

где T_m , T_ϕ и T_c – температуры модели, формы и сплава;

$S_{нар}$ – наружная поверхность формы.

Начальные условия процесса:

$$P(x, y, z, t=0)=P_a; \quad (32) \quad P_\phi=P_a, \quad (33)$$

$$T_\phi(x, y, z, t=0)=T_{20}; \quad (34) \quad T_c(x, y, z, t=0)=T_{20}. \quad (35)$$

Система уравнений (4)–(9) и (11)–(35) образует математическую модель процесса. Для того чтобы ее замкнуть, необходимо совместить ее с моделями процессов формирования газового зазора, т.е. плавления и испарения пенополистирола, кинетики заполнения формы сплавом, а также тепловых процессов при заполнении формы сплавом.

Литература

1. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Наука, 1984. – 519 с.
2. Телегин А. С., Швыдкий В. С., Ярошенко Ю. Г. Термодинамика и тепломассообмен. – М.: Металлургия, 1980. – 264 с.

**Б. С. Чуркин,
А. Б. Чуркин**

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЗАПОЛНЕНИЯ ФОРМ ПРИ ЛИТЬЕ ПОД РЕГУЛИРУЕМЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Анализ гидродинамических процессов при заполнении форм в условиях литья под регулируемым давлением, как правило, проводят с использованием нестационарного уравнения Бернулли для участков заполнения металлопровода и полости формы [1, 2]. При этом начальную скорость подъема уровня в полости формы находят по формуле

$$v_0 = v_{мк} \frac{\omega_m}{\omega_\phi}, \quad (1)$$

где v_{mk} – скорость в конце заполнения металлопровода;

ω_m и ω_ϕ – площади поперечных сечений металлопровода и полости формы.

Таким образом, предполагается, что растекание сплава в полости формы и установление потока после его расширения происходят мгновенно. Во многих случаях данный подход обеспечивает адекватность расчетных данных по кинетике заполнения фактическим. Однако при больших отношениях площадей такой подход приводит к значительным погрешностям [4].

Следует отметить, что даже при удовлетворительных результатах применения данного подхода с точки зрения кинетики заполнения, остается открытым вопрос, насколько внутренняя структура потока удовлетворяет требованиям плавного качественного заполнения форм сплавом. В литературе обращается внимание на развитие фонтанирования сплава из металлопровода или литниковой системы в полость формы [2, 4].

При тех скоростях движения сплава в металлопроводе, которые характерны для практики, фонтанирование в открытое пространство не играет существенной роли. Высота фонтана даже при скорости $v_{mk}=0,2$ м/с не превышает

значения $\frac{v_{mk}^2}{2g} = 0,002$ м. Однако после завершения растекания и формирования

фронта потока в полости формы происходит истечение расплава из металлопровода под затопленный уровень в полости формы, характеризующийся увеличением скорости сплава на выходе из металлопровода (чем больше отношение ω_ϕ / ω_m , тем выше скорость). При неизменном темпе создания перепада давлений на расплав скорость подъема уровня сплава в форме в первом приближении можно принять той же, что и при заполнении металлопровода. При этом скорость сплава в металлопроводе будет равна

$$v_m = v_\phi \frac{\omega_\phi}{\omega_m}.$$

Грубая оценка высоты фонтана дает

$$\frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_\phi^2 \omega_\phi^2}{2g \omega_m^2}.$$

При $\omega_\phi / \omega_m = 10$ и $\omega_\phi = 0,2$ м/с получаем $h_\phi = 0,2^2 \cdot 100 / 19,6 = 0,2$ м. Данное фонтанирование приводит не только к возмущению свободной поверхности в форме, но и к образованию застойных зон [4].

Предпринимались попытки количественно исследовать закономерности фонтанирования [2, 4] путем применения известных решений из теории струй

[3]. Однако эти решения в теории струй получены для истечения в безграничное, занятое жидкостью пространство в установившихся условиях. В рассматриваемом случае речь идет о фонтанировании при перемещении фронта потока, на характер которого влияет сам процесс фонтанирования. Насколько известно, в литературе нет данных по исследованию фонтанирования в указанных условиях.

