

Е. С. Чуркин,
В. В. Ушенин

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОТЛИВКИ С РАСЧЕТОМ ГЕОМЕТРИИ УСАДОЧНОЙ
РАКОВИНЫ В ЕЕ ПРИБЫЛЬНОЙ ЧАСТИ**

Литые изделия цилиндрической формы применяются во многих отраслях промышленности. Это обуславливает необходимость детального изучения процесса формирования литых цилиндрических заготовок, в частности кинетики их затвердевания, которая является определяющим фактором влияния на структуру отливки. Управление структуро- и формообразованием отливки - неотъемлемое условие получения качественной продукции. Это четко прослеживается на примере вальцелитейного производства, при котором необходимо обеспечить оптимальный с точки зрения эксплуатационных свойств вадка характер распределения структуры по его сечению, а также организовать правильное питание отливки, исключающее возникновение в ее теле усадочных дефектов. Как показывает практика, далеко не всегда удается создать условия, необходимые для получения литого вадка желаемого качества, а дорогостоящая промышленная экспериментальная работа, связанная с большим расходом металла и трудоемкостью подготовительных работ, осложняет экспериментальное определение оптимальных технологических параметров.

При наличии сложившегося дефицита промышленного экспериментирования целесообразно использовать математическое описание процессов структуро- и формообразования отливки применительно к конкретным условиям литейного производства. Расчеты на ЭВМ в ходе математического моделирования при двумерном решении задачи дают наглядную картину температурных полей по всему объему цилиндрической отливки на протяжении ее затвердевания и охлаждения до заданной температуры. Расчетные значения температуры позволяют изучить условия структурообразования отливки [1], а решение задачи в комплексе с расчетом образующей при этом усадочной раковины дает возможность определить локализацию и геометрию усадочной полости в теле отливки.

В данной работе описана математическая модель затвердевания цилиндрической отливки с расчетом геометрии усадочной раковины в ее прибыльной части. В основе решения двумерной задачи лежит метод конечных разностей, позволяющий выполнять расчеты температуры в узлах пространственной сетки координат системы "отливка-форма" [2].

Выражение для определения температуры внутренних узлов участ-

входящих в теплообмене тел получается в результате конечно-разностной аппроксимации уравнения Фурье

$$c(T) \cdot \rho(T) \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{d(\lambda(T) \cdot dT/dx)}{dx} + \frac{m}{x} \cdot \lambda(T) \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{d(\lambda(T) \cdot dT/dy)}{dy}, \quad (1)$$

где $c(T)$, $\rho(T)$, $\lambda(T)$ - удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности материала тела как функции температуры;
 T - температура узла системы;
 t - время;
 x и y - пространственные координаты;
 m - коэффициент формы тела (для цилиндра $m = 1$).

Расчетные выражения для узлов, образованных пересечением границ сопрягаемых тел, являются результатом совместного решения уравнений теплопроводности этих тел вида (1). Определение первых и вторых производных по координатам в правой части дифференциальных уравнений можно выполнить, используя формулы Тейлора для температур в прилегающих узлах сетки координат, а также уравнения теплового баланса в расчетном узле вдоль осей x и y . При этом уравнения теплового баланса составляются с учетом имеющихся граничных условий и постоянства теплового потока до и после границы сопрягаемых тел.

Наиболее сложными для математического описания являются угловые узлы отливки, теплоотвод через которые настолько велик, что играет порой значительную роль в ее формировании. Выражение, полученное при совместном решении уравнений Фурье для сопрягаемых тел в конечно-разностном виде для функции

$$\Phi = H + T_1 \cdot B, \quad (2)$$

имеет следующий вид:

$$\Phi^{k+1} = \Phi^k + \Delta t \cdot f(U_1^k, U_2^k, U_3^k, T_1^k, T_2^k, T_3^k, T_4^k, T_5^k, h_{1x}, h_{2x}, h_{1y}, h_{2y}, X_1, Y_1, \lambda_0^k, \lambda_0, c_0, \rho_0),$$

где H - функция Кирхгофа расчетного узла 1 отливки (рис.1);
 U_1, U_2, U_3 - функции Гудмена расчетного узла 1 и соседних узлов 2, 3 отливки;

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 - температура расчетного узла 1 отливки и его соседних узлов 2, 3, 4, 5;

B - величина, зависящая от постоянных параметров и коэффициента теплопроводности металла отливки λ_0 ;

λ_0, C_0, ρ_0 - коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность материала формы;

$h_{1x}, h_{2x}, h_{1y}, h_{2y}$ - шаги по координатам x и y до и после расчетного узла;

X_1 и Y_1 - координаты узла отливки;

$\Delta t, k$ - шаг по времени и показатель шага по времени.

Величина температуры узла T_1 определяется по известному значению Φ из выражения (2). Введение функции Φ осуществлялось во всех узлах непосредственного контакта отливки с формой.

Организация расчетов геометрии и локализации усадочной раковины проводилась при условии отсутствия отвода тепла с ее поверхности в окружающую среду, а также теплообмена в горизонтальном направлении между ее противоположными сторонами. В качестве температуры T_y , определяющей образование поверхности усадочной раковины в затвердевающей отливке, изготовленной из чистого металла или эвтектического сплава, принималась фиксированная температура его кристаллизации. Для сплавов температура T_y определяется по диаграмме состояния с учетом доли твердой фазы, достаточной для образования каркаса отливки, способного к линейной усадке (20...40%).

