

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГАОУ ВПО «Российский государственный  
профессионально-педагогический университет»  
Учреждение Российской академии образования  
«Уральское отделение»

**М. Г. Гапонцева, В. А. Федоров, В. Л. Гапонцев**

## **ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

Екатеринбург  
РГППУ  
2010

УДК 37.013

ББК Ч 31

Г 19

**Гапонцева М. Г.** Эволюция структуры содержания образования [Текст]: монография / М. Г. Гапонцева, В. А. Федоров, В. Л. Гапонцев. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2010. 155 с.  
ISBN 978-5-8050-0408-8

Проведено сопоставление языков описания структуры в педагогике и математике. Рассмотрены вопросы эволюции научного знания – детерминанты содержания общего образования. Выяснена роль иерархии форм симметрии. Предложены принцип оптимизации структуры содержания образования и новый элемент структуры содержания общего образования – система локальных интегративных курсов «Симметрия».

Монография адресована педагогам, научным работникам и аспирантам педагогических специальностей.

Рецензенты: чл.-кор. РАО, д-р пед. наук, проф. П. Ф. Кубрушко (ФГАОУ ВПО «Московский государственный агроинженерный университет им. В. П. Горячкина»), засл. деятель науки РФ, д-р физ.-мат. наук, проф. П. С. Попель (ФГАОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет»), засл. деятель науки РФ, чл.-кор. РАО, д-р психол. наук, проф. Э. Ф. Зеер (ФГАОУ ВПО «Российский государственный профессионально-педагогический университет»)

Исследования выполнены при поддержке РГНФ (грант РГНФ № 07–06–00638А от 2 марта 2007 г. «Разработка подхода к построению структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования»).

ISBN 978-5-8050-0408-8

© ФГАОУ ВПО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2010

© Гапонцева М. Г., Федоров В. А., Гапонцев В. Л., 2010

## Оглавление

|   |    |
|---|----|
| Об использовании достижений математики в изучении проблем современной педагогики (П. Ф. Кубрушко).....                          | 5  |
| «Принцип симметрии» как новый элемент содержания образования (П. С. Попель) .....   | 6  |
| К вопросу о перспективах развития содержания образования (Э. Ф. Зеер).....  | 7  |
| Введение.....   | 8  |
| 1. Характер структуры объектов теории содержания образования .....  | 12 |
| 1.1. Постановка проблемы .....  | 12 |
| 1.2. В. С. Леднев о двух типах структуры объектов педагогики.....   | 16 |
| 1.3. Представление о структуре на уровне обыденного и научного сознания .....   | 19 |
| 1.4. Принципы двойного вхождения и функциональной полноты .....   | 22 |
| 1.5. Особенности описания структуры объектов исследования у В. С. Леднева.....  | 30 |
| Особенности характеристики структуры личности.....  | 30 |
| Особенности характеристики структуры деятельности .....   | 32 |
| Особенности характеристики структуры образования и его содержания .....   | 34 |
| 1.6. Проблемы, порожденные несоответствием языка, принятого при описании структуры содержания образования природе объекта ..... | 43 |
| 1.7. Возможный вариант языка описания содержания образования, адекватного природе объекта.....                                  | 50 |
| 2. Язык фрактальной геометрии и возможность его применения для описания содержания образования .....                            | 53 |
| 2.1. Фракталы: основные понятия и примеры.....  | 53 |
| 2.2. Природа фракталов.....   | 58 |
| 2.3. Фрактальная размерность .....  | 63 |
| Множество Кантора. Случай <i>a</i> .....  | 67 |
| Множество Кантора. Случай <i>b</i> .....  | 68 |

|   |     |
|---|-----|
| Множество Кантора. Случай $\epsilon$ .....  | 68  |
| Множество Кантора. Случай $\epsilon$ .....  | 69  |
| Салфетка Серпинского .....  | 70  |
| Ковер Серпинского .....   | 70  |
| Губка Менгера.....  | 70  |
| 2.4. Мультифракталы .....   | 71  |
| 2.5. Сопоставление свойств фракталов со свойствами объектов педагогики. Фрактальный характер структуры деятельности.....    | 77  |
| 2.6. Проблема формирования тезауруса фундаментальных научных дисциплин.....   | 82  |
| 2.7. Проблемы применения фрактального описания к объектам педагогики.....   | 89  |
| 3. Использование симметрии для классификации научного знания и организации содержания образования .....                     | 90  |
| 3.1. Схема деления области научного знания Е. Вигнера.....  | 90  |
| 3.2. Общая идея симметрии и иерархия симметрий.....   | 96  |
| 3.3. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Ее перенос на другие области научного знания .....                                   | 105 |
| 3.4. Роль системы симметрий в эволюции научного знания .....  | 108 |
| 3.5. Роль симметрии в эволюции индивидуального сознания.....  | 119 |
| 3.6. Симметрия как общее понятие с двойным логическим статусом.....   | 122 |
| 3.7. Использование симметрии для оптимизации структуры содержания образования. Система локальных интегративных курсов ..... | 125 |
| 3.8. Принцип симметрии в педагогике .....   | 131 |
| Заключение .....  | 133 |
| Список литературы .....   | 144 |
| Приложение .....  | 149 |

## **Об использовании достижений математики в изучении проблем современной педагогики**

Фундаментальное исследование вопросов теории содержания образования, его структуры и методов формирования выполнено в работах действительного члена РАО В. С. Леднева. Дальнейшее развитие исследований в рамках школы В. С. Леднева было направлено в основном на детализацию намеченных подходов и их практическое применение. За рамками этих исследований оказались вопросы математического описания структуры содержания образования. Это связано с тем, что первоочередной была задача теоретического обобщения обширного эмпирического материала, предлагаемого педагогической практикой. В этой ситуации поспешное обращение к математическим моделям могло сыграть отрицательную роль, навязывая представления о типах структур, развитые математикой в избытке, реальным структурам объектов, изучаемых педагогикой. Это хорошо понимал академик В. С. Леднев и поэтому вывел вопросы собственно математической характеристики структуры за рамки исследований. Но именно сформулированные им и его учениками эмпирические обобщения создали основу для следующего шага – изучения структуры содержания образования с позиций современной математики. Этот закономерный и необходимый шаг сделан в рамках предлагаемой вниманию читателей монографии. В ее основе лежит использование понятийного аппарата и моделей, развитых в двух разделах современных точных наук: фрактальной геометрии и синергетики. В частности, фрактальная геометрия позволяет провести новую интерпретацию эмпирических принципов, предложенных академиком В. С. Ледневым, – принципа двойного вхождения элементов в базисные компоненты содержания образования, формирующие сквозные линии, и принципа функциональной полноты базисных компонентов – и раскрыть связь между этими принципами. Плодотворность этой интерпретации позволяет снять ряд парадоксов теории содержания образования и получить результаты, имеющие прикладное значение. Применение синергетического подхода привело к возможности не только обсуждать сложившуюся структуру содержания образования, но и выйти на принципиально новую проблему описания эволюции этой структуры. Объединение данных подходов позволяет по-новому взглянуть на вопросы оптимизации эволюционирующей структуры содержания образования. Объективная значимость указанных моментов нашла отражение уже в самом названии монографии – «Эволюция структуры содержания образования». Полагаю ее публикацию своевременной и необходимой и с точки зрения развития теоретической педагогики, и в плане потребностей педагогической практики.

*Член-корреспондент РАО,  
доктор педагогических наук, профессор П. Ф. Кубрушко*

## **«Принцип симметрии» как новый элемент содержания образования**

Монография «Эволюция структуры содержания образования» позволяет с новых позиций взглянуть на проблему соотношения естественнонаучного, математического и гуманитарного образования. Такую возможность дает новый взгляд на понимание «принципа симметрии». Традиционно принципы симметрии рассматриваются как часть области точных наук (математики, где формируются представления о видах симметрии, и естественных наук, где активно используются развитые в математике представления). Но, согласно подходу авторов монографии (как это следует из текста, они развивают представление о принципе симметрии согласно трактовке В. И. Вернадского), понятие «симметрия» имеет не только дедуктивное, но и индуктивное содержание. Это позволяет рассматривать иерархию форм симметрии как систему упорядочения всего научного знания (включая гуманитарное), которую постепенно в ходе развития формирует общественное сознание. Исходя из этого возникает потребность рассматривать структуру содержания образования, вводя наряду со сквозными линиями общего и профессионального образования новый элемент содержания образования, соответствующий такому пониманию «принципа симметрии». С точки зрения представителя точных наук такая потребность становится особенно актуальной сейчас, поскольку за последние два десятилетия произошел определенный перекося системы образования в сторону гуманитарных наук. Поэтому исследование указанной проблематики, предпринятое М. Г. Гапонцевой, В. А. Федоровым, В. Л. Гапонцевым, является необходимым и своевременным.

*Заслуженный деятель науки РФ,  
доктор физико-математических наук, профессор П. С. Попель*

## **К вопросу о перспективах развития содержания образования**

В определенном смысле история развития науки и образования начиная с античности – это история поиска равновесия между двумя противоположными тенденциями. Одна из них – выстраивание общей целостной картины окружающего мира. Вторая – углубление специализации при широком наборе профессий, необходимых обществу в условиях растущего объема знаний. В последнее время вторая тенденция достигла существенных результатов в рамках реализации компетентного подхода. Этому содействовал ряд факторов, и в частности опора теоретической педагогики и педагогической практики на современные достижения психологии. В свете высказанной выше идеи о борьбе двух тенденций, опережая ход событий, следует ожидать возникновения определенного дисбаланса в пользу профессионального образования по отношению к общему. Для его своевременного смягчения желательно развить подход, нацеленный на совершенствование общего образования и установление более гармоничного соответствия общего и профессионального образования. Поэтому, на мой взгляд, публикация предлагаемой вниманию читателей монографии будет очень своевременной. Ее основной задачей как раз и является предложение по введению нового элемента структуры содержания образования и методов его формирования. В качестве такого элемента предлагается рассматривать «сквозную линию» содержания образования (которая уже стихийно формируется), опирающуюся на иерархию принципов симметрии. Авторы убедительно обосновывают точку зрения, согласно которой возникающая в ходе развития научного знания система принципов симметрии пронизывает и объединяет все области научного знания от математики и естественнонаучных дисциплин до психологии и дисциплин гуманитарного цикла. Поэтому она является естественной основой новой «сквозной линии» содержания образования, предназначенной для выстраивания должного баланса между двумя основными элементами структуры содержания образования: «сквозной линией» общего и «сквозной линией» профессионального образования.

*Заслуженный деятель науки РФ, член-корреспондент РАО,  
доктор психологических наук, профессор Э. Ф. Зеер*

## Введение

История развития человечества неразрывно связана с научно-техническим прогрессом, который выражается в постоянном росте объема научной информации. Перед человечеством всегда стояла задача передать накопленные знания следующему поколению в наиболее компактном и доступном виде. Время от времени сложившиеся системы научного знания и образования испытывали трудности, обусловленные «переполнением информацией». Точнее, нужно говорить о несоответствии возросшему объему знания прежних способов его переработки и передачи.

Каждый раз кризис, связанный с «переполнением информацией», завершался усложнением структуры науки. Появлялись элементы, специализирующиеся на функциях, возможность выполнения которых старыми способами была исчерпана (логический метод, разделение математики на отрасли и т. д.). Это усложнение структуры науки закономерно диктовало усложнение структуры содержания образования.

Подобного рода ситуация в системе естественнонаучного образования и образования в целом, по всем признакам, имеет место сейчас. Об этом свидетельствуют непрекращающиеся попытки реформирования системы образования у нас и за рубежом. Потребность в реформе является следствием роста объема научных знаний, что рано или поздно приводит к переполнению учебных планов. Обостряется проблема соотношения количества изучаемого материала и качества его усвоения. На это указывают многие педагоги; так, отмечают, что постоянно возрастающая по объему и усложняющаяся по содержанию научная информация приходит в противоречие с недостаточной глобальностью и мобильностью учебных планов, программ, учебников и учебно-методических пособий, что ведет к хронической перегрузке учащихся, падению интереса к учению, ухудшению их здоровья [46].

С целью разрешения возникающих проблем рассматриваются различные пути. Например, предлагается увеличить срок обучения в средней школе до 12 лет. Другой вариант решения проблемы связан с изменением направленности образования на личностно ориентированную [24; 26]. Анализируются и другие варианты решения проблемы. На наш взгляд, все предлагаемые подходы характеризуются опре-



деленной односторонностью. Так, увеличение срока обучения до 12 лет лишь отодвигает решение проблемы, поскольку рост объема изучаемого материала продолжается.

Общее направление реформ ориентирует нас на новые педагогические технологии. При этом не принимается во внимание, что педагогические технологии – это, прежде всего, инструмент реформирования содержания образования. Когда речь идет, например, о новой развивающей методике изложения материала на отдельном уроке, ускользает из внимания тот факт, что новизна состоит в определенной перегруппировке материала, или, по крайней мере, невозможна без такой перегруппировки. Это означает, что меняется структура некоторого элемента содержания образования. Поэтому любые усовершенствования педагогических технологий предполагают умение правильно описывать содержание образования.

Поскольку речь идет о действии постоянного фактора – экспоненциального роста объема научных знаний – резервы следует искать в совершенствовании структуры всех уровней содержания образования, так как механизмы восприятия и усвоения информации лимитированы физиологией и психологией человека. Исторический опыт определенно показывает, что решение проблем педагогической практики, связанных с ростом объема научного знания, всегда сопровождалось изменением структуры содержания образования. Вопросам содержания образования в целом посвящено большое число работ [6; 8; 21; 23; 29–31; 34; 36; 37; 42; 43; 54; 55; 57; 59; 60], но проблемы структуры содержания образования рассматривают лишь немногие исследователи [6; 31; 36; 54]. Тем более мало работ, связанных с обсуждением вопросов эволюции структуры содержания образования; к ним с полным основанием из упомянутых можно отнести только работы академика РАО В. С. Леднева и его ученика П. Ф. Кубрушко. Но эти работы касаются изменения структуры содержания образования в связи с достаточно частным вопросом введения в качестве нового элемента структуры курса «Кибернетика». Иначе говоря, общие тенденции эволюции структуры содержания образования и факторы, определяющие их, пока не привлекают внимание исследователей.

Для проведения анализа эволюции структуры содержания образования необходимо уметь правильно описывать эту структуру. Наиболее приемлемое описание структуры дает математика, в частности

такие ее разделы, как теория групп, дискретная математика и фрактальная геометрия. Но для их переноса на почву теоретической педагогики необходимо иметь представление о структуре реальных объектов педагогики и близких к ней областей: научного знания, личности и др. Такое представление дано В. С. Ледневым, который систематизировал и обобщил большой материал педагогической практики и выявил ряд эмпирических закономерностей. Сам В. С. Леднев вполне обоснованно видел своей первоочередной задачей именно тщательный анализ обширного эмпирического материала без привнесения априорных представлений из области математики и философии. Но теперь, когда эта задача им решена, можно двинуться дальше и поставить вопрос о том, какой тип структуры, изобретенный математиками, наиболее адекватно передает особенности содержания образования. Наиболее эффективным способом решения этой задачи нам представляется сопоставление языка описания структур, сложившегося в педагогической практике и теоретической педагогике (здесь мы ориентируемся, главным образом, на материалы В. С. Леднева [35; 36]), с языком описания структур, выработанным современной математикой. На этом этапе нельзя ожидать появления количественного описания реальных структур объектов педагогики. Поэтому для получения конкретных результатов оказалось необходимым обратиться к истории формирования структуры научного знания, которое, согласно деятельностно-личностному подходу В. С. Леднева, является детерминантой<sup>1</sup> содержания общего образования. И здесь стала очевидной центральная роль того, что В. И. Вернадский назвал «принцип симметрии». Построение характеристики содержания образования как фрактального объекта на основе «принципа симметрии» позволило обосновать необходимость появления нового элемента структуры содержания образования – системы локальных интегративных курсов с условным названием «Симметрия». Ее основной задачей является последовательное формирование целостной научной картины мира и коррекция на этой основе соотношения общего и специального образования, т. е. исправление деформации в сторону узкой специализации, связанной с бурным ростом объема и дифференциацией научного знания.

---

<sup>1</sup> Здесь и далее употребляется принятая В. С. Ледневым форма «детерминанта».

В первой главе проводится детальный анализ языка описания структуры содержания образования, сложившегося в педагогической практике и теории. Вторая глава посвящена описанию структуры объектов фрактальной геометрии и сопоставлению этого описания с характеристиками структуры, принятыми в педагогике. В третьей главе анализируется эволюция структуры научного знания – детерминанты содержания общего образования – с акцентом на роли форм симметрии. В заключении представлен синтез этих двух линий исследования, обосновывающий необходимость введения нового элемента содержания образования – системы локальных интегративных курсов. С появлением этого элемента структура содержания образования приобретает новое качество, обеспечивающее ей большую гибкость. Это качество выражается в уходе от экстремальных схем структуры, ориентированных либо на слитное, либо на раздельное изложение дисциплин. Оптимальным оказывается промежуточный вариант структуры, объединяющий достоинства двух экстремальных моделей и устраняющий недостатки, связанные с их однобокостью.

# 1. ХАРАКТЕР СТРУКТУРЫ ОБЪЕКТОВ ТЕОРИИ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

## 1.1. Постановка проблемы

Необходимым условием совершенствования системы образования является четкое представление о структуре содержания образования. Данный объект научно-педагогических исследований неоднократно подвергался анализу с различных позиций [6; 8; 21; 23; 29–31; 34; 36; 37; 42; 43; 54; 55; 57; 59; 60] и достаточно глубоко изучен. Но при этом, как нам представляется, один аспект не получил должного освещения. Речь идет о формально-математической характеристике структуры содержания образования. Недостаток внимания к указанному аспекту носит объективный характер, обусловленный следующими обстоятельствами.

В первую очередь, необходим предварительный анализ больших массивов эмпирического материала, касающегося собственно педагогических объектов. Эта проблема была разрешена в значительной степени благодаря усилиям академика РАО В. С. Леднева и его учеников [31; 33; 35; 36]. Основной задачей исследователей было выделение характерных особенностей структуры содержания образования и обобщение их в виде эмпирических закономерностей без обращения к математическим моделям. Последнее отчетливо сформулировано самим В. С. Ледневым: «Типов структур существует, как известно, много и классифицируются они по различным признакам, но это тема философско-математического исследования. В этом параграфе, преследуя лишь наши цели, рассмотрим структуры, выделяемые согласно двум критериям» [35, с. 77]. Кроме того, важным обстоятельством, затруднившим на первом этапе прямое использование математических моделей структуры для описания содержания образования, является тот факт, что подходящие математические модели (фрактальные объекты геометрии) появились сравнительно недавно и стали доступны исследователям-нематематикам в последние двадцать лет, т. е. уже после исследований структуры содержания образования В. С. Ледневым.

Для восполнения указанного пробела в изучении структуры содержания образования целесообразно обратиться именно к исследо-

ваниям академика Леднева, рассматривая их как концентрированное обобщение широчайшего эмпирического материала, не привлекающее никаких априорных представлений о математической характеристике структуры содержания образования. Эти аспекты отчетливо выражены в монографии «Содержание образования»: «В результате проведенного исследования, в сущности, не были выявлены компоненты, которых не было бы в практике общего образования и которые не исследовались бы ранее. Проведенное исследование в этой его части является лишь теоретическим осмыслением и обобщением опыта, накопленного практикой общего образования, осмыслением результатов предшествующих исследований» [35, с. 126]. Подчеркнем, что в приведенной цитате под теоретическим осмыслением подразумевается осмысление в плане педагогической теории, а не в плане математического описания или установления взаимосвязи между ними. Поэтому теоретическое осмысление в рамках собственно педагогической науки мы вправе рассматривать как эмпирический материал для теоретического исследования на следующем этапе – этапе формирования математической модели.

С этих позиций исследования В. С. Леднева и его учеников оптимально соответствуют нашим целям. Отметим предварительно одну существенную методологическую особенность настоящего этапа теоретического изучения содержания образования. Обобщение эмпирического материала, проведенное в рамках собственно педагогических исследований, осуществлялось с опорой на понятия, определенные недостаточно однозначно; часто они просто зафиксированы на ряде примеров. Такое теоретическое исследование носит исключительно качественный характер. Для характеристики одних и тех же объектов применяются различные термины и определения; так, некоторые структурные части личности, деятельности, научного знания и содержания образования обозначаются как *компоненты, стороны, разрезы, сечения, проекции* и т. п. Это свидетельствует об определенной незавершенности проведенного анализа, обусловленной сложностью и многофакторностью (многомерностью) анализируемых объектов и отсутствием устоявшихся стандартизованных понятий, используемых для их описания. В этих условиях неизбежны эвристический подход к систематизации описываемых явлений и их качественное описание; трудно выстраивать количественные оценки и, соответст-

венно, эффективно использовать такие формы представления материала, как таблицы, схемы и т. п. Их применение постоянно сопровождается оговорками об условности приводимых иллюстраций, поскольку они отражают попытки передать на «плоскости» свойства многомерных объектов.

На наш взгляд, основное затруднение связано отнюдь не с числом измерений или многофакторностью зависимости свойств объектов от характеризующих их параметров. Такого рода проблемы имеют апробированное решение, основанное на использовании понятий вектора и тензора для характеристики свойств многомерных объектов. Имеющиеся примеры применения таблиц и графических схем носят во многом формальный характер потому, что сущностные характеристики реальной структуры анализируемых объектов плохо согласуются с принятым языком описания. Этот язык опирается на привычные понятия, используемые в геометрии и топологии: «окрестность элемента множества», «непрерывность», «граница множества», «внутренняя часть множества» и т. п. В этом случае не возникает проблемы с выделением любой части рассматриваемого множества, а также с его графическим представлением. Но, как настойчиво подчеркивает сам В. С. Леднев, существенной стороной объектов его научно-педагогических исследований является наличие в них компонентов, элементы которых невозможно вычленишь в явной форме. Таким структурным элементам систем он присваивает специальное наименование «имплицитные компоненты». Значение слова «имплицитный» (*скрытый, неявный, подразумеваемый, присутствующий*) происходит от латинского слова *implicitus*, означающего «вплетать, впутывать». Следовательно, термин «имплицитный компонент» призван характеризовать свойства частей системы, которые как бы растворены в ней. Но наличие подобных частей противоречит использованию, например, таких удобных понятий, как «граница множества», «внутренняя часть множества». Это приводит к неизбежным оговоркам типа: «“Внутренние” и “внешние” – термины в общем-то условные, поскольку в ряде ситуаций определить, где внутреннее и где внешнее, бывает трудно» [35, с. 78].

Разрешение возникающего противоречия между реальными свойствами объектов педагогики и неточным языком их описания, связанным с привычными геометрическими образами, может дать

обращение к языку, опирающемуся на современные представления о структуре объектов, сформированные в математике.

Такие разделы математики, как алгебра и, особенно, топология оперируют качественными характеристиками объектов, которые являются точно определенными и в то же время во многих случаях наглядными. Поэтому закономерна попытка сопоставить качественные характеристики структуры объектов, зафиксированные в педагогических исследованиях, с качественными характеристиками структур, рассматриваемых топологией. При этом, несмотря на отсутствие количественных оценок, вполне однозначными могут быть выводы о соответствии того или иного типа математических структур объектам, изучаемым в педагогике.

Задачей предлагаемого исследования является установление соответствия между языком, используемым при описании объектов в рамках научно-педагогических исследований, и языком описания структур, сформированным в разделах современной математики, в частности в топологии и геометрии фракталов. При этом важно выделить общие систематически повторяющиеся качественные характеристики на фоне неопределенности и разброса применяемой терминологии. Таким образом, основными становятся проблема выделения минимального круга терминов, имеющих «топологический аспект», который позволяет решить задачу установления соответствия между объектами педагогики и математики, проблема уточнения их содержания и, в широком смысле, проблема сопоставления языка педагогики и математики, точнее, топологии. Поэтому в настоящем исследовании неизбежно широкое цитирование качественных описаний, характеризующих определенные аспекты структуры содержания образования, его компонентов, его детерминант и других связанных с ним объектов, по возможности сохраняющее оттенки смысла. Поскольку рассматриваемые качественные характеристики должны иметь общее описание, необходимо оправдать их применение на примерах, охватывающих максимально широкий круг объектов педагогических исследований, связанных с понятием «содержание образования». Это цитирование будет играть, кроме того, роль доказательной базы, подтверждающей адекватность предлагаемого языка математической модели содержания образования изучаемым объектам.

## 1.2. В. С. Леднев о двух типах структуры объектов педагогики

В монографии «Содержание образования» В. С. Леднева рассматриваются структуры, «выделяемые согласно двум критериям» [35, с. 78]. Один критерий сформулирован явно указанием на два экстремальных вида структур. Во-первых, это системы, состоящие из *автономных* структурных элементов, имеющих свою самостоятельную целостность, так что они могут быть перенесены в другие системы. Во-вторых, существуют *имплицитные структуры*, которые как бы видны наблюдателю системы, но от нее неотделимы. К автономным относится, например, часть системы общего образования, которой является учебный предмет, преподаваемый в старших классах школы и в техникуме с использованием одного и того же учебника. К имплицитным относится, например, развитие – компонент триединого процесса образования личности: обучения, воспитания и развития, который не выделен явно в организационной форме в отличие от обучения. Имплицитные компоненты структуры характеризуются как своего рода «структурные проекции системы, или ее разрезы. <...> они объективно отражают систему под каким-то углом зрения, но в то же время они – абстракции» [35, с. 78]. Согласно мнению В. С. Леднева, все остальные структуры, выделяемые по признаку автономности элементов системы, лежат между этими двумя экстремальными типами структур. Здесь просматривается мысль о существовании ряда структур, выделенных по одному признаку и расположенных между двумя экстремальными, т. е. следует полагать, что имплицитная структура, хотя и является крайним членом этого ряда, все же состоит из частей, как и остальные его члены. Подразумевается также, что отдельные части имплицитной структуры невозможно выделить, не изменяя их качественных свойств, но при этом они сохраняют некоторые свои индивидуальные характеристики, позволяющие их идентифицировать.

Второй критерий выделения структурных элементов не имеет явной формулировки. Он обозначен названием характерных особенностей структуры и проиллюстрирован на ряде примеров. Поэтому проведем прямое цитирование соответствующего текста: «Другой подход к выделению структур... связан с выделением двух взаимосвя-



занных структур одной и той же системы. Это внутренние и внешние структуры. При этом внутренние структуры выступают базисными по отношению к внешним, хотя еще не совсем ясно, всегда ли это так» [35, с. 78]. В качестве примера рассматривается структура урока. Его внешняя структура состоит из отдельных отчетливо выделенных последовательных компонентов: «...орг-момент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия... Но в структуре урока существует и еще один “пласт”, или подструктура, элементы которой... образуют свою особую целостность и в значительной степени скрыты от наблюдателя. Это постоянный контроль за деятельностью учащихся, мотивация их деятельности и др.». Эта последняя подструктура в отличие от первой, элементы которой явно выделены, называется внутренней. Утверждается, что «совокупности внутренних и внешних компонентов системы могут рассматриваться как подструктуры одной и той же системы. Подобного рода структуры также специфичны для педагогических систем» [35, с. 79].

Прежде всего, обратим внимание на то, что в рассмотренном примере (и всех других, здесь не упомянутых) признак компонентов системы, образующих ее внутреннюю структуру, совпадает с признаком имплицитных компонентов. Действительно, об элементах внутренней структуры сказано: «...подструктура, элементы которой... в значительной степени скрыты от наблюдателя». В то же время при описании элементов внешней структуры подчеркивается: «...рассматриваются последовательные компоненты урока, хорошо известные каждому преподавателю: орг-момент...» [35, с. 79]. То есть элементы внешней структуры могут быть выделены, иначе говоря, они относительно автономны; в противном случае не имеет смысла говорить о том, что они четко выделены, а элементы внутренней структуры имеют малую степень автономности, «растворены» в системе, «вплетены» в нее, т. е. имплицитны по исходному значению этого термина.

Тогда возникает вопрос: отличаются ли два обсуждаемых способа введения структуры? Или, возможно, более правильным будет вопрос: существенно ли это различие, если оно есть, с точки зрения тех теоретических обобщений, которые позволили В. С. Ледневу эффективно упорядочить большой эмпирический материал педагогиче-

ской практики? К этим обобщениям, служащим важными инструментами теории содержания образования, относятся, в первую очередь, два принципа: 1) принцип двойного вхождения базисных компонентов в систему и 2) принцип функциональной полноты образования и функциональной полноты компонентов его содержания. Если в ходе анализа этих принципов всякий раз можно заменить без ущерба для смысла термины «*автономный компонент*» (или, согласно употреблению, принятому В. С. Ледневым, равнозначные ему «*явно выраженный*» и «*апикальный*»<sup>1</sup>) и «*имплицитный компонент*» (в качестве равнозначных терминов употребляются: «компонент, не выделяемый явно», «компонент усматриваемый в некотором сечении, разрезе, проекции», «абстрактное качество системы, проявляющееся при взгляде на нее под некоторым углом») на термины «*компонент (элемент) внешней структуры*» и «*компонент (элемент) внутренней структуры*» соответственно, то придется признать, что с точки зрения основных принципов теории содержания образования понятие «автономный компонент» эквивалентно понятию «компонент внешней структуры», а понятие «имплицитный компонент» равносильно понятию «компонент внутренней структуры».

---

<sup>1</sup> Термин «апикальный», по-видимому, является авторским термином академика В. С. Леднева, работавшего в Московской государственной агрономической академии (МГАУ). Значение слова «апикальный» – верхушечный, расположенный на макушке, обращенный кверху (в ботанике – верхушечный побег). Оно кажется не самым удачным как характеристика четко выделенного (автономного) компонента системы, поскольку верхний побег не может существовать без ствола и корневой системы, т. е. не автономен (хотя он может быть привит к другому растению, т. е. существовать автономно от «родителя»). Возможно, именно здесь присутствуют тонкие различия между понятиями «*автономный компонент*» и «*компонент внешней структуры*», а следовательно, и между двумя обсуждаемыми способами введения структуры. Тем не менее в анализе содержания образования в одинаковых по смыслу высказываниях одинаково часто используются все три понятия: «апикальный», «автономный» и «внешний». Забегая вперед, укажем, что углубленный анализ, опирающийся на понятие мультифрактала, позволяет отождествить понятие автономности с представлением об областях сгущения элементов, несущих определенное качество. Выражаясь образно, это качество «вырастает» из частей системы, которые содержат его в рассеянном виде. Эти области можно рассматривать как вершинные части, «точки» роста в отношении данного качества. Поэтому, на наш взгляд, введение термина «апикальный» академиком В. С. Ледневым можно рассматривать как пример глубокой интуиции, основанной на эвристическом подходе.

Прежде чем приступить к анализу применения упомянутых терминов при интерпретации принципов двойного вхождения базисных компонентов и функциональной полноты, необходимо предварительно уточнить содержание понятия «структура».

### **1.3. Представление о структуре на уровне обыденного и научного сознания**

Понятие «структура» имеет целый спектр значений. Принято различать по содержанию следующие понятия: «структура (строение)», «структура (филос.)», «структура (мат.)». Согласно словарям синонимами этого понятия являются: *устройство, строение, состав, строй, склад, конструкция, система, форма, модель, организация*, что адекватно передает содержание этого понятия на уровне обыденного сознания [1; 22; 44; 45; 62]. Уточнением этого уровня содержания понятия «структура» является следующая дефиниция: структура (строение) (от лат. *structura* – строение, расположение, порядок) есть внутреннее устройство чего-либо. Внутреннее устройство связано с категориями целого, его частей, их связей, соподчиненности и взаимодействий.

Наиболее общее значение термина «структура» определяет философия. Современная философия связывает понятие «структура» с понятием системы, характеризующим все множество проявлений некоторого сложного объекта (его элементы, строение, связи, функции и т. д.). Структура выражает лишь то, что остается устойчивым, относительно неизменным при различных преобразованиях системы, т. е. это совокупность устойчивых связей объекта, обеспечивающих его целостность и тождественность самому себе и сохранение основных свойств при различных внешних и внутренних изменениях. В нестрогом смысле понятие «структура» употреблялось достаточно давно (по крайней мере, со Средних веков) и выступало в качестве одного из способов определения понятия формы. В строгом смысле понятие структуры впервые складывается в химии в связи с возникновением в XIX в. теории химического строения вещества. В конце XIX в. – начале XX в. были открыты перцептивные структуры в психологии, которые относятся к воспринимаемому объекту в целом и не могут быть объяснены исходя исключительно из свойств его элементов (на-

пример, свойства мелодии, сохраняемые при транспозиции, т. е. при изменении тональности).

Современной науке известны и другие примеры структур, свойства которых не сводятся к свойствам частей системы. Это, например, металлические системы. Некоторые их свойства, такие как электропроводность, теплопроводность, упругость, не могут быть объяснены без учета коллективного взаимодействия. Это взаимодействие осуществляют коллективизированные электроны, расположенные на внешних орбиталях исходных атомов. В рамках метода гибридизации орбиталей показано, что размер элементарного кластера, имеющего все свойства массивного образца, составляет приблизительно 10 нм [15; 65; 72; 73; 74]. Он состоит приблизительно из 3000 атомов, каждый из которых вносит одинаковый вклад в свойства металлического кластера. Физической причиной этого является нелокальность волновой функции электронов. Другой пример дают нейронные сети. В отличие от трехмерных кристаллов, число контактов нейрона не ограничено двенадцатью ближайшими соседями (число атомов первой координационной сферы в ГЦК-решетке), оно задано числом аксонов, позволяющих осуществлять взаимодействие с пространственно удаленными нейронами. Это предопределяет многообразие состояний и свойств нейронной сети по сравнению с относительно простым набором состояний и свойств кристалла. Заметим, что в обоих примерах определяющую роль играет нелокальный характер взаимодействия, приводящий к необходимости коллективного описания состояния элементов системы. Именно этим порождаются интегральные свойства системы, не сводящиеся к простой сумме свойств ее частей. Подобные структуры мы можем определить как имплицитные структуры *первого типа*, подчеркивая их особенность, связанную с невозможностью выделить из системы элементы, играющие роль индивидуальных носителей данного свойства.

Имплицитные структуры *второго типа* возникают в рамках математики, где понятие структуры применяется к множествам, природа которых не определена. Ее описывают через отношения, в которых находятся элементы множеств. Эти отношения могут быть весьма разнообразными.

Важнейшим классом структур являются алгебраические структуры, например, отношение, называемое *законом композиции*, т. е.

отношение между тремя элементами, которое определяет однозначно третий элемент как функцию двух первых. Так, сложение и умножение на множестве действительных чисел определяют группу на множестве этих чисел.

Второй важный класс представляют собой структуры порядка, определенные отношением порядка, которое чаще всего мы выражаем словами « $x$  меньше или равно  $y$ ». Здесь не предполагается, что это отношение однозначно определяет один из элементов как функцию другого.

Третьим классом структур в математике являются топологические структуры (или топологии). В них находят точную формулировку интуитивные понятия *окрестности*, *предела* и *непрерывности*.

Именно топологические структуры дают пример имплицитных структур второго типа. Это геометрические объекты, которые стали изучаться сравнительно недавно в рамках прикладной топологии. Представление об их устройстве может дать мозаичное панно, составленное из элементов нескольких цветов. При этом сами элементы панно также являются мозаиками, состоящими из более мелких элементов тех же основных цветов. Крупномасштабные элементы содержат, таким образом, элементы остальных цветов, но с преимущественным содержанием элементов определенного цвета. Мелкомасштабные элементы, в свою очередь, составлены как мозаики из еще более мелких элементов с преобладанием того же основного цвета. Этот процесс дробления, сопровождающийся уменьшением характерного масштаба (размера) элементов, продолжается до бесконечности. В пределе возникает объект, называемый фракталом. Его свойством является то, что любая окрестность любого элемента фрактального множества, построенная на его геометрическом носителе, содержит элементы всех типов (цветов). То есть выделить в чистом виде элементы – носители данного качества (цвета) невозможно, так как они вплетены в матрицу элементов всех остальных цветов. Таким образом, эти структуры также можно называть имплицитными, поскольку их элементы невозможно вычленишь в чистом виде без примеси элементов, несущих другие свойства. Но тем не менее в силу построения каждый элемент фрактала наделен своим определенным качеством (индивидуальностью), которое связано именно с отдельными элементами, а не

с их коллективным взаимодействием. Поэтому эти структуры можно называть имплицитными структурами второго типа<sup>1</sup>.

Таким образом, теперь мы на материале описания работы принципов двойного вхождения базисных компонентов и функциональной полноты можем не только проанализировать проблему соотношения понятий «автономный компонент» и «имплицитный компонент» с понятиями «компонент внешней структуры» и «компонент внутренней структуры» соответственно, но и уточнить, употребляется ли понятие «имплицитный» в смысле соответствия имплицитным структурам первого либо второго типа или, что тоже возможно, объединяет их значения.

#### **1.4. Принципы двойного вхождения и функциональной полноты**

Ввиду важного значения рассматриваемых принципов приведем их в авторской формулировке.

Согласно принципу двойного вхождения «каждый из базисных компонентов любой подсистемы содержания образования входит в его общую структуру двояко: во-первых, в качестве “сквозной” линии по отношению к апикальным структурным компонентам, во-вторых ... в качестве одного из апикальных, явно выраженных компонентов» [35, с. 80]. Этот принцип впервые был сформулирован и использован В. С. Ледневым для анализа структуры научного знания [33].

Принцип функциональной полноты гласит: «...всякая система, в том числе и педагогическая, не может эффективно функционировать или функционировать вообще, если набор ее существенно значимых подсистем (элементов системы) не является функционально полным» [35, с. 78].

Первое, что необходимо отметить: при формулировке этих принципов не определены предварительно понятия «базисный ком-

---

<sup>1</sup> Предваряя последующий анализ, отметим: возможно, имплицитные структуры первого типа сводятся к имплицитным структурам второго типа. Основание для этого дает тот факт, что понятие «взаимодействие» иерархически подчинено понятию «деятельность». Но, как будет показано впоследствии, последовательная интерпретация понятия «деятельность» приводит к необходимости использования языка фракталов, поскольку требует введения представления о существовании системы пространственно-временных масштабов и о самоподобной структуре деятельности в этой системе масштабов.

понент» и «существенно значимая подсистема». Анализ практики использования данных понятий показывает, что их содержание, как правило, совпадает, поэтому в дальнейшем будем использовать одно из них – понятие «базисный компонент». При этом сами принципы будем рассматривать как неявное определение этого понятия, что соответствует практике их применения. Она сводится к использованию этих принципов для построения системы базисных компонентов содержания образования и наряду с детерминантами содержания образования позволяет обосновать и уточнить традиционную структуру содержания образования [31; 35; 36].

Второе замечание: вводится понятие «сквозной линии», которую формируют апикальные, явно выраженные компоненты содержания образования вместе с теми его компонентами, которые противопоставляются им, т. е., по всей видимости, не являются явно выраженными. Формулировка принципа двойного вхождения не содержит однозначной характеристики компонентов содержания образования, противопоставленных апикальным компонентам. В связи с этим необходимо обратиться за уточнением к авторским примерам, иллюстрирующим указанный принцип. «Первый пример возьмем специально из смежной сферы – из теории структуры урока. Общеизвестно, что в течение всего урока преподаватель, осуществляя управление, систематически контролирует деятельность учащихся. Иначе говоря, даже не занимаясь структурой урока в целом, мы можем с уверенностью отметить, что контроль деятельности учащихся – “сквозной” компонент структуры урока, т. е. он присутствует в том или ином виде на любом этапе урока, с его начала и до конца. Это и есть одна из линий вхождения рассматриваемого компонента обучения в общую систему деятельности на занятии. Но обратим внимание и на другое: контроль деятельности учащихся – проверка домашнего задания – один из автономных последовательных элементов занятия. Это уже второй тип проявления одного и того же элемента – контроля деятельности учащихся – в общей системе деятельности на уроке» [35, с. 80]. Таким образом, при характеристике второго способа вхождения того же элемента в структуру системы он оценивается с точки зрения степени автономности. Между тем термин «апикальный» был введен В. С. Ледневым и систематически использован им для характеристики внешней структуры системы. По-видимому, это означает, что с точки

зрения принципа двойного вхождения и согласно практике применения понятия «апикальный компонент», «автономный компонент», а также «явно выделенный компонент» и «компонент внешней структуры» тождественны. С учетом установленного тождества мы и будем в дальнейшем рассматривать эти понятия. С другой стороны, им противостоит в рамках формулировки принципа двойного вхождения и его иллюстрации в последующем примере понятие «компонент, формирующий сквозную линию». Уточняя содержание этого понятия, повторно процитируем характеристику понятий *внешней и внутренней структуры системы*, сознательно выбирая в качестве примера системы тот же объект – урок: «В качестве примера рассмотрим структуру урока. На “поверхности” просматриваются последовательные компоненты урока, хорошо известные каждому преподавателю: орг-момент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия. Это, так сказать, внешняя структура. Но в структуре урока существует и еще один “пласт”, или подструктура, элементы которой, будучи базисными по отношению к внешней структуре, образуют свою особую целостность и в значительной степени скрыты от наблюдателя. Это постоянный контроль за деятельностью учащихся, мотивация их деятельности и др.» [35, с. 79]. Здесь в качестве признака принадлежности к внутренней подструктуре указано: «элементы которой... в значительной степени скрыты от наблюдателя». Но именно такая характеристика была принята при введении понятия *имплицитной структуры*, правда, при этом дополнением ее характеристики служило то, что элементы этой структуры не являются автономными, точнее, противостоят автономным. Это последнее уточнение является примером отрицательного определения и с логической точки зрения может быть отброшено.

