Литература

1. М.Ш.Бирман, М.З.Соломяк. Кусочно-полиномиальные приближения функций классов W_p^α // Математ. сб. 1967. Т.73 (115). N 3. С.331-355.

2. И.Стейн, Г.Вейс. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. - М.: Мир, 1974.

3. М-Б.А.Бабаев. Приближение функций многих переменных комбинациями функций меньшего числа переменных: Дис. ...докт.физ.-мат.наук/ Баку, 1991.

А.С.Борухович,
С.А.Винтовкин

К ТЕОРИИ ПАРНОГО И ОДНОЧАСТИЧНОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ СКВОЗЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫЙ БАРЬЕР

История данного вопроса берет свое начало в работе по созданию туннельных диодов с барьером из магнитного полупроводника - сульфида и селенида европия, установивших зависимость туннельного тока от степени упорядочения 4f - спинов ионов европия в барьере [1,2]. Возникающие при таком туннелировании спин-ориентационные эффекты в барьере позволяют наблюдать на выходе из него спин-поляризованный поток электронов, что послужило созданию твердотельных спиновых фильтров M - EuS (EuO). Здесь M - нормальный металл [3].

Работа подобных устройств, а также контактов типа полупроводник -магнитный полупроводник [4], способных оказаться источником излучения в субмиллиметровом диапазоне, основана на эффектах одночастичного туннелирования. Сложнее обстоит дело с возможностью парного (куперовского, джозефсоновского) туннелирования сквозь магнитоупорядоченный барьер. Хотя появились экспериментальные работы, допускающие такое туннелирование [5,6], его теория не разработана. Как правило, в теории рассматривается вопрос взаимодействия куперовских пар с отдельными локализованными в барьере примесями.

Ниже обсуждается вопрос о возможности парного туннелирования сквозь барьер, содержащий ферромагнитоупорядоченные примеси.

Вычисление тока Джозефсона

Микроскопическая теория джозефсоновского туннельного контакта, содержащего упорядоченные магнитные примеси [7], основана на использовании модельного гамильтониана взаимодействия с барьером

$$\hat{H}_{int}(r) = [V_N \hat{I} + I(n\hat{\tau})]\delta(x) \quad . \qquad (1)$$

где V_N - потенциал диэлектрического слоя, I - параметр обменного взаимодействия, $\hat{I}$ - единичная матрица, $\hat{\tau}_\alpha$ - матрица Паули, n - единичный вектор вдоль направления спонтанного момента. Постоянная Планка полагается равной единице.

Чтобы учесть влияние рассеяния куперовских пар на магнитных примесях, рассмотрим условие самосогласования, которое при $T \sim T_c$ имеет вид

$$\hat{\Delta}(x) = gT\sum_{\omega}\int dx_1 \int \hat{G}^{n}_{\omega}(x,x_1)\hat{\Delta}(x_1)\hat{G}^{nt}_{\omega}(x,x_1)\frac{d^2k_\parallel}{(2\pi)^2}, \qquad (2)$$

где индекс t обозначает транспонирование

$$\hat{\Delta}(x) = -\Delta(x)\hat{g} \quad ; \quad \hat{g} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Функция Грина G^n нормального металла при существовании барьера (1) равна

$$\hat{G}^n_\omega(x,x_1) = G^0_\omega(x,x_1)\hat{I} + G^0_\omega(x,0)\left[\frac{\hat{V}}{\hat{I} - G^0_\omega(0,0)}\right]G^0_\omega(0,x_1), \qquad (3)$$

где

$$\hat{V} \equiv V_N\hat{I} + I(\hat{\tau}n).$$

При $\hat{V} = 0$ $\quad G^0_\omega(x,x_1) = -\frac{m}{\lambda_\omega}\exp(-\lambda_\omega|x-x_1|). \qquad (4)$

$$\lambda_\omega = [2m(-\xi - i\omega_n)]^{1/2}.$$

Здесь

$$k_\parallel^2 = k_y^2 + k_z^2 \;;\; \mathrm{Re}\,\lambda_\omega > 0 \;;\; \xi = \frac{k_F^2 - k_\parallel^2}{2m} \;;\; \omega_n = \pi T(2n+1). \qquad (5)$$

