

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НАМАГНИЧИВАЮЩИМИ СИЛАМИ
 НЕСИММЕТРИЧНЫХ МНОГОФАЗНЫХ ОБМОТОК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
 МАШИН ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В статье рассматриваются задачи анализа намагничивающих сил трехфазных несимметричных обмоток, оптимального разложения токов на намагничивающую и нейтральную составляющие, преобразования координат и формирования кругового магнитного поля при минимизации электрических потерь. Обсуждаются варианты построения систем оптимального управления намагничивающими силами с использованием преобразования координат.

Объектом исследования является трехфазная несимметричная обмотка, соотношение эффективных чисел витков фазных компонентов которой характеризуется произвольными величинами Q_a , Q_b и Q_c , а расположение магнитных осей - произвольными углами φ_a , φ_b и φ_c . Предполагается, что в связи с несимметрией трехфазная обмотка не вырождена в двух- либо однофазную, т.е. ее параметры удовлетворят следующим условиям:

$$Q_a > 0; \quad Q_b > 0; \quad Q_c > 0; \quad (1)$$

$$\varphi_a \neq \varphi_b + k\pi; \quad \varphi_b \neq \varphi_c + k\pi; \quad \varphi_c \neq \varphi_a + k\pi, \quad (2)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Параметры обмотки изображаются комплексными векторами

$$\dot{Q}_1 = Q_1 e^{j\varphi_1}, \quad 1=a, b, c,$$

показанными на рис. 1. Основные гармоники обмоточных функций пространственного распределения намагничивающих сил фазных обмоток представляются формулами

$$q_1(\varphi) = \operatorname{Re} |\dot{Q}_1 e^{-j\varphi}| = Q_1 \cos(\varphi_1 - \varphi);$$

φ - угловая координата, отсчитываемая вдоль воздушного зазора.

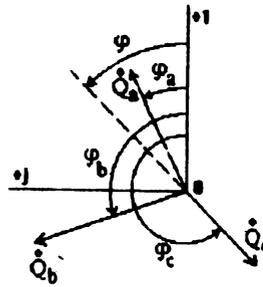


Рис. 1. Изображение векторы параметров обмотки

Намагничивающие силы (НС) фазных обмоток, создаваемые протекающими по ним токами $i_a(t)$, $i_b(t)$ и $i_c(t)$, изображаются комплексными векторами

$$\dot{F}_1(t) = i_1(t) \dot{Q}_1, \quad i=a, b, c. \quad (3)$$

Пространственно-временное распределение основных гармоник НС фазных обмоток машины описывается формулами

$$f_1(\varphi, t) = \operatorname{Re} | \dot{F}_1(t) e^{-j\varphi} | = i_1(t) Q_1 \cos(\varphi_1 - \varphi), \quad (4)$$

а результирующая волна распределения НС вдоль воздушного зазора

$$f(\varphi, t) = F_m(t) \cos(\varphi_m(t) - \varphi) = \operatorname{Re} | \sum_1 \dot{F}_1(t) e^{-j\varphi} |, \quad (5)$$

где $F_m(t)$ - мгновенное значение амплитуды;

$\varphi_m(t)$ - положение точки максимума результирующей волны НС.

Многофазные обмотки с числом фаз более двух ($m > 2$) обладают избыточностью в том смысле, что намагничивающая сила любой из фазных обмоток может быть нейтрализована совместным действием других обмоток при определенных соотношениях фазных токов. В связи с этим важное значение имеет понятие о системе нейтральных фазных токов $i_{an}, i_{bn}, \dots, i_{mn}$, удовлетворяющих условию

$$\sum_1 \dot{F}_{1n}(t) = \sum_1 i_{1n}(t) \dot{Q}_1 = 0, \quad i=a, b, \dots, m, \quad (6)$$

т.е. по своему совокупному действию не участвующих в создании результирующей НС. Комплексное уравнение (6) можно представить в следующем виде :

$$\operatorname{Re} | \sum_1 i_{1n}(t) \dot{Q}_1 | = \sum_1 i_{1n}(t) Q_1 \cos \varphi_1 = 0;$$

$$\operatorname{Im} | \sum_1 i_{1n}(t) \dot{Q}_1 | = \sum_1 i_{1n}(t) Q_1 \sin \varphi_1 = 0.$$

Отсюда система нейтральных токов трехфазной несимметричной обмотки определяется соотношениями

$$i_{an} = k_a i_n; \quad i_{bn} = k_b i_n; \quad i_{cn} = k_c i_n, \quad (7)$$

$$\text{где} \quad k_a = 1; \quad k_b = \frac{Q_a \sin(\varphi_c - \varphi_a)}{Q_b \sin(\varphi_b - \varphi_c)}; \quad k_c = \frac{Q_a \sin(\varphi_b - \varphi_a)}{Q_c \sin(\varphi_c - \varphi_b)}; \quad (8)$$

i_n - произвольная величина.