В итоге проведенного анализа можно принять, что принципу двойного вхождения одинаково удовлетворяют понятие «*автономный компонент*» и эквивалентное ему «*компонент внешней структуры*», а также понятие «*имплицитный компонент*» и равносильное ему «*компонент внутренней структуры*». По-видимому, различие между этими двумя системами понятий и между двумя способами характеристики структуры объектов педагогических исследований В. С. Леднева (по степени автономности элементов и, с другой позиции, в тер-



минах «внешняя структура» и «внутренняя структура») связано не с содержанием этих понятий, а с областью их применения, т. е. с объемом этих понятий<sup>1</sup>. При введении понятий «компонент внешней структуры» и «компонент внутренней структуры» настойчиво подчеркивается, что речь идет о двух способах вхождения одного и того же компонента (элемента), т. е. элемента, имеющего одну природу независимо от способа вхождения в систему. Например, контрольную функцию могут выполнять проверка домашнего задания и рассредоточенный контроль ситуации на всех этапах занятия, т. е. непрерывная фиксация в сознании учителя текущей ситуации и вызванные ей почти произвольные управляющие реакции, не нарушающие логики данного этапа урока (погрозил пальцем, покачал головой, сказал: «Тише» – и т. п.). То есть когда термины «автономные элементы» и «имплицитные элементы» применяются к компонентам системы, имеющим одинаковую природу, они становятся как индуктивные логические понятия полностью тождественны (эквивалентны и по содержанию, и по объему) терминам «элемент внешней структуры» и «элемент внутренней структуры» соответственно.

Формулировка принципа функциональной полноты, процитированная выше, не содержит прямого указания на характеристики структуры системы (внешняя – внутренняя структура, автономный – имплицитный элемент). В ней говорится о существенных подсистемах (компонентах; заметим, что это слово используется при характеристике тех же самых ситуаций, что и слово «элемент») системы. Под *существенными элементами* понимаются те, без которых система не может существовать или эффективно функционировать. В качестве простейших примеров приводятся системы, содержащие автономные (в принятой терминологии) компоненты, удаление которых приводит к полной невозможности дальнейшего функционирования системы: «Говоря проще, автомобиль без двигателя – не автомобиль, птица без крыльев не летает, а помещение без дверей не может служить квартирой. Точно так же система образования не будет эффективной, если в ней отсутствует, например, математическое или эстетическое образование» [35, с. 80]. Но затем рассматриваются более сложные случаи, когда удаление автономного элемента системы не

---

<sup>1</sup> В формальной логике содержание понятия – это перечень его существенных признаков, а объем понятия – это перечень объектов, к которым оно применяется.

приводит к полному прекращению ее функционирования. Затруднение связано с тем, «что чем сложнее система, тем труднее определить понятие ее нормального функционирования...для целесообразно действующих систем – а они всегда сложны – критерий эффективности многомерен и далеко не всегда очевиден. ...когда приходится формулировать цели некоторой сложной системы, даже квалифицированные специалисты в соответствующей области нередко затрудняются это сделать. <...> понятие эффективности действия сложной системы всегда полифункционально, поскольку система огромным числом линий связана с окружением» [35, с. 80]. Для характеристики роли автономных элементов системы с точки зрения удовлетворительности ее функционирования предложено вводить *коэффициент функциональной значимости*, лежащий в пределах от единицы (двигатель автомобиля) до нуля (эмблема на капоте автомобиля).

Связь принципа функциональной полноты с характером структуры системы и принципом двойного вхождения компонентов намечается при рассмотрении свойства *компенсации*, специфического для сложных систем. Это свойство проявляется «при утрате компонента системы, коэффициент функциональной значимости которого меньше единицы и значение которого не достигает некоторой критической величины» [35, с. 82]. По логике В. С. Леднева, компенсация в сложных системах при изъятии некоторого автономного компонента возникает как результат частичного переноса его функций на другие автономные элементы системы. Поскольку определенные функции можно ассоциировать с некоторым качеством (свойством, аспектом поведения и т. п.), присущим природе данного элемента системы, то напрашивается вывод о том, что этот элемент, будучи удален как автономный, сохраняется (и усиливается) как имплицитная составляющая структуры других автономных элементов (элементов другой природы, несущих другие качества). Из приведенного описания следует, что свойство компенсации возникает при наличии «сквозной линии», связанной с данным элементом (компонентом), т. е. тогда, когда он входит и во внешнюю, и во внутреннюю структуры системы. Этот вывод не содержится в прямом и локализованном изложении в монографии В. С. Леднева, но он может быть извлечен при ее внимательном анализе. Действительно, в качестве примера действия механизма компенсации приводится ситуация, сложившаяся в СССР с политех-

ническим образованием в первой половине прошлого века: «Так, даже исключение из учебного плана общеобразовательной школы в 30-е годы такого ее важнейшего компонента, как политехническое образование, не привело, как известно, к разрушению общеобразовательной школы в целом, хотя и нанесло делу народного образования огромный урон. Компенсирующая функция проявлялась в данном случае следующим образом. Во-первых, воспитание общетрудовых качеств, где главенствующую роль играет политехническое образование, перекладывалось на сохранившиеся элементы образования, во-вторых, общетехническими и общетехнологическими (политехническими) знаниями насыщались смежные предметы (физика, химия, биология, география, математика и др.)» [35, с. 81]. В приведенном тексте не описан способ вхождения политехнического образования в другие элементы образования, он раскрывается в разделе той же монографии, посвященном путям реализации политехнического образования: «Политехническое образование относится к числу базисных компонентов становления личности. В связи с этим на него “распространяется” действие принципа двойного вхождения базисных компонентов в общую систему образования. Иначе говоря, политехническое образование, подчиняясь этой закономерности, осуществляется двояко: во-первых, имплицитно, т. е. во всех учебных предметах; во-вторых, в виде особой отрасли образования, начинающейся комплексным курсом трудового обучения (в общей школе), развертывающимся затем в систему политехнических предметов и практик» [35, с. 277]. То есть политехническое образование входит в содержание образования имплицитно и в качестве автономных элементов и поэтому образует «сквозную отрасль» содержания образования.

Подчеркнем предварительно еще одну особенность приведенного описания (ее значение станет понятно в дальнейшем). Когда речь идет об автономных элементах политехнического образования, то их вхождение в систему описывается двояко: отмечен комплексный курс трудового обучения (по смыслу это совпадает с понятием «интегративный пропедевтический курс») и выделена как особый элемент система политехнических предметов и практик. Таким образом, можно зафиксировать, что данный компонент – политехническое образование – входит в структуру содержания образования по крайней мере на трех уровнях: как *имплицитный элемент* всех остальных структур-

ных составляющих системы, как *апикальный элемент* в форме автономного курса и как *система апикальных элементов*, составляющих комплекс курсов.

Предварительный итог анализа представлений о структуре, сформированных в связи с принципами двойного вхождения и функциональной полноты в теории содержания образования, сформулируем в виде гипотезы: базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух уровнях – как имплицитные и как апикальные (автономные). Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными апикальными элементами, включающими его в имплицитном виде.

Высказанная гипотеза подводит к необходимости пояснить, в каком смысле целесообразно употреблять термин «имплицитная структура» в рамках научно-педагогических исследований, связывать ли его с коллективными свойствами элементов системы, т. е. имплицитной структуры первого типа, или со структурами типа «мозаика в мозаике», которые были описаны выше (разд. 1.3) и названы нами имплицитными структурами второго типа. Напомним, что последовательное повторение процедуры формирования «мозаики в мозаике» с бесконечным уменьшением на каждом шаге размера элементов «мозаики» приводит к самоподобным структурам, которые называются фрактальными. Их основное свойство – повторение вида структуры при уменьшении размера области, кратном отношению характерных масштабов фрактала (подробнее см. в гл. 2). Мы полагаем, что более эффективно опираться на представление об имплицитных структурах второго типа. Вот основания для этого:

1. При описании структуры политехнического образования уже наметилось выделение трех характерных масштабов; это *имплицитные элементы* (ассоциируются с элементами малого масштаба, плохо различаемыми в обычных условиях), *апикальные элементы* и *система апикальных элементов* (наибольший масштаб системы содержания образования).

2. В многократно рассмотренном примере урока имплицитное вхождение элементов контроля является определенным преувеличением, поскольку на оценку данного «микроэлемента» ситуации и осознанную реакцию на него требуется некоторое время. Возможно, подсознательные процессы происходят существенно быстрее, но если исключить их из рассмотрения (анализ в первом огрубленном приближении является конструктивным приемом исследования), то понятие «имплицитная структура» можно огрубленно трактовать как *структуру, состоящую из элементов, не разделяемых на принятом масштабе рассмотрения.*

3. Выше, в разд. 1.3, высказывалось предположение, что имплицитные структуры первого типа могут быть сведены к имплицитным структурам второго типа.

4. Имплицитные структуры второго типа («мозаика в мозаике») близки, как это представляется на данном этапе анализа, к фрактальным структурам современной геометрии, которые уже достаточно хорошо изучены. Это может обеспечить базу для эффективного сопоставления языка описания педагогической теории содержания образования и языка топологии – раздела современной математики.

Теперь можно уточнить формулировку предварительной гипотезы: *базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях – как имплицитные и как апикальные. Общая картина структуры имеет характер «мозаики в мозаике» на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации принципа функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.*

Признак того, что данный компонент является базисным, можно сформулировать так: компонент базисный, если его исключение на двух соседних уровнях масштаба приводит к невозможности функционирования системы. Одновременно перестает действовать принцип двойного вхождения данного компонента, поскольку целиком исключается вся его «сквозная линия». Эту же мысль можно выразить по-другому: ба-

зисный компонент системы, взятый в целом (на всех уровнях), имеет коэффициент функциональной значимости, близкий к единице. Действительно, невозможно представить себе занятие, лишенное всех форм контроля, проверки домашнего задания и постоянного отслеживания поведения, так же как невозможен автомобиль без двигателя и как невозможно образование без развития или воспитания, наконец, как невозможна личность без темперамента или памяти. Именно поэтому контроль, развитие и воспитание, темперамент и память отнесены В. С. Ледневым к базисным компонентам структуры систем, в которые они входят: *урок, образование, личность* соответственно. Здесь перечислены объекты связанные, но имеющие различную природу. Сформулированные на новом языке принципы двойного вхождения и функциональной полноты эффективно работают в широкой области. Это подтверждает возможность применения данного языка, что и является нашей рабочей гипотезой. В следующем разделе мы проведем систематический анализ правомочности этого вывода на основе обширного материала, содержащегося в монографиях В. С. Леднева [35; 36]. Дополнительной задачей раздела будет выделение новых общих особенностей описания структуры рассматриваемых объектов.

## **1.5. Особенности описания структуры объектов исследования у В. С. Леднева**

### **Особенности характеристики структуры личности**

Исключая динамический аспект (деятельность и развитие личности), можно говорить о статическом «разрезе» личности. Он состоит из трех основных сторон: 1) функциональные механизмы психики, 2) опыт личности и 3) обобщенные типологические свойства личности [35; 36]. Каждая из этих сторон сама имеет сложный состав. *Функциональные механизмы психики* – это механизмы восприятия информации, мышления, памяти, психомоторики, высшего уровня саморегуляции (эмоции, внимание, воля и др.). *Опыт личности* состоит из двух групп компонентов, к первой отнесены знания, умения, навыки и привычки (приобретенные психические образования), а ко второй – познавательные, преобразовательные, эстетические, коммуникативные и физические качества (характеризуют направленность личности). *Обобщенные типологические свойства личности* – это ха-

ракти, темперамент, способности. Леднев подчеркивает принципиальное свойство этой сложной структуры: «Рассмотренные планы структуры личности не являются независимыми. Они пересекаются. По этой причине при взгляде на личность под одним из отмеченных углов зрения всегда просматриваются не только “собственные” компоненты, но и компоненты двух других планов» [36, с. 12]. В приведенной характеристике содержится внутреннее противоречие. Оно проявляется в неопределенности терминологии: перечисленные части статического разреза личности называются *сторонами, планами, компонентами, плоскостями и проекциями*. Два последних термина для обозначения тех же трех сторон личности содержатся в аналогичной по содержанию цитате из монографии: «...каждая из этих плоскостей не является независимой. Они лишь относительно обособлены. Это лишь особые проекции личности как целого, когда два других плана не исчезают, не отбрасываются, наоборот, они всегда как бы просматриваются под особым углом зрения» [35, с. 30]. Противоречие явно проступает в утверждении, что указанные стороны (компоненты, планы и т. п.) *всегда присутствуют совместно*. В действительности же различные проекции одного геометрического объекта всегда присутствуют в различных плоскостях, т. е. они всегда присутствуют совместно. На первый взгляд эти терминологические проблемы представляются схоластическими и надуманными, но за ними стоит вопрос о топологической природе рассматриваемого объекта и возможностях того или иного графического представления этого объекта.

Поясним сделанное заключение иллюстрацией, опирающейся на принятые в традиционной начертательной геометрии термины: «сечение», «проекция», «разрез» и т. п. Они обобщаются для многомерного пространства, что делает бесперспективными попытки связать затруднения с большим количеством измерений. Действительно, если всерьез принять в качестве характеристики указанных сторон личности термин «проекция», то, учитывая, что разные проекции всегда лежат в различных плоскостях, на которые производится проектирование исходного объекта, следует исключить возможность пересечения между собой множеств, которыми являются проекции. Для определенности здесь принято естественное упрощающее допущение, что проектирование производится на бесконечно удаленные плоскости. При отказе от этого допущения возможно пересечение проекций вдоль

линии пересечения содержащих их плоскостей. Но поскольку выбор положения плоскостей произволен, то и пересечение различных проекций является произвольным и не несет содержательной информации. Можно уточнить: ее носителем является множество всех возможных пересечений выбранных проекций. Но в последнем случае графическое изображение пересечения некоторых множеств не пригоден для изображения пересечения проекций. Тем не менее попытка интерпретировать феномен личности именно в таких терминах имеет место: «Полученная система сторон и входящих в их состав компонентов структуры личности приведена в табл. 1.7.1, в которой, однако, не отражены взаимосвязи и *пересечения* компонентов, поскольку в линейной развертке отразить *пересечения*, тем более пересечения 22-мерной системы, невозможно. В этой связи указанную таблицу ни в коей мере не следует рассматривать в качестве модели структуры личности (выделено нами. – *Авт.*)» [35, с. 45–46]. То, что затруднение существует, видно уже из сделанной в конце цитаты оговорки. То, что оно не связано с размерностью объекта, следует из инвариантности свойств операции проектирования относительно размерности пространства. В последнем легко убедиться, сопоставляя двух- и трехмерные случаи.

Проблема иллюстрации в форме графических изображений или таблиц не является в данном случае технической. Она имеет принципиальный характер, что обусловлено природой исследуемых объектов. Ниже будет показано, что неверное решение, связанное с принятием традиционных способов иллюстрации, приводит к существенному искажению логических построений.

### **Особенности характеристики структуры деятельности**

В теории содержания образования структуру деятельности строят на основе структуры субъекта деятельности и ее объекта. Субъектом деятельности является личность, и ее стороны формируют основные виды деятельности, инвариантные ее предметной стороне: познавательную, ценностно-ориентационную, преобразовательную, коммуникативную (общение), эстетическую и физическую. Приведем характеристику структуры деятельности, опирающуюся на свойства субъекта: «Каждая из выделенных базисных инвариантных *сторон* деятельности *не существует вне других*. Иначе говоря, каждая из этих



*сторон* деятельности – лишь *проекция* целого – человеческой деятельности, ее особый *аспект*. Именно поэтому всякая конкретная реальная деятельность одновременно является и преобразовательной, и познавательной, и ценностно-ориентационной, и общением, и эстетической, и физической.

Таким образом, все шесть инвариантных базисных сторон деятельности являются *взаимопересекающимися* и при этом *входят в любую...вид деятельности...* (выделено нами. – *Авт.*)» [36, с. 80].

Выделенные нами фрагменты текста указывают на присутствие при анализе деятельности того же противоречия между принятым языком описания объекта и его природой, что и в случае, когда объектом исследования была личность.

Представление о возможной природе структуры деятельности позволяет получить следующее утверждение: «Инвариантные компоненты деятельности и соответствующие стороны опыта личности, культуры человека являются не только *взаимопересекающимися*, но и *взаимовключенными* (выделено нами. – *Авт.*). Учитывая это, можно априорно предположить, что и соответствующие им компоненты содержания общего образования должны включаться в его систему двояко. Во-первых, каждый из них должен быть представлен самостоятельным учебным предметом, поскольку имеет особое содержание, в своей целостности “нерастворимое” в других предметах. Во-вторых, каждый из них включается в качестве составного элемента в содержание всех учебных предметов, поскольку инвариантные виды деятельности характеризуются *взаимовключенностью*» [36, с. 81]. Отметим, что если во всех характеристиках объектов и соотношений их структурных компонентов заменить термин «взаимопересечение» (и эквивалентные ему «сечение», «разрез», «проекция» и т. д.) на термин «взаимовключение» (и эквивалентные ему «растворение», «слияние» и т. п.), то смысл характеристик не изменится. Правда, термин «взаимопересечение» допускает возможность графической иллюстрации, а термин «взаимовключение», усиленный тем, что взаимовключение «компонентов» рассматривается как повсеместное (т. е. не только в выделенной области, а в принципе нелокализованное), не допускает простых графических изображений. Как, спрашивается, можно графически изобразить раствор чернил в воде, изображая его компоненты?

Данная цитата приведена полностью, поскольку ее вторая часть позволяет оценить значение рассматриваемой проблемы и указать, что оно не сводится к технике построения иллюстраций. Кроме того, теперь естественно обратиться к характеристике структуры образования.

### **Особенности характеристики структуры образования и его содержания**

Начнем с цитирования текста, являющегося базой нашего исследования: «Образование... имеет сложную иерархическую структуру, характеризующуюся *взаимопересекающимися* компонентами, в частности: усвоением опыта (в форме знаний и умений), воспитанием качеств поведения, физическим и умственным развитием... представляет собой триединный процесс... И триединство это особое: процесс обучения непосредственно направлен на усвоение учащимися опыта. Воспитание же и развитие осуществляются *опосредованно* (выделено нами. – Авт.)» [36, с. 24–25]. Отметим, что употребление термина «опосредованно» в последнем предложении не может иметь другого смысла, кроме следующего: в рамках образования воспитание и развитие осуществляются только в процессе обучения и отдельно от него не существуют. С другой стороны, рис. 1.1 точно повторяет соответствующий рисунок, приведенный в учебном пособии, и точно воспроизводит идею *взаимопересечения* компонентов, высказанную в цитированном отрывке [36, с. 25]. Здесь противоречие языка описания (включая и его графический аспект) и природы изучаемых объектов впервые выступает наглядно. Схемы представления структур, идентичные данной, впоследствии настойчиво повторяются, и все они аналогичны попытке изобразить раствор как пересечение его компонентов, а не как их смесь, в которой каждый компонент распределен по всему объему смеси. Можно было бы не акцентировать внимание на этой неточности изображения рассматриваемых объектов, но в ней заложен источник существенных логических ошибок, связанных с тем, что различным областям множеств и, в частности, областям их пересечения

на рис. 1.1 придается реальный смысл, формирующий логику рассуждений. Она, разумеется, некорректна, поскольку в действительности эти области отсутствуют<sup>1</sup>.

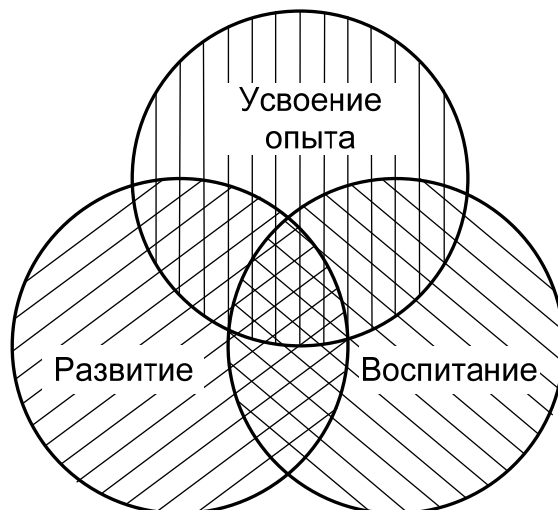


Рис. 1.1. Структура образования (личностный аспект) [36, с. 25]

Дальнейшая логика, которая неизбежно приводит к воспроизводству ошибки, заложенной в схеме на рис. 1.1, заключена в следующем рассуждении: содержание образования – это образование, но без учета его технологии. Следовательно, структура содержания образования в своей основе повторяет структуру образования. Поэтому не возникает сомнений, когда в качестве основы определения одной из трех «сквозных» отраслей образования, а именно политехнического образования, берется схема, приведенная на рис. 1.2.

Для иллюстрации «сквозных» отраслей образования В. С. Леднев предлагает в монографии схему<sup>2</sup>. При этом он подчеркивает в специальном комментарии: «Схема упрощена и иллюстрирует лишь саму идею, не отражая многих деталей обсуждаемой проблемы» [35, с. 57].

---

<sup>1</sup> Отметим, что это не отменяет основных результатов исследований ученого. Напротив, в конечном итоге это усиливает выводы академика В. С. Леднева, вынуждая обратиться к понятию мультифрактала, которое наполняет наглядностью и точным смыслом связь понятий апикального и имплицитного компонентов, внешней и внутренней структур, которые являются основой его построений.

<sup>2</sup> Рис. 2.3.1; в нашем исследовании рис. 1.3.

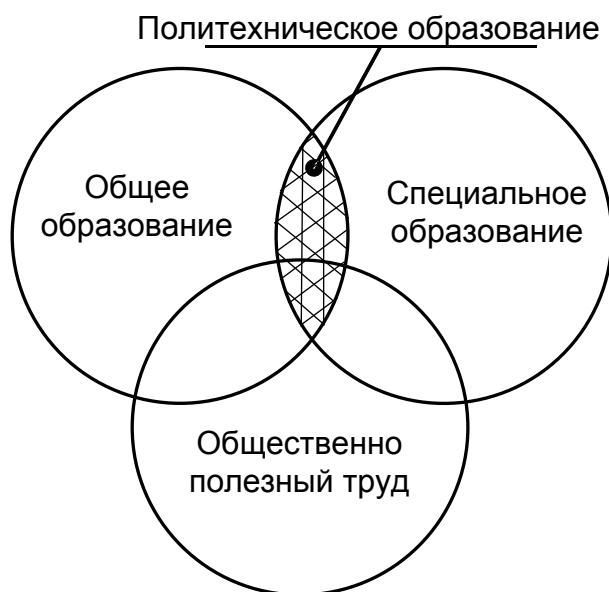


Рис. 1.2. Соотношение общего и специального образования и общественно полезного труда [35, с. 58]

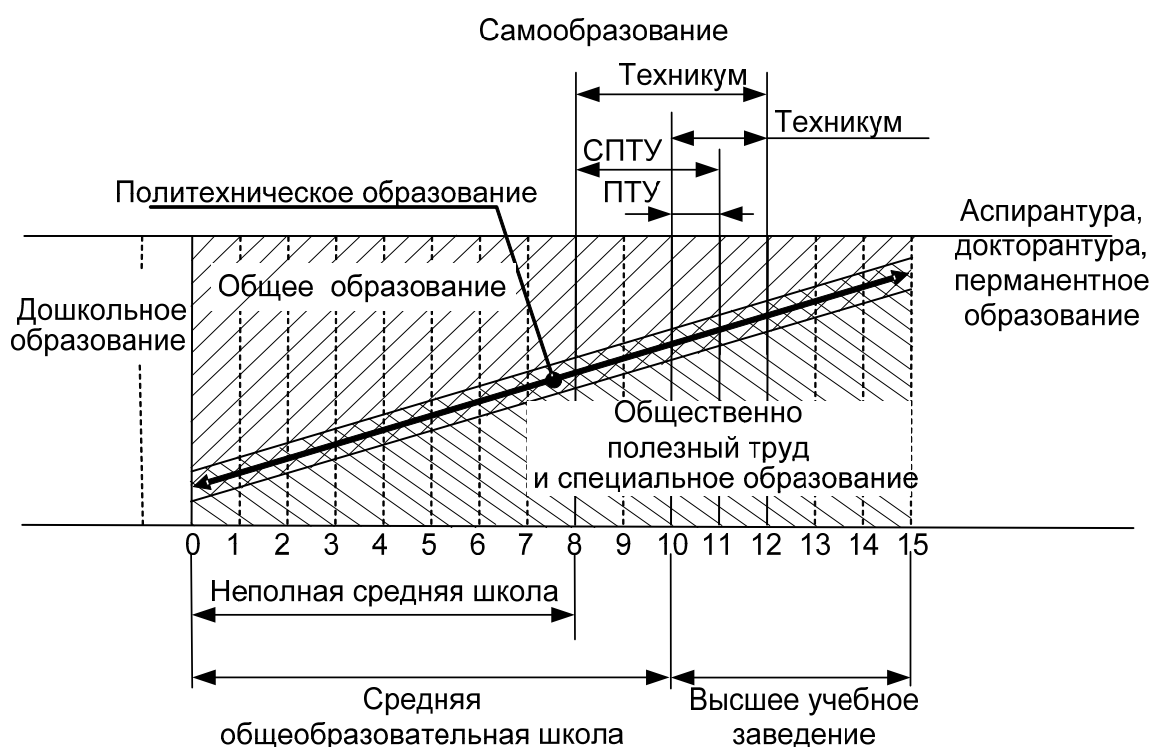


Рис. 1.3. Основные структурные параллели («сквозные отрасли») и последовательные этапы (ступени) образования [35, с. 58]

Дело не в деталях, схема, приведенная на рис. 1.3 (и, соответственно, на рис. 2.3.1 монографии), неверно передает саму природу изображаемых объектов. Она противоречит основным выводам монографии (принцип двойного вхождения и принцип функциональной полноты), и, наконец, она противоречит эмпирическому материалу, содержащемуся в монографии. Перейдем к анализу этого материала. «В качестве основных “сквозных” отраслей образования выступают общее и специальное образование, а также область их пересечения – политехническое образование... Нетрудно видеть, что каждая из этих “сквозных” отраслей образования действительно начинается еще в дошкольном возрасте, они проходят в качестве именно “сквозных” линий через общеобразовательную школу и профессиональное учебное заведение, находя свое дальнейшее развитие в процессе перманентного образования» [35, с. 59].

Как подтверждение этой мысли можно принять следующее описание: «Систематическому образованию, как правило, предшествует дошкольное воспитание. Термин “воспитание” в данном случае делает акцент на то, что на этом этапе еще нет организованного обучения. Тем не менее из этого отнюдь не следует, что дети не усваивают опыта, а лишь воспитываются и развиваются. Дети в действительности усваивают огромный объем знаний и умений, например овладевают родным языком. Но усвоение опыта осуществляется как бы непроизвольным образом. Большое значение при этом имеет игровая деятельность детей. В целом дошкольное воспитание в действительности является образованием, поскольку имеет все три основных компонента – и воспитание, и развитие, и обучение. На этом этапе образования можно проследить фактически все “сквозные” компоненты, причем некоторые из них естественно выступают в пропедевтическом виде» [35, с. 62]. Уточним высказанное утверждение: помогая воспитателю прибирать игрушки и поправлять постель, дети получают первые элементы трудовых навыков – обязательной предпосылки профессиональной деятельности; выключая свет и играя на компьютере, они знакомятся с элементами технологии, а это уже пропедевтика политехнического образования; в этих и других играх им приходится практиковаться в счете, распознавать животных и т. п., что безусловно следует рассматривать как элементы общего образования. Можно привести множество других примеров, но и без них ясно, что в дошкольном «об-

разовании» в мозаичной форме сплетены элементы всех трех сквозных линий образования: общего, политехнического и профессионального, причем они практически растворены одна в другой. Действительно, когда малыш помогает доброжелательной медсестре смазывать йодом и перевязывать порезанный палец, это можно отнести к области профессионального (медицина), общего (свойства жидкостей) и политехнического (умение вязать узлы) образования.

При внимательном рассмотрении представляется достаточно очевидным, что в той или иной форме элементы всех трех основных видов образования (общее, политехническое, специальное) переплетены на всех уровнях описания и пронизывают в таком виде все последовательные этапы образования. Последнее утверждение точно совпадает с описанием В. С. Леднева: «Эта в общем-то довольно ясная мысль нуждается, пожалуй, лишь в одном разъяснении: как следует понимать специальное образование в общеобразовательной школе?»

Имеется в виду следующее. Во-первых, в старших классах может осуществляться в явно выраженной форме профессиональная подготовка. Во-вторых, в отдельных случаях учащиеся общеобразовательных школ, начиная с начальных классов, а то и ранее, получают специальную подготовку (могущую перейти в профессиональную) в области различных видов искусства (живопись, вокал, хореография и др.). Наконец, в-третьих, имеется целый ряд элементов учебной деятельности школьников, которые с полным основанием можно рассматривать как пропедевтику специального образования. Это и профориентация школьников, и различные виды общественно полезного труда, разнообразные занятия по выбору учащихся. Как пропедевтику профессиональной подготовки можно рассматривать и некоторые стороны коммуникативной подготовки школьников, в частности обучение родному языку и математике, усвоение которых в школе доводится (особенно в области родного языка) до уровня практического овладения, что, по сути дела, является признаком профессиональной подготовки.

Иначе говоря, общеобразовательная школа называется таковой не потому, что в ней нет специальной подготовки, а потому, что общеобразовательная подготовка является ведущей линией образования в этом типе учебного заведения.

Точно так же и профессиональная школа, всегда имеющая цикл общеобразовательных предметов, именуется профессиональной соответственно своей ведущей задаче и назначению» [35, с. 59–60].

Кажется, что на основании двух последних абзацев приведенной пространной цитаты невозможно сделать прямой вывод о том, что присутствие в общеобразовательной школе элементов специальной подготовки, как и присутствие в профессиональной школе общеобразовательных предметов, означает включение элементов профессионального образования в общее и наоборот. На это обращает внимание В. С. Леднев: «...отметим, что в излагаемой концепции понятия “общее образование” и образование, осуществляемое в общеобразовательной школе, не совпадают, как не совпадают и понятия профессионального образования и образования, осуществляемого в профессиональных учебных заведениях. Рассмотрим эту мысль на примере общего образования. Как отчетливо видно из схемы, общее образование – действительно “сквозная” отрасль. Начинается общеобразовательная подготовка еще в дошкольном возрасте и достигает своего апогея в средней общеобразовательной школе, основной целью которой, как это следует из ее наименования, и является общеобразовательная подготовка молодежи. Но общеобразовательной школой общее образование, как известно, не исчерпывается, оно продолжается в профессиональных учебных заведениях всех типов, поскольку в них наряду с профессиональной подготовкой осуществляется и общее образование. Оно продолжается и далее, после завершения систематического образования, в перманентной форме. По этой причине мы и назвали общее образование “сквозной” отраслью. Подобным образом, как увидим далее, обстоит дело и со специальным, и с политехническим образованием» [35, с. 58, 59]. Эта попытка В. С. Леднева развести понятия «общее образование» и «общеобразовательная школа» не дает возможности сделать вывод о том, что общее образование можно вычленивать из образования в целом, отделить от профессионального образования и таким образом обосновать одновременно «сквозной» характер отраслей общего, профессионального и политехнического образования и возможность изображать их графически как сплошные и непрерывные<sup>1</sup>. Здесь происходит смешение собственно выделения структурных элементов и способов их выделения. Выделение элементов, характеризующихся по их преимущественному качеству (например, общее образование), может производиться с учетом признака

---

<sup>1</sup> Термин «сплошной» характеризует свойства объекта в плане *непрерывности*, его не следует путать с термином «целостный», характеризующим объект с точки зрения, например, его функционирования или цели. Именно такое смешение содержания понятий приводит к попытке изображать целостные объекты графически как непрерывные.

территориальной локализации, т. е. в одном здании (конкретная школа), в планах развития школьного образования, принятых министерством, т. е. с учетом организационных возможностей общества, на бумажном и электронном носителе и т. д. С позиций характеристики структуры содержания образования важен не конкретный механизм выделения элементов и их группировки, а их качественная характеристика (идентификация их индивидуальности), характерные масштабы, взаимное расположение (взаимодействие) и масштабы области, в которой они сгруппированы.

С этой точки зрения при описании структуры несущественно отличие общего образования от общеобразовательной школы. Просто *общеобразовательная школа* является одним из выделенных (*апикальных*, по собственной терминологии В. С. Леднева) элементов «сквозной отрасли» «общее образование». В результате при описании структуры содержания образования мы должны будем указать, что один из его элементов, *средняя общеобразовательная школа*, охватывает такую-то область содержания образования (перечень предметов), такие-то (перечень) предметы имеют в основном общеобразовательный характер, время обучения в школе равняется (срок обучения), среднее число учащихся достигает (территориальная характеристика); возможны распределение предметов по времени обучения и другие уточнения.

Из изложенного следует вывод: *структура содержания образования и его «сквозных отраслей» имеет характер «мозаики», состоящей из элементов с различными качествами (общее, профессиональное и политехническое образование), элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов носителей данного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», составленного из элементов, которые сами образованы как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях.*

Утверждаемые в данном выводе «мозаичный» характер элементов и зависимость их ведущего качества от их состава были обоснованы выше. Менее аргументировано заключение о наличии «лестницы» существенно различных масштабов элементов. Оно, впрочем, достаточно очевидно. Ко-



гда в государственном техническом университете читается курс «Общая физика», то мы говорим о включении элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне «учреждение профессиональной школы». Когда в курсе «Переходные процессы» используется «Электромагнетизм» – раздел курса «Общая физика», то следует говорить о включении элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне отдельного курса. И, наконец, когда в лекции на тему «Компрессоры» используется уравнение Бернулли, мы отмечаем включение элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне одной лекции. Таким образом, мы вправе говорить о включении элементов общего образования в профессиональное на трех различных масштабных уровнях: учреждение профессиональной школы, курс, тема лекции.

Приведем перечень структурных элементов с существенно различающимися уровнями масштабов:

«Первый уровень – содержание образования в целом.

Второй уровень – содержание образования соответственно основным ступеням обучения (базовая школа, профтехобразование, среднее специальное образование, высшее образование).

Третьим уровнем организации содержания образования являются циклы учебных курсов (предметов)...» [36, с. 38–39].

В. С. Леднев выделяет также четвертый уровень – это учебные курсы (предметы): математика, физика, химия, язык и др.

Пятый уровень – отдельные учебные дисциплины в рамках учебных уроков.

Шестой – восьмой уровни – это разделы, темы, уроки и другие компоненты отдельной дисциплины.

Иначе говоря, могут быть выделены, по крайней мере, еще три иерархических уровня организации содержания образования.

Ясно, что если мы рассмотрим элементы структуры содержания образования двух удаленных уровней, между которыми имеются, но не включены в текущую картину элементы нескольких промежуточных уровней (возможно, мы их не различаем по техническим или организационным причинам либо по сложившейся традиции описания), то мы окажемся в ситуации, когда в большом масштабе элементы малого масштаба станут неразличимы, но их наличие будет ощущаться как степень некоторого качества. Этим объясняются феномены имплицитного при-

сутствия компонента и квазинепрерывности («сплошности») выделенного элемента большого масштаба, последнее порождает существование «сквозных линий» (компонентов, отраслей) как элементов структуры.

Для полноты картины рассмотрим, как обобщены В. С. Ледневым эмпирические данные по структуре общего образования. «Инвариантные виды деятельности и соответствующие стороны опыта личности являются взаимопересекающимися и взаимовключенными. Учитывая это, можно априорно предположить, что и соответствующие им компоненты содержания общего образования должны включаться в его систему двояко. Во-первых, каждый из них должен быть представлен самостоятельным учебным предметом (циклом учебных дисциплин), поскольку имеет особое содержание, в своей целостности “нерастворимое” в других предметах. Во-вторых, каждый из них включается в качестве составного элемента в содержание всех учебных предметов, поскольку инвариантные виды деятельности характеризуются взаимовключенностью. Чтобы убедиться в справедливости этого предположения, обратимся к практике общего образования и попытаемся выявить основную тенденцию практического решения рассматриваемого вопроса» [35, с. 120]. Здесь снова встречается уже отмеченное противоречие языка описания и природы объекта, заключенное в словах «взаимопересекающиеся» и «взаимовключенные». Инвариантным видам деятельности соответствуют в структуре общего образования познавательная деятельность, физическое воспитание, воспитание направленности личности, общение (коммуникативное воспитание), трудовое воспитание, эстетическое воспитание [35, с. 121–122].

Познавательной деятельности в содержании общего образования соответствует цикл предметов, которые нередко в практике именуется основами наук, – математики, физики, химии и других; в то же время знания, отнесенные к областям этих дисциплин, являются составным компонентом всех учебных предметов – от уроков труда и физкультуры до уроков родной речи. Аналогично невозможно изучать физику или математику, не пользуясь языком и не проводя эстетических оценок, т. е. не только алгеброй проверяют гармонию, но и наоборот, чувство гармонии является необходимым элементом восприятия алгебры<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> О роли гармонии и красоты в точных науках сказано много, но наиболее полно эти вопросы рассмотрены у классиков математики и психологии Ж. Адамара, Г. Вейля, Ж. Пиаже, А. Пуанкаре, а из популярной литературы им посвящена книга А. В. Волошинова «Математика и искусство» [2; 10; 13; 47; 51].

Отметим еще один чрезвычайно важный момент, выделенный В. С. Ледневым: «Все перечисленные параллели учебного процесса “развертываются” соответственно логике учебного материала, возрастным особенностям учащихся и закономерностям усвоения опыта. Исследование этой проблемы не входило в задачи книги. Можем лишь отметить, что, как показывает *многовековой опыт*, с учетом возрастных особенностей младших школьников изучение отдельных циклов учебных предметов, соответствующих базисным компонентам содержания общего среднего образования, необходимо начинать с интегральных пропедевтических курсов. Согласно составу базисных компонентов образования, это начальные курсы языка, математики, природоведения, общественнонаучного образования, эстетического воспитания, трудового обучения и физкультуры (выделено нами. – *Авт.*)» [35, с. 231]. Данные интегральные пропедевтические курсы, очевидно, содержат в зародыше дисциплины соответствующих циклов, которые разворачиваются впоследствии. Это создает редкую, почти уникальную возможность зафиксировать элементы самоподобия в структуре содержания образования, что прямо выводит нас на возможный математический объект, обладающий данным свойством. Указанный объект известен в современной прикладной геометрии под названием «фрактал». Второе важное заключение, связанное с последней цитатой, – это указание на корреляцию логики построения структуры содержания образования с закономерностями усвоения опыта и развития интеллекта<sup>1</sup>.

### **1.6. Проблемы, порожденные несоответствием языка, принятого при описании структуры содержания образования, природе объекта**

Неточность языка описания структуры объектов, принятого в научно-педагогических исследованиях, как правило, не приводит к неверным выводам. Это связано с тем, что структура изучаемых

---

<sup>1</sup> В основе такой корреляции, на наш взгляд, лежит роль, которую играет иерархия симметрий в формировании общественного (структуры научного знания и ее эволюции) и индивидуального сознания. На это указывают работы Ж. Адамара, А. Пуанкаре, Ж. Пиаже, А. Б. Рыбакова [2; 47; 51; 52]. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в гл. 3. Там же мы приведем обоснование того, что оптимизация содержания образования должна опираться на идею использования иерархии симметрий, формирование которой начинается с Эрлангенской программы Феликса Клейна.

