

К СОЗДАНИЮ САПР РОЛИКОПРАВИЛЬНЫХ МАШИН

Заключительным этапом производства горячекатаных профилей является правка. Ее относят к числу отделочных операций основного производства. Необходимость правки объясняется тем, что во многих случаях предупредить искривление и нарушение требуемой формы изделия не удастся. Вероятны также случаи, когда предупреждение искривлений принципиально возможно, но неэффективно по технико-экономическим соображениям. Известно, что правка оказывает большое влияние и на формирование потребительских свойств проката, таких как конечная кривизна и остаточные напряжения, которые, например, применительно к рельсам определяют их контактно-усталостные свойства, а следовательно, срок службы. Указанные обстоятельства делают правку одной из ответственных операций в технологии изготовления изделий.

Наиболее широко распространенным способом правки в настоящее время является правка знакопеременным упругопластическим изгибом на ролико-правильных машинах (РПМ).

В данной статье показаны современная методология расчета деформации металла при правке на РПМ и некоторые полученные на ее основе практические рекомендации¹. Конкретные расчеты и сравнение с экспериментальными данными сделаны для правки рельсов в холодном состоянии на 6-роликовых РПМ Нижнетагильского металлургического комбината (НТМК). Правке на НТМК подвергают закаленные и незакаленные рельсы. Закаленные рельсы проходят последовательно правку в плоскостях максимальной и минимальной жесткости. Незакаленные рельсы правят лишь в плоскости максимальной жесткости.

¹ Работа выполнена сотрудниками лаборатории станов горячей прокатки НИИтяжмаша ОАО «Уралмаш» совместно с сотрудниками кафедры теоретической механики Пермского государственного технического университета под руководством и при участии авторов. Конкретный состав участников исследований отражен в предшествующих публикациях.

Схема правки на РПМ представлена на рис. 1. Под настройкой РПМ понимают задание величин вертикальных перемещений роликов (a , b , c на рис. 1) относительно “нулевого” положения. При различных отклонениях в физико-механических свойствах материала профиля (предел текучести, модуль упругости, структура и т.д.), при колебаниях начальной искривленности, биения бандажей и т.д. режимы настройки РПМ изменяются. Поэтому на практике для одинаковых профилей, изготовленных из одного и того же материала, но с различными свойствами необходимо каждый раз подбирать настройку РПМ. Это связано со значительными затратами, так как при эмпирическом подборе настройки РПМ несколько профилей бракуются (правку в холодном состоянии можно проводить только один раз). Следовательно, возникает задача выбора рациональных режимов правки для различных профилей.

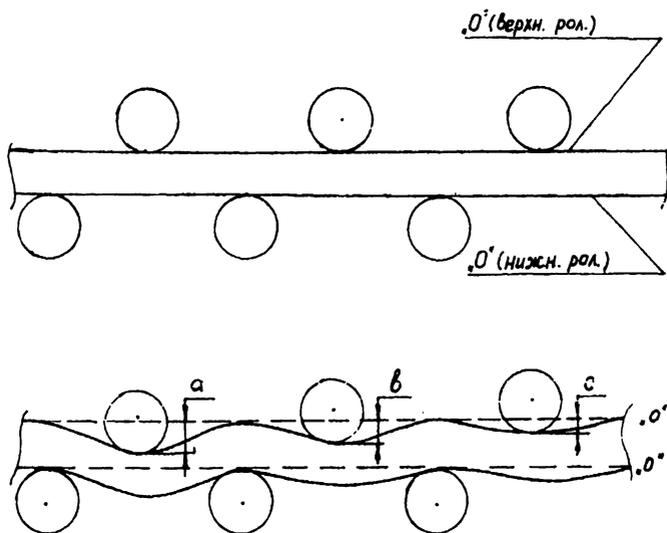


Рис. 1. Схема настройки роликоправильной машины

Также с учетом того, что живучесть рельса, его контактно-усталостные свойства в значительной степени определяются фоном, уровнем и распределением по сечению остаточных напряжений, необходимо, чтобы математическая постановка задачи обоснования режимов правки отражала и этот важный технологический фактор. Кроме того, на металлургических заводах, например на НТМК, сохраняется определенный уровень брака при правке, в частности появляются трещины на рельсах и наблюдается их поломка, поэтому остается актуальной и экономически обоснованной задача дальнейшего совершенствования существующей технологии правки.