Следует подчеркнуть, что формулы (7) и (8) определяют лишь соотношения между нейтральными токами, то есть являются

необходимыми, но не достаточными условиями их определения. Рассмотрим подробнее этот вопрос.

Предположим, что по фазным обмоткам машины протекают токи $i_a(t)$, $i_b(t)$ и $i_c(t)$, представляющие линейно-независимую систему функций времени. В соответствии с формулой (5) эти токи в каждый момент времени t создадут пространственную результирующую волну НС с амплитудой $F_m = F_m(t)$ и точкой максимума $\varphi_m = \varphi_m(t)$, где

$$F_m(t) = \left[\left(\sum_i i_i(t) Q_i \cos \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_i i_i(t) Q_i \sin \varphi_i \right)^2 \right]^{1/2}, \quad i=a, b, c.$$

При этом возникает вопрос: насколько эффективно в обладающей избыточностью трехфазной системе будут использоваться токи i_a , i_b и i_c для создания волны результирующей НС с данными параметрами? Для ответа на этот вопрос логично проверить, имеется ли в системе фазных токов нейтральная составляющая, которая по определению не участвует в создании результирующей НС. Если такая составляющая существует, то она может быть исключена из системы фазных токов i_a , i_b и i_c . В этом случае для формирования той же волны НС будет более рациональной другая система токов, в которой нейтральная составляющая отсутствует.

Методика решения этой задачи заключается в следующем. Введем вектор-столбец, составленный из мгновенных значений фазных токов $I^F = (i_a \ i_b \ i_c)^T$. Зададим его вариацию ΔI^F с компонентами, удовлетворяющими соотношениям (7) и (8) между нейтральными токами:

$$\Delta I^F = \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta i_b \\ \Delta i_c \end{bmatrix} = \Delta i \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \end{bmatrix}.$$

Общий множитель Δi может рассматриваться как свободно варьируемый параметр вариационной задачи, так как при любом значении Δi новый вектор токов

$$I_1^F = I^F + \Delta I^F$$

создаст волну НС с прежними значениями параметров F_m и φ_m . В то же время другие параметры, например, потери мощности в многофазной обмотке, не останутся прежними.

В качестве оценки последствий вариации будем использовать обобщенную квадратичную функцию

$$P(\Delta 1) = \sum_1 \rho_1 (1_1 + \Delta 1_1)^2, \quad i=a, b, c. \quad (9)$$

где ρ_1 - весовые фазовые коэффициенты.

В качестве весовых коэффициентов целесообразно использовать значения суммарных активных сопротивлений электрических цепей питания обмоток:

$$\rho_1 = r_{\Sigma 1}.$$

В этом случае оценка (9) представляет суммарные электрические потери мощности в многофазной обмотке и источниках ее питания.

Найдем оптимальную вариацию $\Delta 1_{\text{опт}}$, минимизирующую введенную оценку :

$$\frac{\partial P}{\partial(\Delta 1)} \Big|_{\Delta 1 = \Delta 1_{\text{опт}}} = 2 \sum_1 \rho_1 k_1 (1_1 + \Delta 1_{\text{опт}} k_1) = 0$$

Отсюда
$$\Delta 1_{\text{опт}} = - \frac{\rho_a k_a 1_a + \rho_b k_b 1_b + \rho_c k_c 1_c}{\rho_a k_a^2 + \rho_b k_b^2 + \rho_c k_c^2}. \quad (10)$$

По своему физическому смыслу оптимальная вариация исключает из вектора исходных токов такой вектор нейтральных токов

$$I_n^F = \begin{bmatrix} 1_{an} \\ 1_{bn} \\ 1_{cn} \end{bmatrix} = - \Delta 1_{\text{опт}} \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \end{bmatrix}. \quad (11)$$

при котором минимизируется принятая оценка (9). Поэтому формулы (8), (10) и (11) можно рассматривать как необходимые и достаточные условия определения нейтральных токов. В результате исключения нейтральных составляющих мы получаем оптимальные значения фазных токов, создающих ту же результирующую НС, что и исходные токи, но при минимуме оценки (9). Назовем вектор этих новых токов оптимальным намагничивающим и определим его как

$$I_m^F = \begin{bmatrix} 1_{am} \\ 1_{bm} \\ 1_{cm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1_a \\ 1_b \\ 1_c \end{bmatrix} + \Delta 1_{\text{опт}} \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \end{bmatrix}$$