объектов (личности, деятельности, научного знания, содержания образования и др.) имеет двойную природу. Этот вывод – важнейший результат исследований академика В. С. Леднева. Но в практике применения он абсолютизирует свойства одного из компонентов (апикального), а свойство другого компонента (имплицитного) использует для коррекции выводов. До определенных пределов этот подход оправдывает себя, но все-таки наступает момент, когда этого недостаточно, так как важным становится учет типов структуры, промежуточных между внешней структурой, составленной из апикальных элементов, и внутренней структурой, включающей элементы имплицитно. Другими словами, компоненты этой структуры могут выступать как имплицитные, присутствующие слитно с другими компонентами структуры, и как апикальные элементы, явно отделенные от других элементов структуры, которые преимущественно несут качества, свойственные другим компонентам. В последнем случае пригоден и применяется в практике исследований традиционный язык описания структуры, использующий понятия *границы множества, внутренности множества, непрерывности* и т. п. Полученные в таком случае выводы в основном правильно описывают объект исследований, но их не следует абсолютизировать, необходимо производить коррекцию, учитывая наличие имплицитной составляющей каждого компонента структуры. В противном случае возникают проблемы, иногда имеющие серьезные материальные и организационные последствия. Приведем в качестве примера две такие проблемы: одна связана с выстраиванием содержания политехнического образования, а другая – с построением содержания естественнонаучного образования.

*Первой проблеме* большое внимание уделено В. С. Ледневым. Поэтому вновь прибегнем к цитированию: «Политехническое образование человека начинается еще в начальных классах, продолжается на всех ступенях школьного обучения и в вузе... а затем и далее, в процессе трудовой деятельности. В этих условиях разработка содержания политехнического образования...неправомерна без учета всей системы политехнической подготовки... Иначе говоря, к проблеме следует подходить комплексно. В противном случае неизбежны необоснованные и даже ошибочные выводы и предложения, наносящие огромный ущерб делу народного образования в целом. Показательна в этом

смысле история разработки содержания политехнического образования для средней общеобразовательной школы, особенно для ее старших классов. В течение многих лет (в тридцатые – сороковые, затем с семидесятых до начала восьмидесятых годов) из содержания политехнического образования старшеклассников была фактически исключена техническая подготовка – один из его основных компонентов. Сторонники этой позиции, ссылаясь на некоторые высказывания Н. К. Крупской, вырванные из контекста, трактовали политехнизм лишь как принцип преподавания школьных общеобразовательных дисциплин (физики, химии и др.), утверждая, что собственно политехнические дисциплины не только не нужны в школе, но и невозможны в принципе. В результате политехническое образование в старших классах школы, успешно развивавшееся в шестидесятые годы (С. Г. Шаповаленко, М. А. Жиделев, В. П. Беспалько, И. С. Фиганов и др.), было затем отброшено назад» [35, с. 60].

И снова по тому же вопросу: «В течение длительного времени не прекращаются острейшие дискуссии по вопросу о сущности политехнического образования. Изложенная концепция предмета, структуры и путей осуществления политехнического образования если и не снимает предмет споров в целом, то, по крайней мере, отвечает на ряд возникавших ранее вопросов, в частности позволяет избежать абсолютизации отдельных сторон политехнического образования. Действительно, если рассматривать эту отрасль образования целостно, то легко видеть, что политехническое образование выступает одновременно и как трудовое обучение, и как политехническое воспитание и развитие; как средство, как путь соединения обучения с производительным трудом; как изучение основ техники и технологии; как изучение важных аспектов производства; как важнейшая линия связи школы с жизнью; как средство подготовки человека к труду и подвижности трудовых функций и в то же время как “сквозной” компонент учебного процесса и как особый учебный курс и т. д. Иначе говоря, названные стороны политехнического образования являются взаимодополняющими, а не исключают одна другую, как представлялось многим исследователям еще сравнительно недавно» [35, с. 281]. Концепция, которая только частично, как подчеркивает сам В. С. Леднев, решила проблему структуры содержания политехнического образования, связана с необходимостью коррекции, учиты-

вающей двойственный характер его структуры: «Политехническое образование относится к числу базисных компонентов становления личности. В связи с этим на него “распространяется” действие принципа двойного вхождения базисных компонентов в общую систему образования. Иначе говоря, политехническое образование, подчиняясь этой закономерности, осуществляется двояко: во-первых, имплицитно, т. е. во всех учебных предметах; во-вторых, в виде особой отрасли образования, начинающейся комплексным курсом трудового обучения (в общей школе), развертывающимся затем в систему политехнических предметов и практик» [35, с. 277].

Следует согласиться как с самим предложенным решением проблемы, так и с его оценкой, указывающей на неполноту данного решения. Сделаем попытку установить возможную причину этой неполноты, рассматривая логику, приводящую к представлению о политехническом образовании как о третьей «сквозной отрасли» образования. Первые две «сквозные отрасли», *общее образование* и *профессиональное образование*, имеют явные определения: «Под общим понимается образование, результатом которого является способность человека к выполнению его общекультурных, общечеловеческих функций и видов деятельности. Наоборот, специальное образование обеспечивает подготовку к специальным, прежде всего профессиональным, видам деятельности» [35, с. 60]. Эти определения строятся на основе характеристики деятельности как взаимодействия субъекта (общества, личности) и объекта (природы). При определении понятия «общее образование» внимание сосредоточено на субъекте деятельности – личности, а при анализе – на описании структуры личности, которая порождает структуру деятельности, инвариантную ее предметной стороне. При определении понятия «профессиональное образование» внимание переносится на объект деятельности – природу, а при анализе – на описание ее структуры, которая порождает предметную структуру деятельности, лежащую в основе деления на профессии. Поскольку в любой деятельности неизбежно свой вклад имеют и личность (субъект), и природа (объект), то представляется естественным характеризовать общее и специальное образование как две «сквозные отрасли» образования.

Не так обстоит дело с политехническим образованием, его определение, данное В. С. Ледневым в начале гл. 8 монографии, аппелиру-

ет к соотношению общего и профессионального образования: «Собственно политехническим образованием будем называть подготовку человека в области преобразовательной технико-технологической деятельности как часть образования, представляющую собой область пересечения общего и профессионального образования» [35, с. 241]. Это определение по отношению к деятельности является вторичным, но главный его недостаток состоит в игнорировании двойственности характера структуры общего и профессионального образования (как и политехнического). Действительно, придерживаясь последовательной позиции относительно имплицитного присутствия всех компонентов в содержании образования, мы исключаем возможность говорить о пересечении областей общего и профессионального образования. То есть использовать представление о пересечении двух «сквозных отраслей» образования как аргумент существования третьей отрасли, также «сквозной», нельзя. Более последовательной, по нашим представлениям, является попытка дать характеристику третьей отрасли на тех же основаниях, что и двух первых и, исходя из этого, делать заключения о структуре этой отрасли.

Уже в работах К. Маркса и Ф. Энгельса в качестве фундаментального принципа содержится соображение, что между субъектом деятельности – обществом и ее объектом – преобразуемой природой возникает и развивается новая искусственная сфера, состоящая из орудий труда, средств производства, техники и технологий. Используя современный модный термин, можно сказать, что эта сфера является *интерфейсом* между социумом и природой.

Та же схема используется при введении полевого описания взаимодействия в классической физике. Между субъектом (материальное тело) и объектом (другое материальное тело) воздействия располагается силовое поле. Для нас важно то, что, как это хорошо известно специалистам-физикам, введение поля (интерфейса) связано просто с соображениями удобства: поле в отличие от силы действия объекта на субъект зависит только от свойств источника и не зависит от свойств объекта. Использование затем принципа суперпозиции существенно облегчает решение задач. Но объективный характер, как принято считать, имеет все же сила – мера взаимодействия, характеризующая темп изменения состояния системы. В рассматриваемом нами случае можно принять по аналогии, что первичными сторонами

деятельности являются социум (субъект) и природа (объект), а техника и технологии в принципе могут быть исключены из описания и включены отчасти в субъект, а отчасти в объект. Но область *искусственной природы* сейчас настолько велика, что без ее выделения анализ деятельности становится практически невозможным. Тем не менее существуют виды деятельности, почти не связанные с искусственной природой, которые реализуются в основном в быту (например, выкармливание младенца грудью). Поэтому политехническое образование является «сквозной отраслью», но несколько иной природы по сравнению с двумя другими. Оно имеет тенденцию к включению в две исходные «сквозные отрасли» что, по-видимому, и порождает непрекращающиеся дискуссии. На наш взгляд, для последовательного решения данной проблемы необходимо, прежде всего, последовательное описание структуры «сквозных отраслей» образования, оперирующее параметрами, характеризующими их «мозаичность», и только затем можно ставить вопрос о том, какие факторы влияют на эти параметры.

**Вторая проблема** связана с нашими исследованиями структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования, интерес к которой также инициирован академиком В. С. Ледневым. Нам выпала удача при беседе с ним затронуть вопрос о курсах «Естествознание», «Концепции современного естествознания». Тут же выяснилось, что В. С. Леднев является противником введения таких курсов. Разумеется, речь идет не об интегративном пропедевтическом курсе «Естествознание», включенном в содержание образования начальной школы, а о курсах, предназначенных для старших классов школы и высшего учебного заведения. В качестве аргументов были приведены следующие соображения.

*Первое:* проблема слитного или отдельного изложения естественнонаучных дисциплин имеет длительную историю. В странах германо-романской культуры в гимназиях принято за основу (как и в России) отдельное изложение естественнонаучных дисциплин, а в англоязычных странах эти дисциплины в школе предпочитают излагать слитно. В начале XX в. дед В. С. Леднева, также известный педагог, настаивал на переходе от дифференцированного изложения физики, химии, биологии и др. к их слитному изложению. В конце этого столетия сам В. С. Леднев пришел к прямо противоположной точке



зрения и обосновал ее, для чего им и был развит деятельностно-личностный подход в теории содержания образования. В рамках этого подхода было установлено оптимальное число отдельных «сквозных предметных линий», к которым относятся, в частности, курсы физики, химии и биологии.

*Второе соображение:* В. С. Леднев рассказал нам о симпозиуме в Лондоне, на котором английские коллеги говорили ему: «Мы сейчас обсуждаем вопрос о переходе на вашу дискретную систему построения естественнонаучного цикла ввиду ее очевидной эффективности. У нас вызывает недоумение: почему вы собираетесь ее разрушить и перейти к нашей, менее удачной и вызывающей трудности при организации обучения и подготовке педагогов?». (Заметим, что этот симпозиум и наша беседа проходили в самом конце 90-х гг. XX в.)

Из приведенных аргументов нами были сделаны следующие выводы:

1. Проблема реальна и существенна, поскольку имеет широкие географические и временные рамки.

2. Она пока не нашла оптимального решения.

Дальнейший ее анализ привел к выводу, что мысль исследователей сосредоточена на двух крайних подходах к характеристике структуры: либо дифференцированная, либо слитная. Это характерно даже для В. С. Леднева, хотя он и упоминает о наличии промежуточных типов структуры, но в практике исследований он оперирует только этими двумя экстремальными типами. Все богатство возможных вариантов структуры, известных современной математике, выпадает, собственно, из-за «технического» момента: исследователи-педагоги не знакомы с ними. В результате искажается сама логика исследований: объекту навязываются не свойственные ему качества и важнейшие характеристики его структуры исчезают из внимания, что обедняет поиск адекватных эмпирических обобщений материала.

Затруднение вызывает даже введение адекватной терминологии. Так, наше первоначальное противоречие с В. С. Ледневым носило отчасти случайный характер, связанный с различным пониманием термина «курс». В его понимании речь идет о длительных элементах структуры содержания образования, таких как курс физики в школе. Мы же в этот термин вкладывали значение «локальный интегративный курс, существующий наряду с традиционными курсами, а не вместо

них». Его целью является разгрузка традиционных курсов от не свойственных им задач широкой актуализации знаний (их систематической интеграции), пропедевтики последующих этапов, обобщения суммы накопленных знаний и их систематизации. То есть речь идет не об отдельном курсе, а о системе курсов, частью которой станут традиционные пропедевтические курсы. Иначе говоря, предлагаются новые элементы общей «мозаики» содержания образования с набором специфических функций. Но они не описываются в рамках двух традиционных подходов «слитное – дискретное изложение», а требуют нового языка описания. Этот вопрос становится актуальным, поскольку не прекращающиеся колебания между двумя экстремальными типами структуры содержания образования свидетельствуют о том, что возможности простых структур исчерпаны. Не исключено, что сам кризис, который испытывает образование, в значительной степени связан с необходимостью пересмотра его структуры и принципов ее организации.

### **1.7. Возможный вариант языка описания содержания образования, адекватного природе объекта**

Принятый в практике язык описания содержания образования опирается на систему традиционных понятий, таких как «граница», «внутренняя часть множества», «непрерывность», которые позволяют применять графические иллюстрации, но не соответствуют реальной природе объекта. Нарушение соответствия языка описания структуры содержания образования природе описываемого объекта приносит существенный урон теоретическим исследованиям в педагогике и приводит к значительным потерям организационного и материального плана.

Из эмпирических данных, описывающих содержание образования, следует, что структура содержания образования и его «сквозных отраслей» имеет характер «мозаики», составленной из элементов с различными качествами. Элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов – носителей определенного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», состоящего из элемен-

тов, которые сами составлены как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях. Выделено около десяти иерархических уровней структуры, различающихся масштабами элементов. Указанные выше условия позволяют говорить о самоподобном характере структуры содержания образования. Прямым свидетельством самоподобности структуры содержания образования являются интегративные пропедевтические курсы и развернутые на их основе соответствующие циклы дисциплин.

При описании элементов содержания образования некоторого масштаба, составленных из различных по качеству элементов существенно меньшего масштаба (несколько промежуточных масштабных уровней по тем или иным причинам оказываются пропущены), возникает впечатление однородного элемента, наделенного равномерно распределенными качествами. В подобных случаях принято говорить об имплицитном включении компонентов в данный апикальный элемент структуры.

Полученные результаты позволяют наполнить новым содержанием два важнейших принципа теории содержания образования, сформулированных В. С. Ледневым: принцип двойного вхождения базисных элементов в систему и принцип функциональной полноты системы. Иначе говоря, можно считать подтвержденной следующую гипотезу: базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях: как имплицитные и как апикальные. Общая картина структуры имеет принцип построения «мозаика в мозаике», возможно, на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.

Итак, укажем установленные качественные характеристики структуры содержания образования:

1. Слитное (имплицитное) присутствие структурных компонентов.
2. Отсутствие определенных границ между компонентами структуры.

3. Возможность разрежения и сгущения компонентов вплоть до почти полного преобладания одного из них в некотором элементе (апикальном) структуры.

4. Самоподобие в элементах структуры содержания образования.

Приведенные качественные особенности практически однозначно указывают на объект современной геометрии, топологическая природа которого им соответствует. Этот объект – мультифрактал. Таким образом, можно считать установленным, что подходящим языком, адекватным природе содержания образования и некоторых других объектов, связанных с ним (личность, деятельность, научное знание и его части и т. п.), является язык фрактальной геометрии. Можно полагать, что обращение к нему позволит не только сформулировать новые вопросы научной педагогики, но и решить некоторые ее проблемы.

## 2. ЯЗЫК ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

### 2.1. Фракталы: основные понятия и примеры

Понятие «фрактал» не имеет строгого математического определения. Его принято употреблять при описании геометрических фигур (тел), когда они:

1) являются самоподобными, т. е. имеют сложную структуру, повторяющуюся на всех уровнях масштаба. Это позволяет строить их посредством рекурсивной процедуры, в основе которой лежит преобразование подобия;

2) имеют дробную метрическую размерность, не совпадающую с топологической размерностью геометрического носителя, на котором построен фрактал.

Топологическая размерность привычной нам линии – 1, поверхность имеет топологическую размерность 2, топологическая размерность тела – 3. Эти размерности совпадают с числом независимых параметров (это всегда целое число), которые необходимо задать для описания геометрического объекта в евклидовом пространстве. У фрактала же значение размерности дробное, оно может лежать между 1 и 2 или между 2 и 3.

Геометрические объекты с целочисленными размерностями, которые совпадают с их топологическими размерностями, обладают свойством гладкости. Но природные объекты: ветвящееся дерево, лист папоротника, река со всеми своими притоками, рисунок вен, ломаная береговая линия и др. – часто не являются гладкими. Они ветвятся снова и снова или многократно изламываются на любом отрезке своей длины. Иначе говоря, такие геометрические фигуры имеют ломаные части, которые многократно повторяются, изменяясь в размерах.

На всех уровнях масштаба фракталы похожи сами на себя, но при этом на всех уровнях масштаба они имеют сложную структуру, чем отличаются от гладкой линии, например, эллипса, спирали, логарифма.

рифмической кривой и т. п. Любая из указанных кривых в увеличенном масштабе подобна прямой, т. е. она самоподобна, но имеет примитивную структуру. Поэтому неслучайно, что слово «фрактал», передающее свойства линий, ломаных на всех масштабах, происходит от латинского *fractus* – дробленный, сломанный, разбитый.

Термин «фрактал» был введен Бенуа Б. Мандельбротом в 1975 г. и получил широкую известность после выхода его книги «Фрактальная геометрия природы» в 1977 г. [40]. Фрактальная геометрия была разработана им в середине 1960-х гг. с целью анализа ломаных, морщинистых и нечетких форм. Так, изучая измерение длины береговой линии, Мандельброт определил, что фрактальная размерность береговой линии Англии составляет 1,25.

Первые примеры самоподобных множеств с необычными свойствами, патологическими с точки зрения классического анализа, появились в математике еще в XIX в. Это, например, множество Кантора, которое получают, вырезая среднюю часть отрезка, и затем бесконечно повторяют этот процесс по отношению к оставшимся частям (рис. 2.1). Возникающее в результате множество точек (канторова пыль) – это нигде не плотное несчетное совершенное множество. Аналог построения канторовой пыли в двумерном пространстве показан на рис. 2.2.

Выбрасывая среднюю часть у двумерных фигур, получают салфетку Серпинского и ковер Серпинского, в качестве геометрической основы-носителя берут плоский треугольник и плоский квадрат соответственно (см. рис. 2.2 и рис. 2.3). Губка Менгера – это аналог ковра Серпинского в трехмерном пространстве (рис. 2.4).

На рис. 2.5 показаны этапы построения кривой Серпинского, несамопересекающейся непрерывной кривой бесконечной длины, не имеющей касательной ни в одной точке. Эти этапы соответствуют простой рекурсивной процедуре получения фрактальных кривых на плоскости. Задается генератор – произвольная ломаная с конечным числом звеньев. Затем каждый отрезок генератора заменяется ломаной, подобной генератору. В получившейся ломаной процедура повторяется, и так до бесконечности. В пределе возникает фрактальная кривая.

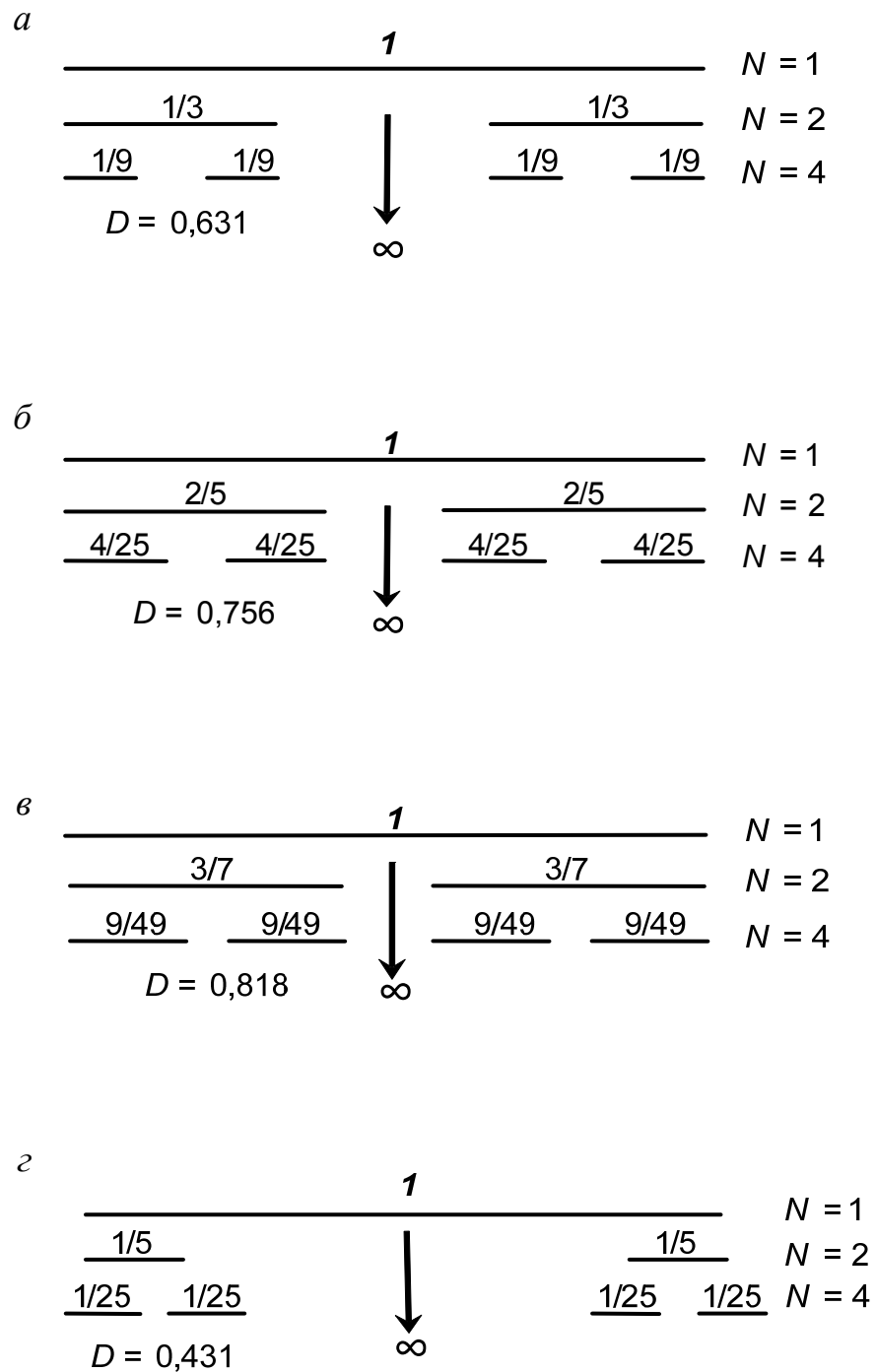


Рис. 2.1. Канторовское множество. Удаление из середины отрезка:  
*a* – одной трети, *б* – одной пятой, *в* – одной седьмой; *г* – двух пятых;  
*D* – фрактальная размерность канторовой пыли

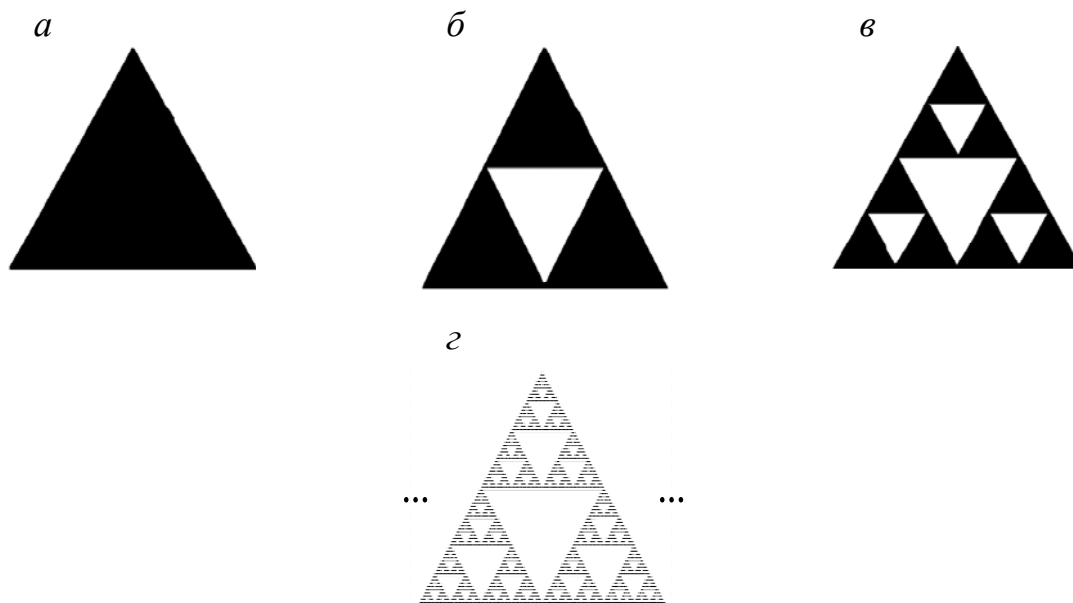


Рис. 2.2. Салфетка Серпинского [9, с. 20, 21]:  
*a* – геометрическая основа-носитель фрактала; *б* – результат первой итерации;  
*в* – результат второй итерации, *г* – результат пятой итерации

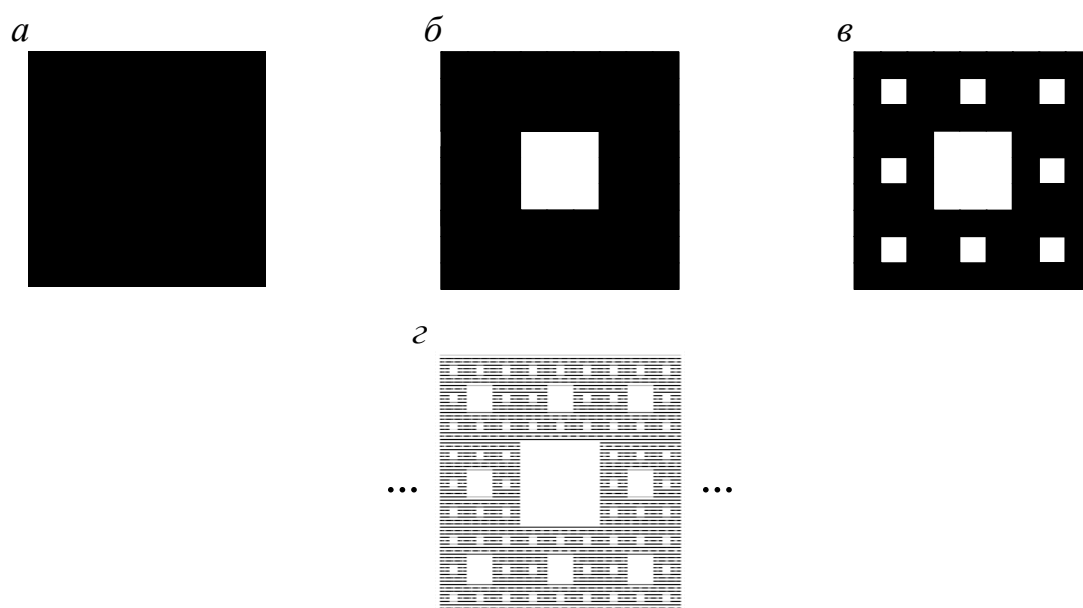


Рис. 2.3. Ковер Серпинского [9, с. 23]:  
*a* – геометрическая основа-носитель фрактала; *б* – результат первой итерации;  
*в* – результат второй итерации; *г* – результат пятой итерации



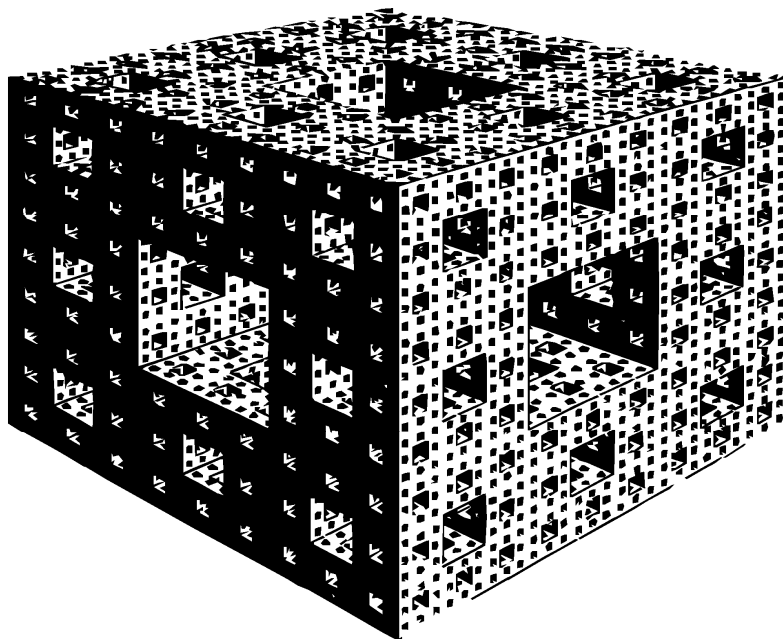


Рис. 2.4. Губка Менгера (результат четвертой итерации) [9, с. 24]

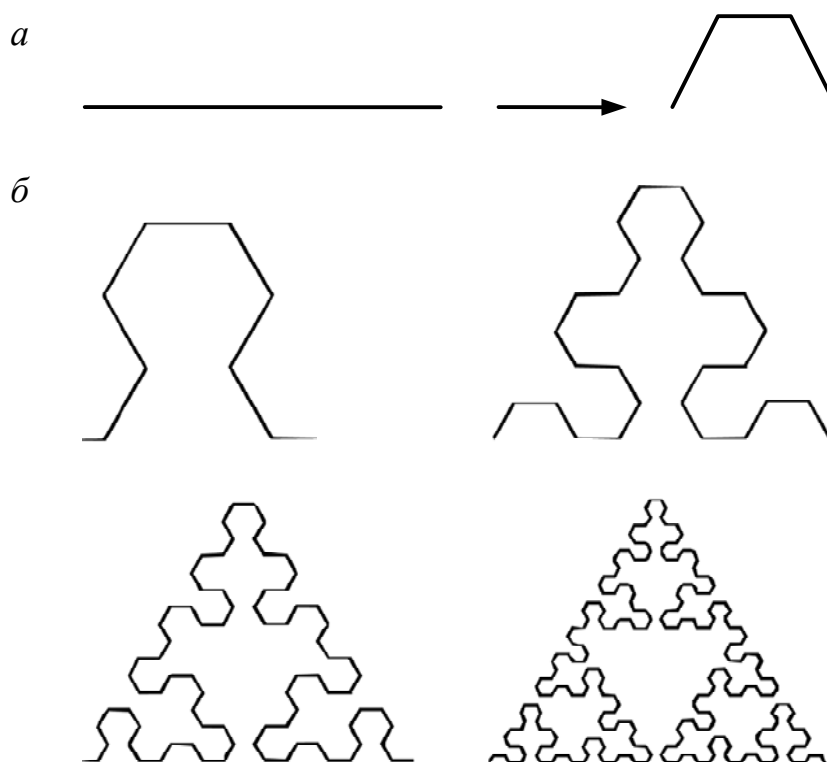


Рис. 2.5. Кривая Серпинского [9, с. 21, 22]:  
*a* – генератор кривой; *б* – результаты первых четырех итераций

## 2.2. Природа фракталов

С одной стороны, фракталы являются довольно сложными геометрическими объектами, и их глубокое понимание требует владения аппаратом топологии. С другой стороны, они обладают высокой степенью наглядности, что позволяет оперировать ими даже тем, кто не владеет современным математическим аппаратом. В этом проявляется высокая степень симметрии, присущая фракталам, в первую очередь – симметрии подобия. Для иллюстрации этого положения приведем типичные фракталы (рис. 2.6–2.8). Как будет показано в следующей главе, симметрия и ее формы глубоко укоренены в индивидуальном сознании (имеют статус общего индуктивного понятия) и служат основой для построения дедуктивных систем (играют роль первичных дедуктивных понятий), т. е. формируют научное знание, часть общественного сознания. Именно это обуславливает легкость восприятия фракталов при глубине стоящего за ними содержания.

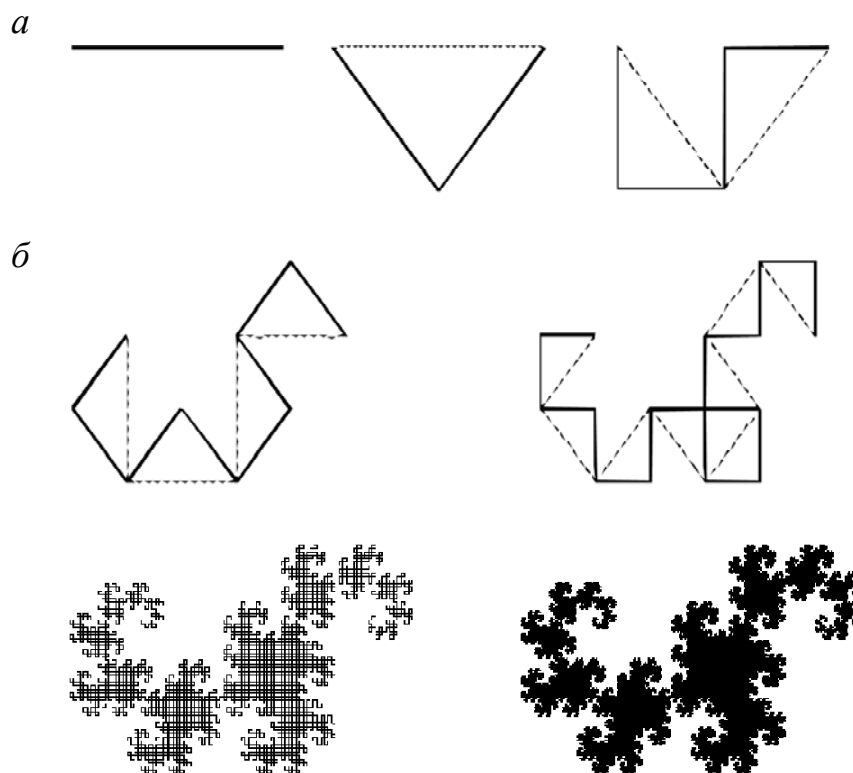


Рис. 2.6. Двойной дракон Хартера – Хейтуэя [9, с. 21, 20]:

*a* – алгоритм построения дракона Хартера – Хейтуэя;  
*б* – 12-е и 16-е «поколения» дракона Хартера – Хейтуэя



Рис. 2.7. Лист папоротника [9, с. 55, 56]:

*a* – лист папоротника; *б* – увеличенный фрагмент листа папоротника;  
 1 – 2000; 2 – 4000; 3 – 10000; 4 – 50000 и 5 – 200000 итераций

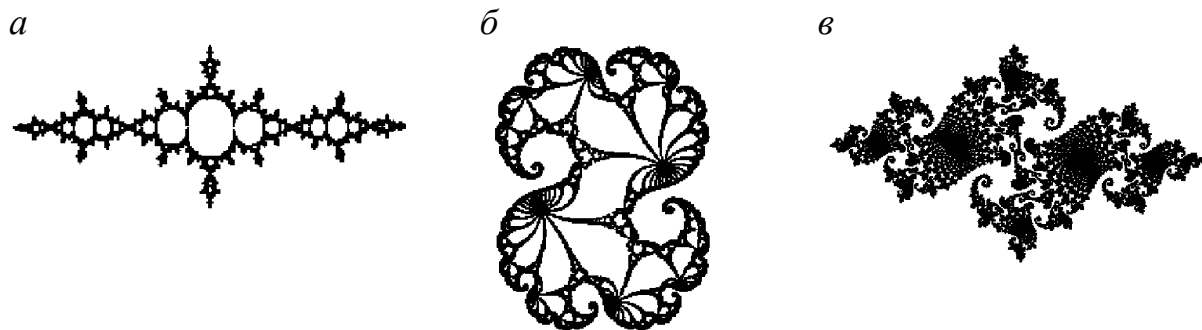


Рис. 2.8. Множества Жюлиа [9, с. 73, 76]:

*a* – притягивающий цикл периода 2; *б* – притягивающий цикл периода 20;  
*в* – «долина морских коньков»

Рассмотрим подробно построение и свойства ковра Серпинского (см. рис. 2.3). Вначале вырезают среднюю часть базового квадрата, разделенного на девять равных квадратов со сторонами в три раза меньше, чем у исходного. Если длина стороны исходного квадрата обозначена  $a$ , то его площадь равна  $S_0 = a^2$ . Длина стороны вырезаемого на первом шаге центрального квадрата в три раза меньше длины исходного и равна  $a/3$ , а его площадь  $S_1 = a^2/9$ . На втором шаге вырезаются восемь квадратов из центральных частей квадратов, обрамляющих вырезанный квадрат, лежащий в центре исходного. Сторона каждого из этих восьми квадратов еще уменьшена в три раза и равна  $a/9$ . Суммарная площадь восьми маленьких квадратов составляет  $S_2 = 8a^2/9^2$ . На следующем шаге вырезаются  $64 = 8^2$  квадрата со сторонами, равными  $a/27$ , и суммарной площадью  $S_3 = a^2(8^2/9^3)$ . Площадь, остающаяся под невырезанными частями исходного квадрата, равна нулю, так как площадь, занятая ковром Серпинского, – это разность площадей исходного квадрата и суммы всех площадей вырезанных квадратиков  $S_{\text{серп}} = S_0 - (S_1 + S_2 + S_3 + \dots) = a^2(1 - (1/9)(1 + (8/9) + (8/9)^2 + \dots))$ . Нетрудно видеть, что у нас появилась сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии с первым членом, равным единице, и знаменателем, равным  $q = 8/9$ . Как известно, эта сумма равна  $1/(1 - q)$ , т. е. равна  $9a^2$ . Тогда после подстановки мы неожиданно обнаруживаем, что  $S_{\text{серп}} = 0$ . Это тем более неожиданно, что на каждом шаге оставшаяся (зачерненная) часть исходного квадрата видится большей, чем вырезанная (белая) часть квадрата (см. рис. 2.3). На каждом шаге из каждого квадратика вырезается площадь, равная одной девятой его площади, и при любом конечном числе шагов остаток представляется значительным фрагментом исходного квадрата, что подтверждает вид результата пятой итерации, представленной на рис. 2.3, *г*. Тем не менее полученный в пределе фрактал – ковер Серпинского (невырезанный остаток исходного квадрата) – целиком расположен в пределах исходного квадрата (геометрической основы-носителя фрактала), но занимает площадь, равную нулю.

Точки ковра Серпинского на каждом шаге итераций принадлежат невырезанным частям исходного квадрата. Пусть мы нашли одну из точек ковра Серпинского. Опишем вокруг нее окружность радиусом  $l$ , целиком уместяющуюся в исходный квадрат. При любом сколь

угодно малом значении радиуса окрестности на некотором шаге итераций невырезанный квадрат с выделенной точкой фрактала целиком уместится в выбранную окрестность. Но на следующем шаге итераций из центра этого квадрата будет удалена середина. Поэтому в любой окрестности любой точки фрактала имеются точки, не принадлежащие ему. С другой стороны, если на некотором шаге итераций рассмотреть зачерненный квадрат (пока еще сплошной) с зафиксированной в нем точкой фрактала, то в силу симметрии можно утверждать, что этот квадрат содержит еще по крайней мере три точки фрактала. На каждом шаге процедура вырезания не нарушает поворотной, зеркальной и центральной симметрии. Следовательно, в любой окрестности любой точки фрактала имеются другие точки этого фрактала. То есть мы установили, что любая окрестность любой точки фрактала (ковра Серпинского) содержит точки как принадлежащие этому фракталу, так и не принадлежащие ему. Если мысленно переместить полученный фрактал на исходную геометрическую основу-носитель, то можно сказать, что в любой окрестности любой точки фрактала есть другие точки фрактала и точки геометрической основы-носителя. Причем, поскольку площадь, занятая фракталом равна нулю, мощность множества точек геометрической основы-носителя бесконечна по сравнению с мощностью множества точек фрактала.

Отметим также, что любая окрестность произвольной точки фрактала содержит области, структура которых идентична структуре всего фрактала. В этом проявляется свойство самоподобия регулярно фрактала. То есть структура зафиксирована в распределении точек фрактала, бесконечно сгущающихся к любой из них с сохранением самоподобия в своем распределении.

Точки, принадлежащие основе-носителю ковра Серпинского, не имеют свойств, аналогичных свойствам точек фрактала. Их окрестности могут быть выбраны достаточно малыми, так что в пределах этих окрестностей не окажется других точек, кроме точек самого носителя. Если взять точку в центре исходного квадрата, то в любой ее окрестности, целиком лежащей в пределах вырезанного на первом шаге квадрата, не окажется ни одной точки фрактала (см. рис. 2.3).

Выше мы использовали представления о некоторых свойствах геометрических основ-носителей, сейчас необходимо уточнить их.

Молчаливо предполагалось, что в качестве геометрических основ-носителей берутся обычные объекты евклидова пространства: линии, поверхности и тела. Евклидово пространство – это частный случай топологического пространства, в котором задана метрика. Это значит, что определено расстояние между двумя любыми точками, которое выражается действительным числом, зависящим от взаиморасположения этих точек  $l(a^*, b^*) = l_1$ ,  $l(a, b) = l_2$  (рис. 2.9).

