на базе ВПУ N 15 г.Перми и регионального колледжа N 83 г.Серова.

### Литература

1. Юцявичене П.А. Теория и практика модульного обучения. Каунас: Швисса, 1989. 277 с.

2. Богуславский М., Цирульников А. Железное эхо//Проф.-техн.образование. 1988. N 7. С.77-80.

А.С.Просвиров

## О МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЯХ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ С ОБЩЕТЕХНИЧЕСКИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ В ИНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Переход на обучение по квалификации "бакалавр" связан с определенным сокращением объема учебных часов как по курсу высшей математики, так и по общетехническим дисциплинам в целом. Возникает вопрос: как при таких обстоятельствах не снизить качество обучения в упомянутом цикле дисциплин? Для положительного решения этого вопроса, как нам кажется, просто требуется большая согласованность (усиление межпредметных связей) в преподавании этих дисциплин, перераспределение акцентов на те разделы курса математики, которые чаще используются в общетехнических дисциплинах. С этой целью преподаватели кафедры высшей математики УГППУ проанализировали стандартные учебники по курсам технической механики, сопротивления материалов, теории механизмов и машин и другим общетехническим дисциплинам, а также провели обстоятельные беседы с ведущими преподавателями соответствующих кафедр на предмет их пожеланий по совершенствованию курса высшей математики. В процессе этой работы нами получен банк вопросов и задач как чисто математического, так и прикладного характера. Их внедрение в учебный процесс по курсу высшей математики через систему "Входной контроль" и типовых расчетов позволило удовлетворить ряд пожеланий со стороны общетехнических кафедр к преподаванию курса высшей математики. Здесь мы остановимся на одной из таких задач с подробным ее решением, которая включена в типовой расчет по теме "Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии" для специализации

54.04.08 - технология и оборудование автоматизированного производства в машиностроении и приборостроении. Предварительно напомним некоторые определения и формулы из раздела "Преобразование координат", необходимые для решения задачи.

Пусть в пространстве заданы две декартовы прямоугольные системы координат: первая $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$, определяемая началом $O^{(1)}$ и базисом $\mathcal{E}^{(1)}=(\bar{i}^{(1)}, \bar{j}^{(1)}, \bar{k}^{(1)})$, и вторая $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$, определяемая началом $O^{(2)}$ и базисом $\mathcal{E}^{(2)}=(\bar{i}^{(2)}, \bar{j}^{(2)}, \bar{k}^{(2)})$

Каждый из векторов базиса $\mathcal{E}^{(2)}$ разложим по базису $\mathcal{E}^{(1)}$

$$\bar{i}^{(2)}=t_{11}\bar{i}^{(1)}+t_{21}\bar{j}^{(1)}+t_{31}\bar{k}^{(1)},$$
$$\bar{j}^{(2)}=t_{12}\bar{i}^{(1)}+t_{22}\bar{j}^{(1)}+t_{32}\bar{k}^{(1)},$$
$$\bar{k}^{(2)}=t_{13}\bar{i}^{(1)}+t_{23}\bar{j}^{(1)}+t_{33}\bar{k}^{(1)}.$$

Заметим, что коэффициенты разложения (координаты) каждого из единичных векторов $\bar{i}^{(2)}, \bar{j}^{(2)}, \bar{k}^{(2)}$ по базису $\mathcal{E}^{(1)}$ представляют собой проекции на оси координат $O^{(1)}x^{(1)}$; $O^{(1)}y^{(1)}$; $O^{(1)}z^{(1)}$.

Матрицей перехода $T_{\mathcal{E}^{(1)}\to\mathcal{E}^{(2)}}$ от базиса $\mathcal{E}^{(1)}$ к базису $\mathcal{E}^{(2)}$ называется матрица

$$T_{\mathcal{E}^{(1)}\to\mathcal{E}^{(2)}}=\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix},$$

у которой первый столбец есть столбец проекций вектора $\bar{i}^{(2)}$ на оси $O^{(1)}x^{(1)}$; $O^{(1)}y^{(1)}$; $O^{(1)}z^{(1)}$; второй столбец есть столбец проекций вектора $\bar{j}^{(2)}$ на оси $O^{(1)}x^{(1)}$; $O^{(1)}y^{(1)}$; $O^{(1)}z^{(1)}$; третий столбец есть столбец проекций вектора $\bar{k}^{(2)}$ на оси $O^{(1)}x^{(1)}$; $O^{(1)}y^{(1)}$; $O^{(1)}z^{(1)}$.