Подставляя (3)-(5) в (2), получаем систему уравнений

$$\Delta_a(x) = \int\limits_{xx_1>0} dx_1\,\Delta_a(x_1)\,gT\sum_\omega\int\frac{d^2k_\parallel}{2\pi^2}\exp(-2|\omega|\,|x-x_1|/v)/v^2 \; +$$

$$+ \int\limits_{xx_1<0}[1-2T_T(v)]\,dx_1\,\Delta_a(-x_1)\,gT\sum_\omega\int\frac{d^2k_\parallel}{2\pi^2}\exp(-2|\omega|\cdot|x-x_1|/v)/v^2 \qquad 6)$$

$$\Delta_s(x) = gT\sum_\omega\int d^2k_\parallel\int\exp(-2|\omega|\cdot|x-x_1|/v)\,\Delta_s(x_1)\,dx_1/v^2 -$$

$$-4gT\sum_\omega\int\frac{d^2k_\parallel}{2\pi^2}T_S(v)\exp(-2|\omega|\cdot|x|/v)\int_0^{+\infty}\exp(-2|\omega|x_1/v)\,\Delta_s(x_1)\,dx_1/v^2, \qquad 7)$$

$$\Delta(x) = \Delta_s(x) + \Delta_a(x);\; \Delta_s(x) = \Delta_s(-x);\; \Delta_a(x) = -\Delta_a(-x);\; v = \frac{1}{m}(k_F^2 - k_\parallel^2)^{1/2};$$

где $T_T(v)$ - прозрачность потенциального барьера,

$T_S(v)$ - вероятность туннелирования с переворотом спина.

Уравнения (6) и (7) получены с учетом двух приближений:

1) учитывается то обстоятельство, что скорость движения пары много меньше скорости электронов, составляющих куперовскую пару

$$\omega/\varepsilon_F \sim T/\varepsilon_F \ll 1,$$

в результате чего можно использовать разложение

$$\lambda_\omega \simeq -ik\,\mathrm{sign}\,\omega + |\omega|/v \quad ; \quad k = (2m\varsigma)^{1/2} \qquad (8)$$

(квазиклассическое приближение теории сверхпроводимости);

2) произведено усреднение по длинам порядка атомных (т.е. отброшены члены с $\exp(2ik_F x)$). Выражения для $\Delta_s(x)$, $\Delta_\alpha(x)$ справедливы, таким образом, лишь в области x ≠ 0.

Необходимо также исследовать условие самосогласования на барьере (x=0). Полагая в (2) x=0, в квазиклассическом приближении получим

$$\Delta(0) = \Delta_s(0) = 2gT\sum_\omega \int \frac{d^2k_\parallel}{2\pi^2}\,\Phi(v)\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-2\frac{|\omega|}{v}x_1\right)\Delta_s(x_1)\,dx_1/v^2 \quad . \qquad (9)$$

где $\Phi(v) = T_T(v) - 2T_s(v)$. (10)

Из (10) получается условие исчезновения джозефсоновской связи между двумя сверхпроводниками (зануление $\Delta(0)$)

$$\Phi = 0 \; , \quad \Rightarrow \quad I^2_{кр} = V_N^2 + v_F^2 \; . \qquad (11)$$

Условие (11) соответствует началу преобладания туннелирования с переворотом спина над туннелированием без переворота спина.

На рис.1. приведен график зависимости Φ от x ($x = \frac{I^2}{V_N^2}$) Появление резкого максимума в точке $I_1^2 = V_N^2 + v_F^2 - 2v_F(V_N^2 + v_F^2)^{1/2}$ связано с конкуренцией в области $0 < I < I_{кр}$ двух явлений - "просветления" потенциального барьера и подавления параметра порядка в области барьера, вследствие увеличения вероятности туннелирования с переворотом спина.