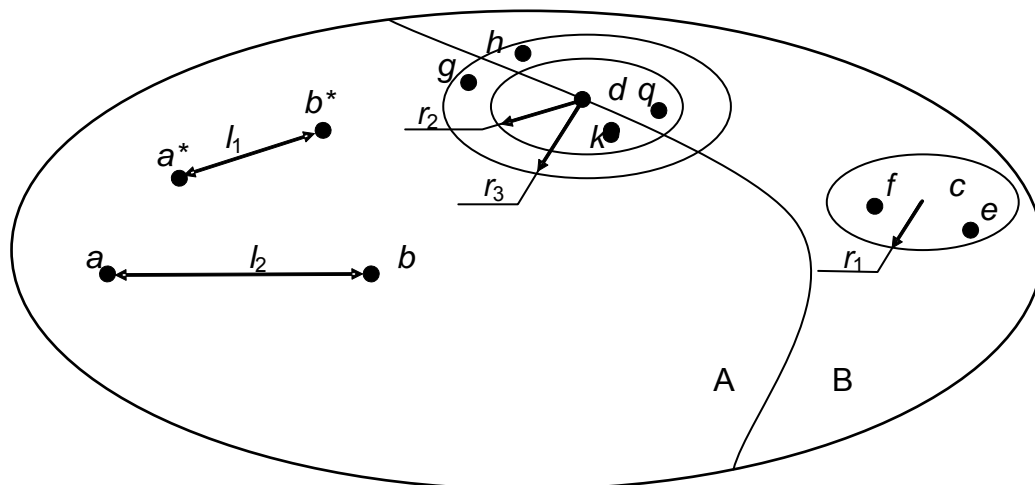


Рис. 2.9. Свойства метрических пространств, топологическая размерность которых совпадает с их фрактальной размерностью

Евклидово пространство является компактным и непрерывным метрическим пространством. Для такого пространства можно ввести понятия *окрестности точки пространства*, *внутренней части множества точек пространства*, *границы двух множеств точек пространства*. Под окрестностью точки евклидова пространства будем понимать область, включающую данную точку, в которой лежат точки пространства такие, что расстояния от них до данной точки меньше некоторой выбранной величины. Точку считают принадлежащей внутренней части множества точек евклидова пространства, если она имеет окрестность, в которой есть точки, принадлежащие только этому множеству. Точку называют принадлежащей границе множества точек евклидова пространства, если в любой ее окрестности есть точки, принадлежащие как этому множеству, так и другому множеству точек того же пространства. Заметим, что поскольку евклидово про-

странство компактно и непрерывно, то любая окрестность любой его точки содержит другие точки пространства.

На рис. 2.9 точки  $f$  и  $e$  лежат в окрестности точки  $c$  – внутренней точки области  $B$ , а точки  $g$ ,  $h$ ,  $q$  и  $k$  лежат в окрестностях точки  $d$ , принадлежащей границе двух множеств  $A$  и  $B$ .

### 2.3. Фрактальная размерность

В Книге I Евклид (300 г. до н. э.) начинает построение геометрии с определений: точка – это то, что не имеет частей; линия – это длина без ширины; поверхность – это то, что имеет только длину и ширину. Позднее он добавил: объемное тело – это то, что имеет длину, ширину и высоту. В этих определениях подчеркивается привычное нам представление о размерности, согласно которому точка имеет 0 измерений, линия имеет размерность, равную 1, размерность плоской фигуры (например, квадрата) равна 2, а размерность объемного тела (например, куба) равна 3. Как уже указывалось, такая размерность называется топологической размерностью. П. С. Урысон и П. С. Александров в начале прошлого века дали топологической размерности точное определение, но для наших целей достаточно интуитивного представления о топологической размерности и знания того, что эта размерность всегда выражается целым положительным числом или нулем: 0, 1, 2, 3, 4 ...

Для характеристики фрактальных объектов, размещаемых в евклидовых пространствах с обычной топологической размерностью, оказалось недостаточно этой размерности. Более полную характеристику таких объектов дает размерность Хаусдорфа – Безиковича.

Необходимость уточнения понятия размерности связана с процедурами измерения длин, площадей и объемов сложных объектов, таких как береговая линия. В случае простых и привычных объектов, например гладких линий (прямая, окружность, парабола и т. п.), измерение длины сводится к применению мерных реек с уменьшающимся масштабом. В первом приближении длину измеряемого участка линии определяют как сумму длин реек, «плотно» приложенных к линии  $L_1 = N_1 \times l_1$  (рис. 2.10).

Во втором приближении она равна сумме длин рек уменьшенного масштаба ( $l_2 = l_1/m$ ). То есть  $L_2 = N_2 \times l_2$  (см. рис. 2.10). Измеренная на каждом шаге длина отличается от прежней, но при бесконечном уменьшении масштаба она стремится к конечному пределу, который и называется длиной линии  $L = (N(l) \times l)$ ;  $l \rightarrow 0$ . При измерении таким же способом сильно изрезанной береговой линии (рис. 2.11) результат оказывается неожиданным: при уменьшении масштаба мерной рейки длина измеренного участка растет до бесконечности. Это имеет достаточно простое объяснение: мерка большого масштаба сглаживает колебания береговой линии, а применение мерки меньшего масштаба позволяет вскрыть все большие подробности колебаний ломаной линии (подчеркнем: эта линия предстает как ломаная на всех масштабах мерной рейки при их неограниченном уменьшении)<sup>1</sup>. Можно формализовать процедуру измерений, если вместо мерной рейки взять окрестность, размер которой задается длиной рейки. Тогда на каждом шаге под длиной линии можно понимать число таких окрестностей, которые целиком покрывают рассматриваемую линию. Очевидно, при уменьшении размеров окрестностей они будут все плотнее прилегать к линии и в пределе лягут на нее, если это гладкая линия. Возникает вопрос: что будет происходить, если перед нами не гладкая линия, а линия, похожая на береговую? Постановка такого вопроса и привела к обобщению понятия размерности.

---

<sup>1</sup> Именно такие объекты называются фракталами – это линии, поверхности, пространственные тела, имеющие сильно изрезанную форму и обладающие свойством самоподобия, т. е. они одинаково устроены (в идеале) в широком диапазоне масштабов. В идеальном случае имеем неизменность геометрических особенностей при изменении масштаба. Очевидно, что для природного фрактала существует минимальный масштаб длины  $l_{min}$ , меньше которого его основное свойство – самоподобие – пропадает. Существует также и такое наибольшее для данного объекта расстояние  $l_{max}$ , при превышении которого свойство самоподобия пропадает. Поэтому свойства природных фракталов рассматриваются лишь в таких масштабах  $l$ , которые удовлетворяют соотношению  $l_{min} \leq l \leq l_{max}$ . Эти ограничения естественны, так как, например, при рассмотрении длины береговой линии в качестве  $l_{min}$  может рассматриваться тот минимальный масштаб, меньше которого реальные измерения не имеют смысла, а в качестве  $l_{max}$  выступает фактическая длина береговой линии. Отметим, что свойством точного самоподобия обладают лишь идеальные фракталы, называемые также регулярными.



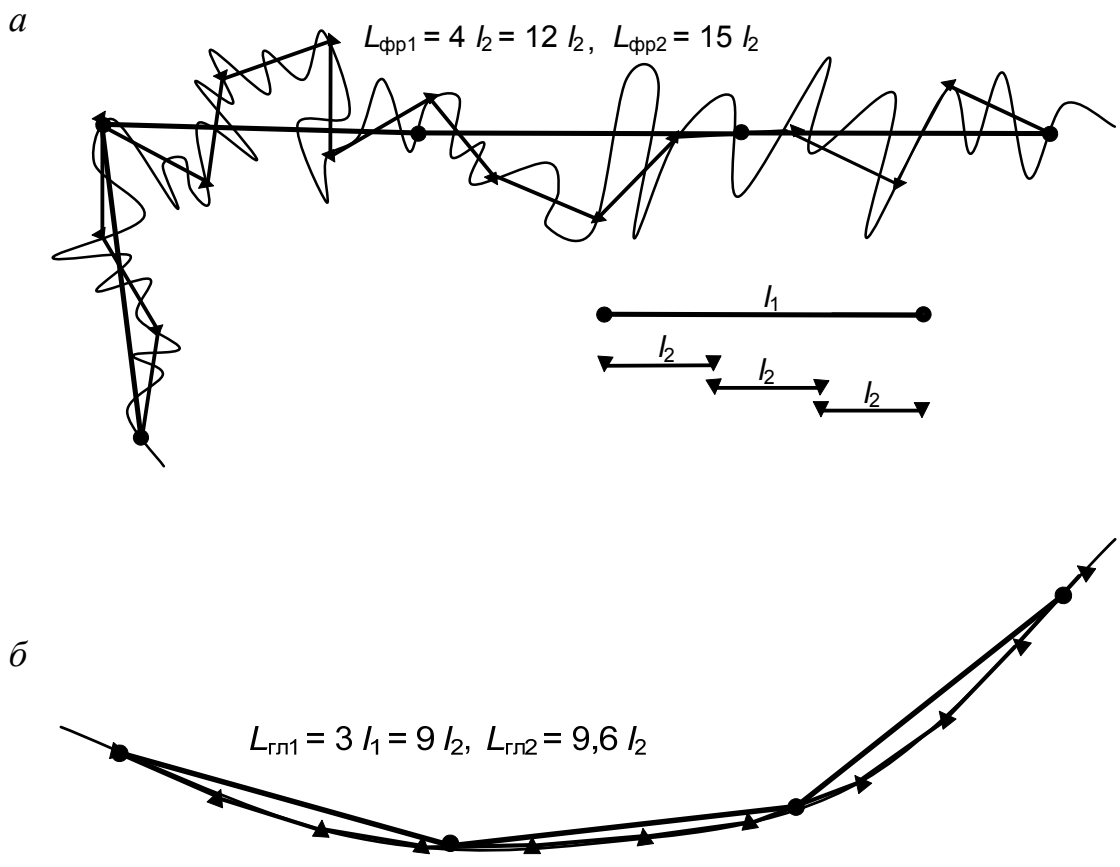


Рис. 2.10. Измерение мерными рейками двух разных масштабов:  
*a* – фрактальной линии; *б* – гладкой кривой



Рис. 2.11. Определение длины береговой линии  
 между точками *A* и *B* [9, с. 13]

Введем понятие размерности Хаусдорфа – Безиковича. Покроем фрактальный объект  $d$  – мерными «шарами»<sup>1</sup> радиуса  $l$ . Пусть соответствующих шаров понадобилось не менее чем  $N(l)$ . Тогда если при достаточно малых  $l$  величина  $N(l)$  меняется с изменением  $l$  по степенному закону

$$N(l) \sim 1/l^D, \quad (1)$$

то  $D$  называется фрактальной размерностью или размерностью Хаусдорфа – Безиковича. Последнюю формулу можно переписать, переходя к пределу

$$D = -\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln l}, \quad (2)$$

Эта формула служит общим определением фрактальной размерности  $D$ .

Покажем, что фрактальная размерность имеет привычные значения для обычных евклидовых объектов:

1. Для множества, состоящего из конечного числа изолированных точек  $n$ , минимальное число  $d$  – мерных «шаров», с помощью которых можно покрыть это множество при достаточно малых  $l$ , совпадает с количеством точек; иначе говоря,  $n(l) = n = \text{const}$ , т. е. не зависит от  $l$ . По формуле (2) получаем  $D = 0$ , что совпадает с топологической размерностью точки  $d = 0$ .

2. Отрезок прямой линии длиной  $L$  можно покрыть одномерными отрезками длины  $l$ , при этом их понадобится  $N(l) = L/l$ . В данном случае фрактальная размерность по формуле получается равной  $D = 1$ , т. е. совпадает с топологической размерностью линии  $d = 1$ .

3. Область площадью  $S$  гладкой двумерной поверхности можно покрыть  $N(l) = S/l^2$  квадратиками со стороной  $l$  (при достаточно малых  $l$ ). Фрактальная размерность такой поверхности  $D = 2$  совпадает с топологической  $d = 2$ .

---

<sup>1</sup> Здесь  $d$  – топологическая размерность пространства геометрической основы-носителя фрактала, а под шаром будем понимать также и куб, и квадрат, и просто отрезок прямой – в зависимости от природы покрываемого элемента объекта, т. е. это просто окрестность точек покрываемого элемента.

4. Наконец, для покрытия конечного объема  $V$  необходимо  $N(l) = V/l^3$  трехмерных «шаров» – кубиков с ребром  $l$ . Фрактальная размерность этого множества  $D = 3$ , т. е. совпадает с топологической размерностью трехмерного евклидова пространства.

Рассмотрим регулярные фракталы, обладающие свойством идеального самоподобия (см. рис. 2.1–2.8). Это значит, что их покрытие осуществляется элементами, которые используются при построении данного фрактала. В этом случае формулу фрактальной размерности можно записать иначе. Предположим, что на некотором этапе покрытия нам пришлось использовать  $N(l)$  элементарных «шаров» размера  $l$ , а на другом –  $N(l')$  элементарных шаров размера  $l'$ . Тогда фрактальную размерность можно вычислять по формуле

$$D = -\frac{\ln\left(\frac{N(l)}{N(l')}\right)}{\ln\left(\frac{l}{l'}\right)}. \quad (3)$$

Вычислим длины, занятые множествами Кантора (см. рис. 2.1), площади, занимаемые салфеткой Серпинского (см. рис. 2.2) и ковром Серпинского (см. рис. 2.3), а также объем, занятый губкой Менгера (см. рис. 2.4). Для сопоставления с видом этих фракталов вычислим их фрактальные размерности по формуле (3).

### Множество Кантора. Случай а

Из рис. 2.1, а видно, что если за основу канторовой пыли берется единичный отрезок и из его середины вырезается одна треть, то сумма длин вырезанных отрезков вычисляется следующим образом (сосчитана сумма убывающей бесконечной геометрической прогрессии с единичным первым членом и знаменателем  $2/3$ ):

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots = \frac{1}{3} \left( 1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1.$$

Как и ранее, в случае с ковром Серпинского, мы получаем неожиданный результат: сумма вырезанных частей геометрической ос-

новы-носителя в точности равна ее площади. Следовательно, канторова пыль размещается на единичном отрезке, но занимает нулевую длину.

Рассчитаем фрактальную размерность по формуле (3) для данного случая канторовой пыли. На  $n$ -м шаге (в результате  $n$ -й итерации) имеем  $2^n$  отрезков длиной  $(1/3)^n$  каждый. Поэтому  $N(l) = 2^n$ ,  $l = (1/3)^n$ . Предел при  $l \rightarrow 0$  соответствует, очевидно, пределу при  $n \rightarrow \infty$ . Подставляя в формулу (3), получим:

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (1/3)^n} = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0,6309. \quad (4)$$

### Множество Кантора. Случай б

В этом случае, представленном на рис. 2.1, б, из середин вырезаем одну пятую часть и, соответственно, получаем для суммы длин вырезанных частей выражение

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{5} \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots = \frac{1}{5} \left( 1 + \left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{1 - \frac{4}{5}} = 1.$$

Снова результат кажется неожиданным: вырезая меньшую часть, чем в первом случае, в пределе мы вновь вырезаем весь исходный отрезок целиком и этот сорт канторовой пыли занимает нулевую длину. Поэтому достаточно очевидно, что оба облака канторовой пыли можно разместить на одном и том же отрезке – геометрическом носителе обоих фракталов.

Расчет по формуле (3) фрактальной размерности дает в этом случае

$$D = -\lim \frac{\ln 2^n}{\ln (2/5)^n} = \frac{\ln 2}{\ln (5/2)} = 0,7565. \quad (5)$$

### Множество Кантора. Случай в

Теперь мы вырезаем из середин еще меньшую долю – одну седьмую часть (см. рис. 2.1, в). И мы уже не удивляемся, когда обна-

руживаем, что и в этом случае сумма длин вырезанных частей в точности равна длине исходного отрезка:

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} \cdot 2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right) + \frac{1}{7} \cdot 2^2 \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \dots = \frac{1}{7} \left( 1 + \left(\frac{6}{7}\right) + \left(\frac{6}{7}\right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{1 - \frac{6}{7}} = 1.$$

Для фрактальной размерности теперь получаем

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (3/7)^n} = \frac{\ln 2}{\ln (7/3)} = 0,8181. \quad (6)$$

Итак, здесь множество Кантора также занимает нулевую длину и лежит в пределах того же единичного отрезка-носителя фрактала. Отличие заключается в том, что чем меньше вырезаемая доля, тем ближе значение фрактальной размерности к топологической размерности отрезка-носителя фрактала, равной единице. Возникает мысль, что если вырезаемая доля будет возрастать, то фрактальная размерность будет падать до значения, равного нулю, т. е. топологической размерности изолированной точки. Проверим это предположение.

### Множество Кантора. Случай г

Теперь мы вырезаем из средних частей долю, равную трем пятым (см. рис. 2.1, г). Вырезанным оказывается весь отрезок:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) + \frac{3}{5} \cdot 2^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \dots = \frac{3}{5} \left( 1 + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots \right) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{5}} = 1.$$

Вычислим фрактальную размерность:

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (1/5)^n} = \frac{\ln 2}{\ln 5} = 0,4307. \quad (7)$$

Действительно, с ростом «пористости» фрактала его фрактальная размерность падает, причем из методологии счета видно, что предельное значение фрактальной размерности равно нулю, т. е. размерности изолированной точки.

## Салфетка Серпинского

Ранее нами получено, что при построении ковра Серпинского суммарная площадь вырезанных частей в точности равна площади исходного квадрата. Аналогичные результаты получены для всех рассмотренных вариантов канторовой пыли. Нет особой необходимости приводить выкладки для салфетки Серпинского (см. рис. 2.2), результат остается прежним – сумма вырезанных частей имеет площадь (длину, объем), в точности равную площади (длине, объему) геометрической основы-носителя фрактала. Образно говоря, фрактал располагается в пределах основы-носителя, но при этом не занимает на нем никакого места.

Фрактальная размерность салфетки Серпинского, вычисленная по формуле (3), определяется как

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,5849. \quad (8)$$

## Ковер Серпинского

Как было показано выше, ковер Серпинского места на квадрате, геометрической основе-носителе, не занимает, но располагается в его пределах. Он имеет следующую фрактальную размерность (3):

$$D = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1,8928. \quad (9)$$

Фрактальная размерность ковра Серпинского больше фрактальной размерности салфетки Серпинского, что соответствует интуитивному ожиданию: «пористость» ковра Серпинского ниже «пористости» салфетки Серпинского (ср. рис. 2.2 и 2.3). Исходя из приведенных примеров следует ожидать, что фракталы, построенные вырезанием частей на геометрической основе-носителе с топологической размерностью  $n = 1, 2, 3, \dots$ , имеют значение фрактальной размерности, лежащее между целыми числами  $(n - 1)$  и  $n$ . По крайней мере, это подтверждает следующий пример.

## Губка Менгера

Пространственным аналогом квадратного ковра Серпинского является губка Менгера (см. рис. 2.4). Исходным телом для ее построения служит куб с ребром, равным 1.

Первая итерация: каждую грань кубика делят на 9 квадратов со стороной  $1/3$ , в результате исходный куб делится на 27 кубиков с ребром  $1/3$ . Затем вынимают 7 кубиков: по одному из каждой грани и один центральный. Вторая итерация во всем подобна первой: с каждым из оставшихся 20 кубиков проделывают ту же операцию, что с исходным. При этом от каждого маленького кубика остается 20 кубиков с ребром  $1/9$ . Операция с делением и вырезанием продолжается до бесконечности, в результате получается губка Менгера. Каждая грань полученного «дырявого» куба выглядит как квадратный ковер Серпинского. Как и ранее, легко показать, что при построении губки Менгера суммарный объем вырезанных частей в точности равен объему исходного куба.

Фрактальная размерность губки Менгера (3) вычисляется как

$$D = \frac{\ln 20}{\ln 3} = 2,7268. \quad (10)$$

Так как  $2 < D < 3$ , то можно утверждать, что губка имеет нулевой объем, но обладает бесконечной площадью поверхности.

Заметим, что для всех приведенных примеров фрактальная размерность  $D$  оказалась меньше топологической размерности  $d$  пространства, в котором находится данный фрактал, но больше топологической размерности подпространства с размерностью  $(d - 1)$ . Причем чем больше отличаются  $D$  и  $d$ , тем более «пористым» является фрактал.

## 2.4. Мультифракталы

Рассмотрев ряд примеров регулярных фракталов, можно заметить, что все они имеют дробную фрактальную размерность, значение которой меньше значения топологической размерности основы-носителя<sup>1</sup>. Это означает, что такие фракталы расположены в пределах соответствующего геометрического носителя, но не занимают на нем «места». Это наводит на мысль, что в пределах одного и того же геометрического носителя можно разместить несколько и, в принципе, бесконечно много фракталов. Способов реализовать эту идею много.

---

<sup>1</sup> Исключением из этого правила является кривая Пеано – это кривая без самопересечений, сплошь заполняющая квадрат. Ее фрактальная размерность равна размерности самого квадрата, т. е. ее значение равняется двум [9; 18].

Например, можно провести непрерывную деформацию геометрического носителя при фиксированном положении его границ вместе со сформированным на нем фракталом. Точки фрактала сдвинутся относительно прежних положений. Затем можно перенести новый фрактал на прежний геометрический носитель с размещенным на нем старым фракталом. В этом случае на носителе окажутся два фрактала, различающихся положением своих точек, но с одинаковым «числом» этих точек, точнее, с одинаковой мощностью множеств точек фракталов. Кроме того, непрерывная деформация сохраняет отношения принадлежности точки и подмножества и, в частности, сохраняет все окрестности (см. гл. 3). То есть непрерывная деформация сохраняет структуру, заданную на геометрическом носителе. Значит, два разных фрактала, полученных на одном геометрическом носителе, как описано выше, будут иметь одинаковую мощность и одинаковую структуру. Тем не менее области геометрического носителя, в которых раньше не было элементов фрактала, теперь могут быть заполненными точками одного из фракталов. С другой стороны, на геометрическом носителе могут появиться области, где будут присутствовать точки разных фракталов.

В более общем случае можно произвести непрерывную деформацию геометрического носителя с размещенным на нем фракталом, включая изменение формы границ. Например, можно геометрическую основу салфетки Серпинского деформировать, придав ей форму квадрата – геометрической основы ковра Серпинского, а затем перенести оба фрактала на одну геометрическую основу. В этом случае мы разместим на одной геометрической основе два фрактала с разной мощностью и с различной структурой. Описанные построения можно осуществлять с любым количеством различных исходных регулярных фракталов с фрактальными размерностями, меньшими чем топологическая размерность их геометрических основ. В итоге мы получим на одном геометрическом носителе сложную «мозаичную картину». При этом самоподобие структуры исходных регулярных фракталов сохранится и можно ожидать образования «мозаичной картины», в которой элементы «мозаики» сами составлены как «мозаика».

Описанные выше процедуры используют свойства взаимно однозначного непрерывного отображения одного множества на другое и, в силу наглядности, удобны для выработки общего представления. Они не позволяют развить алгоритмы построения фракталов и опи-



сать их свойства на регулярной основе, но позволяют делать общие выводы. Например, на рис. 2.12 изображено наложение вытянутой по высоте салфетки Серпинского на ковер Серпинского. Точнее, здесь показано наложение геометрической основы-носителя одного фрактала на геометрическую основу-носитель другого фрактала с учетом вырезанных после первой итерации частей обеих фигур. Цифрами обозначены области, где происходит (не происходит) наложение элементов двух фракталов: 1 – области, несущие элементы как одного, так и второго фрактала, 4 – области, несущие элементы только ковра Серпинского, 2 – область, несущая элементы только салфетки Серпинского и 3 – область, где отсутствуют элементы как одного, так и второго фрактала. Размерность Хаусдорфа – Безиковича определена как предел при стремлении длины масштаба к нулю (см. выражение (2)). Это означает, что фрактальную размерность регулярного фрактала можно рассчитать в любой области, содержащей только точки этого фрактала, и она совпадет с фрактальной размерностью, вычисленной для всего фрактала. Следовательно, в областях 2 и 4 на рис. 2.12 фрактальные размерности имеют разные значения: 1,5849 и 1,8928 соответственно. То есть сформированный таким способом фрактал является неоднородным, он отличается от регулярных фракталов тем, что в разных областях основы-носителя фрактальная размерность имеет разные значения.

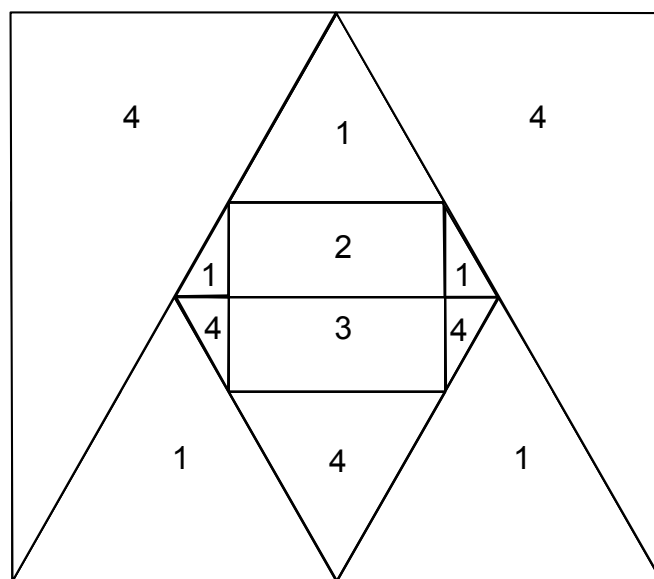


Рис. 2.12. Построение мультифрактала наложением фракталов ковра и салфетки Серпинского

Неоднородные фракталы были сконструированы для описания систем с распределенными в пространстве свойствами. Об этом сказано, например, в монографии Е. Федера «Фракталы»: «С исследованием распределения физических или каких-нибудь других величин на геометрическом носителе связаны мультифрактальные меры» [63, с. 73]. Сущность этого объекта – в наложении друг на друга фракталов с различными фрактальными размерностями, как это описано выше и как это следует из той же монографии Е. Федера: «Мера  $M(x)$  популяции, распределенной по единичному отрезку, полностью характеризуется объединением фрактальных множеств. Каждое слагаемое в объединении фрактально и имеет свою фрактальную размерность. Это одна из причин, обусловивших выбор термина – мультифрактал» [63, с. 80]. Наложение фракталов позволяет сформировать объект, характеризующийся не единственным значением, а целым спектром фрактальных размерностей. Такой спектр показан на рис. 2.13. Геометрической основой канторовой пыли является отрезок прямой. Топологическая размерность отрезка прямой равна единице. Из рис. 2.13. видно, что фрактальная размерность рассматриваемого мультифрактала непрерывно меняется и приближается к единице, т. е. она может приближаться к топологической размерности геометрического объекта (отрезка), на котором размещен мультифрактал. При стремлении в некоторой области фрактальной размерности к единице свойства мультифрактала в этой области приближаются к свойствам геометрического объекта с обычной топологией.

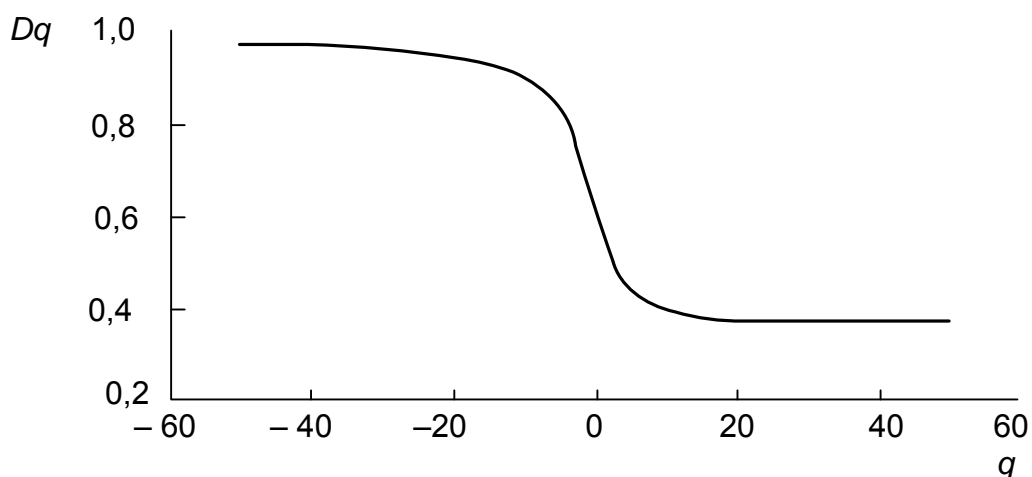


Рис. 2.13. Спектр фрактальных размерностей  $D_q$  как функция порядка  $q$  момента для триадной канторовой пыли [63, с. 93]

Если принять во внимание, что в общем случае фрактальная размерность может быть различной в различных частях мультифрактала, т. е. может зависеть от положения участка мультифрактала на геометрической основе, то в нашем распоряжении оказываются геометрические объекты, в одной части которых их свойства близки к свойствам привычных нам геометрических фигур, а в другой части эти свойства аналогичны свойствам однородного фрактала. На возможность этого указывает способ определения фрактальной размерности, как отмечено Е. Федером: «Заметим, что в приведенном выше определении размерность Хаусдорфа – Безиковича фигурирует как локальное свойство в том смысле, что эта размерность характеризует множество точек в пределе при исчезающе малом диаметре, или размере,  $l$  пробной функции, используемой для покрытия множества. Следовательно, фрактальная размерность  $D$  может также быть локальной характеристикой множества» [63, с. 22]. Еще более отчетливо такая возможность указана в монографии Б. Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы»: «В настоящей главе обсуждаются нитевидные фрактальные деревья и другие почти масштабно-инвариантные фракталы... Эти фракталы оказываются неоднородными в том смысле, что для разных частей таких множеств размерности  $D$  ... принимают различные значения» [40, с. 217].

Выяснилось, что для описания неоднородных фракталов (мультифракталов) недостаточно фрактальной размерности  $D$ , которая является чисто геометрической характеристикой, так как мультифракталы обладают некоторыми статистическими свойствами. Примером мультифрактала является салфетка Серпинского, если она получена методом случайной генерации положения точек со «сгущением» их возле одной из вершин (рис. 2.14).

На этом рисунке показан треугольник Серпинского, у которого с вероятностью 90% отдали предпочтение вершине  $A$  по сравнению с двумя другими вершинами. На вершины  $B$  и  $C$  осталось в сумме 10% вероятности попадания. Распределение точек по треугольнику Серпинского, представленному на рис. 2.14, в этом случае более схематично показано на рис. 2.15. Цифры означают относительную заселенность каждого маленького треугольника. Но, несмотря на неравномерность распределения точек, фрактальная размерность осталась прежней. Это заставляет искать новые количественные характеристики, с помощью которых можно описывать плотность заселения точ-

ками разных участков мультифракталов. Такие характеристики были найдены; это *фрактальная размерность*, *информационная размерность*, *корреляционная размерность*. Все вместе они представляют спектр фрактальных размерностей.

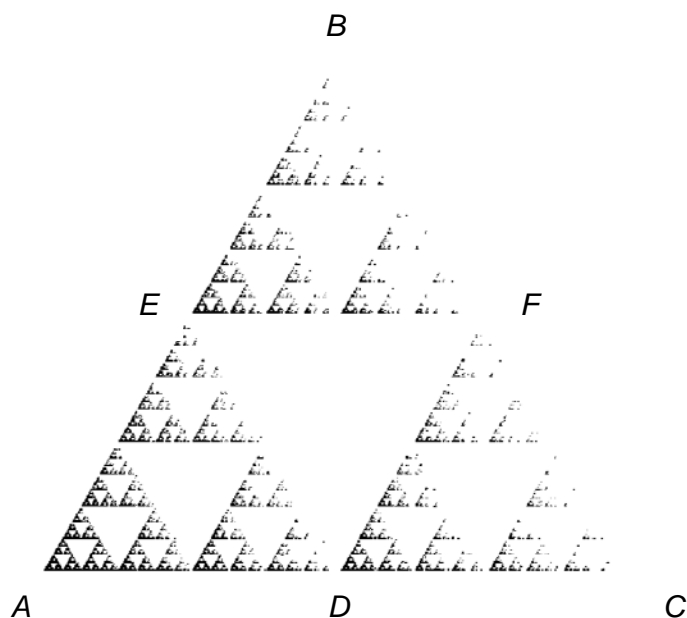


Рис. 2.14. Неоднородный фрактал (мультифрактал) [9, с. 83]

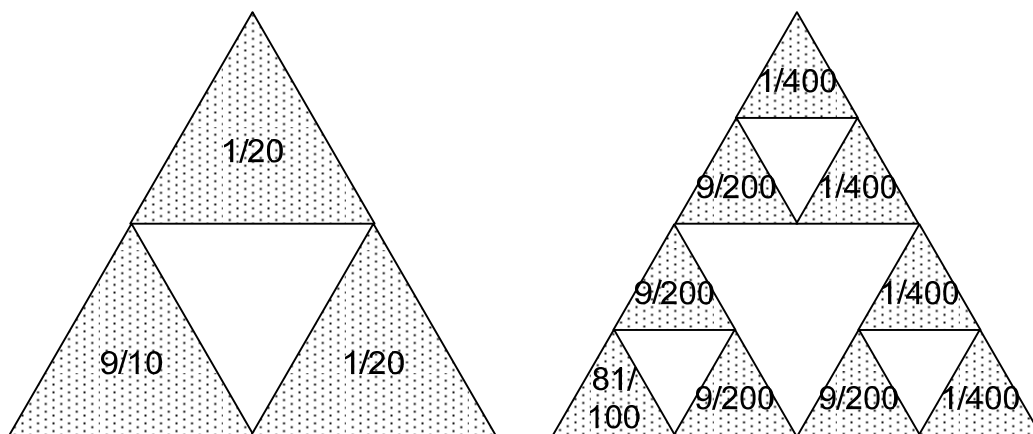


Рис. 2.15. Распределение точек по треугольнику Серпинского (неоднородный фрактал) [9, с. 84]

Сложившаяся практика построения неоднородных фракталов ориентирована не на общий способ, использующий произвольные непрерывные деформации, а на более частные приемы, допускающие создание алгоритмов, приспособленных к компьютерам. Этим прие-

мам соответствует такое определение: мультифрактал – это фрактал, который может детерминироваться не одним единственным алгоритмом построения, а несколькими, последовательно сменяющими друг друга алгоритмами. Каждый из них генерирует паттерн<sup>1</sup> со своей фрактальной размерностью. Для описания мультифрактала вычисляют мультифрактальный спектр, включающий в себя ряд фрактальных размерностей, присущих элементам данного мультифрактала.

## **2.5. Сопоставление свойств фракталов со свойствами объектов педагогики.**

### **Фрактальный характер структуры деятельности**

Проведенный в первой главе анализ представлений о структуре содержания образования и научного знания как детерминанты содержания общего образования, сложившихся в педагогике (обобщенных В. С. Ледневым), позволяет сделать следующий вывод: структура этих объектов педагогики имеет характер «мозаики в мозаике» на нескольких уровнях масштаба. Можно считать установленными следующие качественные характеристики структур: 1) компоненты структур присутствуют слитно (имплицитно), 2) границы между компонентами структуры отсутствуют, 3) наблюдается разрежение и сгущение компонентов структуры вплоть до почти полного отсутствия или преобладания (апикальные элементы структуры) одного из них в некотором элементе структуры<sup>2</sup>, 4) в некоторых случаях можно го-

---

<sup>1</sup> Паттерн (англ. *pattern*) – английское слово, значение которого передается по-русски словами «шаблон», «система», «структура», «принцип», «модель», «узор». Паттерны, или *шаблоны проектирования*, в информатике – это эффективные способы решения характерных задач проектирования, в частности проектирования компьютерных программ.

<sup>2</sup> Здесь разведены понятия «компонент структуры» и «элемент структуры». Их различие обеспечивается способностью компонентов разрежаться и сгущаться. С одной стороны, в состоянии сгущения компонент позволяет выделить в явной (автономной) форме апикальный элемент структуры. С другой – апикальный элемент структуры с преобладанием данного компонента позволяет зафиксировать существование этого компонента, присутствие которого затем обнаруживается в других апикальных элементах структуры (в которых преобладает другой компонент). Обнаружение в некотором элементе структуры не характерных для него компонентов связано с более подробным анализом данного элемента, с уменьшением масштаба детализации его частей, т. е. с «мозаичностью» структуры на всех уровнях.

ворить о наличии свойства самоподобия структуры содержания образования.

Анализируя в этой главе свойства структуры фрактальных объектов геометрии, мы можем констатировать их соответствие свойствам структуры рассмотренных объектов педагогики. Действительно:

1) точки, принадлежащие регулярному фракталу, невозможно отделить от точек геометрической основы-носителя (т. е. они присутствуют имплицитно);

2) два фрактала, помещенные на одну геометрическую основу-носитель, в общем случае невозможно разделить границами;

3) точки мультифракталов могут разрезаться и сгущаться (см. рис. 2.14, 2.15); в последнем случае в некоторых областях геометрической основы-носителя «плотность» точек мультифрактала может приближаться к «плотности» точек геометрической основы (локальная фрактальная размерность стремится к топологической размерности геометрической основы);

4) регулярные фракталы, из которых составлен мультифрактал, имеют свойство самоподобия структуры на различных масштабных уровнях; это свойство при определенных условиях наследуется мультифракталом.

Мы не можем выделить точки регулярного фрактала без примеси точек основы-носителя. Но точки фрактала имеют различную плотность распределения на геометрическом носителе, и если мы ограничены в масштабе детализации<sup>1</sup> и максимальном масштабе, то мы будем воспринимать регулярный фрактал огрубленно и не сможем различать его детали меньше определенного масштаба. Это означает, что мы не можем видеть картину этого фрактала в области больше определенного масштаба. В этом случае регулярный фрактал предстанет перед нами в виде упорядоченного набора однородных пятен, которые при большей детализации сами распадаются на упорядоченные наборы однородных пятен. То есть перед нами будет картина упорядоченной «мозаики в мозаике». Наилучшее представление об этой картине дают изображения геометрической основы-носителя на некотором шаге итераций, например, рис. 2.1–2.4.

---

<sup>1</sup> То есть если у нас имеется собственный фиксированный масштаб (или диапазон масштабов), являющийся внешним по отношению к фракталу.

При переходе к мультифракталу эта картина перестает быть столь упорядоченной, но сохраняется ее характерная особенность – она имеет вид «мозаики», составленной из «мозаичных элементов». При этом в последнем случае «мозаичные элементы» могут совпадать по «внутренней» структуре друг с другом (если элементы принадлежат одному регулярному фракталу из состава данного мультифрактала) и различаться по «внутренней» структуре друг от друга (если элементы принадлежат разным регулярным фракталам из состава данного мультифрактала). Именно «внутренняя» структура элементов «мозаики» мультифрактала и позволяет говорить о наличии в его составе различных фракталов<sup>1</sup>. В результате элементы «мозаики», в виде которой предстает мультифрактал, сами состоят из элементов различной природы.

В основе установленного выше соответствия структуры объектов педагогики и фракталов должна лежать фундаментальная причина. Ей может быть внутреннее диалектическое противоречие, присущее понятию «деятельность личности». Стороны деятельности выступают как детерминанты содержания образования, деятельность социума формирует структуру научного знания, поэтому внутренние противоречия деятельности должны проявляться в структуре содержания образования и научного знания.

Противоречие, о котором идет речь, отчетливо зафиксировано в следующей двойной цитате: «Для нас особое значение имеет структура индивидуальной деятельности человека в условиях, конечно, социальной кооперации ее субъектов. В основе решения этой проблемы лежит подход, связанный с вычленением двух основных сторон деятельности – субъекта и объекта. “Для понимания деятельности как реального процесса функционирования системы, – пишет Э. С. Маркарян, – необходимо прежде всего абстрагирование двух качественно различных аспектов ее рассмотрения. Во-первых, аспекта актуализации механизмов, благодаря которым стимулируется, программируется и осуществляется активность субъектов действия, и, во-вторых, аспекта, выделяющего различные целостные участки направленных усилий этих субъектов...”<sup>2</sup>. Э. С. Маркарян подчеркивает при этом,

---

<sup>1</sup> В случае содержания образования прямым аналогом регулярного фрактала в составе мультифрактала является имплицитный компонент в содержании образования.

<sup>2</sup> Цитата из статьи Э. С. Маркаряна «Системное исследование человеческой деятельности» [41, с. 82].

что четкое различие этих двух планов феномена деятельности является принципиально важным для правильной постановки и решения многих сложных теоретических проблем в биологических и социальных науках» [35, с. 41].

