Результаты получились совершенно неожиданными и математически изящными. Они не решают проблему полностью, но дают богатый материал для выдвижения уточняющих гипотез. Необходимо продолжить вычисления, имеющие несомненную ценность для экспериментальной теории чисел и прикладной информатики, по предложенным программам до 10^{12}.

Список литературы

1. *Рожкова, М. В., Рожков, А. В.* Студенческая наука: STEM технологии в теории чисел Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 53 / Казанское математическое общество. «Лобачевские чтения – 2016» // Материалы Пятнадцатой молодежной научной школы-конференции. Казань: Издательство Казанского математического общества, Изд-во Академии наук РТ, 2016. – Т. 53.г. с. 135-137.
2. *Рожков, А. В., Рожкова, М. В.* Преподавание математики и информатики в ведущих университетах мира и опыт КубГУ / Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи. Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. Майкоп, 2015. С. 116-121.
3. *Рожкова, М. В.* Применение STEM-технологий в среднем профессиональном образовании Труды V-я Междунар. Науч.-практич. Конф. «Информационные технологии в образовании и науке» (ИТОН – 2016) Казань: КФУ, 2016. С. 180-186.
4. *Чандрасекхаран, К.* Введение в аналитическую теорию чисел. – М.: Мир, 1974. – 178 с.

УДК 511:004.4

М. В. Рожкова, А. В. Рожков

STEM-ТЕХНОЛОГИИ: МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Рожкова Марина Валериевна
great.ros.marine@gmail.com
ЧПОУ «Краснодарский колледж управления, техники и технологий», Россия, г. Краснодар

Рожков Александр Викторович
great.ros.marine@gmail.com
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», Россия, г. Краснодар

STEM-TECHNOLOGIES: MATHEMATICS AND INFORMATIC

Rozhkova Marina Valeriyvna
Krasnodar College of management, equipment and technologies, Russia, Krasnodar

Rozhkov Alexander Viktorovich
Kuban state university, Russia, Krasnodar

Аннотация. *Предложены и реализованы алгоритмы решения задач в области теории чисел в рамках реализации проекта STEM. Вычисления в пакете компьютерной алгебры на открытом коде в среде Linux Debian.*

Abstract. *Algorithms solutions of tasks in the field of the theory of numbers within implementation of the STEM project are proposed and realized. Calculations in a package of computer algebra on an open code in the environment of Linux Debian.*

Ключевые слова: *теория чисел; свободное программное обеспечение; Debian Linux, STEM-технологии.*

Keywords: *the number Theory; free software; Debian Linux; STEM-technologies.*

Признавая, на государственном уровне, недостатки математического и технического образования в своей стране, США разработали проект STEM. STEM - Science, Technology, Engineering, and Mathematics, инициатива в области образования, которая начала осуществляться в США с лета 2013 г.

Проект рассчитан на 5 лет. На его выполнение выделено 15 млрд. $. В процессе его осуществления планируется переподготовить около 100 тыс. преподавателей учебных заведений, в основном колледжей. В проекте реализуется старая как мир идея - связь образования с жизнью и производством. Официальный обзор проекта изложен в [1].

Некоторые страны, например, Казахстан, тоже реализуют эту идею на государственном уровне, но в прочтении - STEAM - добавлено направление Art - искусство.

В России, а ранее в СССР, всегда была популярна тема связи науки и образования, образования и производства, а теперь образования и современных информационных технологий [2-3].

В математике имеется ряд результатов, где использование обширных машинных вычислений абсолютно необходимо. Есть подобные задачи и в теории чисел [4], доступные школьникам и студентам.

Дополнительным стимулом является то, что задача может не иметь общепризнанного решения и занятие ею - это не просто учебная тренировка, а реальный научный эксперимент на передовых рубежах познания. В точности то, что и является духом STEM-технологий.

Пример вычислительной задачи

Построение натуральных чисел, получаемых последовательным применением к ним функции F, которая натуральному числу $a=\overline{a_1a_2...a_n}$ - это его десятичная запись, ставит в соответствие число $F(\mathrm{a})=a_1^k+a_2^k+...+a_n^k$

Рассмотрим, как модельный, случай k=3.

Для вычислений был использован пакет компьютерной алгебры на открытом коде

gap4r8p6 - Groups, Algorithms, Programming – официальный сайт - http://www.gap-system.org.

Теорема 1. *Пусть* $a=\overline{a_1a_2...a_n}$ *произвольное натуральное число,* $F(\mathrm{a})=a_1^3+a_2^3+...+a_n^3$, *тогда последовательность* $\mathrm{a},F(\mathrm{a}),\mathrm{F}^2(\mathrm{a}),\mathrm{F}^3(\mathrm{a}),...$ *может завершиться только следующими циклами.*

Пять циклов длины 1: {1}, {153}, {370}, {371}, {407};

Два цикла длины 2: {136,244}, {919,1459};

Два цикла длины 3: {55, 250, 133}, {160, 217, 352}.