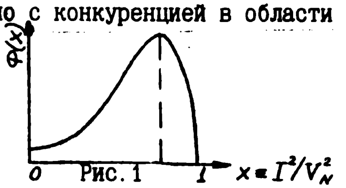

Рис.1

Вычисление тока Джозефсона проведено с использованием методики [8], исходя из уравнений

$$[i\omega - \xi + 1/2m \cdot d^2/dx^2 - H_{int}]\,\hat{G}_\omega(x,x') + \hat{\Delta}(x)\hat{F}^+_\omega(x,x') = \hat{I}\,\delta(x-x') \; ; \qquad (12)$$

$$[-i\omega - \xi + 1/2m \cdot d^2/dx^2 - H_{int}]\,\hat{F}^+_\omega(x,x') - \hat{\Delta}^+(x)\hat{G}_\omega(x,x') = 0 \; . \qquad (13)$$

Для вычисления тока используем формулу

$$J = J(0) = \frac{ie}{4\pi} T \sum_{\omega} \int_{c} d\xi \left[\left(\partial/\partial x' - \partial/\partial x \right) Sp\, \hat{G}_{\omega}(x,x') \right]_{x=x'-0} , \qquad (14)$$

где функция Грина

$$\hat{G}_{\omega}(x,x') = \hat{G}^{a}_{\omega}(x,x') - \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2\, \hat{G}^{a}_{\omega}(x,x_1)\hat{\Delta}(x)\hat{G}^{at}_{-\omega}(x_2,x_1)\hat{\Delta}^{+}(x_2)\hat{G}_{\omega}(x_2,x'). \qquad (15)$$

Окончательное выражение для тока ($T \sim T_c$)

$$J = \begin{cases} [(e\mathcal{E}_F \Delta_0^2 T_c)/8\pi (V_N^2 - I^2)] \sin\varphi & \text{при } v_F V_N/(V_N^2 - I^2) \ll 1 \\ 0 & \text{при } I^2 \geqslant V_N^2 [1 + O(v_F^2 V_N^{-2})] \end{cases} . \qquad (16)$$

т.е. для обменных полей $I > I_{кр}$ эффект Джозефсона отсутствует.

В работе С.В. Куплевахского и В.В. Фалько [9] вычислялся ток для произвольных полей $I \leqslant I_{кр}$. Общая формула для джозефсоновского тока имеет вид

$$J = 2eC(\beta - \alpha)\Delta_{\infty}^2 [1 + \xi^2(T)\beta^2 - 2/\sqrt{2}\cdot \xi(T)\beta(1 + \xi^2(T)\beta/2)^{1/2}] \sin\varphi, \qquad (17)$$

где $\Delta_{\infty} = [8\pi^2 T_c (T_c - T)/7\zeta(3)]^{1/2}$ – значение щели массивного сверхпроводника

$$\alpha = \left\{ 4\pi^2/\xi_0 \cdot \int_0^1 dt\, 2T_s(t)t \right\} \cdot \left\{ \frac{\pi^6}{7\zeta(3)} \int_0^1 dt (1 - 2T_s(t))t^3 \cdot \int_0^1 dt\, 2T_s(t)t + 84\zeta(3)\left[\int_0^1 dt (1 - 2T_s(t))t^2\right]^2 \right\}^{-1}. \qquad (18)$$

Формула для β получается из (18) заменой $2T_s \to T_T$. Если обменное поле удовлетворяет условию $v_F V_N/(V_N^2 - I^2) \ll 1$, (19)

то имеем $T_T \ll 1,\ 2T_s \ll 1,\quad \beta - \alpha = 6\pi^3 T_c [\int_0^1 dt (T_T(t) - 2T_s(t))t]/7\zeta(3) v_F$

Отсюда получаем выражение для тока в виде (16).

Пусть прозрачность барьера не мала, т.е. выполнено условие

$$T_T(v_F) \sim 2T_s(v_F) \sim 1/2 \quad \Rightarrow \quad J \simeq [eC(\beta - \alpha)\tfrac{1}{\beta^2}\Delta_{\infty}^2(T)/\xi^2(T)] \sin\varphi, \qquad (20)$$

тогда получаем, что при $I \leqslant I_{кр}$ температурная зависимость сверхтока туннельного контакта, содержащего упорядоченные магнитные примеси, определяется множителем $(T_c - T)^2$, как и в случае широкого SNS-контакта, а не множителем $(T_c - T)$, как для обычной SIS-системы без упорядоченных магнитных примесей внутри барьера.