Упрощая сказанное выше, можно принять за основу следующее положение: одним из аспектов деятельности является поддержка ее продолжения в выбранном направлении, а другим аспектом деятельности является выбор направления приложения усилий. Еще точнее: деятельность – это выбор направления движения и движение в определенном направлении. Существенным, с нашей точки зрения, является то, что выбор направления движения сам может быть осуществлен только посредством серии движений в различных направлениях. Поддержание движения в нужном направлении требует непрерывной коррекции (в изменяющихся условиях), которая опять-таки осуществляется как новый, исправленный, выбор направления. В силу этой логики и выбор направления движения, и направленное движение должны осуществляться одновременно. Но это значит, что одновременно должно происходить и направленное движение, и движение в различных направлениях. Это противоречие сродни парадоксу Зенона о стреле, одновременно движущейся и покоящейся в каждый данный момент времени.

Понятие фрактала, возможно, дает новые средства для снятия этих парадоксов, поскольку с этим понятием неразрывно связано представление об иерархии вложенных масштабов, в которых структура остается однотипной. Операции в пределах элемента с меньшим масштабом в силу одинаковости структуры могут служить для прогноза хода операций в пределах подобного ему элемента большего масштаба. Операции в меньших масштабах требуют меньших затрат времени, и если один масштаб несоизмеримо велик по отношению ко второму масштабу, то можно ввести представление об *одновременности*, отличающееся от представления об *одномоментности*. Имеется в виду следующее: в ходе медленного изменения состояния при описании направленного движения в большом масштабе времени каждый малый отрезок времени (события, связанные с описанием направленного движения, произошедшие в течение этого интервала времени, будем называть одновременными) будем рассматривать тем не менее как состоящий из огромного числа отдельных моментов, в каждый из



которых движение происходит в своем особом фиксированном направлении. Это позволяет «прощупывать» последствия различных возможных вариантов движения и «выбирать» тот, который наилучшим образом реализует цель направленного движения в «медленном» времени. Но теперь та же проблема выбора и корректировки направления переносится на движения в фиксированных направлениях, происходящие в «быстром» времени, т. е. разворачивающиеся в отдельные моменты (моментами они являются только по отношению к движению в «медленном» времени). Она может быть решена точно так же, если допустить существование еще более мелкого масштаба (при сохранении структуры!), по отношению к которому прежний мелкий масштаб является несоизмеримо большим. Если таких уменьшающихся масштабов существует бесконечно много, то на любом масштабном уровне непрерывно осуществляется направленное движение и «одновременно» непрерывно производится его корректировка посредством «быстрых» разнонаправленных движений. Таким образом, разрешение внутреннего противоречия, присущего движению (и деятельности, которая является особым случаем движения), в идеале требует, чтобы движение разворачивалось на регулярном фрактале, точнее, на всех уровнях фрактальной структуры. В эти представления заложена та же идея, что и в представлении о физически бесконечно малом макроскопическом объеме, который тем не менее содержит огромное число атомов.

Мы не рассматриваем конкретные механизмы реализации медленных и быстрых движений. Они могут иметь различную природу в зависимости от субъекта и объекта деятельности. Ограничимся несколькими примерами. При движении самонаводящейся ракеты к движущейся по неопределенной траектории цели выбор и корректировка направления осуществляются с помощью некоторых механизмов, фиксирующих положение цели и меняющих направление движения ракеты. Но сами эти механизмы осуществляют серии мелких и быстрых движений, которые в ходе их осуществления также требуют коррекции. Другой пример дает схема развития интеллекта личности, предложенная Жаном Пиаже [47]. В ее основе лежит представление о формировании идеальных моделей действительности, обладающих свойством обратимости и обеспечивающих установление соответствия между действием, осуществленным в рамках модели, и реаль-

ным действием. Процесс формирования такой модели производится посредством ряда коррекций модели при сопоставлении действий в ее рамках с действиями в реальных условиях. При формировании подобных моделей и при их использовании происходит чередование медленных реальных действий и быстрых действий в сознании индивидуума. Если в качестве объекта деятельности выступает общество, а как ее субъект рассматривается окружающая природа, то большой масштаб (медленные процессы) задается окружающими материальными объектами. Более мелкий масштаб может представлять деятельность научного сообщества (или его части) по разработке моделей процессов. Еще меньший масштаб (и еще большая скорость процессов) связан с мышлением отдельного ученого, разрабатывающего проблему. Наконец, процессы в компьютере, осуществляющие моделирование по разработанному алгоритму, происходят еще быстрее, так как электроны имеют маленькую массу и их движение почти безынерционно.

Может быть, наиболее убедительное свидетельство в пользу разумности представления о фрактальном характере структуры деятельности дает изобретатель фрактальной геометрии Бенуа Б. Мандельброт, который говорит о мультифрактальной природе торгового времени в своей новой книге «(Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах» (напомним, что торговля – это, прежде всего, вид деятельности).

Согласно теории содержания образования В. С. Леднева структура деятельности детерминирует структуру содержания образования, поэтому становится ясной причина того, что структура содержания образования имеет качественный характер огрубленного фрактального объекта.

## **2.6. Проблема формирования тезауруса фундаментальных научных дисциплин**

Нашей задачей является разработка методики оптимизации соотношения общего и специального образования. Для ее решения требуется проведение интеграции циклов математических, естественнонаучных и, по возможности, гуманитарных дисциплин.

Наиболее последовательный анализ интеграции, учитывающий степень близости элементов, проведен Ю. Н. Семиным с опорой на

тезаурусный метод и метод групповых экспертных оценок, описанный В. С. Черепановым [53; 54; 67]. При этом им использован метод «наложения» тезаурусов для оценки пересекваемости множеств дескрипторов и междисциплинарной связанности теорий интегрируемых монодисциплин. То есть в этих построениях множества дескрипторов трактовались как обычные множества евклидова пространства, для описания которых пригодны понятия границы и иллюстрации того же вида, что и, например, на рис. 1.1–1.3. Это действительно возможно, поскольку Ю. Н. Семин проводил интеграцию близких учебных дисциплин «Теоретическая механика», «Теория машин и механизмов» и «Сопротивление материалов».

В случае применения этого подхода к циклу естественнонаучных и математических дисциплин ситуация усложняется, так как полем установления интегративных связей являются математика, физика, химия, биология и т. д. В частности, возникает проблема при использовании метода экспертных оценок для ранжирования дескрипторов. Действительно, для данных дисциплин в роли экспертов фактически выступают многие поколения ученых, формировавшие их тезаурусы в течение всей истории существования каждой из этих дисциплин. При этом (также исторически) сложилась иерархия дескрипторов, составляющих тезаурус той или иной научной, а значит и учебной, дисциплины. Казалось бы, это упрощает ситуацию, поскольку, на первый взгляд, достаточно использовать сформированные исторически тезаурусы фундаментальных дисциплин (включая математические), взяв их из энциклопедий и других общепризнанных всем научным сообществом источников. Однако при более пристальном внимании к проблеме интеграции фундаментальных дисциплин на основе их тезаурусов обнаруживаются принципиальные трудности. На промежуточном этапе формирования междисциплинарного тезауруса строится «пересечение» тезаурусов интегрируемых дисциплин, которое позволяет выделить области попарного «пересечения» и ядро – область наложения всех частных тезаурусов. Возможность такого построения кажется очевидной, но она зависит от природы множеств элементов тезаурусов. Она реализуется в том случае, когда можно оперировать такими понятиями, как «граница множества» и «внутренность множества». Подобного рода построение, безусловно, можно выполнить, если это множества элементов тезаурусов определенного типа и их топологи-

ская размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа – Безиковича. В других случаях не исключена ситуация, когда построение тезауруса окажется неоднозначным, поскольку связь элементов множества (в нашем случае понятий, которые включены в тезаурусы) и степень их близости могут быть неопределенными, если соответствующие множества имеют фрактальную природу.

Построение, аналогичное в плане идеологии подходу Ю. Н. Семина, было предложено нами для определения характера междисциплинарного тезауруса точных наук (математики и естественнонаучных дисциплин) [19]. Но нами не было учтено, что в случае фундаментальных научных дисциплин сомнение в природе множеств понятий, которыми они оперируют, становится обоснованным. Считается, что фундаментальные дисциплины образуют иерархическую систему, причем дисциплины более высокого уровня не требуют использования понятий дисциплин более низкого уровня. Так, биологию можно строить на основе понятий химии и физики, а химию – на основе понятий физики. Как выяснилось при создании квантовой механики и теории относительности, сказанное верно только при некотором огрублении. В этих научных дисциплинах прояснилось нетривиальное значение того, что результаты определения состояния исследуемых объектов (микрообъектов и тел, движущихся с большими скоростями) должны выражаться в терминах состояния макроскопических систем, при помощи которых производится измерение. Макроскопические системы – это системы, соразмерные привычным для нас масштабам (без большой натяжки их масштаб можно отождествить с масштабом биологических объектов). Альберт Эйнштейн свои лекции об основах теории относительности, прочитанные в 1921 г. в Принстонском университете, начинает с утверждений, связанных с проблемой измерения (точнее, с проблемой фиксации нами состояний окружающего мира): «Всякая наука, будь то наука о природе или психология, стремится систематизировать наши переживания и уложить их в логическую схему»; «Понятия и системы понятий ценны для нас лишь постольку, поскольку они облегчают нам обозрение комплексов наших переживаний; другого оправдания они не имеют» [69, с. 7]. Этим признано, что любое измерение состояния физической или химической системы сводится к фиксации состояний биологической системы и что понятия физики и химии не могут быть исчерпывающе определены без

опоры на понятия биологии и психологии. Фактически об этом и говорит А. Эйнштейн: «На мой взгляд, величайшее преступление философов состоит именно в том, что они перемещают некоторые основные понятия наук о природе из доступной контролю области эмпирически целесообразного на недоступные высоты мысленно-необходимого (априорного); ибо если и показано, что мир понятий не может быть построен при помощи логики или каким-либо иным путем из наших переживаний, но представляет в известном смысле свободное творение человеческого духа, тем не менее он столь же мало независим от наших переживаний, как, например, платье от формы человеческого тела.

В особенности это верно по отношению к нашим понятиям времени и пространства...» [69, с. 7]. Следуя логике Эйнштейна, можно утверждать, что основные понятия фундаментальных наук детерминированы нашими психологическими и биологическими свойствами, хотя выразить эту связь логически затруднительно. Это затруднение, по-видимому, обусловлено тем, что, в свою очередь, понятия биологии и психологии нельзя исчерпывающе определить, не опираясь на понятия физики и химии. Наиболее фундаментальное выражение этой проблемы дает знаменитая теорема Геделя о неполноте аксиоматической системы [61]. Ее смысл заключается в том, что невозможно в рамках любой аксиоматической системы дать критерии истинности всех ее суждений, т. е. неизбежным становится выход за пределы всякой аксиоматической системы. Другой стороной той же проблемы является использование индуктивных понятий в рамках формальной логики. Всякое индуктивное понятие характеризуется объемом и содержанием [66]. Определение логического понятия строится на основе указания его связей с другими понятиями, которые фигурируют в качестве существенных признаков данного понятия, т. е. формируют содержание определяемого понятия. При этом нет однозначного критерия, согласно которому выбранные признаки относятся к существенным. В пределе исчерпывающее определение логического понятия требует установления его связей со всеми остальными понятиями. При этом пределе элементы любого тезауруса связаны между собой, поскольку основой всех тезаурусов являются индуктивные понятия. Разумеется, в реальной практике любое понятие определяется с некоторым огрублением. Практически это огрубление производится в си-

туации некоторого произвола при отборе существенных признаков логического понятия. Обычно их отбор диктуется сложившейся традицией, т. е. не поддается строгому контролю и допускает произвол. Степень этого произвола можно признать низкой при рассмотрении близких инженерных дисциплин, что и демонстрирует эффективность построения междисциплинарного тезауруса Ю. Н. Семиным. Но история появления квантовой механики и теории относительности показывает, что приложение этого подхода к фундаментальным естественнонаучным дисциплинам требует более тщательного определения связей элементов и характеристики их множеств. Для более ясной формулировки возникающей проблемы допустим, что в качестве интегрируемых монодисциплин взяты физика, химия и биология. Но для определения любого понятия каждой из этих дисциплин используются представления о пространстве и времени. Это делает невозможным строгое отнесение какого-либо понятия только к области биологии или только к области физики или химии. Это означает, что все дескрипторы в явной или скрытой форме, с большим или меньшим «весом» присутствуют во всех частях множеств. Возникает, следовательно, не просто проблема отнесения данного дескриптора к той или иной части объединения множеств, а проблема разработки подхода, позволяющего характеризовать «вес» присутствия данного дескриптора (понятия) в другом дескрипторе (понятии). Это подводит к необходимости отождествлять дескриптор (понятие) не с элементом, который можно изобразить точкой, локализованной в некотором пространстве, а с множеством элементов, распределенных в пространстве с переменной плотностью. Степень связи дескрипторов (понятий) можно выразить с помощью «перекрытия» множеств элементов, соответствующих двум дескрипторам (понятиям), причем возможны такие способы введения этой связи, при которых рост степени «перекрытия» множеств приводит к росту взаимной связи, но «вес» первого понятия во втором и «вес» второго в первом не одинаковы. Например, «вес» понятия можно отождествить со средней вероятностью попадания элементов множества, изображающего это понятие, между элементами множества, изображающего второе понятие.

Исходя из принципа соответствия предлагаемый подход к построению тезаурусов в общем случае должен опираться на множества, которые в одном пределе имеют размерность Хаусдорфа – Безико-

вича, равную топологической размерности (т. е. на множества типа, положенного Ю. Н. Семиным в основу его методики), а в другом пределе они имеют свойства, при которых в произвольной окрестности элемента с определенной характеристикой находятся элементы с другими характеристиками (что лучше соответствует потребностям анализа интеграции фундаментальных дисциплин, имплицитно присутствующих во всех частях научного знания). Для создания такой возможности целесообразно использовать понятие неоднородного фрактала, или мультифрактала.

Это позволяет объяснить некоторые моменты в эволюции научного знания и развертывании содержания образования. На индуктивном этапе развития научного знания, т. е. до отделения от общего ствола научного знания математики (и логики), безусловно, существовали элементы математических, физических, химических и других знаний, но они сливались в одно целое. Это слитное существование можно трактовать различными способами, например, так: один и тот же человек в процессе своей деятельности свободно переходил от одних фрагментов знания к другим, т. е. отсутствовала специализация. Поэтому с точки зрения «большого масштаба», заданного временем профессиональной деятельности, все эти фрагменты знания сливались просто в знание. Аналогичная ситуация имеет место и сейчас, когда воспитатель в старшей группе детского сада или учитель младших классов школы свободно чередует в процессе занятий элементы арифметики с элементами физических и биологических представлений. На дедуктивном этапе развития научного знания происходит быстрый рост числа понятий в каждой области научного знания. Рост содержания области научного знания, в конце концов, превосходит масштаб профессиональной деятельности личности. Это, по-видимому, произошло в период исчезновения энциклопедистов. Появились специалисты в отдельных областях знания, а само знание стало выглядеть как набор элементов «мозаики». При дальнейшей дифференциации эти элементы распались на множество более мелких. Аналогию описанному нетрудно отыскать в области педагогики: учебные дисциплины, соответствующие научным, в целом повторяют их структуру.

Образно говоря, формируется «мозаика», каждый элемент которой сам является отдельной «мозаикой», и т. д. Рассматривая ее с различных расстояний, мы можем видеть на малом удалении одну «моза-

ику» в деталях, а на большом расстоянии перед нами предстанет «мозаичная картина» в целом. Фракталы (и порожденные ими мультифракталы) являются объектами, очень удобными с точки зрения формализации рассмотренных выше явлений. Это связано с тем, что фракталы имеют самоподобную структуру, характерной особенностью которой является циклическая зависимость средних параметров от плавно изменяющегося масштаба выделенной области. Если можно так выразиться, собственный масштаб «вшит» в природу фракталов в процессе построения. Поэтому, имея дело с одним мультифракталом, уже можно говорить о зависимости вклада составляющих его фракталов от выбора масштаба и положения выделенной области. В одном случае основной вклад даст один фрактал, в другом – второй, а в третьем случае их вклады окажутся равными.

В заключение необходимо отметить неподготовленность базы педагогики к немедленному переходу на новый язык описания и отсутствие соответствующих математических моделей. Так, в случае уже ставшего привычным применения фракталов в географии, физике и т. п., например при изучении свойств береговой линии, установление свойств геометрического носителя фрактала или мультифрактала не вызывает проблем. В случае объектов теории научного знания и педагогики (логические понятия, личность, деятельность личности и их характеристики) неясно, что является пространством, в которое они вложены. Это обуславливает необходимость при интерпретации наблюдаемых в этих областях явлений ставить не только задачу поиска подходящих фракталов, но и, одновременно, задачу поиска подходящего геометрического носителя. Тем не менее этап качественного описания явлений педагогики и научного знания на уровне применения новых математических понятий необходим и продуктивен, поскольку:

1) прежде полномасштабного построения моделей необходимо получить подтверждение действенности предлагаемого подхода на доступном уровне описания;

2) должна произойти взаимная притирка (аккомодация) современных математических методов и способов описания, применяемых в педагогике (в теории содержания естественнонаучного образования и эмпирической основе этой теории – педагогической практике);

3) уже на этом этапе можно рассчитывать получить полезные для педагогики результаты.



## 2.7. Проблемы применения фрактального описания к объектам педагогики

Сопоставление языков описания структуры объектов фрактальной геометрии и описания структуры содержания образования и научного знания позволяет утверждать, что содержание образования и научное знание имеют фрактальную природу. К тому же выводу приводит анализ внутренних противоречий в процессе деятельности и связи понятий фундаментальных научных дисциплин, а также исследование характера индуктивных понятий.

В огрубленном виде мультифрактал представляет «мозаичное панно», каждый элемент которого сам является «мозаикой». И так на нескольких уровнях масштаба. Именно такую «мозаику» представляют собой научное знание и содержание образования.

Для определения параметров подобной «мозаики» требуется повторное исследование широкого эмпирического материала, предоставляемого практикой педагогики, с позиций фрактальной природы объектов. Имеется принципиальная трудность, связанная с тем, что математический аппарат фрактальной геометрии предполагает знание свойств геометрической основы-носителя, которая для реальных объектов неизвестна (неясно, например, сколько измерений имеет пространство геометрической основы-носителя, является ли оно евклидовым и т. п.).

Но, возможно, промежуточный приемлемый выход может подсказать анализ эволюции научного знания, поскольку фактически эта эволюция и оказывается исторической реализацией деятельности общества, направленной на расшифровку сложной «мозаики», которой является окружающая действительность. То есть оптимальный путь состоит в том, чтобы следовать апробированным решениям, реализованным исторически при развитии научного знания, но с учетом корреляции, связанной с фрактальным характером его структуры и структуры содержания образования.

Отметим, что в развитии и систематизации научного знания большую роль играет понятие *симметрии*, что приводит к необходимости обратиться к анализу этого понятия и его роли в эволюции научного знания.

### **3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ НАУЧНОГО ЗНАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

#### **3.1. Схема деления области научного знания Е. Вигнера**

Вопросу классификации научного знания посвящено большое количество работ [25; 28; 38; 56; 70 и др.]. Их общая характерная особенность состоит в том, что они выполнены в основном специалистами в областях, далеких от точных научных дисциплин. Идеи, связанные с систематизацией научных дисциплин, возникающие в рамках самих научных дисциплин, представляют особый интерес, поскольку они сохраняют оптимальный баланс общности и конструктивности и, что важно, ориентированы не на обобщение хорошо установленных фактов и принципов, а на практические потребности, обращенные в будущее. Пример, подтверждающий эту мысль, дает схема деления области научных знаний, предположенная известным физиком-теоретиком середины прошлого века Е. Вигнером [12]. Ее разработка обусловлена конкретной проблемой, появившейся в ходе работы самого Е. Вигнера. В рамках квантовой теории поля, которой он занимался, были сформулированы новые принципы симметрии (инвариантности), названные динамическими, отличные от установленных ранее классических или, иначе, геометрических принципов симметрии. Вигнеру было необходимо охарактеризовать место динамических принципов симметрии среди прочих. Для этого он предложил различать три уровня в области научного знания: I – уровень явлений природы, II – уровень законов природы и III – уровень принципов симметрии (инвариантности). Третий уровень делится на два подуровня: III.1 – подуровень геометрических (классических) принципов симметрии и III.2 – подуровень динамических принципов симметрии. Последнее деление проведено Е. Вигнером по такому признаку: классические принципы симметрии сформулированы на языке явлений природы, т. е. языке первого уровня научного знания, а динамические принципы симметрии сформулированы на языке законов природы,

т. е. языке второго уровня научного знания<sup>1</sup>. Этим самым Е. Вигнер решил стоящую перед ним конкретную проблему, не уделяя внимания детализации схемы. Нас будут интересовать как раз опущенные им детали, в связи с чем постараемся провести их реконструкцию.

**Первый уровень.** Явлением природы называется все то, что можно наблюдать непосредственно, с помощью органов чувств, или опосредованно, с помощью приборов. Анализ содержания этого краткого определения начнем с уточнения роли определений. Любое из них делит некоторую группу объектов на две части и только поэтому определение является конструктивным и полезным. Так, из определения «деревья – это растения, которые обладают корневой системой, стволом, делящимся на ветви, образующие крону, листвою, в которой происходит реакция фотосинтеза» немедленно вытекает деление группы «растения» на подгруппы «деревья» и «другие растения: кустарники, травы, мхи, водоросли и т. д.». В определении понятия «явление природы» не указано, где производится наблюдение, когда оно производится и кто его производит. Возникает впечатление, что явлением природы можно признать все в принципе существующее, но тогда это определение не конструктивно. Конструктивный смысл ему придает признание того, что с точки зрения научного знания в принципе существовать могут Бог, дух, душа, потусторонний мир. Но при этом они не относятся к области научного знания, наука не отрицает возможности их существования, она лишь ограничивает область своей деятельности. Такое ограничение имеет смысл, только если мы можем указать существенные признаки как явлений природы, так и объектов, отличных от них. К существенным признакам группы «явления природы» следует отнести наличие алгоритма, позволяющего осуществить наблюдение. В этот алгоритм должно входить указание на место и время наблюдения, т. е. всякое явление природы локализовано в пространстве и времени и потому, в определенном смысле, «подчинено» нам. Степень локализации и подчинения различна в зависимости от того, идет ли речь о неосу-

---

<sup>1</sup> Одновременно становится понятно, почему динамические принципы симметрии возникают позже, чем классические: уровень «законы природы» входит в общественную практику позднее, чем уровень «явления природы» и, соответственно, его обобщение наступает позднее. Нам этот факт важно отметить, поскольку он характеризует один из аспектов эволюции научного знания.

шевленном предмете (дерево, стол), одушевленном (волк) или одушевленном и наделенном сознанием и свободой воли (человек). Согласно общепринятым определениям объекты, не относящиеся к явлениям природы, имеют принципиально иную степень локализации или вполне нелокальны (Бог) и при этом обладают свободой воли. Это выводит их из области «подчиненного» нам, поэтому научное знание корректно и конструктивно указывает, что к его области эти явления не могут относиться.

Явлений природы бесконечно много, во всяком случае, много больше, чем то число явлений природы, которое может зафиксировать отдельный человек за свою жизнь, или даже то, которое в состоянии зафиксировать человечество в целом. Если бы нам были известны все явления природы независимо от места и времени, то необходимость в научном знании отпала бы. Но всезнание по определению является атрибутом Творца мироздания, нам же его заменяет отчасти научное знание. Компенсацию отсутствия всезнания осуществляют законы природы.

**Второй уровень научного знания.** Закон природы – это корреляционная связь между двумя рядами явлений природы, реализующаяся всякий раз, когда осуществляется заранее оговоренный комплекс условий. Приведем пример. На столе лежат несколько предметов: ложка, ластик, карандаш и тряпка. Это четыре явления природы, принадлежащие одному ряду, так как их можно наблюдать и они объединены общим признаком. Другой ряд явлений природы: те же четыре предмета подвешены над столом на одинаковой высоте на тонких нитях. Комплекс условий, создающий связь этих двух рядов явлений природы: стол неподвижен относительно поверхности земли и расположен недалеко от нее; предметы, подвешенные над столом, неподвижны относительно него, они плотнее воздуха; наконец, нити обрезают. Предметы падают, и явления второго ряда преобразуются в явления первого ряда.

Функции законов природы: 1) прогнозирование; 2) сокращение описания; 3) реконструкция.

1. Прогнозирование хода событий возможно только потому, что мы уверены в неизбежности действия законов природы включая данный. Поэтому мы полагаем, что если завтра будут повторены *все ус-*

ловия опыта, то его результат тоже повторится. При этом мы неявно опираемся на принцип, лежащий в основе логики и всего эмпирического знания: будущее подобно прошедшему<sup>1</sup>. Ограничение только в том, что мы не знаем и не можем знать всех событий прошедшего. Да и расчет на повторение хода событий в будущем является только лишь нашей надеждой. Кроме того, мы не можем проконтролировать *все* условия как исходного, так и повторного опыта.

2. По выражению Е. Вигнера, законы природы наделяют структурой множество явлений природы. На рис. 3.1 в некоторой части плоскости бесконечное множество точек изображает бесконечное множество явлений природы.



Рис. 3.1. Деление области явлений природы законами природы на части:

1 – закон Кулона; 2 – закон всемирного тяготения Ньютона; 3 – II закон Ньютона

Каждое явление природы по отношению к некоторому закону природы может находиться в двух отношениях<sup>2</sup>: либо оно связано с ним, либо не имеет к нему отношения. Например, свечение лампы накаливания связано с законом Ома, а падение тела на землю не относится к нему. Поэтому явления природы, относящиеся к закону Ома, можно выделить в область, отмеченную на рис. 3.1 цифрой 1. Явления природы, подчиненные закону всемирного тяготения, собраны в области, отмеченной цифрой 2, а явления природы, связанные со

<sup>1</sup> Этот принцип был сформулирован еще в Ветхом завете. В книге Экклезиаста эта мысль аллегорически выражена так: что было, то и будет; что делалось, то и будет делаться, и нет ничего нового под солнцем.

<sup>2</sup> Предполагается, что действует принцип исключенного третьего, а множества непрерывны, т. е. не имеют фрактальной природы, и их подмножества могут характеризоваться в терминах «граница», «внутренняя часть множества» и т. п.

II законом Ньютона, показаны на рис. 3.1 в области, отмеченной цифрой 3. Две последние области очевидно пересекаются.

В результате три закона природы порождают разбиение области явлений природы на пять частей, расположенных определенным образом относительно друг друга. Это и означает, что законы природы наделяют структуру множество явлений природы. С точки зрения функционирования научного знания важнее другое: частей, на которые законы природы разбивают множество явлений природы, относительно «меньше», чем явлений природы. Кавычки стоят потому, что законов природы в принципе бесконечно много, как и явлений природы, но, во-первых, это разные бесконечности, а во-вторых, можно говорить о том, что в нашем огрубленном видении число известных нам законов природы много меньше числа явлений природы, с которыми мы сталкиваемся. Меньшим количеством объектов оперировать легче, и это определяет эффективность научного знания.

3. Знание всего двух законов природы и одного явления природы позволяет восстановить бесконечное множество других явлений природы. Пусть эти два закона природы – II закон Ньютона и закон всемирного тяготения, а явление природы – положение и скорость движения планеты Марс в некоторый момент времени. Эти данные позволяют рассчитать положение Марса и его скорость во все моменты прошлого и будущего, т. е. реконструировать бесконечное множество явлений природы.

**Третий уровень научного знания.** Данный уровень Е. Вигнер характеризует описательно, утверждая, что принципы симметрии играют по отношению к законам природы ту же роль, что и законы природы по отношению к явлениям природы. Такое описательное определение принципов симметрии и их роли, по-видимому, связано с тем, что опыт работы с принципами симметрии общества значительно более скуден, чем опыт работы с законами природы и тем более явлениями природы; кроме того, он является принадлежностью узкого круга людей даже среди членов научного сообщества. Сделать его доступным возможно более широкому кругу людей означает сформировать у них целостную научную картину мира. Это становится понятным при взгляде на рис. 3.2, иллюстрирующий деление области научных знаний по схеме Е. Вигнера.

В схеме учтено, что в силу сокращения описания каждый последующий уровень *уже* предшествующего, но при этом он структурирует предшествующий уровень, т. е. дает его сокращенное описание.



Рис. 3.2. Схема деления области научного знания по Е. Вигнеру

Именно эта схема может служить основой целостной и стройной научной картины мира. Перефразировав высказывание Анри Пуанкаре о математическом рассуждении из его известного доклада «О математическом творчестве», можно сказать: научная картина мира не беспорядочная груда явлений и законов природы, а их упорядоченная цепь. Это позволяет владеющему ей видеть ее в целом и в то же время свободно обращаться к любому ее фрагменту<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Таких возможностей не создают те научные картины мира, которые зачастую предлагаются в курсах «Концепции современного естествознания», – механическая, электромагнитная, квантово-релятивистская и др.

## 3.2. Общая идея симметрии и иерархия симметрий

Объект обладает свойствами симметрии относительно некоторой группы преобразований<sup>1</sup>, если при действии на него преобразований этой группы некоторые свойства (стороны, отношения...) остаются инвариантными [10]. В качестве примера приведем правильные многоугольники с числом сторон, кратным трем: равносторонний треугольник, правильный шестиугольник, правильный девятиугольник и т. д.

Все эти многоугольники не меняют своего вида при поворотах относительно центров фигур по или против часовой стрелки на любой угол, кратный базовому углу  $\varphi_3 = 120^\circ$ . Остаются неизменными сами фигуры, длины сторон, площади фигур, углы. Произвольный угол поворота, кратный базовому, можно задать соотношением  $\varphi_{3m} = m \cdot 120^\circ$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ . Базовый угол вычисляется по правилу  $\varphi_n = 120^\circ/n$ , где  $n = 1, 2, 3 \dots$ . При  $n = 3$  (наш случай) мы говорим о группе вращений вокруг оси третьего порядка  $l_3$ , проходящей через центр правильного многоугольника перпендикулярно его плоскости (рис. 3.3, а); набор правильных многоугольников, являющихся инвариантами этой группы, показан на рис. 3.3, б.

Здесь используется понятие *группы преобразований*. Она характеризуется свойством замкнутости: последовательное выполнение двух преобразований группы (композиция преобразований) снова является преобразованием этой же группы. Выпишем в явном виде перечень поворотов группы  $l_3$ :  $\dots 720^\circ, 600^\circ, 480^\circ, 360^\circ, 240^\circ, 120^\circ, 0^\circ, -120^\circ, -240^\circ, -360^\circ, -480^\circ, -600^\circ, -720^\circ, -840^\circ \dots$  Легко видеть, любая композиция двух поворотов дает поворот этой же группы:  $S(-720^\circ) \times S(240^\circ) = S(480^\circ)$ <sup>2</sup>. Не всякий, даже упорядоченный, набор

---

<sup>1</sup> Свойствами группы преобразований кроме требования замкнутости относительно операции композиции являются еще два: 1. Любая группа должна содержать единичное (тождественное) преобразование. Его композиция с любым преобразованием группы тождественна этому последнему. 2. Каждое преобразование группы должно иметь обратное. Композиция прямого и обратного преобразования тождественна единичному. В нашем примере в качестве единичного преобразования выступает поворот на  $0^\circ$ , а взаимно обратными преобразованиями являются повороты на одинаковый по величине угол по и против часовой стрелки, например на углы  $240^\circ$  и  $-240^\circ$ .

<sup>2</sup> Символ \* – знак группового умножения, указывающий на последовательное выполнение преобразований, приведенных до и после него.



поворотов имеет такое свойство. Например, его не имеет набор:  $\dots 110^\circ, 60^\circ, 10^\circ, -40^\circ, -90^\circ, -140^\circ, -190^\circ \dots$ . Действительно, композиция поворотов на  $60^\circ$  и  $10^\circ$  приводит к повороту на  $70^\circ$ , которого нет в исходном списке. Если его пополнить этим поворотом, то новый вариант списка снова придется пополнять по тому же принципу. Именно поэтому такой незамкнутый набор преобразований не принято называть группой.

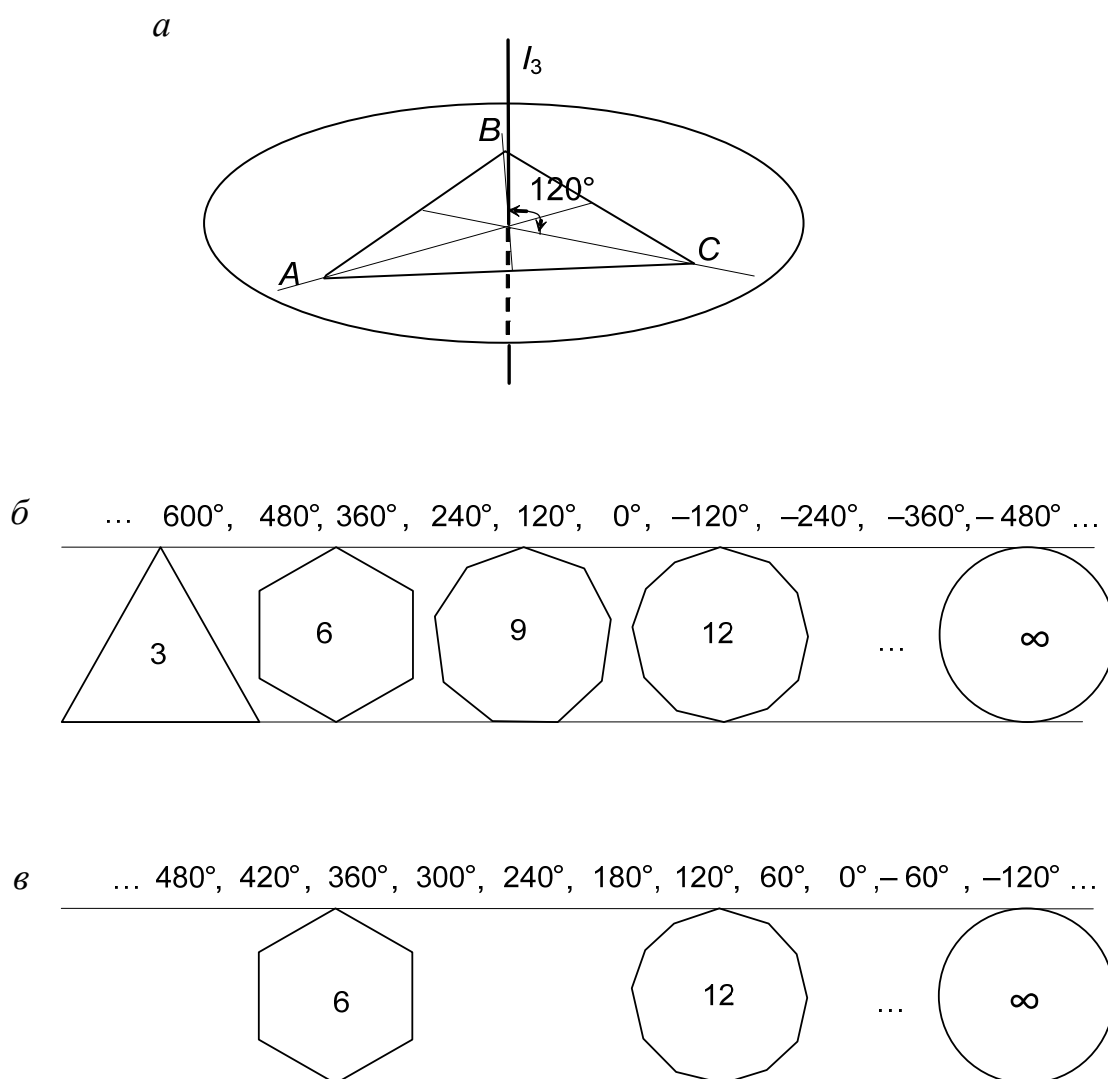


Рис. 3.3. Группы вращений третьего и шестого порядков:  
*a* – вращения равностороннего треугольника ABC вокруг оси третьего порядка  $l_3$ ;  
*б* – инварианты группы поворотов третьего порядка подгруппы группы поворотов шестого порядка; *в* – инварианты группы поворотов шестого порядка

Очевидно, нельзя говорить о свойствах симметрии объектов относительно неопределенного набора преобразований, не образующего замкнутой группы.

Рассмотрим теперь группу поворотов шестого порядка с осью  $l_6$  и базовым углом  $\varphi_6 = 60^\circ$ . Построим перечень углов поворота этой группы преобразований:  $\dots 720^\circ, 660^\circ, 600^\circ, 540^\circ, 480^\circ, 420^\circ, 360^\circ, 300^\circ, 240^\circ, 180^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 0^\circ, -60^\circ, -120^\circ, -180^\circ \dots$

Нетрудно видеть, что в перечень углов поворота группы  $l_6$  входят все углы поворотов группы  $l_3$ . Говорят, что группа  $l_3$  является подгруппой группы  $l_6$ . Отметим, что перечень инвариантов подгруппы  $l_3$ , приведенный на рис. 3.3, б, *шире* перечня инвариантов группы  $l_6$ , включающей ее (рис. 3.3, в), в отличие от перечня углов поворота, который *уже* для подгруппы  $l_3$ , включенной в группу  $l_6$ . Тем не менее группа и ее подгруппа обязательно имеют общие инварианты.

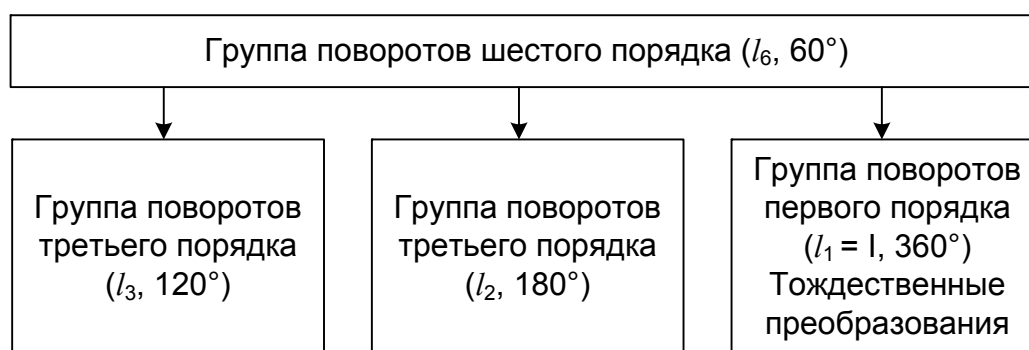


Рис. 3.4. Расщепление группы поворотов шестого порядка на три подгруппы

Можно показать, что группа  $l_6$  имеет еще две подгруппы: одна – это группа поворотов с осью  $l_2$  и базовым углом  $\varphi_2 = 180^\circ$  и вторая – группа тождественных преобразований, которая является подгруппой любой группы. В нашем случае это группа поворотов  $l_1$  с базовым углом  $\varphi_1 = 180^\circ$ , так как все углы поворота группы тождественных преобразований эквивалентны повороту на угол  $0^\circ$ , т. е. отсутствию поворота. Список инвариантов группы тождественных преобразований наиболее широк, так как включает произвольные геометрические фигуры. В результате группа поворотов  $l_6$  расщепляется на три подгруппы  $l_3, l_2$  и  $l_1$ . Схематически это показано на рис. 3.4.

Кроме группы поворотов существуют и другие группы, например группа трансляций относительно выделенного направления. Это группа параллельных переносов на отрезок с длиной, кратной длине некоторого базового отрезка:  $b_m = m \cdot a$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ ;  $a$  – длина базового отрезка. Инвариантами этой группы являются узоры любого орнамента, повторяющегося со сдвигом на шаг  $a$  вдоль выбранной оси. Фрагмент такого орнамента показан на рис. 3.5.

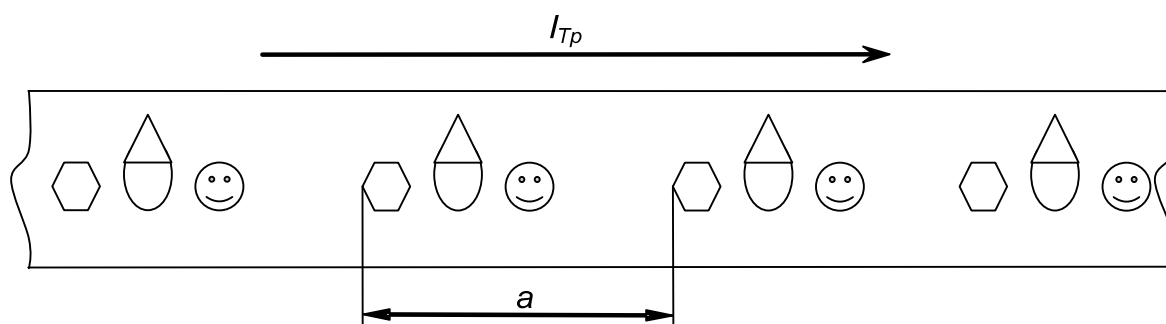


Рис. 3.5. Фрагмент фигуры – инварианта преобразования параллельного переноса вдоль оси трансляции  $l_{Tp}$  на любой отрезок с длиной, кратной шагу  $a$

Группы поворотов на различные базовые углы  $\varphi_n = 360^\circ/n$ ,  $m = 1, 2, 3$  объединены в общую группу вращений так же, как и группы трансляций с шагами различной длины объединены в общую группу параллельных переносов вдоль выделенного направления  $l_{Tp}$ . Характерной особенностью группы вращений и группы параллельных переносов является наличие у них общих инвариантов. Общими инвариантами являются длины и углы.