Пусть

$$\rho_A^{(1)}=\begin{pmatrix} x_A^{(1)} \\ y_A^{(1)} \\ z_A^{(1)} \end{pmatrix}, \qquad \rho_A^{(2)}=\begin{pmatrix} x_A^{(2)} \\ y_A^{(2)} \\ z_A^{(2)} \end{pmatrix}$$

столбцы координат одной и той же точки A в системах $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ и $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ соответственно, и пусть

$$\rho_{O^{(2)}}^{(1)}=\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

есть столбец координат начала $O^{(2)}$ относительно системы $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$. Тогда координаты точки A в системе $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ выражаются через ее координаты в системе $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ по формуле

$$\rho_A^{(1)} = T_{\varepsilon^{(1)} \to \varepsilon^{(2)}} \cdot \rho_A^{(2)} + \rho_{O^{(2)}}^{(1)} \quad , \text{ т.е.}$$

$$\begin{pmatrix} x_A^{(1)} \\ y_A^{(1)} \\ z_A^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A^{(2)} \\ y_A^{(2)} \\ z_A^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} . \tag{1}$$

Формулу (1) преобразования координат точки можно записать более компактно, добавляя тождество 1=1:

$$\begin{pmatrix} x_A^{(1)} \\ y_A^{(1)} \\ z_A^{(1)} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & \alpha \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & \beta \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A^{(2)} \\ y_A^{(2)} \\ z_A^{(2)} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

или еще короче

$$\tilde{\rho}_A^{(1)} = T_{21} \cdot \rho_A^{(2)} \quad , \text{ где} \tag{3}$$

$$\tilde{\rho}_A^{(1)} = \begin{pmatrix} x_A^{(1)} \\ y_A^{(1)} \\ z_A^{(1)} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T_{21} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & \alpha \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & \beta \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \rho_A^{(2)} = \begin{pmatrix} x_A^{(2)} \\ y_A^{(2)} \\ z_A^{(2)} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Матрицу $T_{21}$, полученную из матрицы $T_{\varepsilon^{(1)} \to \varepsilon^{(2)}}$ добавлением к ней справа столбца $\rho_{O(2)}^{(1)}$ и затем снизу строки (0,001), назовем матрицей преобразования координат точки при переходе от системы $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ к системе $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$.

Задача. Промышленный робот (манипулятор) состоит из трех звеньев, схема начального состояния которого изображена на рис.1. Звено 1 совершает вращательное движение вокруг оси $O^{(0)}z^{(0)}$ по закону $\varphi_{10}(t)$. Звено 2 совершает поступательное движение относительно звена 1 (вдоль оси $O^{(2)}x^{(2)}$) по закону $S_{21}(t)$. Звено 3 (схват) совершает поворот (вокруг оси $O^{(2)}x^{(2)}$) по закону $\varphi_{32}(t)$. Определить относительно неподвижной системы $O^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$, связанной со стойкой 0: 1) проекции радиус-вектора $\vec{\rho}_A^{(0)}$ , точки A схвата (координаты точки A), а также проекции вектора скорости этой точки и модули этих векторов в зависимости от времени $t$ ; 2) с точностью до 0,01 значения проекций и модулей векторов $\vec{\rho}_A^{(0)}, \vec{V}_A^{(0)}$, в данный момент времени $t_0$ , если

$$\varphi_{10}(t) = 5t, \qquad \varphi_{32}(t) = 3\sin t,$$

$$S_{21}(t) = 3\sin\frac{t}{2},$$

$$t_0 = \frac{\pi}{3}, \quad \ell_1 = 2, \quad \ell_2 = 3, \quad \ell_3 = 5.$$

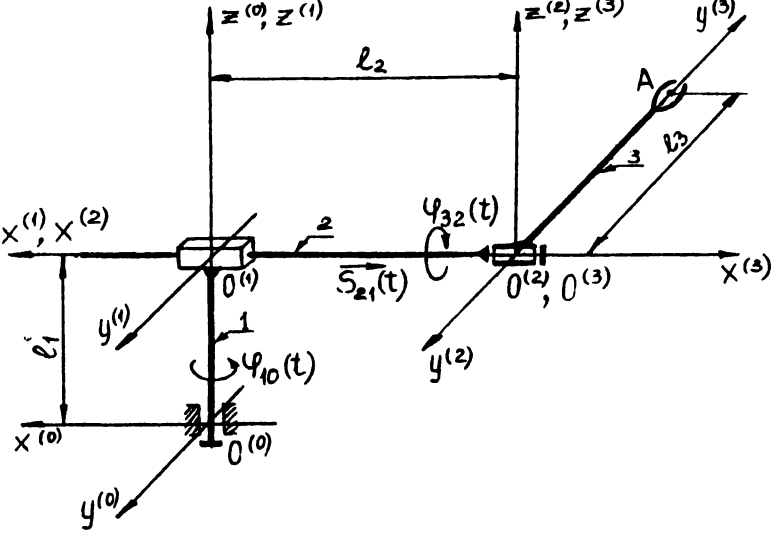
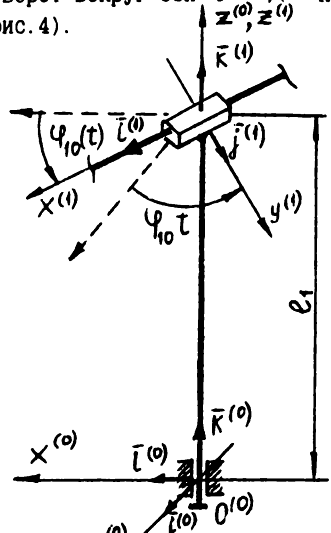