Одночастичный туннельный ток в магнитоупорядоченной структуре С-ФП-С

Как было показано выше, существует критическое значение обменного взаимодействия $I_{кр}$, при котором исчезает джозефсоновская связь между сверхпроводниками. Рассмотрим теперь случай $I > I_{кр}$. При этом происходит полное разрушение куперовских пар в результате туннелирования с переворотом спина одного из электронов пары. Таким образом, спины туннелирующих электронов подстраиваются к направлению спинов магнитных ионов. (Полагаем, что магнитные моменты материала барьера расположены в плоскости контакта и направлены в одну сторону.) Спины электронов становятся параллельными, и если не учитывать возможности триплетного спаривания (образование пары электронов с параллельными спинами), то эффект Джозефсона в такой системе наблюдаться не будет. Исходя из этого, будем рассматривать процесс одночастичного туннелирования [10].

Поскольку для рассматриваемого случая идеального ферромагнитного порядка в барьере электроны туннелируют из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, то будем рассматривать процесс неупругого туннелирования. При этом разность энергий Ферми между двумя сверхпроводниками равна $eV-\hbar\omega_0$, где V - приложенное напряжение, а $\hbar\omega_0=IS/2$ - снижение энергии взаимодействия с магнитной системой барьера (S-спин иона).

Одночастичные возбуждения в сверхпроводнике - независимые квазичастицы, подчиняющиеся статистике Ферми - Дирака. Их функция распределения имеет вид

$$f(E,T)=[1+\exp(E/kT)]^{-1} \qquad (21)$$

где E-энергия, отсчитываемая от уровня Ферми, согласно теории БКШ определяется выражением

$$E=(\varepsilon^2+\Delta^2)^{1/2}.$$

Плотность состояния в нормальном металле считается постоянной $N_M(E)=N_M(0)$, а в сверхпроводнике $N_S(E)=N_M(0)n_S$, где n_S - приведенная плотность состояний, которая для случая постоянной энергетической щели (T=0 K) выражается уравнением

$$n_S=\begin{cases}|E|/(E^2-\Delta^2)^{1/2}, & E<0\\ 0, & E>0\,.\end{cases} \qquad (22)$$

Для записи уравнения туннельного тока будем считать, что плоскость перехода расположена перпендикулярно направлению движения электронов (оси X) и только электроны с импульсом p_x вносят вклад в ток

$$J=e\int d^3p(2\pi\hbar)^{-3}v_x f(E)[1-f(E+eV-\hbar\omega_0)]n_S(E)n_S(E+eV-\hbar\omega_0)\mathcal{D}, \qquad (23)$$

где $\mathcal{D}$ - прозрачность барьера.

Интеграл берется по всему p_y, p_z, но только при $v_x>0$ (по электронам, движущимся к переходу).

Перейдем от переменных p_x, p_y, p_z к переменным E, E_x, где E - полная энергия электрона, а E_x - ее часть, которая соответствует движению по оси X.

Учитывая, что $v_x dp_x=dE_x$; $\int d^2p_\parallel/(2\pi\hbar)^2=m(2\pi\hbar)^{-2}\int dE_\parallel$;

$$d^2p_\parallel=dp_y\,dp_z,$$

$$E_x=E-E_\parallel,$$

получим $J = em(4\pi^2\hbar^3)^{-1}\int_{-eV+\hbar\omega_0+\Delta}^{-\Delta} dE\, n_{1s}(E)\, n_{2s}(E+eV-\hbar\omega_0) \int_0^E dE_x \mathcal{D}(E_x) f(E)[1-f]$. (24)

Для случая конечной температуры интегрирование можно провести только численно.

Рассмотрим случай T= 0 K. Вследствие ступенчатого характера функции Ферми выражение (24) упрощается:

$$J = em(4\pi^2\hbar^3)^{-1}\int_{-eV+\hbar\omega_0+\Delta}^{-\Delta} dE\, n_{1s}(E)\, n_{2s}(E+eV-\hbar\omega_0) \int_0^E dE_x \mathcal{D}(E_x) \quad . \quad (25)$$

Процесс одночастичного туннелирования, происходящий при T=0, сводится к вырыванию электрона из основного состояния, при этом остающаяся в первом сверхпроводнике частица поглощает энергию, которая выделяется при туннелировании второго электрона куперовской пары. Закон сохранения энергии требует, чтобы энергия начального состояния равнялась энергии двух квазичастиц в конечном состоянии, т.е. $eV = E_1+E_2 > \Delta_1+\Delta_2+\hbar\omega_0$.

