quad (3.4)$$

где  $\varphi$  = коэффициент пропорциональности;  $\varphi > 1$ .

Коэффициент динамичности вычисляют по формуле

$$K_{Д} = \frac{P_{ГЗ}}{Q_{\Gamma}} = 1 + \frac{2\varphi \cdot m_{\Gamma}}{m_{\Gamma}^{\ddot{}} + m_{\rho}} \quad (3.5)$$

Следует учитывать, что массу  $m_{\Gamma}$  определяют с учетом кратности полиспаста  $i$

$$m_{\Gamma} = \frac{m_Q}{i^2}, \quad \text{где } m_Q - \text{грузоподъемность крана.}$$

При торможении опускающегося груза величину  $P_{дин}$  и коэффициент динамичности определяют по тем же формулам, но под  $P_{изб}$  понимают разность между тормозным усилием, приведенном к грузу, и весом груза.

Так как момент, создаваемый тормозом, обычно меньше максимального момента, создаваемого двигателем,  $P_{дин}$  при торможении опускающегося груза не превышает  $P_{дин}$  при подъеме груза «с веса».

**Во втором случае – подъем «с подхватом»** груз лежит на каком-либо основании, канаты провисают, нагрузка на ГЗУ равна нулю.

При включении механизма подъема на первом этапе происходит выбор слабины канатов; на втором этапе – упругая деформация всех элементов конструкции и динамическая нагрузка возникает в тот момент, когда к канату, движущемуся со скоростью  $V$ , мгновенно прикладывается

нагрузка от веса груза. Этот этап продолжается до тех пор, пока усилие на грузозахватном устройстве не станет равным  $Q_{\Gamma} = m_{\Gamma} \cdot g$ . Лишь после этого начнется третий этап – подъем груза [3, с.79].

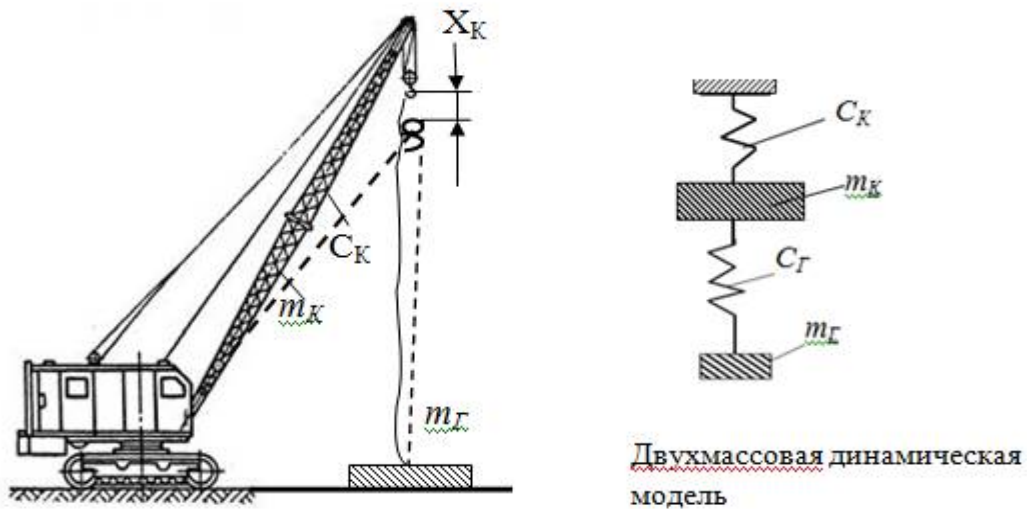


Рис.3.5. Схема динамического нагружения грузозахватного устройства «с подхватом».

Уравнение движения имеет вид:

$$m_K \ddot{X}_K + C X_K = P_{\Gamma 3}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$X_K = u_{ст} + \frac{V}{p} \sin(pt) \quad (3.6)$$

где  $u_{ст}$  – прогиб конструкции от статической нагрузки;

$V$  - установившаяся скорость подъема груза;

$p$  - круговая частота свободных колебаний.

$t$  – текущее время.

$$p = \sqrt{\frac{C}{m_K + m_{\Gamma}}} \quad (3.7)$$



В данном случае частота колебаний равна  $p$ .