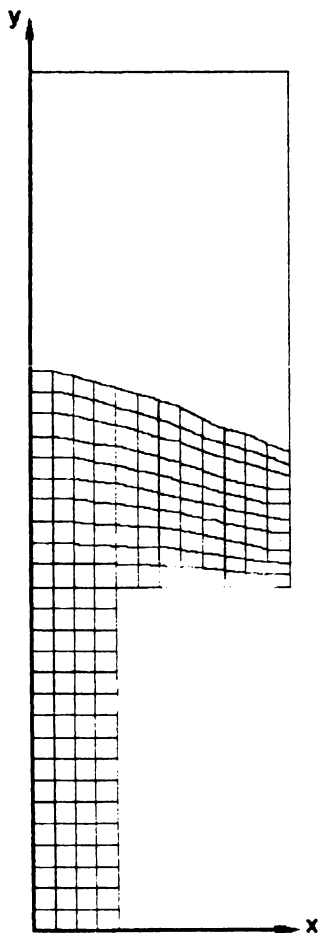


Рис. 1. Схема разбиения пространства, занятого сплавом, на ячейки

С целью изучения закономерностей движения жидкости в системе металлпровод – полость формы в условиях изменения во времени действующего на

расплав перепада давлений были проведены машинные эксперименты по исследованию математической модели гидродинамических процессов.

В основу математической модели были положены интегральные законы изменения импульса и неразрывности потока и использовался численный метод потоков [1]. При применении метода потоков пространство, занятое жидким сплавом, разбивается на элементарные ячейки. Особенностью рассматриваемой системы является наличие свободной поверхности, т.е. непрерывное перемещение фронта потока. Поэтому были приняты ячейки с подвижными верхними и нижними границами. Ниже приведено изложение принятой реализации метода потока применительно к двумерной плоской задаче. Схема разбиения пространства, занятого жидкостью, для некоторого момента времени при заполнении полости формы приведена на рис. 1. Вертикальные границы ячеек параллельны, шаг (сторона) ячеек по горизонтальной координате x постоянен и равен HX . Шаг по вертикальной координате Y – переменный и равен

$$HY(x) = \frac{YN(x)}{N},$$

где $YN(x)$ – вертикальная координата свободной поверхности для ряда ячеек с координатой x ,

N – принятое число разбиений в вертикальном направлении.

Очевидно, что шаг увеличивается с ростом $YN(x)$ и имеет разные значения в зависимости от расстояния от оси потока. На каждом шаге по времени вычисляется положение свободной поверхности $YN(x)$, шаг $HY(x)$ и координаты всех четырех узлов, а также центрального узла для каждой ячейки. Скорость

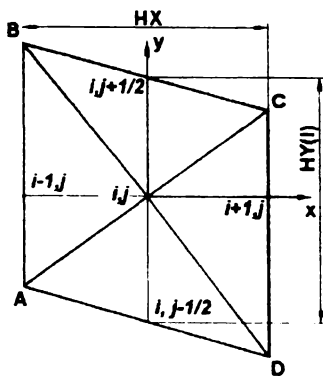


Рис. 2. Схема подвижной элементарной ячейки

перемещения верхней границы каждого ряда равна соответствующей скорости перемещения свободной поверхности. Вид элементарной ячейки приведен на рис. 2.

Уравнения изменения двух компонентов импульса K_x и K_y за время Δt для элементарной ячейки имеют вид:

$$\begin{aligned}
 KX^{K+1}(I, J) - KX^K(I, J) = & \rho(SP1 \cdot v_x(i, j + t) - SP2 \cdot v_x(i, j + t)) - \\
 & \left[\begin{aligned}
 & (\rho \cdot v_x^2(i + 1/2, j) - \sigma_{xx}(i + 1/2, j))HS1 - (\rho v_x^2(i - \\
 & - 1/2, j) - \sigma_{xx}(i - 1/2, j)) \cdot HS2 + (\rho v_x^2(i, j + 1/2) - \\
 & - \sigma_{xx}(i, j + 1/2)) \cdot HS3 + (\rho v_x^2(i, j - 1/2) - \sigma_{xx}(i, j - 1/2)) \times \\
 & \times HS4 + (\rho v_x(i, j + 1/2)v_y(i, j + 1/2) - \sigma_{xy}(i, j + 1/2) - \\
 & + \rho v_x(i, j - 1/2)v_y(i, j - 1/2) + \sigma_{xy}(i, j - 1/2))HX
 \end{aligned} \right]; \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KY^{K+1}(I, J) - KY^K(I, J) = & \rho(SP1 \cdot v_y(i, j + t) - SP2 \cdot v_y(i, j + t)) - \\
 & \left[\begin{aligned}
 & (\rho \cdot v_y(i + 1/2, j)v_x(i + 1/2, j) - \sigma_{xy}(i + 1/2, j))HS1 - (\rho v_y(i - \\
 & - 1/2, j)v_x(i - 1/2, j) - \sigma_{xy}(i - 1/2, j)) \cdot HS2 + (\rho v_y^2(i, j + 1/2) - \\
 & - \sigma_{yy}(i, j + 1/2) - \rho v_y^2(i, j - 1/2) + \sigma_{yy}(i, j - 1/2)) \cdot HX + \\
 & + (\rho v_y(i, j + 1/2)v_x(i, j + 1/2) - \sigma_{xy}(i, j + 1/2))HS3 + \\
 & + \rho v_y(i, j - 1/2)v_x(i, j - 1/2) - \sigma_{xy}(i, j - 1/2))HS4 + \\
 & + \rho \cdot g \cdot HX \cdot HY(I)
 \end{aligned} \right]; \quad (3)
 \end{aligned}$$