Перечисленные выше соображения приводят к необходимости создания математической модели процесса правки и разработки методики поиска оптимальных режимов процесса. В данном случае (при пренебрежении конечными эффектами) задача исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) в процессе правки сводится к стационарной задаче упругопластичности. Следует особое внимание обратить на сложность создания современной методологии теоретического исследования НДС профиля при правке и идентификации граничных условий и исходных параметров процесса (с позиции минимума конечной кривизны и остаточных напряжений). Это усугубляется тем, что в отечественной и зарубежной литературе практически отсутствует экспериментальная информация по дифференциальным характеристикам (изменение напряжений, деформаций, кривизны и т.п.), известны лишь единичные замеры интегральных параметров (изгибающих усилий, крутящих моментов и т.п.) процесса правки сортовых профилей.

Таким образом, цель теоретических исследований процесса правки сортовых профилей заключалась в рационализации технологии и конструкции правильных машин. Для достижения этой цели была создана методика и программа расчета на ЭВМ НДС профилей в стационарной стадии процесса.

Исследованиям процесса правки сортовых профилей посвящено достаточно большое количество работ. Глубокое изучение процесса возможно только при сочетании теоретических и экспериментальных методов исследования. Остановимся на наиболее интересных теоретических разработках [1].

Необходимо отметить сложность теоретического описания процесса деформации металла при правке, связанную с решением соответствующей задачи механики деформируемого твердого тела. Обычно это вынуждает ис-

следователей делать различные упрощения, часто довольно грубые, существенно влияющие на результаты.

В некоторых работах делается предположение, что от третьего до последнего ролика РПМ кривизна профиля и упругая часть сечения (которая определяется так называемым коэффициентом упругой зоны) изменяются по линейному закону, и содержатся рекомендации по выбору этого коэффициента и радиуса кривизны сечения под третьим роликом [1].

В большинстве исследований полагается, что материал – упруго-идеально-пластический, поэтому интенсивность напряжений в зоне пластического течения постоянна и равна пределу текучести.

В одной из работ изгибающие моменты на роликах РПМ принимаются заранее известными (хотя в действительности являются известными перемещения роликов). Задача правки рассматривается как задача чистого изгиба, при этом история деформирования не прослеживается [1].

Для оценки силовых параметров правки некоторые авторы составляют дифференциальное уравнение упругого изгиба двухопорной балки, а затем распространяют решение на случай многопролетной балки. Вызывает сомнение правильность выбора граничных условий, которые не учитывают условий сопряжения на опорах.

В одной из работ для исследования правки сортовых профилей составляется уравнение трех моментов для упругой балки (т.е. не учитывается пластическое поведение материала). Кроме того, как и в большинстве других работ, не прослеживается история деформирования [1].

При исследовании процесса правки некоторые авторы считают, что изгиб происходит только на роликах, что не соответствует известным теоретическим и экспериментальным данным.

В большинстве работ дифференциальное уравнение изгиба записано для нейтральной линии. Следует отметить, что правка – это упругопластический изгиб, вследствие чего нейтральная линия может не совпадать с линией центров тяжести и даже выходить за пределы сечений. Это вызывает сложности при задании граничных условий в перемещениях (хотя чаще всего граничные условия задаются именно в перемещениях).

Во многих исследованиях не прослеживается история деформирования и не учитывается эффект Баушингера. В ряде работ для учета этих факторов применяется графоаналитический метод, который можно использовать лишь

для изделий с прямоугольным сечением при простейших схемах нагружения [1]. В некоторых исследованиях учитывается история деформирования, однако полагается, что заранее известны (из эксперимента) усилия на роликах. Это существенно снижает ценность алгоритма, так как чаще известна настройка РГМ, а не усилия на роликах.

В одной из работ при рассмотрении упругопластического изгиба не удовлетворяются условия по перемещениям (удовлетворяются лишь силовые условия по моментам и перерезывающим усилиям) [1].