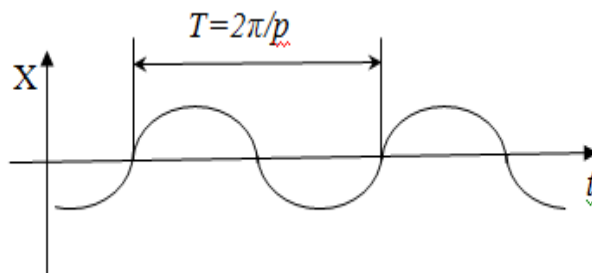


Рис.3.6. Гармонические колебания системы

Промежуток времени  $T$ , за который величина  $pt = 2\pi$  (т.е. совершает один оборот – см. рис. 3.6) называется периодом колебаний.

$$T = 2\pi / p$$

Коэффициент динамичности для подъема «с подхватом»

$$K_D = \frac{V}{g} p = 1 + V \sqrt{\frac{1}{g y_{CT}} \frac{m_{\Gamma}}{(m_K + m_{\Gamma})}} \quad (3.8)$$

Существует приближенный метод определения значений коэффициентов динамичности  $K_D$  для грузозахватных устройств, в зависимости от пролета и грузоподъемности крана [3, с.80]. При этом используются нормативные коэффициенты динамичности, в зависимости от грузоподъемности, пролета крана и от режима работы (средний, тяжелый). Учитывается также скорость подъема [3, с.81].

Расчетная вертикальная нагрузка на ГЗУ вычисляется как

$$P_{ГЗ} = Q_{\Gamma} K_D \quad (3.9)$$

где  $Q_{\Gamma}$  - номинальный вес поднимаемого груза;

$K_D$  - коэффициент динамичности, принятый по нормативам [3, с.80].

***Наиболее опасные динамические нагрузки возникают при подъеме с подхватом.***

Канаты первоначально ослаблены, ГЗУ не нагружено. В момент отрыва груза весом  $G_{ГР}$  от опоры канат с ГЗУ имеет скорость  $V$ , равную скорости установившегося движения. При этом за очень короткий промежуток времени резко возрастает нагрузка в канатах полиспаста (происходит рывок).

Величина этой динамической нагрузки зависит от скорости подъема, массы металлоконструкции и приведенной жесткости системы.

До отрыва груза от опоры динамическое усилие в канатах нарастает по линейному закону, а после отрыва груза – вследствие влияния упругих колебаний – по периодическому, близкому к синусоидальному.

Если принять металлоконструкцию абсолютно жесткой, и учитывать только жесткость канатов, то максимальное значение динамического усилия

$$P_{\max} = G_{ГР} + V \sqrt{m C_K}$$

а динамический коэффициент определяется по формуле

$$K_{\text{дин}} = \frac{P_{\max}}{G_{ГР}} = 1 + \frac{V \sqrt{m C_K}}{G_{ГР}}$$

где  $m$  – масса груза, кг;

$C_K$  - коэффициент жесткости канатов (или цепей),  $даН/м$  ;

*( единицы измерения жесткости –  $10 \text{ даН/м} = 1 \text{ Н/м}$ , то есть приставка «да» - это дека-, что означает «десять»).*

$G_{ГР}$  - сила тяжести груза, Н.

Наличие упругих связей необходимо учитывать, когда требуется рассчитать величину динамических нагрузок с повышенной точностью. Для большинства практических расчетов возможно ограничиться принятыми по справочным данным значениями динамических коэффициентов.

#### Список использованных источников

1. [http://its.nttu.ru/docs/student/lecture/new\\_meh/lect\\_7-8.pdf](http://its.nttu.ru/docs/student/lecture/new_meh/lect_7-8.pdf)
2. Эльяш Н.Н. Теория механизмов и механика машин: учебное пособие / Н.Н. Эльяш, Т.А. Киреева, Е.С. Гурьев. Екатеринбург: Изд-во Рос.гос. проф.-пед. ун-та, 2013. 133 с.
3. Каржавин В.В. Краны машиностроительных предприятий [Текст]: учеб. пособие / В.В.Каржавин, С.Ф.Каменских. Екатеринбург: Изд-во ГОУ ВПО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т, 2008, 88 с.
4. Лейферт Э.Т. Подъемно-транспортные машины и перегрузочные комплексы: Учеб. пособие – СПб.: СПГУВК, 2000 – 68 с.
5. [http://professoraoa.narod.ru/olderfiles/1/Methodika\\_KR1.pdf](http://professoraoa.narod.ru/olderfiles/1/Methodika_KR1.pdf)
6. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины: Учеб. для машиностроит. спец. вузов . – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш.школа, 1979.- 558 с., ил.

Учебное издание

Э л ь я ш Н а т а л ь я Н и к о л а е в н а

Кандидат технических наук, доцент

ДИНАМИКА ТРАНСПОРТНЫХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Электронное учебное пособие (конспект лекций).

Печатается в авторской редакции