Действительно, при любом повороте и любом параллельном переносе длины сторон, совмещающихся при любом преобразовании данной группы, равны, как равны и углы, стороны которых совмещаются в результате преобразования (см. рис. 3.3 и рис. 3.5). Поэтому группу вращений и группу параллельных переносов, имеющих общие инварианты, объединяют как подгруппы группы движений.

Двумя другими подгруппами группы движений являются группа зеркальных отражений и группа центральных симметрий. Преобразования отражения относительно оси (плоскости) и инверсии относи-

тельно точки, которые порождают эти группы, показаны на рис. 3.6, *a*, *б*, а примеры инвариантов этих групп – на рис. 3.6, *в*, *г*<sup>1</sup>.

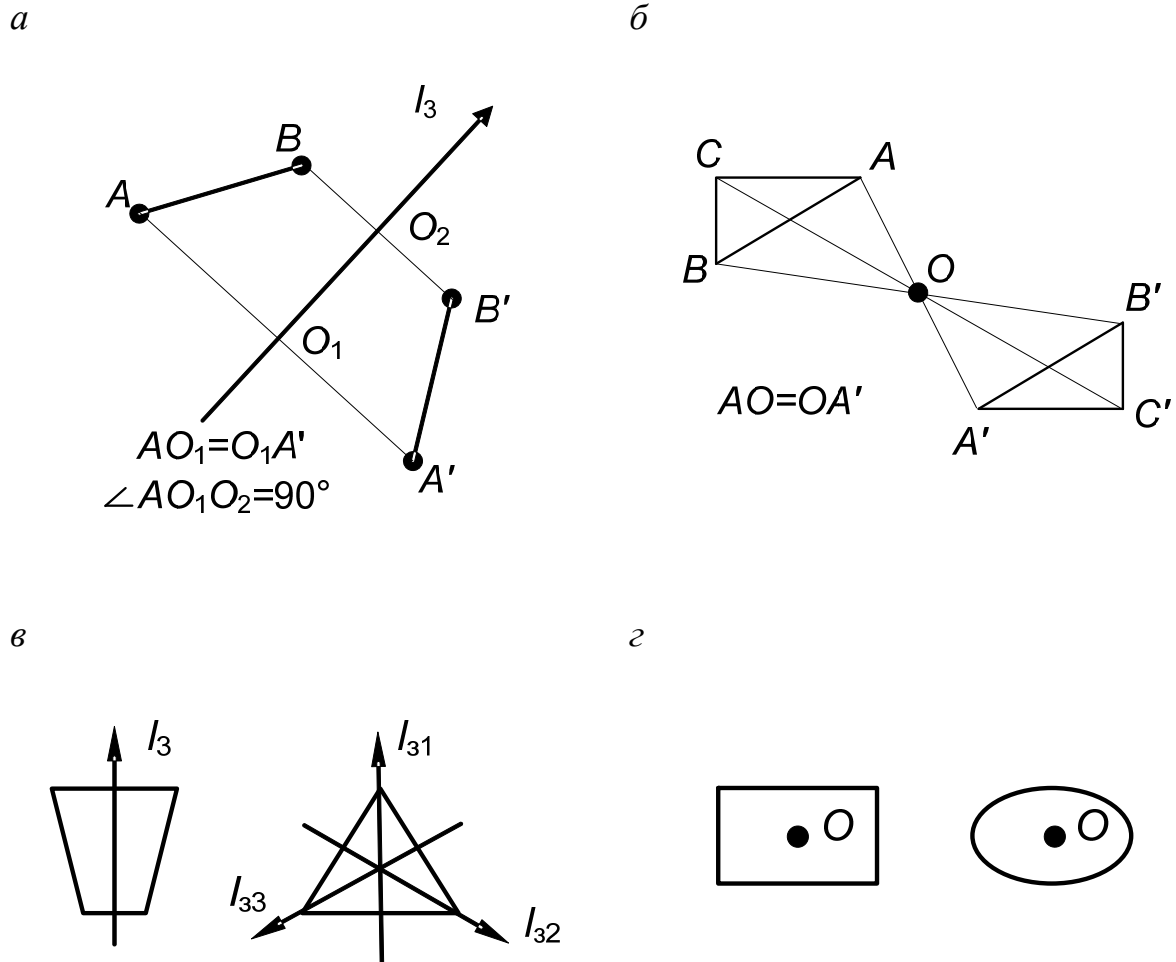


Рис. 3.6. Зеркальная и центральная симметрии:

*a* – преобразование зеркальной симметрии как инверсия относительно прямой (следа зеркальной плоскости) – оси зеркальной симметрии  $l_3$ ; *б* – преобразование центральной симметрии как инверсия относительно точки – центра инверсии  $O$ ; *в* – фигуры – инварианты преобразования зеркальной симметрии (совмещаются с собой при отражении относительно осей зеркальной симметрии); *г* – фигуры – инварианты преобразования центральной симметрии (совмещаются с собой при инверсии относительно центра)

<sup>1</sup> Фигура является инвариантом группы зеркальных отражений, если она имеет хотя бы одну ось зеркальной симметрии; фигура является инвариантом группы центральной симметрии, если она имеет точку – центр симметрии.

В свою очередь, группа движений является подгруппой группы преобразований подобия, которую порождают параллельные переносы в пространстве или повороты, сопровождаемые равномерным растяжением (сжатием), пропорциональным величине переноса или углу поворота соответственно.

Примеры фрагментов фигур-инвариантов группы преобразований подобия приведены на рис. 3.7. Как и в случае группы трансляций, приводятся фрагменты фигур-инвариантов, поскольку сами фигуры потенциально бесконечны.

Общими инвариантами всех преобразований подобия являются углы и отношения сторон (площадей) соответственных элементов, совмещающихся при выполнении преобразований группы. При значении коэффициента растяжения, равном единице, мы получаем равные длины соответственных сторон. То есть в этом случае преобразование сохраняет длины и является движением, а значит, группа движений – это подгруппа группы подобия.

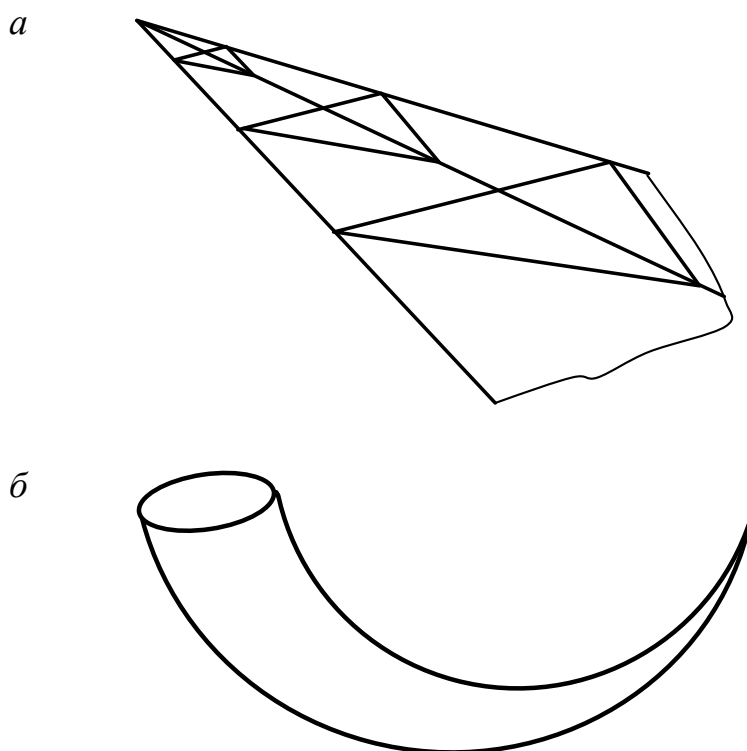


Рис. 3.7. Фигуры-инварианты преобразования подобия  
(проективная симметрия):

*a* – параллельный перенос и пропорциональное равномерное растяжение;  
*б* – поворот и пропорциональное углу поворота равномерное растяжение

Группа подобия является подгруппой группы произвольных непрерывных деформаций. Преобразование, порождающее эту группу, – это неравномерное произвольное растяжение (сжатие) плоскости или пространства. При этом запрещено производить любые разрезы и склейку частей. Наглядное изображение такого преобразования можно получить, произвольно и неравномерно растягивая тонкий упругий лист резины с нанесенным на него узором, как показано на рис. 3.8.

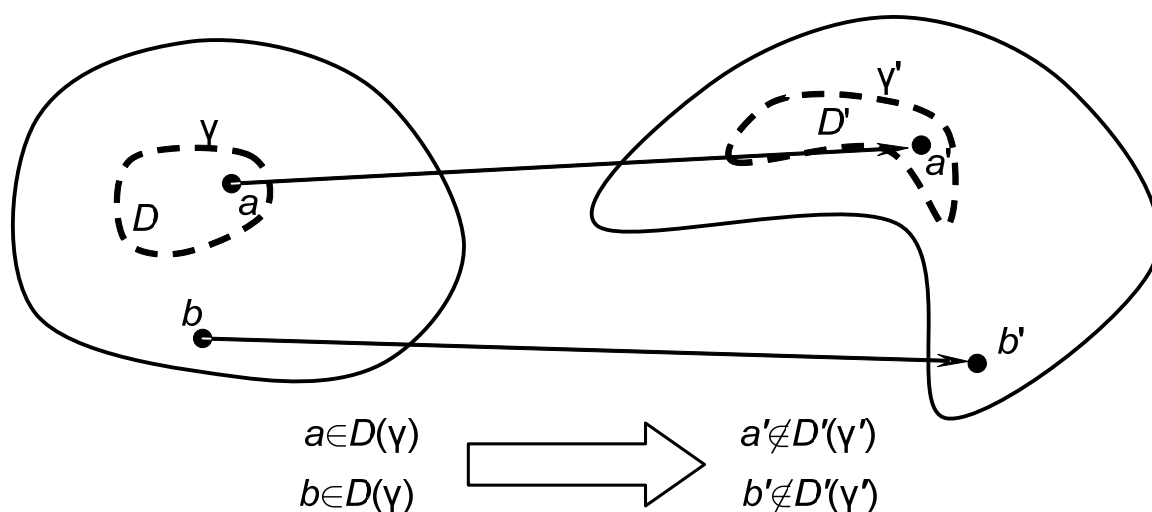


Рис. 3.8. Преобразование непрерывной неравномерной деформации

Характерной особенностью преобразования непрерывной деформации является то, что если прообраз элемента (точка) – принадлежит (не принадлежит) прообразу некоторой области, то изображение этого элемента (точка) принадлежит (не принадлежит) изображению исходной области (см. рис. 3.8).

Иначе говоря, инвариантами преобразования непрерывной деформации являются отношения принадлежности элемента к множеству: если  $a \in D$ ,  $b \notin D$ , то  $a' \in D'$ ,  $b' \notin D'$  (см. рис. 3.8). Здесь  $a$ ,  $b$ ,  $D$ , – прообразы,  $a'$ ,  $b'$ ,  $D'$  – образы точек и области, которой они принадлежат. Непрерывные деформации образуют группу, поскольку последовательное выполнение двух произвольных непрерывных деформаций само является непрерывной деформацией. Если непрерывная деформация является однородной, то мы получаем преобразование

подобия. Это означает, что группа подобий является подгруппой группы непрерывных деформаций.

Симметрия, порожденная группой непрерывных деформаций, лежит в основе распознавания образов. Мы в комнате кривых зеркал отличаем изображение руки от изображения лица потому, что пальцев остается столько же и расположены они в том же порядке, а нос у изображения расположен между глаз, несмотря на существенное искажение. Именно в этом и состоит элемент неожиданности, в силу которого комната имеет второе название – «комната смеха». Несмотря на всевозможные варианты почерка, мы отличаем букву А от буквы В практически в любом начертании. Различение в обоих случаях связано с наличием топологических инвариантов преобразования произвольной непрерывной деформации.

Наконец, отметим, что группа непрерывных деформаций является подгруппой группы автоморфизмов. Преобразование, порождающее группу автоморфизмов, – это любое преобразование множества, сохраняющее заданную на нем структуру. Наглядное представление дает следующий образ. Пусть имеется тонкий резиновый коврик, разрисованный несколькими различными цветами. Мы допускаем его произвольную деформацию, а также вырезание кусков, склеивание краев разрезов и вклеивание вырезанных кусков в другие разрезы, если при этом не возникает новых границ с областями разного цвета. То есть синий кусок можно вклеивать только в синюю область и нельзя вклеивать его в красную область или между красной и зеленой областями. При таком преобразовании число исходных областей и их взаимное расположение, т. е. характеристики структуры, остаются инвариантными.

На рис. 3.9 показана общая схема иерархии геометрических (топологических) групп симметрии, порождаемая группами преобразования плоскости, описанными выше. Для нас важно, что эта схема лежит в основе всех систем ориентации от систематического и алфавитного каталогов библиотек до указания любого адреса и, шире, любого способа пространственно-временной локализации любого явления природы. Она также лежит в основе классификации всех областей научного знания.



Рис. 3.9. Иерархия групп преобразований плоскости и соответствующих им симметрий:

$l_n$  – ось поворотов  $n$ -го порядка ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $E$  – группа тождественных преобразований



Эта схема иерархии топологических (геометрических) симметрий, возможно, нуждается в коррекции, связанной с учетом нелокальности характеристик объектов фрактальной, точнее, мультифрактальной природы.

### **3.3. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Ее перенос на другие области научного знания**

Наибольшие надежды в плане систематизации научного знания вот уже около 140 лет специалисты в области математики и теоретической физики связывают с реализацией идей Эрлангенской программы Феликса Клейна и их переносом в новые области научного знания. В основе этой программы лежит простая мысль: в рамках любого раздела математики изучению подлежат не все возможные объекты (соотношения, связи), а только те, которые остаются неизменными при действии некоторой группы преобразований или, говоря иначе, в фундаменте каждого раздела математики лежит своя группа симметрий. Так, в основе геометрии Евклида лежит группа метрических симметрий (центральная, зеркальная, поворотная и трансляционная), связанная с группой преобразований движения<sup>1</sup>. Евклидова геометрия изучает те свойства фигур, которые не меняются при движении, поскольку принимается, что равные фигуры – это фигуры, которые можно перевести друг в друга движением. Если роль движений передается другой совокупности геометрических преобразований и фигуры, преобразующиеся при этих преобразованиях, признаются «равными», то мы получаем новую «геометрию», изучающую свойства фигур, инвариантные относительно выбранной группы преобразо-

---

<sup>1</sup> Это придает неожиданный поворот обвинению основателя геометрии (и логики) Фалеса Милетского (585 г. до н. э.) в том, что он в основу своей аксиоматики геометрии (точнее, ее зародыша) положил «неопределенные и расплывчатые» представления о формах симметрии, в частности зеркальной: две первые теоремы о делении круга и равнобедренного треугольника на две равные части. Сторонникам позднее возникшего варианта аксиоматики геометрии (варианта Евклида) более обоснованным набором первичных дедуктивных понятий представлялись «тело», «поверхность», «линия», «точка», связанные отношением принадлежности элемента к множеству, которое через две тысячи лет привело к Канторовой теории множеств – основе современной математики и, соответственно, ко всем парадоксам теории множеств, т. е. к тому, что было названо кризисом оснований математики. Возвращение в 1872 г. *симметрии* статуса понятия, лежащего в основании геометрии, отчасти разрешило «спор», длившийся 2457 лет.

ваний. Теория этих инвариантов называется геометрией этой группы. Поскольку существует иерархия симметрий (см. рис. 3.9), то возникает и соответствующая ей иерархия геометрий. Если в качестве порождающей группы берутся аффинные преобразования (преобразования подобия или проективные преобразования), возникает аффинная или проективная геометрия. В рамках этого подхода Ф. Клейн рассмотрел широкий круг других геометрий, включая геометрию Лобачевского. Развитием идеи Эрлангенской программы по установлению структуры геометрии путем ее алгебраизации и ее переносом на всю область математики можно считать представление математики как иерархии структур. Порождающими структурами являются структуры порядка, алгебраические, топологические и логические структуры. Это представление разрабатывается группой математиков, объединившихся под псевдонимом Николя Бурбаки. Они предприняли последовательное систематическое изложение всех основных разделов математики в многотомном собрании сочинений. К настоящему времени вышло тридцать четыре тома, но работа пока не завершена. Тем понятнее, что формирование на основе некоторой иерархии симметрий классификации других научных дисциплин находится в самых начальных стадиях. Только в теоретической физике явно просматривается систематизирующая роль различных форм симметрии. Ее можно видеть в связи законов сохранения энергии с симметриями пространства-времени, которую устанавливает теорема Эмми Нетер [48], в инвариантности уравнений движения и уравнений электродинамики относительно преобразований Галилея и Лоренца, а также в динамических принципах инвариантности (симметрии), определяющих характер четырех фундаментальных взаимодействий: сильного, слабого, электромагнитного и гравитационного. Характер этих взаимодействий определяет свойства всех силовых полей и тем самым формирует структурные уровни состояния вещества на всех известных масштабах – от элементарных частиц до галактик и их скоплений.

Очевидна роль симметрии в новейшем разделе физики – синергетике<sup>1</sup>, связанном с исследованием процессов самоорганизации в от-

---

<sup>1</sup> Синергетику только условно можно считать частью физики, поскольку изначально она возникла в рамках неравновесной термодинамики [49; 68], но затем была перенесена в другие научные дисциплины [39; 64]. Сейчас ее рассматривают как междисциплинарную.

крытых термодинамических и некоторых других (биологических, экономических и социальных) системах, для которых можно записать нелинейные уравнения кинетики определенного вида. Основная роль симметрии связана с тем, что самоорганизация в процессе эволюции системы – это изменение структуры системы, т. е. понижение степени ее симметрии. Это наглядно видно, например, при изучении явления Бенара и реакции Белоусова – Жаботинского. В обоих случаях однородная в исходном состоянии жидкость после достижения внешними параметрами критических значений разбивается на подобласти – на шестигранные конвективные ячейки или на чередующиеся слои разного цвета (рис. 3.10)<sup>1</sup>. В случае ячеек Бенара в ядре каждой ячейки жидкость движется вверх, а на границах – вниз и потому границы ячеек образованы тонкой пудрой, распыленной на поверхности жидкости, а в случае реакции Белоусова – Жаботинского границы областей – это границы слоев растворов разного цвета. На более глубоком уровне можно говорить об изменении топологических характеристик фазового портрета системы при изменении ее структуры. Сохранение структуры является следствием инвариантности топологических характеристик фазового портрета в некоторой области параметров относительно бесконечно малых возмущений параметров и начальных условий. В этой области систему называют грубой [3].

Заметим, что структурные уровни вещества и силовые поля лежат в основе классификации наук, отнесенных, по терминологии В. С. Леднева, к линии вещественно-энергетических, а синергетика охватывает все науки, отнесенные к линии антиэнтропийных [35].

В результате оказывается, что даже в далеком от завершения виде идея иерархии симметрий позволяет с единых позиций провести (наметить) классификацию наук математического и естественнонаучного циклов. Отметим, что эта классификация не расходится с традиционной, восходящей еще к Ф. Энгельсу и описанной В. С. Ледневым [35], но она позволяет уточнить некоторые детали. Например, к линии антиэнтропийных наук, как выяснилось, следует отнести не только

---

<sup>1</sup> В исходном состоянии любое преобразование группы движений не изменяет вид жидкости, а после точки бифуркации вид жидкости инвариантен только относительно преобразований трансляции с определенным базисным вектором трансляции. То есть степень симметрии уменьшается.

науки о живой природе и обществе, но и науки о процессах в неорганической природе (ячейки Бенара и т. п.), которые сопровождаются уменьшением энтропии.

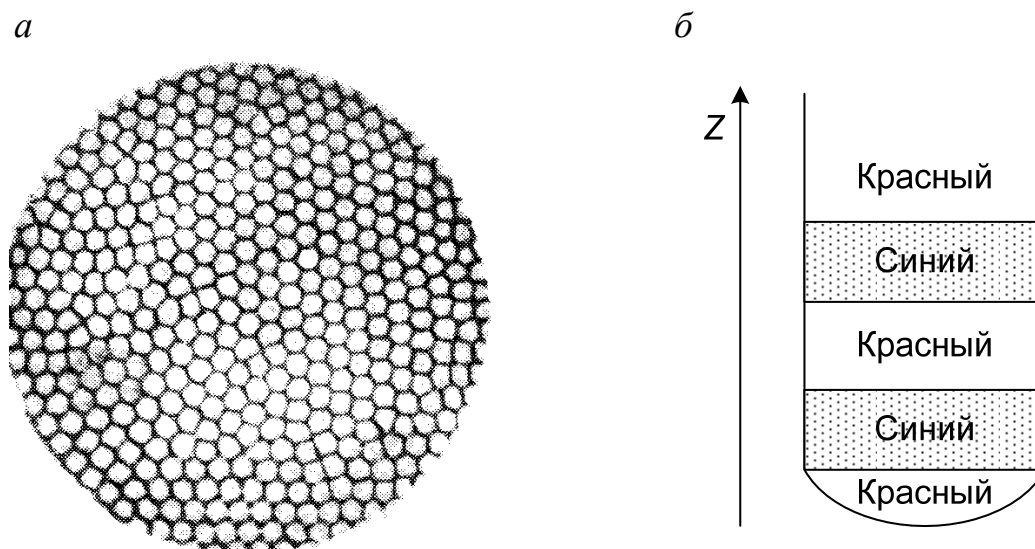


Рис. 3.10. Диссипативные структуры [68, с. 33, 37]:  
*a* – ячейки Бенара, вид сверху (по Чандрасекару); *б* – спонтанные волны концентрации в системе Белоусова – Жаботинского

Таким образом, иерархию принципов симметрии, просматриваемую в схеме деления области научных знаний Е. Вигнера, Эрлангенской программе Ф. Клейна, современной квантово-релятивистской теории поля и синергетике, нельзя рассматривать как завершенную дедуктивную систему, но ее можно взять как основу классификации структур научного знания.

### 3.4. Роль системы симметрий в эволюции научного знания

Эволюция научного знания важна для нас в двух отношениях: во-первых, она дает возможность охарактеризовать роль симметрий в развитии общественного сознания, во-вторых, научное знание является детерминантой содержания общего образования. Значение структуры научного знания в формировании структуры содержания общего образования раскрыто В. С. Ледневым через учет предметной структуры общественной деятельности [35], но при этом внимание ученого было сосредоточено на статическом разрезе структуры со-

держания общего образования, а временная развертка содержания образования не рассматривалась. Характеристика этапов и ступеней содержания образования дана как простая констатация сложившейся структуры содержания образования. Упоминается лишь о связи временных этапов и ступеней содержания образования с характерными этапами развития личности. Но даже беглое сопоставление развертывания общего образования и эволюции научного знания позволяет усмотреть их корреляцию. Иначе говоря, научное знание как детерминанта содержания образования имеет кроме статического еще и динамический аспект [20].

Зарождение научного знания произошло не позднее периода, когда орудия труда приобрели устойчивую форму, т. е. не позднее мезолита. Для изготовления орудий труда требовалось знание свойств материалов и приемов обработки, а устойчивость их формы предполагала передачу этого знания. Первый период развития научного знания называется *индуктивным*, или эмпирическим [58]. Считается, что все научные знания в этот период возникали опытным путем. Он характеризуется медленным темпом накопления научных знаний и их относительно малым объемом, что предопределяет отсутствие научной специализации. Говоря образно, весь объем накопленных знаний мог уместиться в одной голове. Длился индуктивный период до момента отделения математики от общего ствола научных знаний, что принято отождествлять с доказательством первых пяти теорем геометрии Фалесом Милетским в VI в. до н. э. В связи с систематическим использованием логики последующий период развития научного знания называют *дедуктивным* [71]. В этом периоде новые научные знания все чаще получают выведением их из накопленных ранее. Этот путь оказывается многократно эффективнее опытного. Быстрый рост количества новых знаний различного рода приводит к необходимости их деления на категории, а в последующем к специализации. Поэтому характерным признаком дедуктивного этапа развития научного знания является прогрессирующая дифференциация наук. Первой отделяется математика, затем физика (ее раздел механика), затем химия и биология. Оговоримся, здесь момент отделения научной дисциплины связывается с формированием раздела, который впоследствии становится первой основой систематического (квазидедуктивного) построения этой научной дисциплины в виде, близком к современ-

ному. Развитие научного знания на дедуктивном этапе выражается в эволюции его структуры (ветвлении дерева научного знания), что позволяет трактовать этот процесс с позиций синергетики [17].

Рассмотрим участие форм симметрии на индуктивном этапе эволюции научного знания и их проявление в основных «точках» ветвления дерева научного знания. К индуктивному периоду эволюции научного знания относится, в частности, создание определенных орнаментов и узоров, устойчиво закрепленных в общественном сознании, как показывают многолетние исследования известного археолога и этнографа академика Б. А. Рыбакова [52].



Рис. 3.11. Керамика энеолита с меандровым узором [52, с. 152]



Рис. 3.12. Полотенце. XIX в. Вышивка с меандровым узором [52, с. 89]

К ним относится меандровый орнамент – символ плодородия и благополучия, связываемый с богиней плодородия (рис. 3.11).

Этот орнамент имеет естественное происхождение: он проявляется как дендритный узор на срезах бивней мамонта и, соответственно, на статуэтках богини плодородия, вырезанных из бивней мамонта (для голодного племени столь крупная добыча была счастливым событием). После исчезновения мамонтов орнамент остался на керамических ритуальных сосудах (см. рис. 3.11) и наконец, был обнаружен на вышивке полотенец, найденных в этнографических экспедициях по Архангельской области (рис. 3.12). Трансляционная симметрия меандрического узора позволила ему закрепиться в общественном сознании на очень долгое время – около двадцати тысяч лет.

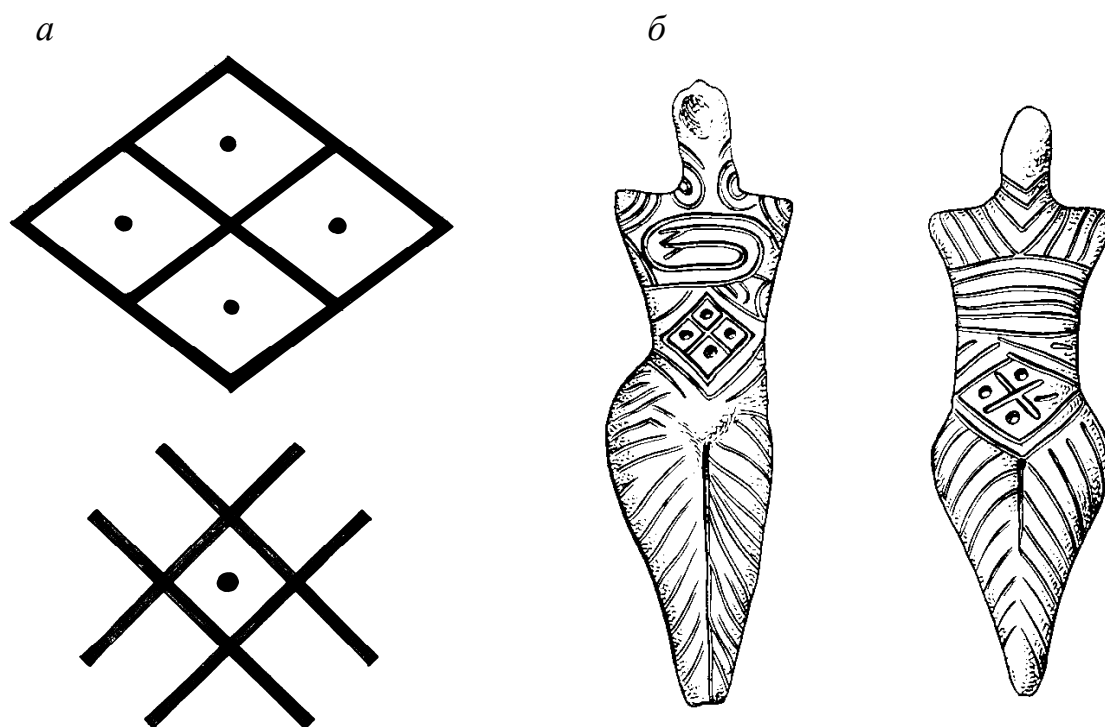


Рис. 3.13. Земледельческий узор [52, с. 182]:

*a* – знак засеянного и заборонованного поля; *б* – трипольские статуэтки со знаками засеянного поля

Более позднее происхождение, около семи тысяч лет, имеет земледельческий узор (рис. 3.13, *a*). Он также является символом плодородия: это зерно, брошенное на вспаханное поле и затем заборонованное. Его устойчивое повторение на ритуальной керамике и вышивках (рис. 3.13, *б*, 3.14), очевидно, связано с высокой степенью сим-

метрии (трансляционная и поворотная), а также с формированием важного инварианта – устойчивой связи занятия земледелием и жизненного благополучия.

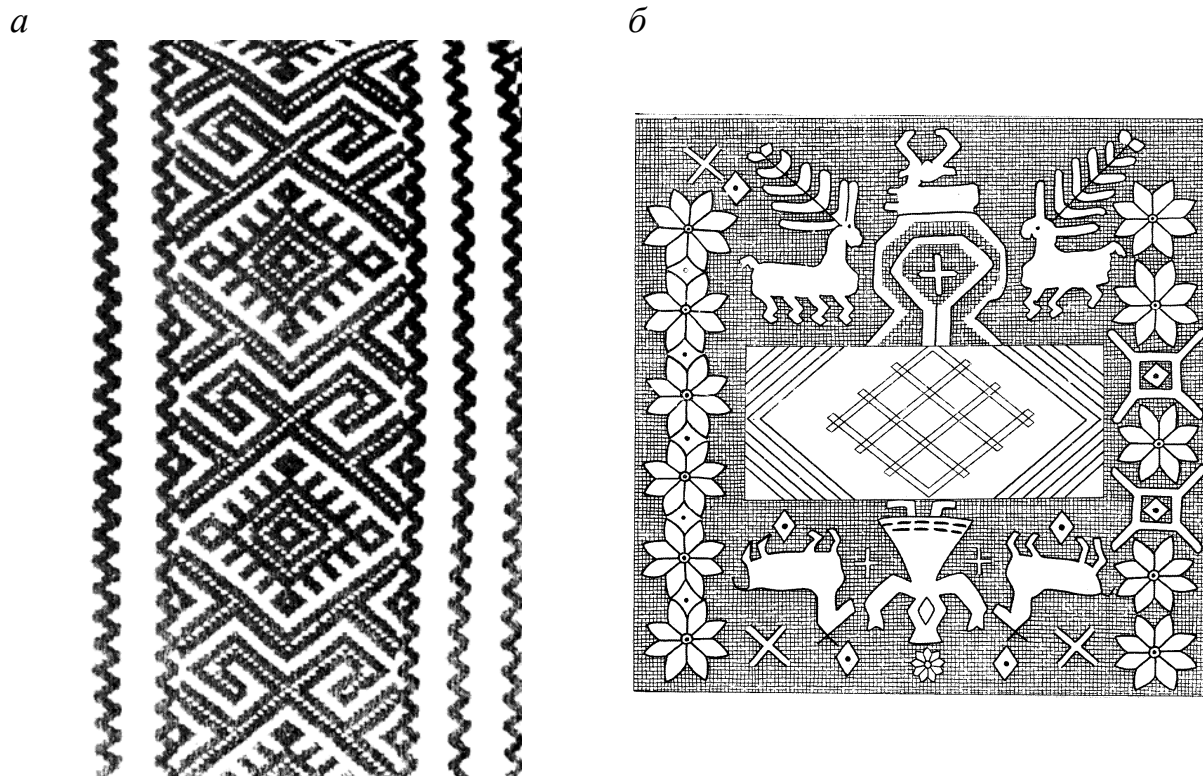


Рис. 3.14. Земледельческий узор на вышивках [52, с. 79, 88]:  
*а* – полотенце XIX в.; *б* – северорусская вышивка XIX в.

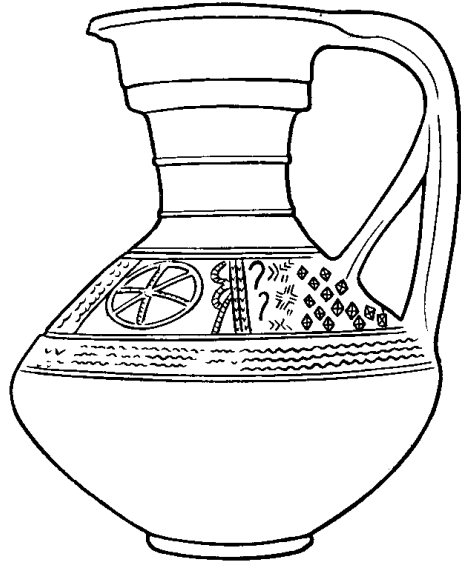
Третий характерный узор – это громовой знак, символ верховного божества, сокровенной небесной мудрости (рис. 3.15). Его возраст – около пяти тысяч лет. Встречается на древней керамике (рис. 3.16), резьбе на деревянных прялках XIX в. и значительно более древних сарматских зеркалах (рис. 3.17). Символом сокровенных тайн этот знак является потому, что связан с исчислением времени, делением года на двенадцать месяцев (см. рис. 3.16, *б*) и длительности дня на двенадцать часов. Присутствие множителя три в числах шесть и двенадцать не случайно. Оно связано с числом измерений, два из которых обычные – земные, а третье – таинственное, небесное. В этом символе переданы устойчивые представления о времени и пространстве, осознание которых, возможно, более значимо, чем создание теории относительности.





Рис. 3.15. Донце прялки с громовым знаком XIX в. [52, с. 459]

а



б

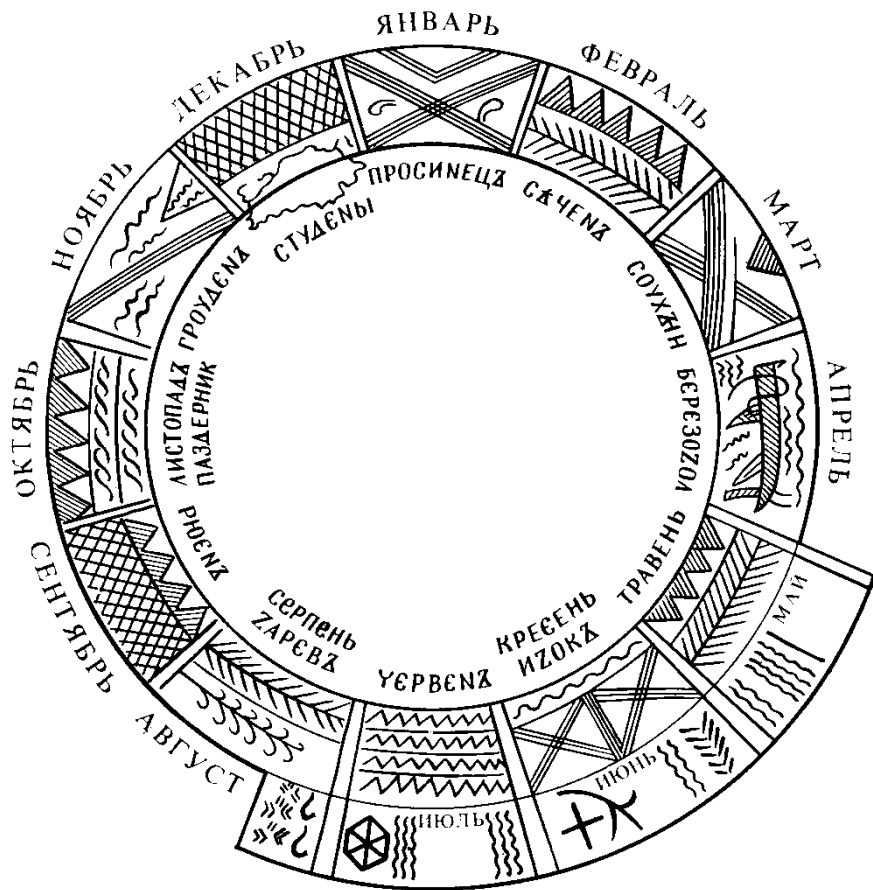


Рис. 3.16. Символика громового знака [52, с. 325]:

а – славянский керамический сосуд-календарь с громовым знаком; б – схема календаря

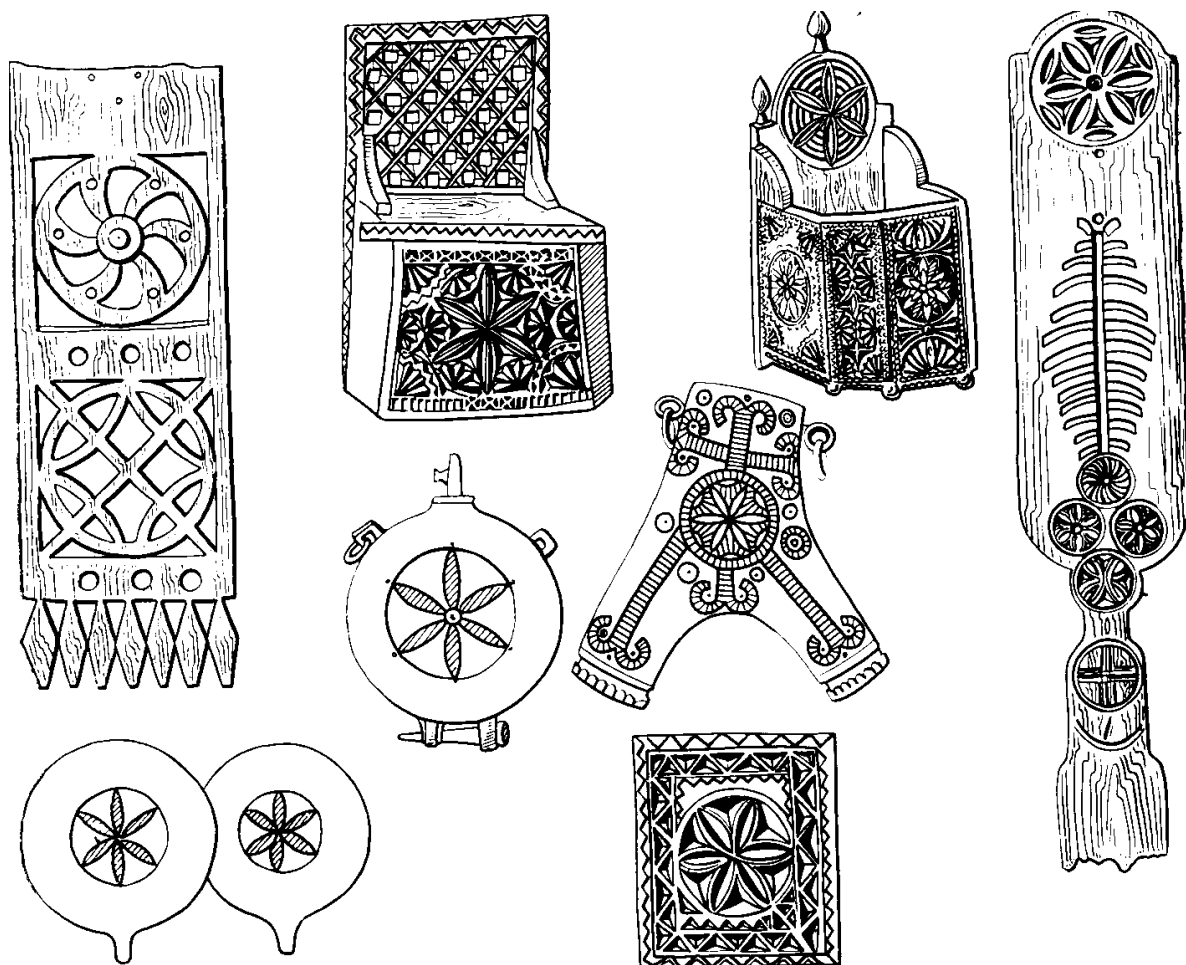


Рис. 3.17. Шестилучевой знак («колесо Юпитера», «громовый знак») на русских народных изделиях.  
Внизу слева сарматские зеркала [52, с. 305]

Как уже указывалось, выделение математики в качестве науки связано с первыми теоремами геометрии, которые доказал Фалес Милетский (625–527 гг. до н. э.). И. М. Яглом отмечает, что теоремы Фалеса касаются простых математических утверждений, хотя уже были известны гораздо более сложные математические факты, например формула  $a^2 + b^2 = c^2$ , связывающая длины сторон прямоугольного треугольника [71]. На этом основании И. М. Яглом утверждает, что основное достижение Фалеса не доказательство конкретных пяти теорем, а систематическое применение логического вывода как составной части аксиоматической системы. В аксиоматической системе, которую наметили теоремы Фалеса, в качестве базиса использованы свойства форм симметрии, в частности зеркальной. Первой завершен-

ной аксиоматической системой является геометрия Евклида (365 – ок. 300 г. до н. э.), который взял от Фалеса все, кроме опоры на формы симметрии как на первичные дедуктивные понятия. Евклид считал представления о симметрии слишком неопределенными и расплывчатыми для первичных понятий, за что он критиковал Фалеса. В качестве первичных дедуктивных понятий Евклид предложил следующие: «тело», «поверхность», «линия», «точка». Только в 1872 г. в рамках Эрлангенской программы Ф. Клейна симметрия группы движений была восстановлена в качестве основы геометрии Евклида.