Ниже предлагается новая постановка задачи исследования НДС металла при правке на РГМ, позволяющая избежать указанных выше недостатков.

Исследование НДС сводится в данном случае к решению объемной стационарной изотермической задачи упругопластичности. При постановке задачи здесь и далее будем использовать прямоугольные декартовы системы координат, а также соглашение о суммировании по повторяющимся индексам (правило Эйнштейна). Индекс после запятой означает дифференцирование по соответствующей координате.

Обозначим исследуемую область через Ω , ее границу через S . Предположим, что на части границы S_u заданы перемещения, на части S_p – усилия. Объединение области Ω и границы S обозначим как $\bar{\Omega}$. Задача заключается в определении перемещений, напряжений и деформаций в области Ω .

В систему уравнений, записанную для удобства последующего решения в приращениях, входят [2]:

уравнения равновесия

$$d\sigma_{y,j} + dF_i = 0, \quad \bar{x} \in \Omega; \quad i = \overline{1,3}; \quad (1)$$

определяющие уравнения, объединяющие теории упругости и пластического течения:

$$d\sigma_y = D_{yy} d\varepsilon_n, \quad \bar{x} \in \bar{\Omega}; \quad i = \overline{1,3}; \quad (2)$$

геометрические соотношения

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon'_y + d\varepsilon''_y = \frac{1}{2}(dU_{yy} + dU_{yy}), \quad \bar{x} \in \bar{\Omega}; \quad i, j = \overline{1,3}. \quad (3)$$

Начальные условия (задача стационарна, однако нужно задать условия на поверхности Γ входа частиц металла в область Ω):

$$\sigma_y = \sigma_y^0, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0, \quad U_i = U_i^0, \quad \bar{x} \in \Gamma; \quad i, j = \overline{1,3}. \quad (4)$$

Граничные условия:

$$dU_i = dO_i, \quad \bar{x} \in S_u; \quad i = \overline{1,3}; \quad (5)$$

$$d\sigma_{ij} n_j = dP_i, \quad \bar{x} \in S_p; \quad i = \overline{1,3}. \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) приняты следующие обозначения: $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций; U_i, F_i, P_i – компоненты тензоров перемещений, массовых сил и поверхностных нагрузок; $d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$, $\bar{x} \in \bar{\Omega}, i = \overline{1,3}$ – компоненты четырехвалентного тензора упругопластических свойств; n_j – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности; индексы l и p в уравнении (3) и далее относятся к упругим и пластическим деформациям.

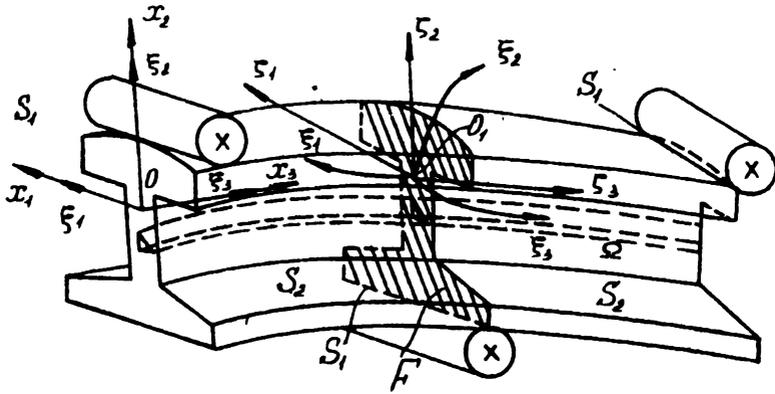
Перемещения U отсчитываются от недеформированного состояния. Однако в рамках геометрически линейной теории их можно отсчитывать и от значений U^0 на границе Γ (4).

Для определения остаточных напряжений может быть использована теорема о разгрузке в изотермических условиях [3], в том числе в случае появления вторичных пластических деформаций [4]. При использовании теоремы предполагается, что разгрузка начинается во всех точках области одновременно, что в практических задачах редко имеет место. В общем случае произвольного НДС аналогичные теоремы отсутствуют, в силу чего остаточные напряжения будем находить с помощью решения задачи упругопластичности, соответствующей полному снятию силовой нагрузки.