где $KX^{K+1}(I, J)$, $KY^{K+1}(I, J)$, $KX^K(I, J)$, $KY^K(I, J)$ – значения компонентов импульса в ячейке с номерами I, J в $(K+1)$ -й и K -й моменты времени;

v_x и v_y – компоненты скорости сплава, вычисленные в центрах левой, правой, верхней и нижней граней ячейки;

σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} – компоненты тензора напряжений, вычисленные в центрах всех четырех граней ячейки; ($\sigma_{xx} = -p + 2\mu \cdot \partial v_x / \partial x$;

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \cdot \partial v_y / \partial y; \sigma_{xy} = \mu(\partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x);$$

ρ – плотность сплава;

μ – динамическая вязкость сплава;

$HS1$ и $HS2$ – значения высоты правой и левой граней ячейки, усредненные за время Δt ;

$HS3$ – усредненная за шаг по времени разность координат верхних узлов ячейки $(Y(I-1/2, j+1/2) - Y(I+1/2, j+1/2))$;

$HS4$ – усредненная за шаг по времени разность координат нижних узлов ячейки $(Y(I+1/2, j-1/2) - Y(I-1/2, j-1/2))$;

$SP1$ – величина, равная произведению шага HX на перемещение верхней грани ячейки за время Δt ;

$SP2$ – величина, равная произведению шага HR на перемещение нижней грани ячейки за время Δt .

Числа t и tt выбираются в зависимости от знака $SP1$ и $SP2$. Если $SP1 > 0$, то $t = 1$, в противном случае $t = 0$. Если $SP2 > 0$, то $tt = 0$, при $SP2 = 0$ $tt = -1$. Для верхних ячеек потока $SP1$ принимается равной нулю.

В уравнениях (2) и (3) первое слагаемое выражает изменение импульса за счет перемещения подвижной ячейки в пространстве, занятом жидкостью, а второе – изменение импульса за счет его потока через границы ячейки. Поток импульса связан с перемещением жидкости через грани, импульсом сил давления и вязкого трения, а также импульсом объемных сил (сила тяжести – последнее слагаемое при вычислении KY).

Скорость перемещения свободной поверхности и ее координаты вычисляются путем линейной интерполяции значений скоростей v_x и v_y в приграничных узлах потока. На каждом шаге по времени по уравнениям (2) и (3) рассчитывают значения компонент импульса и компонент скорости жидкости в ячейке:

$$v_x(I, J) = \frac{KX[I, J]}{\rho \cdot HX \cdot HY[I]}; \quad (4) \quad v_y(I, J) = \frac{KY[I, J]}{\rho \cdot HX \cdot HY[I]}. \quad (5)$$

Для вычисления полей давления используют итерационный процесс [4]:

$$p^{n+1}[I, J] = p^n[I, J] - B \cdot DIV[I, J], \quad (6)$$

где n – номер итерации;

$DIV[I, J]$ – дивергенция вектора скорости в ячейке;

B – коэффициент, определяющий скорость сходимости итерации и сходимость процесса [5].

В качестве исходного давления при $n = 0$ используют значение давления, вычисленное после предыдущего шага с учетом перемещения ячеек, т.е. давление корректируется на величину $\rho g \cdot \Delta h[I, J]$, где $\Delta h[I, J]$ – перемещение центра ячейки за шаг по времени вдоль оси y .