В терминах линейной алгебры рассмотренная вариационная задача заключается в разложении линейно-независимой системы фазных

токов $I^F = [1_a \ 1_b \ 1_c]^T$ на две линейно-зависимые подсистемы (составляющие) - намагничивающую I_m^F и нейтральную I_n^F :

$$I^F = I_m^F + I_n^F. \quad (13)$$

С учетом (10), (11) и (12) их можно представить в форме произведений

$$I_m^F = M I^F; \quad I_n^F = N I^F, \quad (14)$$

где используются матричные коэффициенты разложения M и N :

$$M = d^{-1} \begin{bmatrix} (\bar{\rho}_b k_b^2 + \bar{\rho}_c k_c^2) & -\bar{\rho}_b k_b & -\bar{\rho}_c k_c \\ -k_b & (1 + \bar{\rho}_c k_c^2) & -\bar{\rho}_c k_b k_c \\ -k_c & -\bar{\rho}_b k_b k_c & (1 + \bar{\rho}_b k_b^2) \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$N = E - M, \quad (16)$$

где $d = 1 + \bar{\rho}_b k_b^2 + \bar{\rho}_c k_c^2$; $\bar{\rho}_b = \rho_b / \rho_a$; $\bar{\rho}_c = \rho_c / \rho_a$;

$E = \text{diag} [1 \ 1 \ 1]$ - матричная единица.

Задачу оптимального управления намагничивающими силами обмоток целесообразно решать на базе метода преобразования координат, широко используемого для анализа и синтеза систем управления машинами переменного тока. На основе вышеизложенного для несимметричных трехфазных обмоток предлагаются следующие формулы прямого преобразования координат с матрицей преобразования A_1 :

$$I^G = A_1 I^F, \quad (17)$$

где $I^G = [1_\alpha \ 1_\beta \ 1_\gamma]^T$ - вектор преобразованных токов;

$$A_1 = \frac{2}{d} \begin{bmatrix} a \cos \varphi_a & b \cos \varphi_b & c \cos \varphi_c \\ a \sin \varphi_a & b \sin \varphi_b & c \sin \varphi_c \\ \varepsilon & \varepsilon \bar{\rho}_b k_b & \varepsilon \bar{\rho}_c k_c \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$a=1; \quad b = Q_b / Q_a; \quad c = Q_c / Q_a; \quad \varepsilon = 2 \frac{1}{d}.$$

В дальнейшем целесообразно принять $\varphi_a = 0$, т.е. все углы отсчитывать от магнитной оси фазы "А", что несколько упрощает выражение (18).

Результатом преобразования координат являются величины

$$i_a = 2d^{-1}Q_a^{-1}f(\varphi=0); \quad i_\beta = 2d^{-1}Q_a^{-1}f(\varphi=\pi/2); \quad i_\gamma = \varepsilon^{-1}i_{an}. \quad (19)$$

Первые две пропорциональны мгновенным значениям пространственной функции распределения результирующей НС $f(\varphi)$ соответственно в точках $\varphi=0$ и $\varphi=\pi/2$, т.е. полностью характеризуют действие намагничивающей составляющей вектора фазных токов. Третья величина пропорциональна нейтральной составляющей тока фазы "А". Таким образом, данное преобразование является одним из способов разделения переменных на оптимальную намагничивающую и нейтральную составляющие. При этом преобразованный вектор можно представить в виде суммы намагничивающего и нейтрального преобразованных векторов

$$I^G = I_m^G + I_n^G, \quad (20)$$

$$\text{где } I_m^G = A_1 I_m^F = \begin{bmatrix} i_a \\ i_\beta \\ 0 \end{bmatrix}; \quad I_n^G = A_1 I_n^F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ i_\gamma \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Отсюда, в частности, следует, что компоненты оптимального вектора непреобразованных намагничивающих токов несимметричной обмотки должны удовлетворять следующему соотношению:

$$\rho_a k_a i_{an} + \rho_b k_b i_{bn} + \rho_c k_c i_{cn} = 0. \quad (22)$$

Преобразование (17) обратимо, т.е. для матрицы A_1 существует обратная матрица A_1^{-1} , которая для случая $\varphi_a = 0$ имеет вид:

$$A_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(d-1)}{2} & \frac{\bar{\rho}_b k_b c \cos \varphi_c - \bar{\rho}_c k_c b \cos \varphi_b}{2 bc \sin(\varphi_c - \varphi_b)} & \varepsilon \\ -\frac{k_b}{2} & \frac{\bar{\rho}_c k_c - c \cos \varphi_c}{2 bc \sin(\varphi_c - \varphi_b)} & k_b \varepsilon \\ -\frac{k_c}{2} & -\frac{\bar{\rho}_b k_b - b \cos \varphi_b}{2 bc \sin(\varphi_c - \varphi_b)} & k_c \varepsilon \end{bmatrix}, \quad (23)$$