Аналитическое решение поставленной задачи (1)–(6) представляет значительные математические трудности, а ее численное решение требует большого количества машинного времени и значительного объема памяти ЭВМ. Несколько изменим постановку задачи.

Введем неподвижную систему отсчета $Ox_1x_2x_3$ и движущуюся как жесткое целое систему координат $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ (рис. 2). Начало системы $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ находится в центре тяжести рассматриваемого сечения, причем оси $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ и $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ лежат в плоскости поперечного сечения и система $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ движется как жесткое целое так, что одна из осей ($O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ или $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$) остается параллельной оси Ox_1 (при изгибе в плоскости Ox_1x_2) или Ox_2 (при изгибе в плоскости Ox_1x_3).

a



b

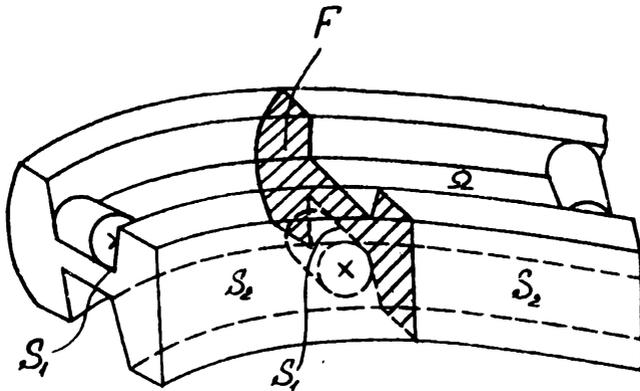


Рис. 2. Неподвижная система отсчета $Ox_1x_2x_3$ и движущаяся система координат $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ (a), границы исследуемой области S_u (б)

Для определенности изложения будем считать, что изгиб происходит в плоскости Ox_2x_3 . Для учета истории нагружения необходимо ввести также сопутствующую лагранжеву систему координат $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ (для индивидуализации частиц сплошной среды).

Будем считать, что углы поворота при правке малы. В силу этого системе $O_1\xi_1\xi_2\xi_3$ можно было бы не вводить, а изложение методики вести в системе $Ox_1x_2x_3$.

Воспользуемся гипотезой плоских сечений, согласно которой (при изгибе в плоскости Ox_2x_3) продольная деформация ε_{33} любого волокна равна

$$\varepsilon_{33} = a_0 + a_2\xi_2, \quad (7)$$

где a_0 – продольная деформация линии центров тяжести.

Величина a_2 с точностью до знака равна кривизне проекции линии центров тяжести на плоскость изгиба Ox_2x_3 (см. рис. 2) [5]:

$$a_2 = -\kappa_2. \quad (8)$$

Найдем приращение продольной деформации $\Delta\varepsilon_{33}$ для любой точки поперечного сечения профиля:

$$\Delta\varepsilon_{33} = -\xi_2\Delta\kappa_2 + \Delta a_0. \quad (9)$$

Из гипотезы плоских сечений следует

$$\Delta\varepsilon_{13} = \Delta\varepsilon_{23} = 0. \quad (10)$$

Введем предположение

$$\Delta\sigma_{13} = \Delta\sigma_{23} = 0. \quad (11)$$

Запишем определяющее соотношение для $\Delta\sigma_{33}$:

$$\Delta\sigma_{33} = D_{33i} \Delta\varepsilon_{ij}, \quad i, j = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

Соотношение (12) можно записать в виде

$$\Delta\sigma_{33} = D_{331} \Delta\varepsilon_{33} + \Delta\sigma'_{33}, \quad (13)$$

где

$$\Delta\sigma'_{33} = D_{33ij} \Delta\varepsilon_{ij}, \quad i, j = \overline{1, 2}.$$

Отметим, что $\Delta\sigma_{33}$ удовлетворяет следующим интегральным уравнениям равновесия:

$$\left\{ \int_r \Delta\sigma_{33} \xi_2 dF = -\Delta M_2, \quad (14) \right.$$

$$\left. \int_r \Delta\sigma_{33} dF = 0. \quad (15) \right.$$

При малых изгибах можно записать

$$\kappa_2 = \frac{d^2 U}{dx^2}, \quad (16)$$

где U – поперечное перемещение центра тяжести сечения.