Второй научной дисциплиной, отделившейся от общего ствола, является физика. Ее отделение связывается с периодом формирования механики как целостного объекта. За начало этого периода можно принять время жизни и деятельности Галилео Галилея (1564–1642). Механика – это раздел современной физики, на котором строятся все остальные разделы. Например, термодинамика опирается на три начала. Первое начало: «Тепло, сообщаемое системе, затрачивается на совершение системой работы против внешних сил и изменение ее внутренней энергии». Электростатика начинается с изложения закона Кулона о силе взаимодействия двух точечных зарядов. Изложение других разделов физики требует опоры на механику, термодинамику или электростатику. В основе самой механики (в современном понимании) лежит принцип относительности Галилея. Его значение заключается в утверждении инвариантности механических явлений и законов механики относительно преобразований Галилея и переноса во времени и пространстве. Группа преобразований Галилея описывает переход от одной инерциальной системы к другой, двигающейся с постоянной скоростью относительно первой. Таким образом, принцип относительности Галилея – это первый из классических (геометрических) принципов симметрии (инвариантности) современной физики. Следовательно, основу механики формирует особая группа симметрии, и это вполне согласуется с идеей Ф. Клейна.

Следующая научная дисциплина, отделившаяся от общего ствола научного знания, – химия. Первый раздел современной химии – это стехиометрия, атомно-молекулярная основа химии. Данный раздел позволяет выстраивать изложение химии в дедуктивном ключе. Начало его формированию положил Роберт Бойль (1627–1691), согласно учению которого элементами следует считать те простейшие тела, из

которых составлены сложные тела и к которым мы в конце концов приходим, разлагая последние. Завершение формирования стехиометрии связано с именами Дж. Дальтона (1766–1844), А. Авогадро (1776–1856) и др. В основе стехиометрии лежат представления об «абсолютной» устойчивости атомов и относительной устойчивости молекул при химических превращениях вещества. Точнее было бы говорить об «абсолютной» устойчивости ядер атомов, связанной с тем, что ядерные силы притяжения между нуклонами ядра в сотни тысяч раз превосходят силы электрической природы, связывающие атомы в молекулы. Если превращения вещества при химических взаимодействиях рассматривать как группу преобразований, то атомы следует признать инвариантами преобразований этой группы. То есть в духе общего представления о симметрии здесь можно говорить о новой форме симметрии. Нами было показано, что это позволяет развить аксиоматическое построение стехиометрии и записать элементарную химическую реакцию в виде уравнения с помощью символов химических элементов, обозначающих в данном случае атомы этих элементов [4; 5].

Возможность применения того же уравнения химической реакции к произвольным количествам вещества вместе с методом химических пропорций оказалась связанной с еще одним своеобразным принципом инвариантности (новой формой симметрии). Речь идет об инвариантности определенного рода отношений, характеризующих уравнение элементарной химической реакции относительно числа циклов (числа элементарных реакций). Свойство неизменности атомов в химических реакциях – это проявление соотношения двух фундаментальных взаимодействий: электромагнитного и сильного, которое является следствием принципов динамической инвариантности (симметрии). Таким образом, намечается связная цепочка принципов симметрии, охватывающих физику и химию. Она пока не позволяет строить изложение в соответствии со строгой аксиоматической схемой, но иерархию принципов симметрии уже можно использовать в педагогике для уточнения структуры содержания общего образования.

Возникновение биологии, ассоциируемой с современной теоретической биологией, можно соотнести с формированием ее основы – биологической систематики. Первую известную нам попытку классифицировать формы жизни предпринял еще Аристотель (384–322 гг. до н. э.),

но завершённую классификацию живых организмов, принятую с некоторыми поправками, предложил Карл Линней (1707–1778). Она построена по иерархическому принципу. Ученый разделил природный мир на три царства: минеральное, растительное и животное. Линней использовал четыре уровня иерархии: классы, отряды, роды и виды. В современной систематике различные уровни иерархии имеют названия: царство, тип, класс, отряд, семейство, род и, собственно, вид. Виды состоят уже из отдельных особей. Иерархическое построение систематики К. Линнея имеет тот же внешний вид, что и иерархия топологических (геометрических) симметрий. Это не случайное сходство, так как в обоих случаях каждому элементу данного уровня иерархии соответствует свой набор инвариантов. Устойчивость этих инвариантных признаков в процессе существования при различных вариациях условий существования означает наличие скрытой симметрии. Живые организмы и различные объединения их с современной точки зрения относятся к классу открытых систем, исследуемых синергетикой. Когда такие объекты допускают описание динамики в форме систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, то их устойчивость принято связывать со свойством грубости систем уравнений [3]. Оно выражается в том, что топологические характеристики фазовых портретов систем уравнений инвариантны относительно группы бесконечно малых возмущений параметров уравнений и их начальных условий. В этом случае принцип симметрии, лежащий в основе выделения данного элемента, выступает в явном виде.

Таким образом, в ходе эволюции научного знания как одного из элементов общественного сознания можно зафиксировать следующие моменты отделения научных дисциплин<sup>1</sup>: математика – VI в. до н. э., физика – XVI в. н. э., химия – XVII в. н. э. и биология – XVIII в. н. э. Изложение соответствующих учебных дисциплин (или циклов дисциплин) в средней общеобразовательной школе начинается в 1-м классе (математика), 7-м классе (физика), 8-м классе (химия) и 5-м классе (биология). Соответствие порядка следования учебных и научных дисциплин практически не нарушается. Оно, разумеется, обусловлено логи-

---

<sup>1</sup> Подчеркнем, здесь научные дисциплины рассматриваются как целостные, логически связанные системы, имеющие вид, близкий к современному. Отдельные не систематизированные факты из области этих дисциплин, разумеется, были известны гораздо раньше.

ческими связями дисциплин, расположением уровней соподчиненности объектов исследования различных дисциплин, а также степенью готовности сознания (общественного и индивидуального) к различению деталей мозаичных фрагментов различных уровней, на которые распадается картина мира. Исключением кажется биология, но здесь следует учесть, что за момент отделения биологии был взят период формирования систематики – основы современной теоретической биологии. Изложение соответствующего предмета в школе можно отнести к 10–11-му классам. С другой стороны, первая попытка систематики принадлежит Аристотелю (IV в до н. э.), т. е. как раз между математикой и физикой. Кроме того, четкое разделение живого и неживого, т. е. формирование соответствующих инвариантов в общественном сознании, уходит вглубь индуктивного периода и может быть связано с переходом в религиозном сознании от анимистических представлений к представлениям о богах, наделенных индивидуальностью. С этими уточнениями можно принять, что эволюция структуры научного знания дублируется при разворачивании во времени соответствующих элементов содержания общего образования. Иначе говоря, научное знание как детерминанта содержания общего образования кроме статического имеет динамический аспект, с которым связаны длительность и порядок расположения этапов и стадий элементов структуры содержания общего образования. Можно предположить, что имеет место корреляция между развитием общественного и индивидуального сознания, связанная с возникновением условий для соответствующей детализации мозаичной картины, формирующейся под влиянием предметной стороны деятельности.

### **3.5. Роль симметрии в эволюции индивидуального сознания**

В своем знаменитом докладе «О математическом творчестве», сделанном для Французской академии наук, крупнейший математик и физик современности Анри Пуанкаре говорил не о проблемах математики, а о психологии творчества [51]. Именно этот доклад положил начало обсуждению в рамках психологии проблемы подсознательного уровня индивидуального сознания человека. Своеобразие мышления А. Пуанкаре заключалось, в частности, в том, что он на

уровне сознания мог в некоторых особых ситуациях предельного напряжения умственных сил воспринимать происходящее в подсознании. Описывая свои ощущения при работе, которая привела к открытию свойств определенных функций, он говорит, что перед его умственным взором мелькали хаотично двигающиеся странные символы и фигурки. В определенный момент они стали группироваться и сцепляться; наконец, движение прекратилось и возникла красивая и гармоничная картина. Именно в этот момент и было сделано открытие свойств исследуемых функций. В том же докладе А. Пуанкаре утверждает, что в подсознании находится огромное количество всех возможных и невозможных вариантов комбинаций отрывочных образов разыскиваемого решения. Они, как правило, не выходят на поверхность сознания, так как существует определенный барьер, предохраняющий человека от хаоса подсознательного. Преодолевают этот барьер те комбинации, которые вызывают наибольший эмоциональный отклик. То есть, красивые и гармоничные варианты комбинаций одновременно оказываются правильными ответами, адекватно описывающими реальность. Красоту и гармонию мы всегда связываем с представлением о симметрии. Согласно утверждению А. Пуанкаре, связь подсознательного уровня психики с осознаваемым уровнем регулируется формами симметрии. Наиболее отчетливо эту мысль он выразил в том же докладе при обсуждении вопроса о том, кто обладает математическими способностями. Они не принадлежность людей с хорошей памятью, способных безукоризненно помнить длинные и разветвленные цепи силлогизмов, которыми являются любые математические рассуждения. Способностью к математике обладают те, кому присуще чувство гармонии определенного вида, позволяющее увидеть в сложном математическом рассуждении не беспорядочную груду силлогизмов, а некоторую упорядоченную иерархическую структуру. В этом случае человек оказывается способен и видеть картину в целом, и рассматривать любой ее фрагмент по своему выбору<sup>1</sup>. В изложенном явно просматривается роль симметрии в работе индивидуального сознания.

---

<sup>1</sup> Вероятно это и есть та недостижимая мечта создателей многочисленных курсов «Концепции современного естествознания», которую они стремятся осуществить, пытаясь создать целостную естественнонаучную картину мира.



О развитии индивидуального сознания на основе формирования системы инвариантов, связанных с различными формами симметрии, пишет в многочисленных работах основатель Женевской школы психологии Жан Пиаже. Так, работа «Генезис числа у ребенка» с первых строк апеллирует к этой системе понятий: «Всякое знание, независимо от того, является ли оно научным или просто вытекающим из здравого смысла, предполагает – явно или скрыто – систему принципов сохранения» [47, с. 243]. Используя методику опросов детей от четырех до семи лет, Ж. Пиаже с сотрудниками выясняют, как прогрессирует с возрастом умение ребенка оперировать непрерывными (жидкости) и дискретными (бусины) величинами, точнее, как формируется представление о том, что эти операции (переливание жидкостей в стаканы разной формы, в несколько стаканов; разбиение бусин на разные группы) не меняют общего количества. В итоге обосновывается вывод: «Множество (или совокупность) постигается лишь тогда, когда его общее значение остается неизменным вне зависимости от изменений, внесенных в отношения между элементами. Операции внутри одного и того же множества, которые называются “группой перестановок”, доказывают как раз возможность совершения любой перестановки элементов при сохранении инвариантности общей “мощности” множества. Число также может быть постигнуто интеллектом лишь в той мере, в какой оно остается тождественным самому себе, независимо от размещения составляющих его единиц; именно это свойство называется “инвариантностью” числа. Такая непрерывная величина, как длина или объем, может быть использована в деятельности разума лишь в той мере, в какой она образует постоянное целое, независимо от возможных комбинаций и размещения ее частей» [47, с. 244]. Описанные выше формирующиеся свойства являются формами симметрии: речь идет об инвариантности «мощности» множеств при действии группы перестановок. Когда эти формы симметрии закрепляются в сознании (5–7 лет), принято говорить о первой границе Пиаже, после достижения которой ребенок осваивает действие вычитания. Действие сложения осваивается до прохождения этой границы, поскольку сложение подразумевает объединение двух явно присутствующих групп объектов, а не выделение из целого некоторой части, «скрытой» в нем. Формирование элементов системы инвариантов (симметрий) описано Ж. Пиаже и при исследовании возникновения образа предмета у ребен-

ка до года в процессе сенсомоторной деятельности: «Обратимся к младенцу, лежащему в своей колыбельке. Верх колыбельки поднят и на нем висит ряд погремушек и свободный шнур. Ребенок хватает этот шнур и с его помощью раскачивает все устройство, не разбираясь, естественно, в деталях пространственных или причинных отношений. Удивленный результатом, он вновь отыскивает шнур и повторяет все сначала, и так несколько раз. Это активное воспроизведение результата, первый раз достигнутого случайно...» [47, с. 156–157].

О связи формирования интеллекта с понятием симметрии, установленной Ж. Пиаже, прямо говорит цитата из предисловия к сборнику его работ: «Важнейшую роль в этих исследованиях Ж. Пиаже играет понятие группировки, производное от понятия группы» [47, с. 33]<sup>1</sup>. Таким образом, можно допустить, что эволюция индивидуального сознания происходит как постепенное выделение различных форм симметрии и выстраивание иерархии симметрий.

### **3.6. Симметрия как общее понятие с двойным логическим статусом**

Выявленная выше роль понятия «симметрия» в классификации и эволюции научного знания, а также в развитии индивидуального сознания личности приводит к мысли о целесообразности его использования для организации содержания общего образования и, в частности, непрерывного естественнонаучного образования. Но в этом случае необходимо предварительно охарактеризовать свойства этого понятия с точки зрения его логического статуса. Как мы видели выше, понятие «симметрия» и представление о формах симметрии проникают во все области сознания от уровня общественного сознания (научное знание есть часть общественного сознания) до уровня индивидуального сознания. Поэтому понятие «симметрия» следует отнести к общим понятиям.

Необходимо уточнить: следует рассматривать симметрию как общее индуктивное или как общее дедуктивное понятие? К общим индуктивным понятиям относятся такие понятия, как «феномен»,

---

<sup>1</sup> Из приведенных выше цитат видно, что Ж. Пиаже изучал своеобразные формы симметрии, так как понятия «группа» и «группа преобразований» в математике эквивалентны понятию «группа симметрии».

«явление». Индуктивные понятия – это понятия эмпирические, их отличает привычность и легкость восприятия, так как они обобщают наши непосредственные ощущения. Из классической логики известно, что такие понятия характеризуются объемом и содержанием [66]. Под объемом индуктивного понятия понимают все те объекты, которые оно описывает. Содержание индуктивного понятия – это перечень существенных признаков, которые его характеризуют. Согласно схеме абстрагирования, отбрасывая часть признаков в содержании некоторого частного понятия, мы получаем более общее, имеющее больший объем. Поэтому наиболее общие индуктивные понятия имеют малое содержание. Относительная бессодержательность таких понятий делает их бесполезными для организации содержания образования (например, при построении интегративного курса). Использование в качестве структурообразующих чисто индуктивных общих понятий приводит к формальному объединению различных дисциплин, не имеющему полезного содержания. Примером такого формального подхода является комплект программ дисциплины «Естествознание» версии 1992 г. [50]. Там в качестве интегрирующего предлагалось понятие «феномен».

Анализируя понятие «атом» в первом томе собрания сочинений, академик Н. С. Курнаков обратил внимание на то, что общие дедуктивные понятия имеют связь содержания и объема, отличную от характерной для общих индуктивных понятий [32]. Чем больше объем общего дедуктивного понятия, тем шире и его содержание. Необходимо уточнить: под общими дедуктивными понятиями следует понимать первичные дедуктивные понятия, которые служат для построения широких дедуктивных систем. Именно это имел в виду Н. С. Курнаков, говоря об атоме как об общем дедуктивном понятии, используемом при построении многих моделей физики, химии и биологии (молекулярной генетики). На первый взгляд представляется, что использовать в качестве структурообразующих те первичные дедуктивные понятия, которые являются общими для разных дисциплин, наиболее целесообразно. Они лежат в основе планомерно развертывающихся дедуктивных (аксиоматических) систем. Но при более близком рассмотрении видно, что, как правило, первичные дедуктивные понятия не наглядны и мало привычны, а строгие логические построения с большим трудом воспринимаются подавляющим большинством лю-

дей. Это наглядно продемонстрировала неэффективность применения в школьной практике учебников по математике для школы, написанных академиком А. Н. Колмогоровым с соавторами [27]. В них в качестве базовых понятий взяты первичные дедуктивные понятия теории множеств, лежащей в основе всей математики. Оказалось, что эти учебники предъявляют нереально завышенные требования к логическим способностям учащихся.

Особняком стоят такие общие понятия, как «преобразование», «инвариант», «симметрия». Их следует рассматривать одновременно как общие индуктивные и как первичные дедуктивные понятия. Характеристика этих понятий как индуктивных очевидно связана с тем, что они участвуют в формировании индивидуального сознания. Действительно, нам нет необходимости договариваться между собой о понимании того, что представляет собой, например, зеркальная симметрия. Опыт частого «общения» с зеркалом приводит к единообразному представлению о свойствах зеркальной симметрии. Именно поэтому когда любой группе людей демонстрируется набор фигур, часть которых имеет свойство зеркальной симметрии, то подавляющее большинство безошибочно отбирает эти фигуры из произвольного перечня. Таким образом, Фалес Милетский имел все основания принять зеркальную симметрию в качестве аксиомы, так как аксиома – это суждение, истинность которого не требует доказательства ввиду его самоочевидности. Но, как показал через две с половиной тысячи лет Феликс Клейн, метрические симметрии, включая зеркальную, действительно лежат в основе геометрии Евклида, что придает этим симметриям статус первичных дедуктивных понятий широких аксиоматических построений.

Индуктивный характер понятия «симметрия» позволяет опираться на наглядность ее форм при их использовании в учебном процессе, что особенно важно на первых этапах. А статус форм симметрии как первичных дедуктивных понятий и иерархические системы, которые они образуют, позволяют строить изложение, исходя из строгих дедуктивных схем, и поэтапно наполнять его содержанием. Обозначая, использование понятия «симметрия» делает возможным движение от картинок, множество примеров которых имеется у Г. Вейля, А. В. Волошинова, Б. А. Рыбакова [10; 14; 52], к строгим моделям современной квантово-релятивистской теории поля.

### **3.7. Использование симметрии для оптимизации структуры содержания образования. Система локальных интегративных курсов**

Следствием бурной дифференциации научного знания в дедуктивный период его развития (с IV в. до н. э.) является быстро прогрессирующая специализация. Ее рост привел к исчезновению к XIX в. ученых-энциклопедистов, а в дальнейшем к возникновению проблемы «двух культур» – гуманитарной и естественнонаучной. В своем крайнем выражении узкая специализация оборачивается тем, что грубо, но точно называют «профессиональным идиотизмом». С позиций содержания образования все эти отрицательные явления связаны с соотношением общего и специального образования, которое показано на рис. 1.3, точно воспроизводящем рис. 2.3.1 из монографии В. С. Леднева [35]. На этом рисунке показано уменьшение доли общего образования по отношению к специальному образованию по мере развертывания содержания образования во времени. В процессе формирования специалиста его возможность ориентироваться в широком круге проблем, выходящих за его узкую специальность, сокращается. Возникает необходимость коррекции соотношения общего и специального образования, его оптимизации. Стихийно функцию такой коррекции берет на себя научно-популярная литература, но этот элемент не фигурирует в отчетливых организационных формах в структуре содержания образования. В ней представлены другие элементы с той же (в основном) функцией – это курсы «Естествознание» и «Концепции современного естествознания», преподаваемые в начальных классах общеобразовательной средней школы и в первые годы обучения в высших учебных заведениях соответственно. Поскольку эти дисциплины также складывались (по существу) стихийно, то нет и явной направленности их функций на коррекцию соотношения общего и специального образования. Они относятся к более узкому элементу, чем общее образование, – к циклу естественнонаучных дисциплин и потому не могут выполнять корректирующую роль в отношении общего и специального образования. «Естествознание» имеет в основном пропедевтический характер, и на момент его изучения (начальная школа) специальное образование существует лишь в зародышевых формах, поэтому его возможности коррекции соотношения общего

и специального образования минимальны. Практика применения «Концепции современного естествознания» и ее место в государственных образовательных стандартах [16] таковы, что ее основной функцией является замена цикла естественнонаучных дисциплин для непрофильных специальностей в высших учебных заведениях. Поэтому нельзя говорить об оптимизации соотношения общего и специального образования в целом, имея в виду эти курсы из-за их частного характера.

Сейчас, как нам кажется, назрела потребность в выделении специального элемента (или системы элементов) в структуре содержания образования, основной функцией которого на всех этапах «сквозных» отраслей общего и специального образования будет оптимизация соотношения этих отраслей. Здесь возникают две проблемы: первая – какие параметры должен иметь этот элемент содержания образования? И вторая – на основе каких критериев формировать его собственное содержание? Ответ на первый вопрос связан с понятием «сквозных отраслей» содержания образования, которые изображены на рис. 1.3. Поскольку речь идет об оптимизации соотношения этих отраслей на всем их протяжении, то и компонент содержания образования, осуществляющий эту функцию, должен не только присутствовать в начальной школе («Естествознание») или завершать обучение естественнонаучным дисциплинам студентов непрофильных специальностей (курс «Концепции современного естествознания»). Тем не менее тенденция, намеченная этими двумя курсами, по-видимому, объективна, она согласуется с принципом двойного вхождения базисных компонентов в структуру содержания образования, предложенным В. С. Ледневым. В случае упомянутых курсов речь идет о вхождении компонента в виде явно выделенных апикальных элементов (по терминологии В. С. Леднева). Вопрос о том, сколько таких элементов необходимо и когда они должны размещаться, тесно связан с вопросом об их функциях и критериях отбора их содержания.

Для решения этих вопросов необходимо обратиться вновь к деятельностно-личностному подходу в теории содержания образования. В рамках этого подхода в качестве детерминанты содержания общего образования выступает научное знание. Выше было показано, что структуру научного знания формирует иерархия симметрий. Более того, сама эта структура образуется при развитии общественного со-

знания как фиксация элементов этой иерархии симметрий. Каждый новый апикальный элемент (математика, физика, химия, биология и др.) возникает, когда накапливается и осознается соответствующий ему набор преобразований и их инвариантов<sup>1</sup>. Порядок расположения этих элементов отображается в порядке соответствующих им учебных дисциплин (циклов учебных дисциплин) в содержании общего образования. Это естественно, поскольку формирование индивидуального сознания личности тоже проходит как выстраивание иерархии симметрий. То есть при развитии общественного и индивидуального сознания происходит выстраивание общей картины мира в форме иерархии симметрий. Поскольку именно эта задача является основной целью общего образования, то, не изобретая искусственных схем, в основу системы локальных интегративных курсов, оптимизирующих соотношение общего и специального образования, на наш взгляд, следует положить иерархию симметрий, формы которых заполнены в соответствии с достигнутым уровнем специального образования. Такие курсы, очевидно, следует приурочить к переходу от одного этапа образования к другому, когда возникают условия для проведения обобщения завершённого этапа и необходимость пропедевтики следующего этапа в различных вариантах развертывания содержания образования.

Укажем на одну важную особенность сложившегося традиционно содержания образования: если исходить из схемы классификации научных знаний, предложенной Е. Вигнером (см. рис. 3.2), то совершенно очевидно, что в содержании образования отражены два первых (нижних) уровня (явления природы и законы природы) и не отражен высший уровень, который их структурирует, т. е. формирует целостную научную картину мира (принципы симметрии<sup>2</sup>). Это естественно, поскольку понятие симметрии, согласно мнению В. И. Вернадского, является более глубоким, чем понятия «времени, пространства, атомов, материи, движения...» [11, с. 220] и, добавим, энергии. Доказательств-

---

<sup>1</sup> Или, переходя на язык фрактальной геометрии, можно утверждать, что выделение нового апикального элемента «мозаики» происходит, когда сознание оказывается готовым к различению нового масштабного уровня структуры, детали которого были скрыты при более высокой степени огрубления структуры мультифрактала.

<sup>2</sup> В школьной программе по геометрии теме симметрии отведено два часа.

вом этого утверждения является тот факт, что в период возникновения теории относительности и квантовой механики появилось огромное число работ, в которых обсуждались указанные понятия. Но при этом была только одна работа Пьера Кюри, посвященная принципу симметрии в термодинамическом описании кристаллических тел. Принцип симметрии вошел в научное сознание незаметно: «Между тем бессознательность этого вхождения – эмпирический факт» [11, с. 221]. В. И. Вернадский находил данный факт тем более удивительным, что вопросы симметрии неразрывно связаны с проблемами теории относительности и квантовой механики и обсуждаемыми вопросами пространства, времени, энергии. Последующее развитие науки полностью подтвердило эту мысль В. И. Вернадского. Объяснение рассматриваемому парадоксу В. И. Вернадский находил в том, что чем более глубокая эмпирическая истина находит свое выражение, тем больший объем материала требует обработки для обобщения тенденции и тем медленнее и незаметнее она входит в общественное сознание. Со времени цикла лекций, прочитанного В. И. Вернадским, прошло почти сто лет, и теперь нет сомнений в прочном вхождении принципа симметрии (по терминологии В. И. Вернадского) в систему научных знаний. Но попытки строго аксиоматического построения научных дисциплин на основе понятия симметрии не были реализованы. Тем не менее можно говорить об иерархии симметрий как о принципе симметрии в области классификации научного знания и его применении при формировании содержания образования в виде системы локальных интегративных курсов, содержание которых посвящено изложению идей, связанных с третьим уровнем научного знания – принципами симметрии.

Проблемой является способ, позволяющий оптимально построить знакомство с третьим (по Е. Вигнеру) уровнем научного знания. Сейчас он доступен только узкой группе специалистов математиков и физиков-теоретиков. Выход подсказывает следующее соображение: развитие научного знания – это и есть последовательное выстраивание иерархии симметрий, упорядочивающих «мозаику» картины мира (фрактальную по своей природе). Поэтому оптимальный путь знакомства с третьим уровнем научного знания – это знакомство с историей науки, рассматриваемой с позиций эволюции ее структуры и роли форм симметрии. Глубина наполнения рассматриваемых форм сим-



метрии определяется подготовленностью учащихся, т. е. уровнем их общих и специальных знаний. Такой подход позволяет в рамках одной и той же схемы, но на различных уровнях<sup>1</sup>, представить общую систему научных знаний и целостную научную картину мира.

Например, о роли симметрии в живой и неживой природе можно говорить на образном уровне, отметив, что для живой природы характерна поворотная симметрия с осью пятого порядка, а для неорганических кристаллических тел типичны оси симметрии третьего, четвертого и шестого порядков. Данное утверждение можно проиллюстрировать изображениями снежинок и морских звезд, приведенными на рис. 3.18.

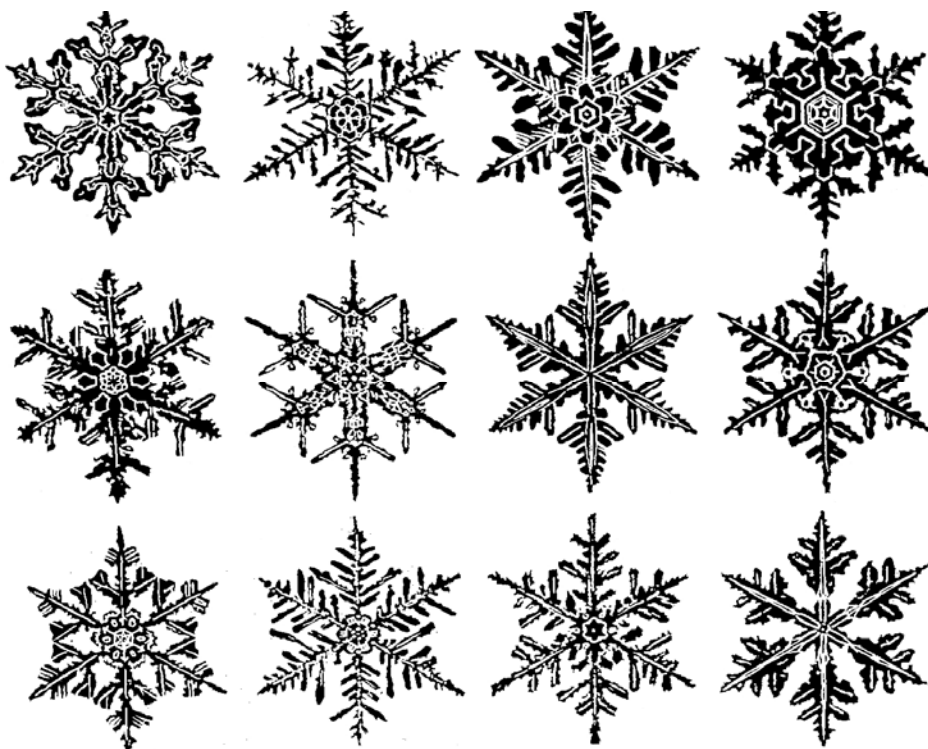
Это будет соответствовать первому уровню знакомства, ориентированному на индуктивную составляющую понятия «поворотная симметрия». На более глубоком уровне можно опереться на модель строения жидкости и аморфного тела Дж. Д. Бернала. Она возникла на основе изучения формы, которую приобретают пластичные шарики, помещенные в емкость и подвергнутые сжатию. При полном сжатии, когда все полости исчезают, поперечные сечения деформированных шариков имеют форму, близкую к правильному шестиугольнику. При меньшей степени сжатия поперечные сечения в среднем имеют форму пятиугольника. Что интересно, структура, наблюдаемая в произвольном сечении при невысокой степени сжатия, близка к клеточной структуре живой ткани, например клеточной структуре, которую видно на срезе арбуза.

Следующий уровень требует знания элементов топологии – теорем о сплошном, без изъятия, заполнении плоскости (объема) одинаковыми элементами посредством их трансляции и поворотов. На плоскости такое заполнение можно осуществить с помощью правильных треугольников, четырехугольников, шестиугольников, но невозможно заполнить плоскость без изъятий правильными пятиугольниками. Заполнение без изъятий реализует более плотную упаковку, чем заполнение с пустотами, и энергетически более выгодно, поэтому кристаллические тела имеют оси вращения третьего, четвертого и шестого порядков, но не имеют осей вращения пятого порядка.

---

<sup>1</sup> Определяемых специализацией и этапом обучения.

*a*



*б*

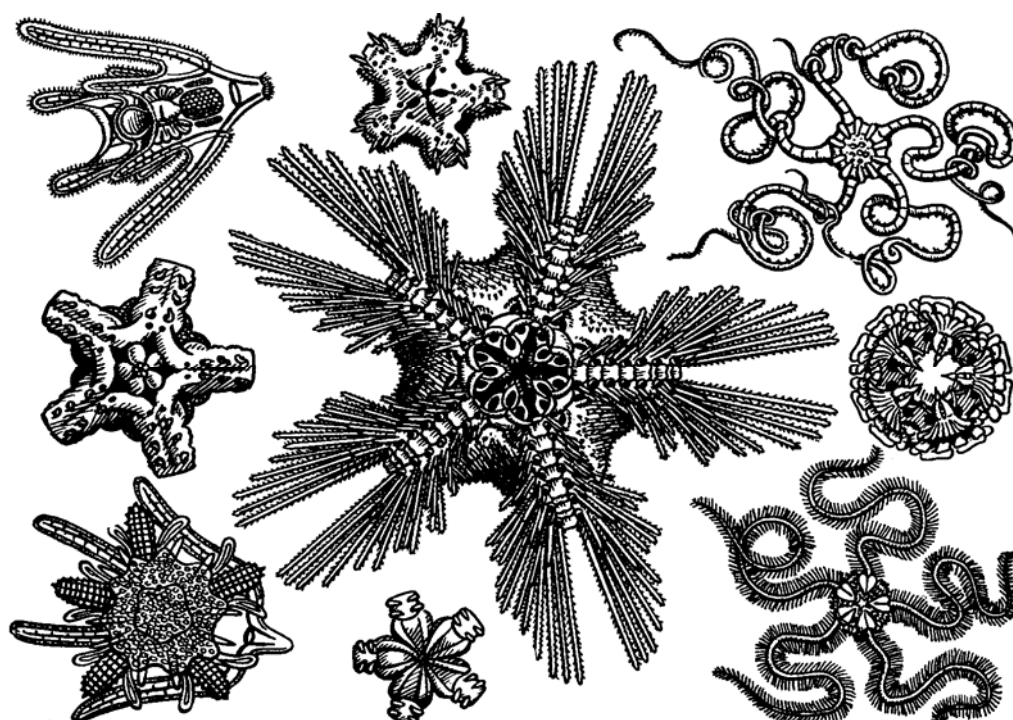


Рис. 3.18. Примеры инвариантов поворотной симметрии [10, с. 85, 86]:  
*a* – снежинки: поворотная симметрия с осью шестого порядка;  
*б* – морские звезды: поворотная симметрия с осью пятого порядка

Основным отличием живого вещества от неживого является его способность к эволюции, т. е. изменению. Но изменение кристалла невозможно без нарушения симметрии его элементов, что нельзя представить себе при отсутствии «несплошностей». Поэтому живое вещество не может иметь идеальную кристаллическую структуру, но поскольку оно тяготеет к ближайшим устойчивым элементам с осью поворота третьего, четвертого и шестого порядков, то в среднем оно реализует элемент с поворотной осью пятого порядка. Иначе говоря, для жизни необходима определенная свобода и ее признаком является пятилучевая симметрия. Еще более глубокий уровень освещения этой проблемы связан с применением римановой геометрии для описания кристаллических тел с линейными и объемными дефектами структуры для конструирования перехода от идеального кристалла к аморфному телу, у которого отсутствует дальний порядок. Таким образом, двойной логический статус понятия «симметрия» позволяет гибко подстраиваться к любому уровню знаний и любой профессиональной области.

В качестве примера реализации предложенного подхода можно рассматривать содержание данной главы этой монографии, посвященной симметрии. Другой пример дает программа, предложенная для повышения квалификации учителей-естественников средней общеобразовательной школы (приложение).

### **3.8. Принцип симметрии в педагогике<sup>1</sup>**

На данный момент наши знания форм симметрии и их иерархии недостаточны для строго дедуктивного построения комплекса различных научных дисциплин, но их достаточно для использования «принципа симметрии», формирующего структуру как научного знания, так и содержания образования. В основу классификации научного знания можно положить симметрию и иерархию ее форм. Эволюция научного знания и развитие индивидуального сознания разворачиваются как формирование системы симметрий. Этапы эволюции научного знания коррелируют с порядком развертывания элементов со-

---

<sup>1</sup> Понятие «принцип симметрии» (не путать с понятием «система принципов симметрии») было введено В. И. Вернадским в работе «Принцип симметрии в науке и философии» [11, с. 215].

держания общего образования – дисциплин математического и естественнонаучного циклов. Симметрия и иерархия ее форм образуют систему понятий, являющихся одновременно общими индуктивными и первичными дедуктивными. Поэтому может оказаться продуктивным их использование для оптимальной организации элементов «мозаики» структуры содержания общего образования и выравнивания соотношения общего и профессионального образования, которое имеет тенденцию нарушаться в пользу профессионального. Наиболее эффективно эту задачу может решить система локальных интегративных курсов, приуроченных к переходу от одного этапа содержания образования к другому. Содержание этих курсов должно строиться на основе возможного на данный момент выстраивания иерархии симметрий и наполнения конкретных форм симметрии. Общая тенденция должна соответствовать переходу от симметрии как общего индуктивного понятия, воспринимаемого на уровне образов, к симметрии как первичному дедуктивному понятию, описываемому на языке точных наук. Последний уровень должен коррелировать с достигнутым уровнем профессионального образования. Целью является формирование целостной общей картины мира, охватывающей все области знания от гуманитарных наук до точных дисциплин<sup>1</sup>. Наличие такой картины позволит оптимально реализовать цели общего образования для каждой области содержания специального образования. Иначе говоря, позволит видеть необходимый фрагмент мозаичной картины (фрактальной по своей природе) и видеть место этого фрагмента в общей картине.

---

<sup>1</sup> Насколько это вообще возможно на данном этапе развития научного знания и для данной конкретной группы специальностей, т. е. данной области содержания специального образования.

## Заключение

Принятый в педагогической практике и теоретической педагогике язык описания содержания образования опирается на систему традиционных понятий, таких как «граница», «внутренняя часть множества», «непрерывность», которые позволяют применять графические иллюстрации, но не соответствуют реальной природе объекта. Нарушение соответствия языка описания структуры содержания образования природе описываемого объекта приносит существенный урон теоретическим исследованиям в педагогике и приводит к значительным потерям организационного и материального плана. Фундаментальной основой анализа в рамках деятельностно-личностного подхода в теории структуры содержания образования является понятие деятельности. Деятельность – это одна из форм движения, и так же, как и само движение, ее природа содержит внутреннее диалектическое противоречие. Оно проявляется в необходимости совместить одновременно два противоположных аспекта деятельности: движение в определенном направлении, реализующее поставленную задачу, и выбор одного из многих возможных направлений движения к цели. Такое совмещение становится возможным, если принять, что структура деятельности имеет фрактальный характер и выбор направления производится посредством серии быстрых движений в разных направлениях, осуществляемых на мелком масштабном уровне, а направленное (в целом) медленное движение происходит на уровне более крупного масштаба. Причем это описание следует отнести ко всем масштабным уровням фрактала, что позволяет осуществлять плавное движение с непрерывной корректировкой его хода. Это приводит к рабочей гипотезе о том, что структура содержания образования имеет тот же тип, что и структура фракталов – объектов, изучаемых в рамках нового раздела математики. Для проверки этой гипотезы было предпринято прямое сопоставление описания структуры в рамках фрактальной геометрии и в педагогике, причем здесь теоретическая педагогика рассматривается как обобщение эмпирического материала педагогической практики. Из эмпирических данных, описывающих содержание образования, следует, что структура содержания образования и его «сквозных» отраслей имеет характер «мозаики»,

составленной из элементов с различными качествами. Элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов носителей данного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», составленного из элементов, которые сами составлены как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях. Выделено около десяти иерархических уровней структуры, различающихся масштабами элементов. Указанные выше условия позволяют говорить о самоподобном характере структуры содержания образования. Прямым свидетельством самоподобности структуры содержания образования являются интегративные пропедевтические курсы и развернутые на их основе соответствующие циклы дисциплин, подобные по своей структуре пропедевтическим курсам.

При описании элементов содержания образования некоторого масштаба, составленных из различных по качеству элементов существенно меньшего масштаба (несколько промежуточных масштабных уровней по тем или иным причинам оказываются пропущены), возникает впечатление однородного элемента, наделенного равномерно распределенными качествами. В подобных случаях принято говорить об имплицитном включении компонентов в данный апикальный элемент структуры.

Полученные результаты позволяют наполнить новым содержанием два важнейших принципа теории содержания образования, сформулированных В. С. Ледневым: принцип двойного вхождения базисных элементов в систему и принцип функциональной полноты системы. Иначе говоря, можно считать подтвержденной следующую гипотезу: базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях: как имплицитные и как апикальные. Общая картина структуры имеет характер «мозаики в мозаике», возможно, на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты

системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.

Укажем установленные качественные характеристики структуры содержания образования:

1. Слитное (имплицитное) присутствие структурных компонентов, отсутствие определенных границ между различными компонентами структуры.

2. Возможность разрежения и сгущения компонентов вплоть до почти полного преобладания одного из них в некотором элементе (апикальном, т. е. отделенном определенными границами от других элементов) структуры.

3. Свойство самоподобия, наблюдаемое между некоторыми элементами структуры содержания образования.

Приведенные качественные особенности практически однозначно указывают на объект современной геометрии, топологическая природа которого им соответствует. Этот объект – мультифрактал. Таким образом, можно считать установленным, что подходящим языком, адекватным природе содержания образования и некоторых других объектов, связанных с ним (личность, деятельность, научное знание и его части и т. п.), является язык фрактальной геометрии.