Матрица позволяет осуществить обратное преобразование координат

$$I^F = A_1^{-1} I^G. \quad (24)$$

Отмеченные свойства предложенного преобразования создают основу для оптимального управления намагничивающими силами несимметричных обмоток. На рис.2 показан вариант построения системы в виде замкнутой САР с регулированием по отклонению, использующей преобразование координат. Здесь модель многофазной обмотки как объекта регулирования представляется звеньями токов (ЗТ) и намагничивающих сил (ЗНС). Входным воздействием для объекта служит вектор $U^F = [u_a \ u_b \ u_c]^T$ напряжений, формируемых управляемым источником питания (УИП) фазных обмоток. Выходом объекта является регулируемый вектор намагничивающих сил

$$F^G = \begin{bmatrix} f(\varphi=0) \\ f(\varphi=\pi/2) \\ k_n f_n(\varphi=\varphi_n) \end{bmatrix} = 2^{-1} d Q_n A_1 \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Компонентами вектора (25) являются значения функции распределения результирующей НС $f(\varphi)$ в точках $\varphi=0$ и $\varphi=\pi/2$, а также величина, пропорциональная амплитуде НС $f_n(\varphi=\varphi_n)$ нейтрального тока фазы "А".

В цепи обратной связи САР установлен преобразователь координат PK_{oc} , осуществляющий прямое преобразование координат вектора фазных токов по формуле (17). Согласно формуле (19) такое преобразование дает сигнал обратной связи $I^G = [i_\alpha \ i_\beta \ i_\gamma]^T$ с компонентами, пропорциональными компонентам регулируемого вектора F^G .

Вместе с сигналом обратной связи I^G на входы трехканального регулятора (Р) поступает векторный сигнал задания I^{G*} . Компоненты вектора задания формируются командным устройством (КУ) в виде

$$I^{G*} = \begin{bmatrix} i_\alpha^* \\ i_\beta^* \\ i_\gamma^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_m^* \cos \varphi_m^* \\ i_m^* \sin \varphi_m^* \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

где $i_m^* = 2d^{-1} Q_n^{-1} i_n^*$ - заданная амплитуда намагничивающего тока;

i_n^* - заданная амплитуда результирующей волны НС обмотки;

φ_m^* - заданная точка максимума результирующей волны НС.

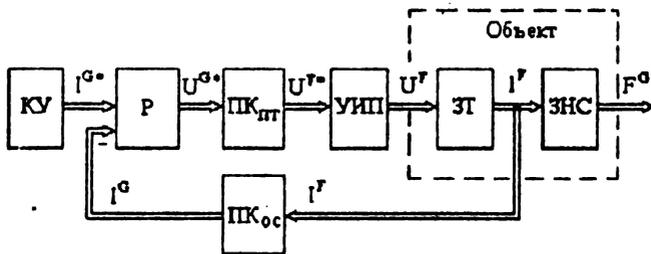


Рис. 2. Управление НС многофазной обмотки с преобразованием координат вектора токов

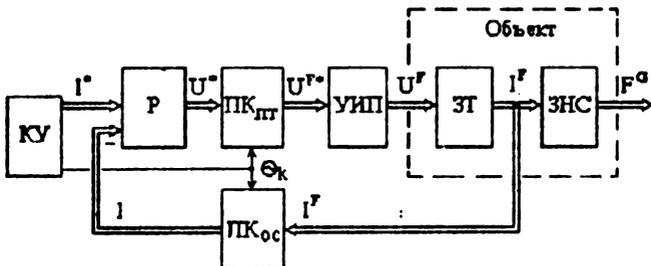


Рис. 3. Управление НС многофазной обмотки с преобразованием вектора токов во вращающуюся систему координат

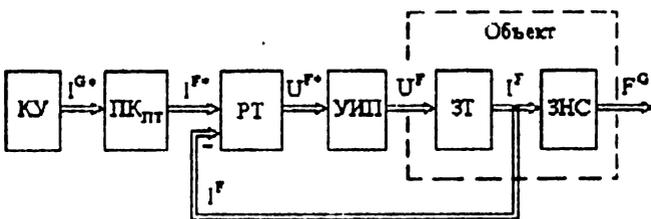


Рис. 4. Управление НС многофазной обмотки с локальной САР токов и преобразованием координат в цепи задания