В сплошной цилиндрической отливке поверхность усадочной раковины образуется путем изменения радиуса зеркала металла $r_{зм}$ в процессе затвердевания и опускания его уровня (рис.2). Величина $r_{зм}$ зависит от распределения температуры $T(x)$ в горизонтальном сечении отливки на уровне зеркала расплава и соответствует окружности с температурой T_y . Интенсивность опускания уровня жидкого металла dh_{yp} / dt определяется скоростью затвердевания отливки $d\phi_T / dt$ (ϕ_T - доля твердой фазы в двухфазной области), величиной суммарной относительной объемной усадки ϵ_v , площадью зеркала расплава S при известном объеме жидко-твердой зоны отливки $V_{ж-т}$, т. е.

$$\frac{dh_{yp}}{dt} = \frac{d\phi_T}{dt} \cdot \frac{\epsilon_v \cdot V_{ж-т}}{S \cdot 100}, \quad (3)$$

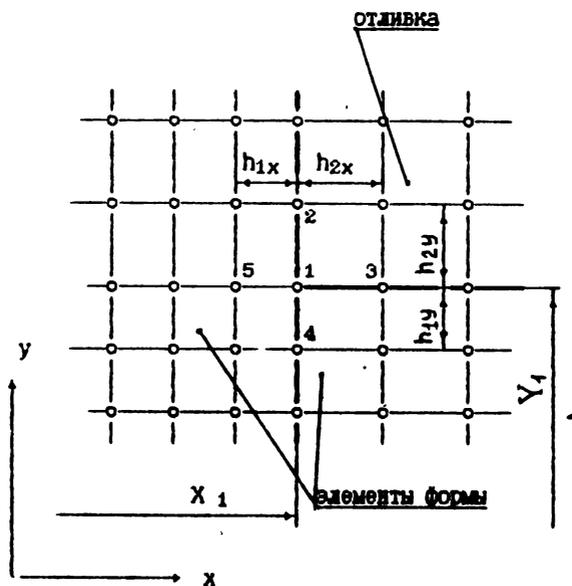


Рис.1. Расчетная схема угловой зоны отливки

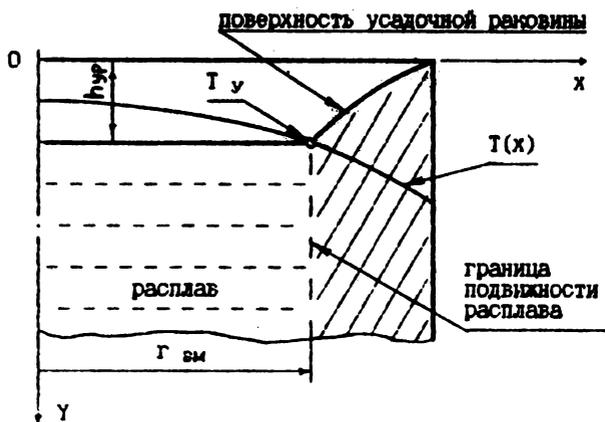


Рис.2. Формирование усадочной раковины при затвердевании расплавленной цилиндрической отливки

где величина $(d\dot{V}_T / dt) \cdot V_{ж-т}$ равна скорости изменения объема твердой фазы dV_T / dt , а $S = \pi \cdot r_{ам}^2$. Поскольку метод конечных разностей позволяет рассчитывать значения температур через определенные временные интервалы Δt , то, проинтегрировав выражение (3) при изменении величин $h_{ур}$ и V_T соответственно на $\Delta h_{ур}$ и ΔV_T , получим уравнение

$$\Delta h_{ур} = \frac{\varepsilon_v \cdot \Delta V_T}{\pi \cdot r_{ам}^2 \cdot 100}$$

для определения увеличения глубины формирующейся усадочной раковины за время Δt .

Таким образом, проведение машинных расчетов с фиксацией на экране монитора текущих координат поверхности образующейся усадочной раковины ($r_{ам}^{k+1}$ - по оси x и $h_{ур}^{k+1} = h_{ур}^k + \Delta h_{ур}^{k+1}$ - по оси y) дает ее наглядное изображение до момента завершения формирования отливки. Расчет геометрии усадочной раковины прекращается при достижении максимальной температуры отливки, меньше T_y .

Небольшая модификация расчета геометрии усадочной раковины путем введения дополнительной величины внутреннего радиуса зеркала металла позволяет изучать усадочные явления в полой цилиндрической отливке.

Описанная математическая модель пригодна для изучения формирования цилиндрических отливок, имеющих прибыльные части, вертикальный теплоотвод от которых в окружающую среду намного меньше горизонтального. Такие условия могут выполняться, в частности, при изготовлении литых заготовок прокатных валков и их бандажей стационарным способом литья с применением утепляющих экзотермических смесей. В данном случае сведения о кинетике затвердевания и формировании отливки могут быть полезны при оптимизации технологических параметров, существенно влияющих на структуру рабочего слоя валька, локализацию усадочной раковины, напряженное состояние отливки и др. В результате может быть повышена износостойкость валков, понижена вероятность их поломок в ходе эксплуатации, а также увеличен выход годного за счет рационального питания отливки.

Литература

1. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки. Ч.1: Тепловые основы теории. Затвердевание и охлаждение отливки. М., Машиностроение, 1973. 227 с.
2. Чуркин В.С. Численные методы расчета кинетики затвердевания отливок: Учеб. пособие/Урал. политехн. ин-т. Свердловск, 1935. 62с.