Граничные условия имеют вид

$$U_i = \bar{U}_i, \quad \bar{x} \in S_u; \quad M_2^0 = M_2^N = 0, \quad (17)$$

где U_i – заданные перемещения роликов РПМ;

M_2^0 и M_2^N – изгибающие моменты на первом и последнем роликах РПМ соответственно.

К граничным условиям необходимо также добавить условия сопряжения на промежуточных роликах РПМ (вид этих условий будет рассмотрен при описании алгоритма решения задачи).

Теперь при известных D_{zz} и $\Delta \varepsilon_y$ ($i, j = \bar{1}, \bar{2}$) можно определить из решения задачи (9) – (17) $\Delta \varepsilon_{zz}$ и $\Delta \sigma_{zz}$.

С другой стороны, при выполнении предположений (10) и (11) краевая задача (1)–(6) для определения НДС в области поперечного сечения F принимает вид

$$\Delta \sigma_{y,j} + \Delta F_i = 0, \quad \bar{x} \in F; \quad i, j = \bar{1}, \bar{2}; \quad (18)$$

$$\Delta \sigma_y = D_{yn} \Delta \varepsilon_n + D_{yzz} \Delta \varepsilon_{zz}, \quad \bar{x} \in F; \quad i, j, k, l = \bar{1}, \bar{2}; \quad (19)$$

$$\Delta \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_y^l + \Delta \varepsilon_y^p = \frac{1}{2} (\Delta U_y + \Delta U_{y'}), \quad \bar{x} \in F; \quad i, j = \bar{1}, \bar{2}; \quad (20)$$

$$\Delta U_i = \Delta \bar{U}_i, \quad \bar{x} \in S_u; \quad \Delta \sigma_{y,l} = \Delta \bar{P}_i, \quad \bar{x} \in S_p; \quad i = \bar{1}, \bar{2}. \quad (21)$$

Таким образом, при принятых предположениях исходная задача (1)–(6) сводится к решению системы уравнений (9)–(21). Обращаем внимание, что ее можно “расщепить” на две связанные между собой задачи. Первая задача (назовем ее задачей A) описывает задачу изгиба профиля при учете поперечных напряжений и деформаций. Она сводится к решению системы уравнений (9)–(17). Вторая задача (задача B) описывает исследование НДС частиц элементов поперечного сечения профиля при их движении по линиям тока в процессе правки на РПМ с учетом продольных напряжений и деформаций и сводится к решению системы уравнений (18)–(21).

Для решения задачи (18)–(21) используется алгоритм, подробно описанный в ряде работ [2, 6]. Для прослеживания движения частиц по линиям тока

здесь применен Эйлерово-Лагранжев подход, что позволяет определить зоны упругого и пластического деформирования, которые априори неизвестны.

Общая схема итерационного решения всей задачи выглядит следующим образом. Пусть НДС, линии тока и зоны упругого и пластического деформирования на $(k-1)$ -й итерации известны (на нулевой итерации при помощи уравнения трех моментов решается упругая задача [7]). Используя указанную информацию с $(k-1)$ -й итерации при заданных начальной кривизне и перемещениях роликов РПМ, решаем задачу A (9)–(17) с учетом поперечных напряжений и деформаций. Решение задачи A в совокупности с гипотезой плоских сечений дает информацию о поле деформаций и напряжений в продольном направлении и кривизне линии центров тяжести поперечных сечений профиля на k -й итерации. Затем по кривизне определяем линии тока (в данном случае – с учетом установившегося движения частиц, их траектории).

После этого, проследив движение частиц поперечного сечения профиля вдоль траектории, определяем НДС на k -й итерации (задача B (18)–(21)). Критерием окончания итерационного процесса является выполнение соотношений:

$$\begin{aligned} |\sigma_u^{(k)} - \sigma_u^{(k-1)}| &= \max |\sigma_u^{(k)} - \sigma_u^{(k-1)}| < \delta\sigma, \\ |\kappa^{(k)} - \kappa^{(k-1)}| &= \max_{\Omega} |\kappa^{(k)} - \kappa^{(k-1)}| < \delta\kappa \end{aligned} \quad (22)$$

при выполнении с заданной точностью условий текучести в пластической зоне. Здесь $\delta\sigma, \delta\kappa$ – заданные малые положительные числа. Отметим, что при решении задачи правки при исследовании НДС частиц условие выхода в пластическую область имеет вид

$$\sigma_u = \sigma_s, \quad d\sigma_u > 0. \quad (23)$$

Рассмотрим более подробно методику решения задач A и B .