Рис.1 Начальное состояние манипулятора

Для решения задачи наряду с неподвижной системой координат $O^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ , связанной со стойкой $O^{(0)}$, введем в рассмотрение подвижные декартовы прямоугольные системы координат: $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ ; $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ ; $O^{(3)}x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$, жестко связанные со звеньями 1,2 и 3 соответственно. Их расположение при начальном состоянии манипулятора показано на рис.1. Приведем манипулятор в рабочее состояние. При этом в момент времени $t$ звено 1 (а вместе с ним и система $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$) совершит поворот вокруг оси $0^{(0)}z^{(0)}$ против часовой стрелки на угол $\varphi_{10}(t)$ (рис. 2); звено 2 (а вместе с ним и система $0^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$) совершит линейное перемещение относительно звена 1 на величину $S_{21}(t)$ (рис. 3); звено 3 (а вместе с ним и система $0^{(3)}x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$) совершит поворот вокруг оси $0^{(2)}x^{(2)}$ против часовой стрелки на угол $\varphi_{32}(t)$ (рис. 4).




Рио. 2

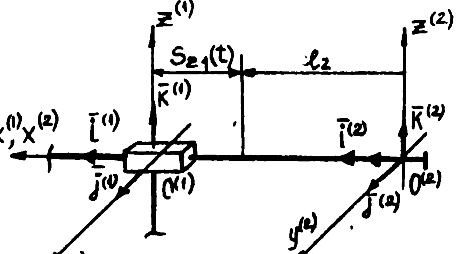



Рис. 3

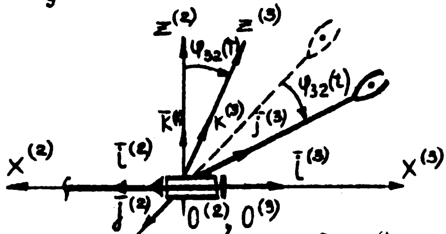



Рис. 4

Для отыскания координат точки A в системе $0^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ по формуле (3) имеем

$$\tilde{\rho}_A^{(0)} = T_{30}\tilde{\rho}_A^{(3)}, \tag{4}$$

$$\tilde{\rho}_A^{(0)} = \begin{pmatrix} x_A^{(0)} \\ y_A^{(0)} \\ z_A^{(0)} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\rho}_A^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ell_3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где $\tilde{\rho}_A^{(0)}$; $\tilde{\rho}_A^{(3)}$ – столбцы координат точки A (с добавленными единицами) в системах $0^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ и $0^{(3)}x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$ соответственно; $T_{30}$ – матрица преобразования координат точки A от системы $0^{(3)}x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$ к системе $0^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$. Однако непосредственно найти матрицу

$T_{30}$ сложно. Поэтому поступим следующим образом. Вновь используя формулу (3), получим

$$\tilde{\rho}_A^{(2)} = T_{32}\tilde{\rho}_A^{(1)}; \qquad (5)$$

$$\tilde{\rho}_A^{(1)} = T_{21}\tilde{\rho}_A^{(2)}; \qquad (6)$$

$$\tilde{\rho}_A^{(0)} = T_{10}\tilde{\rho}_A^{(1)}, \qquad (7)$$

где $\tilde{\rho}_A^{(1)}$, $\tilde{\rho}_A^{(2)}$ – столбцы координат точки A (с добавленными единицами) в системах $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ и $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ соответственно; $T_{32}$ - матрица преобразования координат точки A от системы $O^{(3)}x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$ к системе $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$; $T_{21}$ - матрица преобразования координат точки A от системы $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ к системе $O^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$; - матрица преобразования координат точки A от системы $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ к системе $O^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$.