Алгоритм итераций, осуществляемых на каждом шаге, сводится к следующему. С учетом определенных по формулам (4), (5) компонентов скоростей вычисляют $DIV[I, J]$. Если $DIV[I, J]$ превышает некоторое малое (близкое к нулю) значение, то по формуле (4) рассчитывают новые значения давлений. С учетом их по формулам (1) – (3) находят новые значения v_x , v_y и $DIV[I, J]$. Итерационный процесс заканчивают, когда во всех ячейках устанавливаются дивергенции, близкие к нулю, что необходимо согласно закону неразрывности потока для несжимаемой жидкости.

В начальный момент в жидком сплаве давление в ячейках принято равным гидростатическому. В процессе заливки давление над свободной поверхностью P_{ce} меняется в соответствии с зависимостью

$$P_{ce} = P_a - (P_a - P_p)(1 - \exp(-\beta t)) - \rho g \cdot H_0,$$

где P_p – давление в ресивере;

P_a – атмосферное давление;

β – газодинамический коэффициент;

H_0 – начальный уровень сплава в металлопроводе, необходимый для формирования начальной разбивки сплава на ячейки.

В соответствии с приведенной методикой были выполнены численные эксперименты по исследованию внутренней структуры потока и кинетики изменения уровня сплава в полости формы. В экспериментах варьировали степень расширения потока при истечении его из металлопровода в полость формы и значение коэффициента β . Коэффициент β варьировали от $0,01 \text{ c}^{-1}$ до $0,06 \text{ c}^{-1}$, а отношение площадей полости формы ω_ϕ и металлопровода ω_m в пределах от 2 до 8. В расчетах определяли также уровни сплава, рассчитанные исходя из равновесных условий:

$$\tilde{h} = \frac{P_a - P_p}{\rho g} (1 - \exp(-\beta t)) - H_0. \quad (7)$$

На рис. 3 и 4 приведены данные по изменению во времени свободной поверхности в полости формы и характеру распределения линий тока в потоке при разных значениях β при $\omega_\phi/\omega_m=8$.

Сравнительные данные по кинетике заполнения формы, полученные в машинных расчетах и по формуле (6), приведены на рис. 5. Как видно из рис. 3, при больших отношениях ω_ϕ/ω_m наблюдаются значительные перепады уровня сплава по сечению полости формы. Например, при $\omega_\phi/\omega_m=8$ и $\beta=0,06 \text{ c}^{-1}$ перепад уровней достигает 25 %, а на начальных этапах заполнения – 50 %. С уменьшением β перепад уровней уменьшается. Например, при $\beta =0,015 \text{ c}^{-1}$ он составляет

1,5–10 %. В потоке расплава наблюдается обширная застойная зона, которая при $\omega_{\phi}/\omega_{\text{м}}=8$ охватывает по ширине и высоте 80 % объема расплава (см. рис. 4). При больших β наблюдается переток расплава с верхних уровней в нижние вблизи свободной поверхности.

Выявленные закономерности формирования застойных зон и расширения вытекающей под затопленный уровень струи существенно отличаются от известных из теории струй [3].

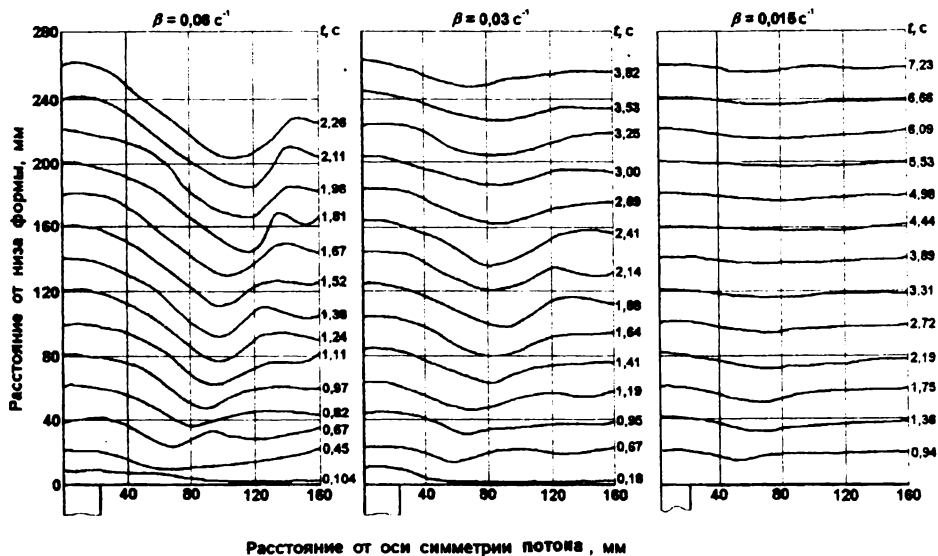


Рис. 3. Положение уровня сплава в полости формы в разные моменты времени при $\omega_{\phi} / \omega_{\text{м}}=8$