Трехканальный регулятор Р формирует регулирующее воздействие $U^{G*} = [u_{\alpha}^* \ u_{\beta}^* \ u_{\gamma}^*]^T$, которое после обратного преобразования координат по формуле

$$U^{F*} = [u_a^* \ u_b^* \ u_c^*]^T = A_1^{-1} U^{G*} \quad (27)$$

поступает с выхода преобразователя координат в прямом тракте ПК_{пт} на входы управляемых источников питания трехфазной обмотки машины.

Обеспечивая с помощью регулятора Р отработку заданий (26), система позволяет управлять амплитудой и фазой результирующей НС обмотки. В частности, при задании намагничивающих компонент i_{α}^* и i_{β}^* вектора (26) по условиям $F_m^* = \text{const}$ и $d\varphi_m^*/dt = \text{const}$ обмотка с произвольной фазовой и амплитудной несимметрией создает круговое равномерно вращающееся поле.

Во всех режимах управления НС отработка задания нейтральной компоненты $i_{\gamma}^* = 0$ обеспечивает отсутствие нейтральной составляющей фазных токов, что в итоге минимизирует потери в электрических цепях.

Данный подход не исключает возможность использования и вращающихся систем координат с помощью дополнительных преобразований поворота, а также применения локальных систем регулирования непреобразованных фазных токов.

В первом случае (рис. 3) преобразование координат в цепи обратной связи и в прямом тракте САР производится соответственно по формулам

$$I = \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} = A_2(\theta_k) A_1 I^* \quad (28); \quad U^{F*} = \begin{bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \\ u_c^* \end{bmatrix} = A_1^{-1} A_2^{-1}(\theta_k) U^*, \quad (29)$$

где $U^* = [u_x \ u_y \ u_z]^T$ - выходной сигнал регулятора.

Здесь используются прямая и обратная ортогональные матрицы поворота

$$A_2(\theta_k) = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k & 0 \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$$A_2^{-1}(\theta_k) = A_2^T(\theta_k), \quad (31)$$

где θ_k - угол поворота системы координат.

Режим кругового равномерного вращения магнитного поля обмотки при минимуме потерь обеспечивается в данной структуре за счет вращения системы координат с постоянной скоростью ($\omega_k = d\theta_k/dt = \text{const}$) при постоянстве вектора задания

$$I^* = \begin{bmatrix} i_x^* \\ i_y^* \\ i_z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_m^* \cos \varphi_{mk}^* \\ i_m^* \sin \varphi_{mk}^* \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

где φ_{mk}^* - угол поворота вектора во вращающейся системе координат.

Во втором случае (рис. 4) для формирования вектора задания $I^{F*} = [i_a^* \ i_b^* \ i_c^*]^T$ локальным САР непреобразованных фазных токов используется алгоритм обратного преобразования координат вектора (26) с матрицей A_1^{-1} :

$$[i_a^* \ i_b^* \ i_c^*]^T = A_1^{-1} [i_\alpha^* \ i_\beta^* \ i_\gamma^*]^T. \quad (33)$$

Физически данное преобразование создает такую амплитудную и фазовую несимметрию токов, которая компенсирует несимметрию обмотки в механизме создания результирующей намагничивающей силы. Этот принцип реализуется и в предыдущих рассмотренных вариантах систем.

Важным достоинством рассмотренных систем является то, что они легко вписываются в известные и хорошо апробированные структуры многоконтурных систем управления симметричными машинами переменного тока [1,2], что позволяет на основе изложенных положений использовать эти структуры и для управления несимметричными машинами.

Вышеизложенные положения представляют обобщение подхода к анализу симметричных машин [1] на случаи амплитудной и фазовой несимметрии обмоток и параметров цепей их питания. Они полностью применимы для анализа характеристик симметричных машин с более общих позиций с учетом технологического разброса их параметров. Приведенные результаты могут быть использованы для решения задач анализа и синтеза систем управления как круговыми, так и линейными машинами переменного тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шрейнер Р.Т., Дмитренко Ю.А. Оптимальное частотное управление асинхронными электроприводами. - Кишинев: Штиинца, 1982. - 284 с.
2. Системы подчиненного регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями /О.В.Слежановский, Л.Х.Дзиковский, И.С.Кузнецов и др. - М.: Энерг. атомиздат, 1983. - 256 с.