Подставляя в формулу (7) сначала вместо $\tilde{\rho}_A^{(1)}$ его выражение по формуле (6), а затем в полученном соотношении, заменяя $\tilde{\rho}_A^{(2)}$ по формуле (5), имеем

$$\tilde{\rho}_A^{(0)} = T_{10}\tilde{\rho}_A^{(1)} = T_{10}T_{21}\tilde{\rho}_A^{(2)} = T_{10}T_{21}T_{32}\tilde{\rho}_A^{(3)}. \qquad (8)$$

Сравнивая формулы (4) и (8), получаем

$$T_{30} = T_{10}T_{21}T_{32}. \qquad (9)$$

Пользуясь определением матрицы преобразования координат и рис. 2,3 и 4, находим соответственно:

$$T_{10} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_{10}(t) & -\sin\varphi_{10}(t) & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{10}(t) & \cos\varphi_{10}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ell_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -(\ell_2+S_{21}(t)) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_{32} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\varphi_{32}(t) & -\sin\varphi_{32}(t) & 0 \\ 0 & -\sin\varphi_{32}(t) & \cos\varphi_{32}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перемножая эти матрицы по формуле (9), получаем

$$T_{30}=T_{10}T_{21}T_{32}=$$

$$=\begin{pmatrix} -\cos\varphi_{10}(t) & \sin\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t) & \sin\varphi_{10}(t)\sin\varphi_{32}(t) & -\cos\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)) \\ -\sin\varphi_{10}(t) & -\cos\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t) & -\cos\varphi_{10}(t)\sin\varphi_{32}(t) & -\sin\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)) \\ 0 & -\sin\varphi_{32}(t) & \cos\varphi_{32}(t) & \ell_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

По формуле (4) имеем

$$\tilde{\rho}_A^{(0)}=T_{30}\tilde{\rho}_A^{(3)} \quad \text{т.е.}$$

$$\begin{pmatrix} x_A^0 \\ y_A^0 \\ z_A^0 \\ 1 \end{pmatrix}=T_{30}\begin{pmatrix} 0 \\ \ell_3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \ell_3\sin\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t)-\cos\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)) \\ -\ell_3\cos\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t)-\sin\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)) \\ -\ell_3\sin\varphi_{32}(t)+\ell_1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\left.\begin{aligned} x_A^{(0)}&=\ell_3\sin\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t)-\cos\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)), \\ y_A^{(0)}&=-\ell_3\cos\varphi_{10}(t)\cos\varphi_{32}(t)-\sin\varphi_{10}(t)(\ell_2+S_{21}(t)), \\ z_A^{(0)}&=\ell_1-\ell_3\sin\varphi_{32}(t). \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Подставляя в соотношения (10) исходные данные (см. условие задачи), находим искомые координаты точки $A$ в неподвижной системе координат $C^{(0)}x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ в момент времени $t$:

$$\left.\begin{aligned} x_A^0(t)&=5\sin(5t)\cos(3\sin t)-\cos(5t)\left(3+3\sin\tfrac{t}{2}\right), \\ y_A^{(0)}(t)&=-5\cos(5t)\cos(3\sin t)-\sin(5t)\left(3+3\sin\tfrac{t}{2}\right), \\ z_A^{(0)}(t)&=2-5\sin(3\sin t), \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

а затем и модуль радиус-вектора точки А

$$|\vec{\rho}_A^{(0)}(t)|=\sqrt{(x_A^0(t))^2+(y_A^0(t))^2+(z_A^0(t))^2}\ . \qquad (12)$$

Проекции вектора скорости точки А в момент времени $t$ найдем дифференцированием функций (11) по времени:

$$V_{Ax}^{(0)}(t)=\frac{dx_A^{(0)}(t)}{dt}=5(5\cos(5t)\cos(3\sin t)-\sin(5t)\sin(3\sin t)3\cos t)+$$
$$+5\sin(5t)(3+3\sin\tfrac{t}{2})-\cos(5t)\cdot 1{,}5\cos\tfrac{t}{2}=$$
$$=\cos(5t)(25\cos(3\sin t)-1{,}5\cos\tfrac{t}{2})+15\sin(5t)(1+\sin\tfrac{t}{2}-\sin(3\sin t)\cos t);$$
$$V_{Ay}^{(0)}(t)=\frac{dy_A^{(0)}(t)}{dt}=-5(-5\sin(5t)\cos(3\sin t)-\cos(5t)\sin(3\sin t)3\cos t)$$
$$-5\cos(5t)(3+3\sin\tfrac{t}{2})-\sin(5t)\cdot 1{,}5\cos\tfrac{t}{2}=$$
$$=15\cos(5t)(\sin(3\sin t)\cos t-1-\sin\tfrac{t}{2})+$$
$$+\sin(5t)(25\cos(3\sin t)-1{,}5\cos\tfrac{t}{2});$$
$$V_{Az}^{(0)}(t)=\frac{dz_A^{(0)}(t)}{dt}=-5\cos(3\sin t)3\cos t=-15\cos(3\sin t)\cos t.$$