Для определения параметров этой сложной «мозаики» требуется повторное исследование широкого эмпирического материала, предоставляемого практикой педагогики, с позиций фрактальной природы объектов. Имеется принципиальная трудность, связанная с тем, что математический аппарат фрактальной геометрии предполагает знание свойств геометрической основы-носителя, которая для реальных объектов неизвестна (неясно, например, сколько измерений имеет пространство геометрической основы-носителя, является ли оно евклидовым и т. п.). Менее принципиальный характер носят трудности, связанные со сложным характером структуры содержания образования, имеющим вид «мозаики», составленной из «мозаичных элементов» на нескольких уровнях структуры. Для ее расшифровки, образно говоря, требуется кропотливая работа по распутыванию узелков в узелках узлов. Эти трудности не позволяют немедленно реализовать потенциал применения фрактальной геометрии в теоретической педагогике.

Приемлемый выход в этой ситуации может подсказать анализ эволюции научного знания, поскольку фактически эта эволюция и выступает исторической реализацией деятельности общества, направленной на расшифровку сложной мозаики, которой является окружающая действительность. То есть оптимальный путь состоит в том, чтобы следовать апробированным решениям, реализованным исторически при развитии научного знания, но с учетом корреляции, связанной с фрактальным характером его структуры и структуры содержания образования.

Отметим, что в развитии и систематизации научного знания большую роль играет понятие симметрии, что приводит к необходимости обратиться к анализу этого понятия и его роли в эволюции научного знания. На данный момент формы симметрии и их иерархия не дают возможности строго последовательного изложения комплекса различных научных дисциплин, но они могут быть организующим принципом научного знания. В основу классификации научного знания можно положить симметрию и иерархию ее форм. Эволюция научного знания и развитие индивидуального сознания разворачиваются как формирование системы симметрий. Этапы эволюции научного знания коррелируют с порядком развертывания элементов содержания общего образования – дисциплин математического и естественно-научного циклов. Симметрия и иерархия ее форм образуют систему понятий, являющихся одновременно общими индуктивными и первичными дедуктивными. Поэтому может оказаться продуктивным их использование для оптимальной организации элементов «мозаики» структуры содержания общего образования и выравнивания соотношения общего и профессионального образования, которое имеет тенденцию нарушаться в пользу профессионального по мере развертывания содержания образования. Это, по сути, та же самая тенденция, которая по мере роста объема и углубления дифференциации научного знания привела к проблеме узкой специализации. Ей противостоит тенденция упорядочения частей научного знания, которая реализуется, согласно схеме деления области научных знаний Е. Вигнера, на основе системы принципов симметрии. В ходе эволюции научного знания эта роль различных форм симметрии, по мнению В. И. Вернадского, постепенно осознается как «принцип симметрии». В схеме деления области научных знаний Е. Вигнера уровень принципов сим-



метрии структурирует (т. е. упорядочивает) два нижних уровня: *законов природы* и *явлений природы*. В содержании образования очевидным образом присутствуют два нижних уровня как в имплицитной форме, так и в виде явно выраженных апикальных элементов. Третий уровень, принципы симметрии, если и присутствует, то только в имплицитной форме, т. е. в виде выделенного апикального элемента низкого уровня иерархии (во всей школьной программе геометрии теме «Симметрия» уделено два часа). Это явно противоречит как сложившемуся в научной традиции месту понятия «симметрия», так и его реальной роли как основы упорядочения научного знания и картины мира. По-видимому, назрела необходимость такой перестройки структуры содержания образования, в которой появится явно выделенный крупномасштабный апикальный элемент содержания образования, отражающий третий уровень иерархии научного знания. В качестве такого элемента может выступать система локальных интегративных курсов «Симметрия». То, что это не один курс, а цепочка сравнительно небольших по объему курсов – элементов общей мозаики содержания образования, отражает фрактальную природу (мозаичность) содержания образования. Естественным решением о расположении отдельных курсов «Симметрия» является их привязка к границам традиционно сложившихся этапов развертывания содержания образования, поскольку они играют роль обобщения предшествующего материала, пропедевтики последующего материала, способствуют оптимальному выбору одного из многих возможных путей продолжения образования и тем самым обеспечивают его непрерывность.

В соответствии с этим целесообразной представляется такое расположение: локальный интегративный курс «Симметрия 1» – переход из детского сада в начальные классы школы, «Симметрия 2» – переход от начальной школы к средней, «Симметрия 3» – переход от средней школы к старшим классам, а «Симметрия 4» – переход из общеобразовательной школы в высшее учебное заведение и т. д. Стихийно система таких курсов уже складывается, к ним можно отнести такие традиционные интегративные курсы, как «Естествознание», «Природоведение» и «Концепции современного естествознания». Иначе говоря, предлагаемое изменение содержания общего образования не требует радикального изменения сложившейся системы образования. Необходимы только определенная коррекция, согласование

содержания уже имеющихся интегративных курсов исходя из ясных принципов их формирования и освобождение этих курсов от лишних функций, таких как знакомство с современными представлениями науки о принципах квантовой теории поля, основах молекулярной генетики, основах экологии, т. е. тех «интересных» вещах, которые при эклектическом суммировании (без ясно заявленных принципов отбора материала) в компактном изложении вместо целостной картины приводят к набору разрозненных фактов. Этот вывод подтвердил предварительный анализ применения аттестационных педагогических измерительных материалов по дисциплине «Концепции современного естествознания» и подходов к формированию государственных стандартов с позиций развиваемой концепции структуры содержания образования.

Предлагаемая модель содержания образования дает «третий» ответ на альтернативу слитного или отдельного изложения естественнонаучных (а также и математических и гуманитарных) дисциплин. При наличии локальных интегративных курсов структуру содержания образования нельзя считать ни строго дискретной, ни строго непрерывной (однородной). Все зависит от масштаба рассмотрения. В большом масштабе (заданном длительностью обучения в школе) все эти дисциплины «слитно» присутствуют, например в курсе «Симметрия 1» или «Симметрия 2». В еще большем масштабе (длительность жизни индивида) все они присутствуют «слитно» в общем образовании, соответствующем этапу средней школы. Но при уменьшении масштаба в курсе «Естествознание» (что наиболее близко к предлагаемому курсу «Симметрия 1») можно отчетливо различить элементы физики, химии и биологии.

Этот третий вариант структуры содержания образования обладает большей гибкостью, чем два прежних (строго слитного или строго отдельного изложения естественнонаучных дисциплин). Он позволяет оптимизировать соотношение между общим и профессиональным образованием, которое искажается в ущерб общему образованию по мере развертывания содержания образования. Для этого необходимо согласовать содержание локального интегративного курса «Симметрия» с областью специального образования (набором специальностей, специализацией учебного заведения) и этапом, которые задают возможный уровень наполнения понятия «симметрия». В ре-

зультате возникнет возможность формирования целостной научной картины мира, корректирующей узкую специализацию. При переходе от уровня к уровню содержание курса «Симметрия» должно эволюционировать от индуктивного образного содержания форм симметрии к возможно более строгому дедуктивному содержанию. Это позволяет обеспечить непрерывность содержания естественнонаучного образования в частности и общего образования в целом. За основу принципа формирования содержания курсов «Симметрия» можно взять изучение истории научного знания с акцентом на роли симметрии в эволюции его структуры. Кроме оптимизации соотношения общего и специального образования очевидными функциями системы локальных интегративных курсов «Симметрия» являются решение задач актуализации знаний, полученных при изучении частных дисциплин, формирование целостной научной картины мира и пропедевтика. Остановимся подробнее на функции пропедевтики, точнее, на ее интерпретации с позиций фрактальной геометрии. Элемент фрактала (мультифрактала) одного масштабного уровня структурно подобен элементу того же фрактала (мультифрактала) другого масштабного уровня. Поэтому знакомство в огрубленной форме со структурой на одном уровне масштаба облегчает в последующем более детальное знакомство со структурой подобного элемента на следующем масштабном уровне. Действительно, структура курса «Естествознание» подобна структуре всего естественнонаучного цикла дисциплин, поэтому он и полезен. Это является отчетливым проявлением фрактальной природы содержания образования.

Заявленная тема проекта, в рамках которого написана эта книга, изначально имела формулировку «Разработка подхода к построению структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования». Ответом на нее и является приведенное обоснование необходимости введения нового элемента содержания образования – системы локальных интегративных курсов «Симметрия». Действительно, введение данного элемента связывает всю систему естественнонаучного образования единой универсальной основой. Отдельные курсы могут гибко подстраиваться, применяясь к конкретной образовательной области (в плане перечня специальностей и квалификации слушателей) и этапу содержания образования. Другой момент, обеспечивающий непрерывность естественнонаучного образо-

вания – это пропедевтическая и интегративная функции курсов. Они в сжатом виде содержат все области естественнонаучного знания и тем самым формируют для обучаемых оптимальные условия перехода в новые области научного знания.

Тем не менее необходимо отметить, что в процессе работы над проектом его тематика произвольно расширилась, поскольку роль проектируемого элемента содержания образования выходит за пределы собственно естественнонаучного образования. Так произошло потому, что конкретные формы иерархии симметрий легко и естественно проникают во все три цикла дисциплин (и охватывают их): математических, естественнонаучных и гуманитарных, что подтверждает многолетняя практика чтения соответствующего курса. Это, а также тот факт, что стихийно система соответствующих курсов уже складывается, является, по-видимому, наиболее убедительным свидетельством в пользу эффективности предлагаемого решения. Отметим, что это решение реализует в структуре содержания образования «принцип симметрии» в том его понимании, которое было сформулировано В. И. Вернадским. Под «принципом симметрии» он подразумевал не отдельно взятый конкретный принцип симметрии, такой, например, как однородность времени, приводящая к закону сохранения энергии, а всю иерархию форм и принципов симметрии, постепенно вырастающую в ходе эволюции, т. е. *симметрию как принцип организации научного знания*. В этом смысле почти через сто лет можно расширить мысль В. И. Вернадского и говорить о «принципе симметрии» как о форме организации научного знания и содержания образования.

Введение в систему содержания образования нового базисного элемента, реализующего третий уровень научного знания – уровень принципов симметрии, обеспечивает выполнение принципа функциональной полноты системы образования. Смысл функциональной полноты системы содержания образования наиболее отчетливо раскрыт В. С. Ледневым на примере такого базисного компонента содержания образования, как политехническое образование. В этом примере подчеркнуто, что на протяжении полувека, с 30-х по 80-е гг. прошлого столетия, вопрос о форме включения политехнического образования в содержание образования постоянно дебатировался. Часть педагогов настаивали на присутствии в содержании образования явно выделен-

ных элементов политехнического образования, а другие считали достаточным их имплицитное присутствие в форме принципа политехнизма, «растворенного» во всей системе общего образования. Второй подход на время возобладал, что принесло существенный урон делу образования. То есть признаком отсутствия функциональной полноты содержания образования в отношении некоторого элемента следует считать длительные колебания в вопросе о формах введения этого элемента – педагогическое сообщество и общество в целом как бы нащупывают наиболее эффективное решение опытным путем. Такая же точно ситуация сложилась в отношении форм изложения естественнонаучных дисциплин. Здесь обсуждаются на протяжении более ста лет два альтернативных варианта построения этого компонента содержания общего образования: в виде их слитного изложения (схема, принятая в англоязычных странах) или в форме дифференцированного построения изложения: физика, химия, биология (этот вариант традиционно используется в романо-германских странах и в России). Во многих странах периодически делаются попытки перейти на противоположный вариант. Эти колебания ясно указывают на функциональную неполноту систем образования, ориентированных на экстремальные варианты структуры содержания естественнонаучного образования. Подобная неполнота связана с отсутствием базисного компонента, соответствующего третьему уровню научного знания – уровню принципов симметрии (по Е. Вигнеру). В имплицитной форме этот уровень научного знания присутствует в системе образования. Иногда читаются небольшие курсы для специалистов в области физики и математики, посвященные конкретным группам симметрий; два часа отводится теме «Симметрия» в школьном курсе геометрии; упоминается о связи законов сохранения с симметриями пространства-времени; рассматриваются группы точечных симметрий при изучении кристаллических тел; в биологии говорится о принципе киральности (зеркальная симметрия) живого вещества; вопросы симметрии и ее нарушения упоминаются при изучении живописи, музыки и литературы. Что еще более важно: наше мышление сформировано на основе выделения различных форм симметрии<sup>1</sup>, поэтому элементы симмет-

---

<sup>1</sup> См. работы Жана Пиаже и доклад Анри Пуанкаре французской академии наук о математическом творчестве.

рии незаметно наполняют все формы нашей деятельности, в том числе образование. Но уровень *принципов симметрии* в явно выраженной форме апикального элемента отсутствует в содержании образования. Введение такого элемента в форме системы локальных интегративных курсов «Симметрия» приводит к появлению нового базисного элемента, обеспечивающего функциональную полноту содержания образования. Одновременно естественным образом решается дилемма слитного – раздельного изложения естественнонаучных, математических и гуманитарных дисциплин. Все дело в относительности понятий *слитного и раздельного изложения учебных дисциплин*. Они зависят от масштаба, в котором рассматривается данный элемент. Наиболее наглядно эта зависимость от масштаба предстает в живописи: картина, выполненная маслом, вблизи (мелкий масштаб различения) выглядит как набор отдельных мазков, а издали (крупный масштаб различения) она воспринимается как слитное целостное изображение с плавными переходами. Совершенно так же курсы «Естествознание» (прототип курса «Симметрия 1») или курс «Концепции современного естествознания» (прототип курса «Симметрия 4») в масштабе, заданном длительностью обучения в общеобразовательной школе, являются слитным изложением ряда естественнонаучных дисциплин с добавлением математики и гуманитарных дисциплин. С другой стороны, в масштабе, заданном длительностью самих этих курсов, они распадаются на отдельные элементы математики, физики, химии, биологии и некоторых дисциплин гуманитарного цикла. То же самое можно сказать об изложении дисциплин всех трех циклов: математического, естественнонаучного и гуманитарного – в общеобразовательной школе. В масштабе, заданном длительностью обучения в школе, они воспринимаются как раздельные «сквозные линии» отдельных учебных предметов. Но в масштабе, заданном длительностью обучения в целом, этап обучения в школе предстает как слитный, почему он и обозначается единым названием «общеобразовательная школа». Отметим, что в смысле набора перечисленных структурных элементов каждый из курсов «Симметрия» и общеобразовательная школа оказываются подобными. Это самоподобие структуры содержания образования в целом является проявлением ее фрактальной природы.

Умение совмещать оптимальным образом разномасштабные самоподобные элементы содержания образования, безусловно, требует

детального изучения структуры содержания образования с позиций фрактальной геометрии, а также постижения законов эволюции (тенденций развития) этой структуры. В итоге можно надеяться на создание количественного описания установленных эмпирических закономерностей и на оптимизацию структуры содержания образования с целью обеспечения условий максимального доступа всем учащимся (перед которыми стоит проблема выбора и корректировки индивидуальных образовательных траекторий) ко всем участкам содержания образования, соответствующим различным квалификационным областям.

## Список литературы

1. *Абрамов Н.* Словарь русских синонимов и сходных по смыслу выражений [Текст] / Н. Абрамов. М.: АСТ, 2008. 672 с.
2. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст] / Ж. Адамар. М.: Сов. радио, 1970. 152 с.
3. *Андронов А. А.* Теория колебаний [Текст] / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. М.: Наука, 1981. 568 с.
4. *Аркавенко Л. Н.* Аксиоматический метод в формировании стехиометрических знаний. Химия [Текст] / Л. Н. Аркавенко, В. Л. Гапонцев, О. А. Белоусова, М. Г. Гапонцева // Еженедельное прил. к газ. «1 сентября». 1995. № 18. С. 7.
5. *Аркавенко Л. Н.* Стехиометрические отношения в решении задач по уравнениям химических реакций. Химия [Текст] / Л. Н. Аркавенко, В. Л. Гапонцев, О. А. Белоусова, М. Г. Гапонцева // Еженедел. прил. к газ. «1 сентября». 1995. № 25. С. 7.
6. *Батаршев А. В.* Преимущество обучения в общеобразовательной и профессиональной школе [Текст]: Теоретико-методический аспект / А. В. Батаршев; под ред. А. П. Беляевой; Ин-т профтехобразования РАО. СПб., 1996. 80 с.
7. *Бенин В. Л.* Парадигмы и парадоксы гуманизации и гуманитаризации отечественного образования [Текст] / В. Л. Бенин // Образование и наука. Изв. Урал. отд-ния РАО. 2001. № 3(9). С. 152–165.
8. *Берулава М. Н.* Интеграция содержания общего и профессионального обучения в профтехучилищах: Теоретико-методологический аспект [Текст] / М. Н. Берулава. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. 221 с.
9. *Божокин С. В.* Фракталы и мультифракталы [Текст]: учеб. пособие / С. В. Божокин, Д. А. Паршин. Москва; Ижевск: Науч.-издат. центр «Регуляр. и хаотич. динамика», 2001. 128 с.
10. *Вейль Г.* Симметрия [Текст] / Г. Вейль. М.: Наука, 1968. 191 с.
11. *Вернадский В. И.* Философские мысли натуралиста [Текст] / В. И. Вернадский. М.: Наука, 1988. 520 с.
12. *Вигнер Е.* Этюды о симметрии [Текст] / Е. Вигнер. М.: Мир, 1971. 318 с.
13. *Волошинов А. В.* Математика и искусство [Текст] / А. В. Волошинов. М.: Просвещение, 1992. 335 с.
14. *Волошинов А. В.* Пифагор: союз истины, добра и красоты [Текст] / А. В. Волошинов. М.: Просвещение, 1993. 224 с.



15. *Гапонцев В. Л.* Диффузия и неоднородные структурные состояния в сплавах с локализованными источниками и стоками вакансий [Текст]: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / В. Л. Гапонцев; Урал. гос. техн. ун-т – Урал. политех. ин-т им. С. М. Кирова. Екатеринбург, 2005. 347 с.

16. *Гапонцев В. Л.* Содержание образования: государственные стандарты нового поколения [Текст] / В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева // Проф. образование. Столица. 2009. № 5. С. 37–39.

17. *Гапонцев В. Л.* Структура содержания естественнонаучного образования [Текст] / В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева // Вестн. ФГОУ ВПО МГАУ. 2007. № 4 (24). С. 118–121.

18. *Гапонцева М. Г.* Геометрия фракталов [Текст]: метод. разработ. по НИРС для студентов всех форм обучения специальности 030500.04 Профессиональное обучение (дизайн) / М. Г. Гапонцева; Рос. гос. проф.-пед. ун-т. Екатеринбург, 2005. 34 с.

19. *Гапонцева М. Г.* Курс «Естествознание» как интегрирующий фактор непрерывного образования [Текст] / М. Г. Гапонцева, В. Л. Гапонцев, Е. В. Ткаченко, В. А. Федоров // Образование и наука. Изв. Урал. отд-ния РАО. 2001. № 3 (9). С. 3–17.

20. *Гапонцева М. Г.* Понятия геометрии фракталов как язык педагогики и теории научного знания [Текст]. Ч. 2: Содержание образования / М. Г. Гапонцева, В. А. Федоров, В. Л. Гапонцев // Образование и наука. Изв. Урал. отд-ния РАО. 2009. № 4 (61). С. 6–22.

21. *Гершунский Б. С.* Философия образования для XXI века [Текст] / Б. С. Гершунский. М.: Совершенство, 1998. 608 с.

22. *Даль В. И.* Большой иллюстрированный толковый словарь русского языка [Текст] / В. И. Даль. М.: АСТ, 2008. 349 с.

23. *Загвязинский В. И.* Теория обучения: Современная интерпретация [Текст]: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / В. И. Загвязинский. М.: Акад., 2001. 192 с.

24. *Зеер Э. Ф.* Психология личностно ориентированного профессионального образования [Текст] / Э. Ф. Зеер. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 2000. 258 с.

25. *Кедров Б. М.* Классификация наук [Текст]: в 2 т. / Б. М. Кедров. М.: Изд-во ВПШ и АОН при ЦК КПСС, 1961. Т. 1. 472 с.

26. *Кларин М. В.* Личностная ориентация в непрерывном образовании [Текст] / М. В. Кларин // Педагогика. 1996. № 2. С. 14–21.

27. *Колмогоров А. Н.* Геометрия 6–8 [Текст] / А. Н. Колмогоров, А. Ф. Семенович, Р. С. Черкасов. М.: Просвещение, 1979. 384 с.

28. *Конт О.* Курс позитивной философии [Текст] / О. Конт // Антология мировой философии: в 3 т. М.: Мысль, 1971. Т. 3. С. 584–586.
29. *Краевский В. В.* Дидактический подход к построению теории содержания общего среднего образования [Текст] / В. В. Краевский // Сов. педагогика. 1982. № 3. С. 35–43.
30. *Краевский В. В.* Содержание образования – бег на месте [Текст] / В. В. Краевский // Педагогика. 2000. № 7. С. 3–12.
31. *Кубрушко П. Ф.* Содержание профессионально-педагогического образования [Текст] / П. Ф. Кубрушко. М.: Высш. шк., 2001. 236 с.
32. *Курнаков Н. С.* Избранные труды [Текст]: в 3 т. / Н. С. Курнаков. М.: Изд-во АН СССР, 1960. Т. 1. 595 с.
33. *Леднев В. С.* Классификация наук [Текст] / В. С. Леднев. М.: Высш. шк., 1971. 59 с.
34. *Леднев В. С.* Научное образование [Текст] / В. С. Леднев. М.: Изд-во Моск. гос. агроинж. ун-та, 2001. 45 с.
35. *Леднев В. С.* Содержание образования [Текст] / В. С. Леднев. М.: Высш. шк., 1989. 360 с.
36. *Леднев В. С.* Содержание образования [Текст]: учеб. пособие / В. С. Леднев. М.: Высш. шк., 1991. 224 с.
37. *Лернер И. Я.* Процесс обучения и его закономерности [Текст] / И. Я. Лернер. М.: Знание, 1991. 341 с.
38. *Ляпунов А. А.* Система образования и систематизация наук [Текст] / А. А. Ляпунов // Вопр. философии. 1968. № 3. С. 38–50.
39. *Малинецкий Г. Г.* Синергетика. Король умер, да здравствует король [Электронный ресурс] / Г. Г. Малинецкий // Режим доступа: <http://spkurdyumov.narod.ru/koroli.htm> (2008).
40. *Мандельброт Б. Б.* Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Б. Мандельброт; Ин-т компьютер. исслед. М., 2002. 656 с.
41. *Маркарян Э. С.* Системное исследование человеческой деятельности [Текст] / Э. С. Маркарян // Вопр. философии. 1972. № 10. С. 77–86.
42. *Моисеев Н. Н.* Естественнонаучное знание и гуманитарное мышление [Текст] / Н. Н. Моисеев // Обществ. науки и современность. 1993. № 2. С. 63–75.
43. *Новиков А. М.* Текущие проблемы развития базового профессионального образования [Текст] / А. М. Новиков // Образование и наука. Изв. Урал. отд-ния РАО. 2000. № 2 (4). С. 25–31.

44. *Ожегов С. И.* Словарь русского языка [Текст] / С. И. Ожегов; под ред. Н. Ю. Шведовой. М.: Рус. яз., 1989. 750 с.
45. *Первый* толковый энциклопедический словарь [Текст]. М.: АСТ, 2006. 2144 с.
46. *Перспективы* развития непрерывного образования [Текст] / под ред. Б. С. Гершунского. М.: Педагогика, 1990. 224 с.
47. *Пиаже Ж.* Избранные психологические труды [Текст] / Ж. Пиаже. М.: Междунар. пед. акад., 1994. 680 с.
48. *Полак Л. С.* Вариационные принципы механики, их развитие и применения в физике [Текст] / Л. С. Полак. М.: Наука, 1959. 933 с.
49. *Пригожин И.* От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках [Текст]: пер. с англ. / И. Пригожин; под ред. Ю. Л. Климонтовича. М.: Наука, 1985. 328 с.
50. *Программы* средней общеобразовательной школы. Естествознание. Биология. Химия. Физика [Текст]. М.: Просвещение, 1992. 64 с.
51. *Пуанкаре А.* О науке [Текст] / А. Пуанкаре. М.: Наука, 1983. 560 с.
52. *Рыбаков Б. А.* Язычество древних славян [Текст] / Б. А. Рыбаков. М.: Наука, 1981. 608 с.
53. *Семин Ю. Н.* Квалитативная технология междисциплинарной интеграции содержания общеинженерной подготовки [Текст] / Ю. Н. Семин // Образование и наука. Изв. Урал. отд-ния РАО. 2001. № 3 (9). С. 76–80.
54. *Семин Ю. Н.* Теория и технология интеграции содержания общепрофессиональной подготовки в техническом вузе [Текст]: дис. ... д-ра пед. наук / Ю. Н. Семин. Ижевск, 2001. 402 с.
55. *Семушина Л. Г.* Теоретические основы формирования содержания профессионального образования и обучения в средних специальных учебных заведениях [Текст]: дис. ... д-ра пед. наук / Л. Г. Семушина. М., 1991. 473 с.
56. *Спенсер Г.* Классификация наук [Текст] / Г. Спенсер. М.: Вуз. кн., 2001. 92 с.
57. *Старченко С. А.* Интеграция содержания естественнонаучного образования в лицее (теоретико-практический аспект) [Текст] / С. А. Старченко. М.: Подмоскowie, 2000. 280 с.
58. *Стройк Д. Я.* Краткий очерк истории математики [Текст] / Д. Я. Стройк. М.: Наука, 1969. 328 с.

59. *Теоретические основы непрерывного образования* / под ред. В. Г. Онушкина. М.: Педагогика, 1987. 207 с.
60. *Теоретические основы содержания общего среднего образования* [Текст] / под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. М.: Педагогика, 1983. 352 с.
61. *Успенский В. А. Теорема Геделя о неполноте* [Текст]: Популярные лекции по математике / В. А. Успенский. М.: Наука, 1982. 110 с.
62. *Ушаков Д. Н. Толковый словарь современного русского языка* [Текст] / Д. Н. Ушаков. М.: Альта-Принт, 2008. 512 с.
63. *Федер Е. Фракталы* [Текст] / Е. Федер. М.: Мир, 1991. 260 с.
64. *Хакен Г. Синергетика* [Текст] / Г. Хакен. М.: Мир, 1980. 404 с.
65. *Цай К. В. Многочастичные потенциалы межатомного взаимодействия для сплавов в методе модельного функционала электронной плотности* [Текст] / К. В. Цай, В. М. Кузнецов, П. П. Каминский, Т. Э. Туркебаев, С. А. Замбарский // Изв. вузов. Физика. 1996. Т. 39, № 4. С. 90–99.
66. *Челпанов Г. И. Учебник логики* [Текст] / Г. И. Челпанов. М.: Прогресс, 1994. 248 с.
67. *Черепанов В. С. Экспертные оценки в педагогических исследованиях* [Текст] / В. С. Черепанов. М.: Педагогика, 1989. 152 с.
68. *Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах* [Текст] / В. Эбелинг. М.: Мир, 1979. 280 с.
69. *Эйнштейн А. Основы теории относительности* [Текст] / А. Эйнштейн. М.; Л.: Объед. науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1935. 106 с.
70. *Энгельс Ф. Анти-Дюринг* [Текст] / Ф. Энгельс. М.: Политиздат, 1978. 338 с.
71. *Яглом И. М. Математические структуры и математическое моделирование* [Текст] / И. М. Яглом. М.: Наука, 1980. 227 с.
72. *Fujita H. Studies on Atom Cluster by Ultra-High Voltage Electron Microscopy* [Text] / H. Fujita // Materials Transactions, JIM. 1994. Vol. 35, № 9. P. 563–575.
73. *Fujita H. Nucleation of Crystals in Amorphous Materials* [Text] / H. Fujita, M. Komatsu, T. Sakata, N. Fujita // Materials Transaction, JIM. 1996. Vol. 37, № 7. P. 1350–1355.
74. *Sugano S., Koizumi H. Microcluster Physics* [Text] / S. Sugano, H. Koizumi. 2<sup>nd</sup> Edition. Berlin; Heidelberg; N.-Y.: Springer-Verlag, 1998. 236 p.

**НАУЧНАЯ КАРТИНА МИРА:  
ЕДИНСТВО ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО И ГУМАНИТАРНОГО  
ПОДХОДОВ<sup>1</sup>**

**Учебная программа дисциплины для повышения  
квалификации учителей средних и средних специальных  
учебных заведений**

Целью изучения дисциплины по предлагаемой программе является формирование научной картины мира, опирающейся на единство происхождения, методов и моделей естественнонаучной и гуманитарной отраслей знания.

На заре развития человечества не было разделения на естественнонаучные и гуманитарные отрасли знания. Так называемые точные науки, искусство и гуманитарные отрасли знания на индуктивном этапе развития культуры, т. е. во время накопления человечеством знаний самого различного характера, развивались слитно. Дифференциация по отраслям произошла значительно позднее, когда соотношение между количеством накопленного материала и способом его переработки перестало удовлетворять потребности человечества. Но истоки творчества (Ж. Адамар, А. Пуанкаре) не изменились, остались по-прежнему одинаковыми. На современном этапе развития культуры и науки стали очевидны процессы интеграции, требующие формирования картины мира, в которой естественнонаучная и гуманитарная отрасли знания представлены в единстве, базирующемся на глубоком проникновении принципа симметрии в обе сферы.

**Содержание программы**

**1. Введение (2 ч).**

**2. Значение симметрии для построения естественнонаучных дисциплин (38 ч).**

2.1. *Понятие симметрии.* Движение в геометрии. Инварианты движения. Основные типы симметрии в геометрии. Представление

---

<sup>1</sup> Данная программа может рассматриваться как универсальная программа локального интегративного курса «Принципы симметрии». В зависимости от конкретного места курса в содержании образования, т. е. специализации и этапа обучения, дифференцируются уровень и глубина освещения материала и корректируются число часов и списки литературы при неизменной в целом структуре программы.

о группах симметрии. Дискретные и непрерывные группы. Подобие как вид симметрии. Группа непрерывных деформаций. Группа автоморфизмов. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Понятие грубой и негрубой системы. Обобщение понятия симметрии. Композиция симметрии. Иерархия симметрии.

2.2. *Математика и логика.* История становления математики и логики. Древний Восток, Египет, Китай, Индия – индуктивный период развития математики. Древняя Греция – изобретение дедукции (Фалес Милетский). Основные определения и понятия. Аксиоматический метод. Примеры аксиоматических систем. Схема абстрагирования, общие индуктивные понятия. Первичные и общие дедуктивные понятия. Взаимосвязь дедукции и индукции. Сопоставление типов понятий. Аксиоматический метод (Евклид, Пифагор, Аристотель, Прокл). Кризис оснований математики. Эрлангенская программа Феликса Клейна. Симметрия, преобразование и инвариант как логические понятия. Архитектура математики.

2.3. *Физика.* Структура физики. Процедуры измерения, их связь с симметрией. Принцип относительности Галилея как принцип симметрии. Классический закон сложения скоростей и его нарушение при скоростях, близких к скорости света. Принцип относительности Эйнштейна как принцип симметрии. Преобразования Лоренца. Его следствие – связь массы и энергии. Энергия – общий признак материи (вещества и поля). Дискретность и непрерывность как признаки, отличающие вещество и поле.

Законы сохранения классической механики и их связь с симметрией законов механики относительно преобразований времени и пространства. Классическое и квантовое описание движения. Принцип неопределенности. Принцип тождественности квантовых частиц. Закон сохранения четности и симметрия относительно инверсии времени. Фермионы и бозоны – вещество и поле. Принцип запрета Паули. Распределение фермионов и бозонов по состояниям.

Динамические принципы симметрии и свойства фундаментальных взаимодействий. Классификация принципов симметрии по Вигнеру. Калибровочная инвариантность электрических полей, ее следствия. Другие фундаментальные поля. Связь характера поля с массой покая носителя взаимодействия.

Принцип Паули и строение вещества. Элементарные частицы вещества: нейтрон, протон, электрон. Свойства ядерных сил, строение и состав ядра. Электрические силы и строение атома. Электронные уровни и их заполнение. Взаимодействие атомов. Молекулы. Электронные спектры молекул. Макроскопические тела. Симметрия кристаллов. Особенности различных фазовых состояний.

Иерархия структурных уровней вещества и характер фундаментальных взаимодействий.

Астрофизика. Гравитационное взаимодействие макроскопических тел. Планеты. Земля и ее строение. Солнечная система. Звезды. Звездные скопления. Галактики. Наблюдаемая часть Вселенной.

Механическое равновесие, устойчивость и симметрия. Процессы эволюции и нарушение симметрии.

Расширение газа в пустоту как процесс стремления к равновесию. Модель Большого Взрыва. Первые секунды существования Вселенной: распад материи на вещество и поле, расщепление фундаментальных полей – процессы снятия симметричного вырождения как цепочка спонтанных нарушений симметрии. Образование атомов водорода. Конденсация вещества и образование звезд первого поколения и галактик как следствие неустойчивости однородного состояния относительно флуктуаций.

2.4. *Химия*. Устойчивость атомов и относительная устойчивость молекул в химических процессах. Инварианты химических реакций. Стехиометрия как дедуктивная система. Логическая структура химии. Представление о химической кинетике.

2.5. *Биология*. Логическая структура биологии. Систематика в биологии как пример иерархии симметрий. Симметрия живого и неживого вещества (ось вращения пятого порядка). Устойчивость биологических систем и ее связь с грубостью систем дифференциальных уравнений. Спонтанное нарушение симметрии и киральность.

2.6. *Физико-химическая кинетика*. Физическая и химическая релаксация макроскопических тел к состоянию равновесия – процесс, увеличивающий степень симметрии. Открытые термодинамические системы. Примеры процессов самоорганизации в химии и физике как процессов, понижающих степень симметрии. Процессы самоорганизации в открытых системах и их общие закономерности.

2.7. *Эволюция в биологических и социальных системах*. Симметрия в живой и неживой природе. Земля – открытая система. Зарожде-

ние жизни на Земле – процесс самоорганизации. Пример динамики в системе «хищник – жертва». Устойчивость биологических систем. Закон оптимума в биологии. Возникновение человека. Примеры самоорганизации в эволюции общества и экономике.

### ***3. Значение симметрии для построения гуманитарных дисциплин (30 ч).***

3.1. *Симметрия как индуктивное понятие.* Связь процедуры абстрагирования с симметрией. Вернадский о симметрии. Орнаменты и ритуальные узоры по данным археологии (Б. А. Рыбаков). Роль симметрии и ее нарушения в искусстве.

3.2. *Симметрия – основа формирования индивидуального сознания.* Понятие о личностных конструктах в теории психолога Келли. Структура зрительного восприятия. Принципы классификации. Проблема ориентации. Схема деления области знаний Е. Вигнера. Формирование представлений о законах сохранения величин в работах психолога Жана Пиаже.

3.3. *Общественное сознание как упорядоченная система отражения мира.* Проблемы творчества по работам А. Пуанкаре и Ж. Адамара. Логические цепочки и оптимальное число их звеньев (применение принципа оптимума). Полнота и время логического анализа в стандартной и нестандартной ситуации. Культура как упорядоченный набор стандартных ситуаций. Соотношение логики и мифологии в индивидуальном и общественном сознании. Роль знания и традиций в жизни общества.

3.4. *Иерархия симметрий как основа единства гуманитарного и естественнонаучного аспектов научной картины мира.*

Программа рассчитана на 72 ч при резерве времени 4 ч. Возможный режим занятий – 4 ч в неделю.

## **Список литературы**

### ***Для педагогов***

*Агекян Т. А.* Звезды, галактики, метagalactика [Текст] / Т. А. Агекян. М.: Наука, 1978.

*Вейль Г.* Симметрия [Текст] / Г. Вейль. М.: Наука, 1968.

*Кемп П.* Введение в биологию [Текст] / П. Кемп, К. Арме. М.: Мир, 1988.



*Козлова И. Н.* Личность в системе конструкторов. Некоторые вопросы психологической теории Дж. Келли [Текст] / И. Н. Козлова // Системные исследования. М.: Наука, 1975.

*Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Мандельброт; Ин-т компьютер. исслед. М., 2002.

*Морозов А. Д.* Введение в теорию фракталов [Текст] / А. Д. Морозов; Ин-т компьютер. исслед. М., 2002.

*Пиаже Ж.* Избранные психологические труды. Психология интеллекта. Генезис числа у ребенка. Логика и психология [Текст] / Ж. Пиаже; Междунар. пед. акад., М., 1994.

*Пиаже Ж.* Генезис элементарных логических структур. Классификация и сериация [Текст] / Ж. Пиаже, Б. Инельдер. М.: Мир, 1963.

*Пуанкаре А.* О науке / А. Пуанкаре. М.: Наука, 1983.

*Руттен М.* Происхождение жизни [Текст] / М. Руттен. М.: Мир, 1973.

*Тейлер Р.* Строение и эволюция звезд [Текст] / Р. Тейлер. М.: Мир, 1973.

*Челпанов Т. И.* Учебник логики [Текст] / Т. И. Челпанов. М.: Прогресс, 1994.

*Федер Е.* Фракталы [Текст]: пер. с англ. / Е. Федер. М.: Мир, 1991.

*Фейнман Р.* Фейнмановские лекции по физике [Текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. М.: Мир, 1965–1967. Т. 1–9.

*Яглом И. М.* Математические структуры и математическое моделирование [Текст] / И. М. Яглом. М.: Наука, 1980.

#### *Для учащихся*

*Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст] / Ж. Адамар. М.: Сов. радио, 1970.

*Аллен Р. Д.* Наука о жизни [Текст] / Р. Д. Аллен. Л.: Гидрометеориздат, 1985.

*Барашенков В. Р.* Кварки, протоны, Вселенная [Текст] / В. Р. Барашенков. М.: Знание, 1987.

*Божокин С. В.* Фракталы и мультифракталы [Текст] / С. В. Божокин, Д. А. Паршин; НИЦ «Регуляр. и хаотич. динамика». Ижевск, 2001.

*Бойко А. П.* Занимательная логика [Текст] / А. П. Бойко. М.: Спектр – 5, 1994.

*Вернадский В. И.* Философские мысли натуралиста [Текст] / В. И. Вернадский. М.: Наука, 1988.

*Волошинов А. В.* Математика и искусство [Текст] / А. В. Волошинов. М.: Просвещение, 1992.

*Жолковский А. К.* Математика и искусство (поэтика выразительности) [Текст] / А. К. Жолковский, Ю. К. Щеглов. М.: Знание, 1976.

*Клайн М.* Математика. Поиск истины [Текст] / М. Клайн. М.: Мир, 1988.

*Клайн М.* Математика. Утрата определенности [Текст] / М. Клайн. М.: Мир, 1984.

*Кольман Э.* Занимательная логика [Текст] / Э. Кольман, О. Зих. М.: Наука, 1966.

*Марнянский И. А.* Азбука аксиоматического метода: о логическом строении математики [Текст] / И. А. Марнянский. М.: Наука, 1992.

*Ритмы, пространство и время в литературе и искусстве* [Текст] / под ред. Е. Ф. Егорова [и др.]. Л.: Наука, 1974.

*Рыбаков Б. А.* Язычество древних славян [Текст] / Б. А. Рыбаков. М.: Наука, 1981.

*Розенталь И. Л.* Геометрия, динамика, Вселенная [Текст] / И. Л. Розенталь. М.: Наука, 1987.

*Сонин А. С.* Постигание совершенства: симметрия, асимметрия, дисимметрия, антисимметрия [Текст] / А. С. Сонин. М.: Наука, 1987.

*Фейнман Р.* Характер физических законов.[Текст] / Р. Фейнман. М.: Наука, 1987. (Б-ка «Квант»; вып. 65 ).

*Фейнман Р.* КЭД – странная теория света и вещества. [Текст] / Р. Фейнман. М.: Наука, 1988. (Б-ка «Квант»; вып. 66 ).

*Хлопов М. Ю.* Космомикрофизика [Текст] / М. Ю. Хлопов. М.: Знание, 1989.

*Шкловский И. С.* Звезды их рождение, жизнь и смерть [Текст] / И. Шкловский. М.: Наука, 1977.

Научное издание

*Гапонцева* Марина Германовна  
*Федоров* Владимир Анатольевич  
*Гапонцев* Виталий Леонидович

## ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Монография

Редактор Н. М. Юркова  
Компьютерная верстка О. Н. Казанцевой, Н. А. Ушениной

Печатается по постановлению  
редакционно-издательского совета университета

Подписано в печать 02.11.10. Формат 60×84/16. Бумага для множ. аппаратов.  
Усл. печ. л. 7,7. Уч.-изд. л. 8,7. Тираж 300 экз. Заказ № \_\_\_\_\_.  
Издательство Российского государственного профессионально-педагогического  
университета. Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.

---