Задача А. В случае пренебрежения динамическими эффектами задача A представляет собой задачу изгиба профиля с переменными по объему свойствами. Выше уже отмечалось, что при упругопластическом деформировании нейтральная линия может не совпадать с линией центров тяжести. Вследствие этого возникают сложности при задании граничных условий в перемещениях. Этого можно избежать, если использовать дифференциальное уравнение линии центров тяжести.

Постановка задачи A представлена уравнениями (9)–(17).

Пусть индекс l соответствует произвольному положению рассматриваемого движущегося сечения на n -м пролете, индекс 0 – предшествующему сечению, близкому к первому.

Тогда уравнение (9) примет вид

$$\Delta \varepsilon_{33} = -\zeta_2^* \kappa_2^1 + \zeta_2^* \kappa_2^0 + \Delta a_0. \quad (24)$$

Физические соотношения для составляющей $\Delta \varepsilon_{33}$ при использовании теории пластического течения с линейным анизотропным упрочнением имеют вид [2, 8]:

$$\Delta \sigma_{33} = 2G \left[\begin{aligned} & \left(-AS_{33}^* S_{11}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{11} + \left(-AS_{33}^* S_{22}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{22} + \\ & \left(1 - AS_{33}^* S_{33}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{33} - AS_{33}^* \tau_{12}^* \Delta \gamma_{12} \end{aligned} \right]; \quad (25)$$

$$\tau_{13} = \tau_{23} = \gamma_{13} = \gamma_{23} = 0, \quad (26)$$

где E – модуль упругости;

μ – коэффициент Пуассона;

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}; \quad (27)$$

$$A = P \frac{3}{2\sigma_i^{*2}} \cdot \frac{3G}{3G + E^* + E_a}; \quad (28)$$

$$P = \begin{cases} 1 & \text{в пластической области,} \\ 0 & \text{в упругой области,} \end{cases}$$

$$S_v^* = S_v - \rho_v, \quad \rho_v = \lambda_a \varepsilon_v^p; \quad (29)$$

ρ_v – остаточные микронапряжения [8];

λ_a – некоторая скалярная функция от температуры (в изотермическом случае это константа);

$$E_a = \frac{3}{2} \lambda_a, \quad E^* = \frac{\partial \sigma_i^*}{\partial \varepsilon_i^p}, \quad d\varepsilon_i^p = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_v^p d\varepsilon_v^p \right)^{1/2}, \quad \sigma_i^* = \left(\frac{3}{2} S_v^* S_v^* \right)^{1/2}.$$

Для n -го пролета РГМ введем локальную систему координат $0_1 x_1^{(n)} x_2^{(n)} x_3^{(n)}$, проходящую через центры тяжести сечений, находящихся в контакте с $(n-1)$ -м и n -м роликами (рис. 3). Локальные координаты введены для упрощения методики расчетов.