Независимо от отношения $\omega_{\phi}/\omega_{\text{м}}$ и уровня свободной поверхности застойные зоны занимают значительную часть периферийной части потока. В отличие от струйного течения в неограниченном объеме жидкости, в данном случае вытекающая под затопленный уровень струя участвует в формировании свободной поверхности потока. В связи с этим резкое расширение струи происходит лишь вблизи свободной поверхности независимо от β и $\omega_{\phi}/\omega_{\text{м}}$. Большая скорость в проточной части струи, вытекающей из металлопровода, сохраняется вплоть до 0,8 расстояния свободной поверхности от низа формы. Поэтому все попытки локализовать вертикальную протяженность застойной зоны на расстоянии 0,1 от высоты расплава [4] не могут быть реализованы. Как видно

из рис. 5, отклонения расчетных данных от фактических с увеличением ω_{ϕ}/ω_{M} и β увеличиваются. Например, при $\omega_{\phi}/\omega_{M}=8$ и $\beta=0,6 \text{ с}^{-1}$ они достигают 100 % и более.

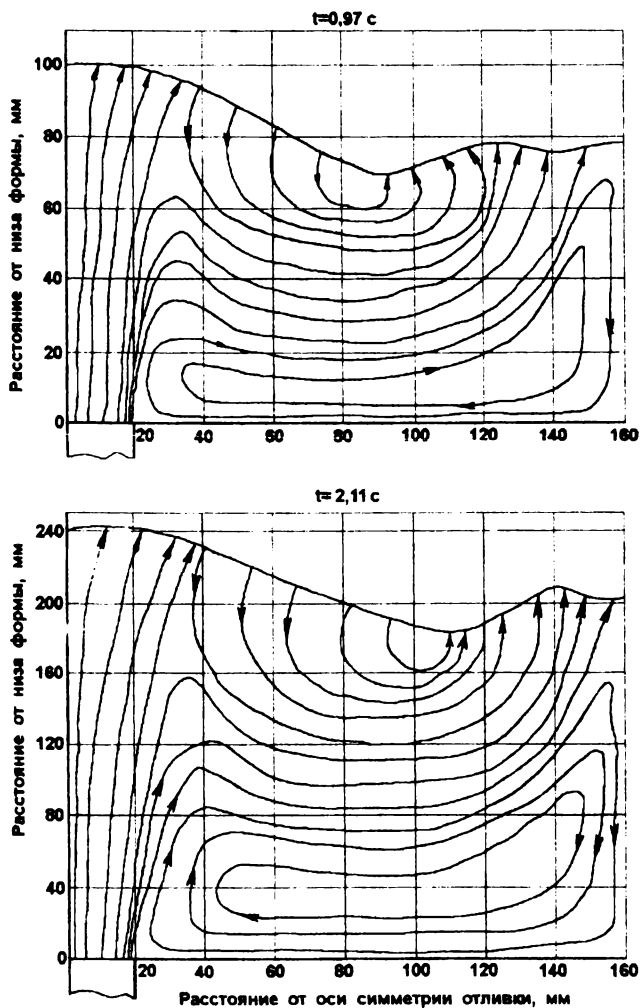


Рис. 4. Характер линий тока в потоке расплава в полости формы при $\omega_{\phi} / \omega_{M} = 8$, $\beta = 0,06 \text{ с}^{-1}$ и $t = 0,97$ и $2,11 \text{ с}$