Если считать, что все электроны, участвующие в туннелировании, поставляются из основного состояния, то $E_x = 0$ и выражение (25) преобразуются к виду

$$J = \begin{cases} em\mathcal{D}_0(4\pi^2\hbar^3)^{-1}[(eV-\hbar\omega_0)E_\alpha - 2\Delta^2(eV-\hbar\omega_0)^{-1}K(\alpha)], & eV-\hbar\omega_0 > \Delta_1+\Delta_2 \\ 0 & 0 \le eV-\hbar\omega_0 < \Delta_1+\Delta_2 \;. \end{cases} \quad (26)$$

где $\alpha = [(eV-\hbar\omega_0)^2 - 4\Delta^2]^{1/2}(eV-\hbar\omega_0)^{-1}$, $K(\alpha)$, $E(\alpha)$ — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го родов.

Величина $\mathcal{D}_0$ для случая $eV < \tilde{\varphi} + \hbar\omega_0$ ($\tilde{\varphi}$ - предельная высота потенциального барьера в переходе)

$$\mathcal{D}_0 = \exp[-4/3(2m)^{1/2}(e\hbar\varepsilon)^{-1}(\tilde{\varphi}^{3/2} + (\tilde{\varphi}-eV+\hbar\omega_0)^{3/2}) - 2(2m)^{1/2}(e\hbar\varepsilon)^{-1}\hbar\omega_0\tilde{\varphi}^{1/2}]. \quad (27)$$

При условии $eV > \tilde{\varphi}+\hbar\omega_0$, $kT_c/\Delta \gtrsim 1$

$$\mathcal{D}_0 = \exp[-4/3\,(2m)^{1/2}(e\hbar\omega_0)^{-1}\tilde{\varphi}^{3/2} - 2(2m)^{1/2}(e\hbar\varepsilon)^{-1}\hbar\omega_0\tilde{\varphi}^{1/2}] \;. \quad (28)$$

В вольт-амперную характеристику перехода (рис.2) вносят вклад как величины сверхпроводящих щелей берегов, так и обменная энергия барьера. Зная первые и определяя в туннельном эксперименте пороговое смещение, можно определить значение интеграла обменного взаимодействия I .

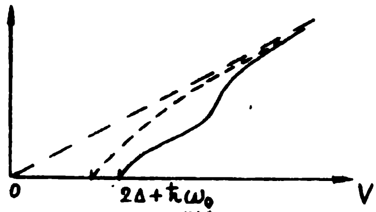

Рис. 2

Литература

1. Источники поляризованных электронов / Агранович В.Л., Гламаздин А.В., Горбенко В.Г. и др. М., 1984.

2. Esaki L., Stiles P.J., von Molnar S. Magnetointernal Field Emission in Junctions of Magnetic Jusulators//Phys.Rev.Lett. 1967. Vol.19.P. 852.

3. Эсаки Л. // Туннельные явления в твердых телах. М.: Мир, 1973.

4. Осипов В.В., Виглин Н.А., Кочев И.В., Самохвалов А.А. СВЧ поглощение в контакте ферромагнитный полупроводник - полупроводник //Письма в ЖЭТФ. 1990. С.996-998.

5. К туннельной спектроскопии магнитных полупроводников //ДАН СССР. Сер.физ. 1987. Т.296, 2,332. Борухович А.С., Бамбуров В.Г., Дякина В.П., Ефимова Л.В., и др.

6. Tedrow P.M., Tkaczyk J.B., Kumar A. Spin - Polarised Electron Tunneling Study of an Artificially Layered Superconductor with Internal Magnetic Field: Euo-Al//Phys. Rev. Lett. 1986. Vol.56. P. 1746-1749.

7. Куплевахский С.В., Фалько И.И. Стационарный эффект Джозефсона в системе с упорядоченными локализованными примесями на барьере//ФНТ. 1984. N 10,7. С.691-699.

8. Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М., 1971. С.272.

9. Куплевахский С.В., Фалько И.И. К теории контактов SIS с упорядоченными магнитными примесями в области барьера для температур, близких к критической//ТМФ. 1986. N 67,2. С.252-261.

10. Борухович А.С., Ефимова Л.В. Магнитные примеси в сверхпроводящем туннельном переходе. Свердловск, 1985. (Препринт УНЦ АН СССР).