Модуль вектора-скорости точки А в момент времени $t$ находим по формуле

$$|\vec{v}_A^{(0)}(t)|=\sqrt{(v_{Ax}^{(0)}(t))^2+(v_{Ay}^{(0)}(t))^2+(v_{Az}^{(0)}(t))^2}\ . \qquad (14)$$

Наконец, пользуясь формулами (11)-(14), найдем с точностью до 0,01 значения координат точки А, проекции вектора-скорости этой точки, а также значения модулей соответствующих векторов в момент времени $t_0=\frac{\pi}{3}$ :

$$x_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3})=5\sin(5\cdot\tfrac{\pi}{3})\cos(3\sin\tfrac{\pi}{3})-\cos(5\cdot\tfrac{\pi}{3})(3+3\sin\tfrac{\pi}{6})\approx$$
$$\approx 5(-0{,}866)(-0{,}856)-0{,}5\cdot 4{,}5\approx 1{,}455\approx 1{,}46;$$
$$y_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3})=-5\cos(5\cdot\tfrac{\pi}{3})\cos(3\sin\tfrac{\pi}{3})-\sin(5\cdot\tfrac{\pi}{3})(3+3\sin\tfrac{\pi}{6})\approx$$
$$\approx -5\cdot 0{,}5(-0{,}856)-(-0{,}866)\cdot 4{,}5\approx 6{,}037\approx 6{,}04;$$
$$z_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3})=2-5\sin(3\sin\tfrac{\pi}{3})\approx 2-5\cdot 0{,}517\approx -0{,}585\approx -0{,}58;$$
$$|\rho_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3})|=\sqrt{(x_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3}))^2+(y_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3}))^2+(z_A^{(0)}(\tfrac{\pi}{3}))^2}\approx$$
$$\approx\sqrt{1{,}455^2+6{,}037^2+(-0{,}585)^2}\approx\sqrt{2{,}117+36{,}445+0{,}342}=$$
$$=\sqrt{38{,}904}\approx 6{,}237\approx 6{,}24;$$

$$V_{Ax}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(5\cdot\frac{\pi}{3}\right)\left(25\cos\left(3\sin\frac{\pi}{3}\right)-1{,}5\cos\frac{\pi}{6}\right)+$$

$$+15\sin\left(5\cdot\frac{\pi}{3}\right)\left(1+\sin\frac{\pi}{6}-\sin\left(3\sin\frac{\pi}{3}\right)\cos\frac{\pi}{3}\right)\approx$$

$$\approx 0{,}5\,(25(-0{,}856)-1{,}5\cdot 0{,}866)+15\,(-0{,}866)(1+0{,}5-0{,}517\cdot 0{,}5)\approx$$

$$\approx -27{,}484\approx -27{,}48;$$

$$V_{Ay}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)=15\cos\left(5\cdot\frac{\pi}{3}\right)\left(\sin\left(3\sin\frac{\pi}{3}\right)\cos\frac{\pi}{3}-1-\sin\frac{\pi}{6}\right)+$$

$$+\sin\left(5\cdot\frac{\pi}{3}\right)\left(25\cos\left(3\sin\frac{\pi}{3}\right)-1{,}5\cos\frac{\pi}{6}\right)\approx$$

$$\approx 15\cdot 0{,}5(0{,}517\cdot 0{,}5-1-0{,}5)-0{,}866\,(25\,(-0{,}856)-1{,}5\cdot 0{,}866)\approx$$

$$\approx 10{,}342\approx 10{,}34;$$

$$V_{Az}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)=-15\cos\left(3\sin\frac{\pi}{3}\right)\cos\frac{\pi}{3}\approx -15(-0{,}856)0{,}5\approx 6{,}420=6{,}42;$$

$$|\vec{V}_{A}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)|=\sqrt{\left(V_{Ax}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2+\left(V_{Ay}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2+\left(V_{Az}^{(0)}\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2}\approx$$

$$\approx\sqrt{(-27{,}484)^2+10{,}342^2+6{,}420^2}\approx$$

$$\approx\sqrt{755{,}370+106{,}957+41{,}216}=\sqrt{903{,}543}\approx 30{,}060=30{,}06.$$

В заключение заметим, что решение этой задачи целесообразно проводить в компьютерном классе, используя ЭВМ в диалоговом режиме.