Доказательство состоит из нескольких шагов.

Шаг 1

Оценим, какой массив чисел нам необходимо проверить. Заметим, что $F(99999)=5\cdot 9^3=3645$, т.е. самое большое 5-значное число перешло в 4-значное. Следовательно, какое бы натуральное число мы не взяли, в последовательности $\mathrm{a},F(\mathrm{a}),\mathrm{F}^2(\mathrm{a}),\mathrm{F}^3(\mathrm{a}),...$

неизбежно встретиться 4-значное число. Таким образом, нам необходимо перебрать все 4-значные числа. Их ровно 9999.

Если выполнять эту работу вручную, затрачивая на построение последовательности $a, F(a), F^2(a), F^3(a), \ldots$ всего 15 мин., то, при 8 часовом рабочем дне, нам потребуется более года!

Шаг 2

В gap4r8p6 создаем программу PowerThree, вычисляющую значение функции $F(a) = a_{1}^3 + a_2^3 + \ldots + a_{i}^3$

```
PowerThree:=function(x)
local a,b,y;
   y:=0;
b:=x; a:=b mod 10;
   y:=y+a^3;
repeat
    b:=Int(b/10); a:=b mod 10; y:=y+a^3;
until b<10;
    return(y);
end;
```

На вход подается натуральное число x, на выходе получаем $y = F(x)$.

Шаг 3

Мы заранее не знаем длины финальных циклов и длины, предшествующих им предпериодов. Поэтому составляем программу, которая останавливается на цикле длины 1. На циклах длины больше 1 программа начнет первый из них выводить бесконечное число раз. В этом случае мы насильно останавливаем выполнение программы и находим первый цикл длины более 1. После этого запускам программу с числа на 1 большего, чем обнаруженный цикл и находим второй цикл дины больше 1 и т.д.

```
CycleOne:=function(m,n)
local i;
for i in [m..n] do
  Print(i,"->");
  repeat
    i:=PowerThree(i);
Print(i,"->");
  until i=PowerThree(i);
Print("->","\n");
od;
  return(1);
end;
```

Шаг 4

После того как найдены все 9 перечисленных в формулировке теоремы циклов и их начальные числа $\{1, 55, 136, 153, 160, 370, 371, 407, 919\}$, мы проводим окончательную проверку, чтобы убедиться, что других циклов нет.

Запускаем программу Itog (m,n) с параметрами m=1, n=100000.

```
Itog:=function(m,n)
local i,j;
j:=0;
for i in [m..n] do
  j:=i;
    Print(j,"->");
  repeat
    j:=PowerThree(j);
Print(j,"->");
    until j=1 or j=55 or j=136 or j=153 or j=160
       or j=370 or j=371 or j=407 or j=919;
Print("->","\n");
  od;
   return(n);
end;
```

Обобщение теоремы 1 на случаи k = 2, 4, 5, 6, 7.

Теорема 2. *Пусть* $a=\overline{a_1a_2...a_n}$ *произвольное натуральное число,* $F(\mathrm{a})=a_1^k+a_2^k+...+a_n^k$, *тогда последовательность* $\mathrm{a}, F(\mathrm{a}), \mathrm{F}^2(\mathrm{a}), \mathrm{F}^3(\mathrm{a}),...$ *может завершиться только следующими циклами:*

k=2: всего 2 цикла - {1}, {4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20};

k=4: всего 6 циклов - 4 длины 1 и по 1 длины 2 и 7:

{1}, {1634},{8208},{9474}, {2176, 6514};

{1138, 4179, 9219, 13139, 6725, 4338, 4514};

k=5: всего 16 циклов - 7 длины 1, по 2 длины 2 и 10, по 1 длины 4, 6, 24, 28, 44:

{1},{4150},{4151},{54748},{92727}, {93084}, {194979},

{58618, 76438}, {89883, 157596}, {10933, 59536, 73318, 50062},

{8299, 150898, 127711, 33649, 68335, 44155};

k=6: всего 7 циклов - 2 длины 1, по 1 длины 2, 3, 4, 10, 25:

{1}, {548834}, {63804, 313625}, {282595, 824963, 845130},

{93531, 548525, 313179, 650550};

k=7: всего 17 циклов --- 6 длины 1, 2 длины 2, по 1 длины 3, 6, 12, 14, 21, 27, 30, 56, 93.

План вычислений – Шаг 1- Шаг 4 может быть применен для любого натурального k. В используемых программах нужно показатель 3 заменить на показатель k.