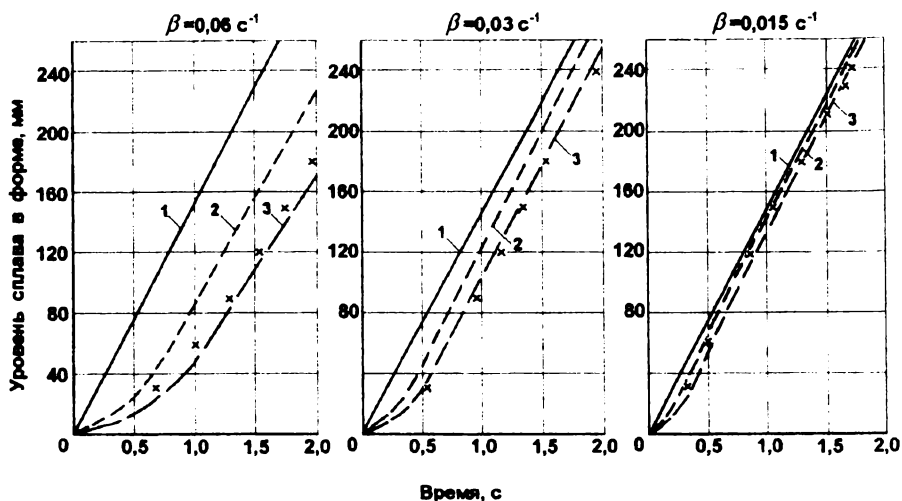


Рис. 5. Кинетика заполнения формы сплавом при $\omega_\phi/\omega_m=8$:
 1 – расчет по формуле (6); 2 – максимальный уровень сплава по данным машинного расчета; x – расчет по уравнению Бернулли

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- обеспечить плавное заполнение формы при незначительном развитии фонтанирования под затопленный уровень невозможно в условиях заполнения из металлопровода при одном фиксированном значении β ;
- для заданных значений ω_ϕ/ω_m и β_m , при котором производится заполнение металлопровода, необходимо определить значения $\beta < \beta_m$, обеспечивающие плавное заполнение формы и уменьшение протяженности застойных зон;
- характер изменения β в зависимости от изменения сечения потока необходимо оптимизировать.

Как показали расчеты, при снижении значения β при заполнении формы по сравнению с β при заполнении металлопровода могут возникать недопустимые колебания уровня сплава в форме на начальных этапах заполнения.

Литература

1. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Наука, 1984. – 520 с.
2. Борисов Г. П. Давление в управлении литейными процессами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 270 с.
3. Рауз Х. Механика жидкости. – М.: Стройиздат, 1967. – 390 с.

4. Теория и технология методов литья под регулируемым газовым давлением/Б. С. Чуркин, Э. Б. Гофман, Н. В. Шестаков и др.; Свердлов. инж.-пед. ин-т. Свердловск, 1990. – 207 с.

5. Чуркин Б. С., Горшков А. А. Обеспечение устойчивости машинных экспериментов по исследованию кинетики затвердевания отливок и гидродинамики заполнения форм по методу потоков//Совершенствование литейных процессов: Материалы междунар. конф. литейщиков, 18–19 марта 1999 г.– Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. техн. ун-та, 1999. – С. 123–128.

**А. Б. Чуркин, С. Б. Чуркин,
Ю. И. Категоренко, Э. Б. Гофман**

УСЛОВИЯ КАЧЕСТВЕННОГО ЗАПОЛНЕНИЯ ФОРМ ПРИ ЛИТЬЕ ПОД РЕГУЛИРУЕМЫМ ДАВЛЕНИЕМ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ОТЛИВОК СО ЗНАЧИТЕЛЬНЫМИ ПЕРЕПАДАМИ ТОЛЩИН СТЕНОК

При литье под регулируемым давлением заполнение форм осуществляется под действием изменяющегося во времени перепада газового давления на расплав. При этом, как правило, обеспечивается постоянный для всего этапа заполнения формы темп изменения перепада давлений. При литье вакуумным всасыванием управление изменением разрежения в вакуумной камере осуществляется путем установки в вакуумной системе дросселирующего устройства соответствующего проходного сечения. Разрежение при этом изменяется по близкому к линейному апериодическому закону

$$\Delta P_k = P_a - P_k = (P_a - P_k)(1 - \exp(-\beta t)), \quad (1)$$

где P_a – атмосферное давление;

P_k – давление в вакуумной камере;

β – газодинамический коэффициент, зависящий при постоянном объеме вакуумной камеры V_k и давлении в ресивере от площади проходного сечения дросселирующего устройства ω_d .

При литье под низким давлением применяются регуляторы, обеспечивающие линейный характер изменения перепада газового давления на расплав

$$\Delta P_k = mt,$$