Пример вычислительной задачи

Пусть $\varphi(\mathrm{n})$ - функция Эйлера, которая натуральному числу n ставит в соответствие количество натуральных чисел, меньших n и взаимно простых с n. Если в разложение числа n входят простые числа $p \in P$, то $\varphi(\mathrm{n})=\mathrm{n}\prod\limits_{p\in P}\left(1-\dfrac{1}{p}\right)$.

Определение. *Натуральное число* $n=\overline{a_1a_2...a_k}$ *назовем особенным, если* $\varphi(\mathrm{n})=a_1\cdot a_2\cdot...\cdot a_k$, *например,* $\varphi(666)=216=6\cdot6\cdot6$.

Теорема 3. *Особенных чисел ровно 14:*
{24, 26, 87, 168, 388, 594, 666, 1998, 2688, 5698, 5978, 6786, 7888, 68796}
- «дьявол и его чертова дюжина».

Доказательство. а) Вначале составляем программу в пакете gap4r8p6 и проверяя все числа меньшие 1 млрд. и находим 14 чисел из формулировки теоремы.

```
Prod:=function(x)
local a,b,y;
   y:=1;
b:=x; a:=b mod 10;
   y:=y*a;
repeat
    b:=Int(b/10); a:=b mod 10; y:=y*a;
until b<10;
    return(y);
end;
Euler:=function(n)
local i,j,k,L;
L:=[];
i:=1;
while i<n do
   j:=Prod(i);
  if j>0 then
    k:=Phi(i);
      if j=k then
       Print(i," ","->"," ",k, "\n"); Add(L,i);
      fi;
  fi;
      i:=i+1;
od;
  return(L);
end;
```

б) Теперь можем считать, что число n как минимум 9-значное. Пусть в разложение числа n входит цифра 5, тогда 2 не входит, иначе число n будет оканчиваться на 0 и произведение его цифр, обозначим его p(n), окажется равно 0.

Положим $S = \dfrac{n}{\varphi(\mathrm{n})} = \prod\limits_{p\in P}\left(1-\dfrac{1}{p}\right)^{-1}$, тогда свое максимальное значение, для чисел не больших n, это отношение принимает для $n = \prod\limits_{p\in P} p$. Поскольку произведение $3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot17\cdot19\cdot23\cdot29$ = 3234846615 – 10-значное, то для любого 9-значного числа n отношение S ,будет меньше, чем произведение $\left(\dfrac{3}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{5}{4}\right)\cdot\left(\dfrac{7}{6}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\dfrac{29}{28}\right) = 3+\dfrac{146525}{884736} < 3+\dfrac{1}{6}$.

Так как число n - 9-значное и оканчивается на 5, то $T = \dfrac{n}{p(\text{n})} \geq \left(\dfrac{10}{9}\right)^8 \cdot \left(\dfrac{10}{5}\right)$.

Получаем T > 4 > S и, значит, равенство $\varphi(\text{n}) = \text{p}(\text{n})$ невозможно даже для 9-значных чисел. Для большего числа знаков равенство невозможно, т.к. S увеличивается в p/(p-1) раз, а T в 10/9.

Случай, когда в разложение n входит множитель 2, но не входит число 5, разбирается аналогично. Теорема доказана.

Список литературы

1. Federal Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Education, 5-year strategic plan. A Report from the Committee on STEM Education National Science and Technology Council, May 31, 2013.

2. Рожков, А. В., Рожкова, М. В. Преподавание математики и информатики в ведущих университетах мира и опыт КубГУ / Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи. Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. Майкоп, 2015. С. 116-121.

3. Рожкова, М. В. Применение STEM-технологий в среднем профессиональном образовании Труды V-я Междунар. Науч.-практич. Конф. «Информационные технологии в образовании и науке» (ИТОН – 2016) Казань: КФУ, 2016. С. 180-186.

4. Рожкова, М. В., Рожков, А. В. Студенческая наука: STEM технологии в теории чисел Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 53 / Казанское математическое общество. «Лобачевские чтения – 2016» // Материалы Пятнадцатой молодежной научной школы-конференции. Казань: Издательство Казанского математического общества, Изд-во Академии наук РТ, 2016. – Т. 53.г. с. 135-137.

УДК [378.016:539.1]:[378.167:004.65]

О. В. Рябухин, Ю. Е. Хатченко

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БАЗ ДАННЫХ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА»

Рябухин Олег Владимирович
ryaboukhin@mail.ru
Хатченко Юлия Евгеньевна
ФГАОУ Уральский федеральный университет имени первого Президента РФ Б.Н.Ельцина, Россия, Екатеринбург

USING OF DATA BASE IN NUCLEAR PHYSICS TEACHING

Ryabukhin Oleg
Khatchenko Yulya
Ural Federal University, Russia, Yekaterinburg

Аннотация. *Представлены результаты использования баз данных для обучения студентов циклу дисциплин базирующихся на основе ядерной физики.*

Abstract. *Some results of data base using in practice of nuclear physics courses teaching are presented.*