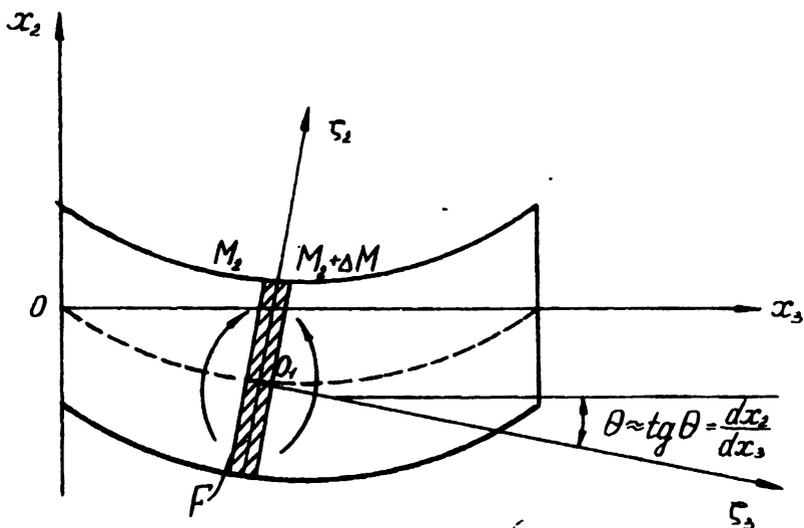


Рис. 3. Локальная система координат

При малых прогибах можно записать

$$\kappa = \frac{d^2 x_{c2}^{(n)}}{dx_3^{(n)2}} \quad (30)$$

Подставляя (24) и (25) в (14) и (15), получим

$$\Delta a_0 = (\kappa_2^1 - \kappa_2^0) \int_F e \xi_2 dF / \int_F e dF - b / \int_F e dF, \quad (31)$$

$$\kappa_2^1 = \frac{d^2 x_{c2}^{(n)}}{dx_3^{(n)2}} = \frac{\Delta a_0 \int_F e \xi_2 dF + \kappa_2^0 \int_F e \xi_2^2 dF + \left(\frac{\Delta M_2}{2G} + B \right)}{\int_F e \xi_2^2 dF}, \quad (32)$$

где

$$B = \int_F \left[\left(-AS_{33}^* S_{11}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{11} + \left(-AS_{33}^* S_{22}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{22} - AS_{33}^* \tau_{12}^* \Delta \gamma_{12} \right] dF, \quad (33)$$

$$B = \int_F \left(-AS_{33}^* S_{11}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{11} \xi_2 dF + \int_F \left(-AS_{33}^* S_{22}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) \Delta \varepsilon_{22} \xi_2 dF - \int_F AS_{33}^* \tau_{12}^* \Delta \gamma_{12} \xi_2 dF;$$

$$e = 1 - AS_{33}^* S_{33}^* + \frac{\mu}{1-2\mu}. \quad (34)$$

Обозначим правую часть (32) через $c(x_3^{(n)})$.

Аппроксимируем линию центров тяжести сечений на n -м пролете РПМ полиномом вида

$$x_{C_2}^{(n)} = a_0^{(n)} + a_1^{(n)} x_3^{(n)} + \sum_{i=2}^k \frac{a_i^{(n)} x_3^{(n)i}}{i(i-1)}. \quad (35)$$

Из построения системы $0, x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, x_3^{(n)}$ можно записать

$$\frac{x_{C_2}^{(n+1)}}{x_3^{(n+1)}} = 0 = \frac{x_{C_2}^{(n)}}{x_3^{(n)}} = l_n = 0. \quad (36)$$

Обозначим через S_i ($i = \overline{0, N}$) перемещения роликов РПМ вдоль оси $0x_2$ в системе $0x_2x_3$ (рис. 4), тогда

$$D = tg \frac{S_n - S_{n-1}}{l_n}, \quad (37)$$

$$E = tg \frac{S_{n+1} - S_n}{l_n}, \quad (38)$$

где l_n – длина n -го пролета РПМ.

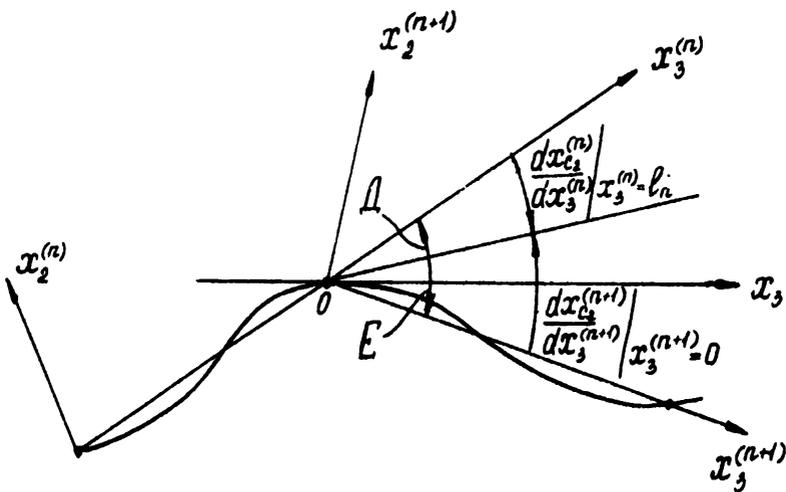


Рис. 4. Нахождение углов поворота на роликах

В силу малости углов будем считать, что угол равен своему тангенсу:

$$\frac{dx_{C_2}^{(n+1)}}{dx_3^{(n+1)}} \Big/ x_3^{(n+1)} = 0 - \frac{dx_{C_2}^{(n)}}{dx_3^{(n)}} \Big/ x_3^{(n)} = D - E. \quad (39)$$

Используя (35), получим

$$x_{C_2}^{(n)} = a_0^{(n)} + a_1^{(n)} x_3^{(n)} + \sum_{i=2}^k \frac{a_i^{(n)} x_3^{(n)i}}{i(i-1)}. \quad (40)$$

Выражение (39) перепишем в виде

$$-\left(a_1^{(n)} + a_2^{(n)} l_n + a_3^{(n)} \frac{l_n^2}{2} + \dots\right) + a_1^{(n+1)} = D - E. \quad (41)$$

Для нахождения кривизны из формулы (35) получим

$$\frac{d^2 x_{C_2}^{(n)}}{dx_3^{(n)2}} = \sum_{i=2}^k a_i^{(n)} x_3^{(n)(i-2)}. \quad (42)$$

Если известны коэффициенты $a_i^{(n)}$ ($i = \overline{1, k}$) для n -го пролета, то можно найти $a_1^{(n+1)}$ для $(n+1)$ -го пролета (по формуле (41)).

Отметим, что $a_0^{(n)} = 0$ из выражения (35) с учетом формулы (36).

Для нахождения всех остальных коэффициентов $a_i^{(n)}$ ($i = \overline{2, k}$) воспользуемся методом наименьших квадратов [9]. Для этого построим функционал вида:

$$\theta^{(n)} = \sum_{p=1}^r \sum_{i=2}^k \left(a_2^{(n)} + a_i^{(n)} \left(\frac{l_n p}{r} \right)^{i-2} - c \left(\frac{l_n p}{r} \right) \right)^2 + \left(a_1^{(n)} l_n + a_2^{(n)} \frac{l_n}{2} + a_3^{(n)} \frac{l_n^2}{6} + \dots \right)^2, \quad (43)$$

$$n = \overline{1, N}$$

где N – число пролетов РПМ;

r – число точек на пролете, в каждой из которых кривизна равна некоторому значению c .

Отметим, что в функционал (43) входят две составляющие. В первой части сравниваются соответствующие кривизны на k -й и $(k-1)$ -й итерациях, а вторая учитывает условия (36) на роликах РПМ.

Коэффициенты $a_i^{(n)}$ найдем из условий [9]:

$$\frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial a_i^{(n)}} = 0, \quad i = \overline{2, k}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (44)$$

Для каждого пролета получим систему $(k-1)$ уравнений с $(k-1)$ неизвестными. Решив ее, можно найти коэффициенты полинома, описывающего кривизну линии центров тяжести сечения.

Отметим, что из решения задачи *A* можно найти распределение изгибающих моментов по длине правильной машины. Будем считать, что изгибающие моменты создаются только сосредоточенными силами (за счет перемещения роликов РПМ).

Теперь мы можем определить усилия на роликах:

$$P_n = \frac{M_{n-1} - M_n}{l_{n-1}} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_n}. \quad (45)$$

Если $n=1$ (первый ролик), получим

$$P_n = \frac{M_2}{l_1}. \quad (46)$$

Для последнего ролика

$$P_n = \frac{M_{N-1}}{l_{N-1}}.$$

Задача В. В задаче *B* исследуется НДС частиц металла при их движении по линиям тока, которые, с учетом установившегося движения, совпадают с траекториями частиц. Траектории частиц определяются из решения задачи *A*. При выполнении гипотезы плоских сечений продольная деформация каждой частицы поперечного сечения профиля определена формулой (7). Для двух близких поперечных сечений изменение продольной деформации частиц определено формулой (9).

Решив систему уравнений (18)–(21) ($\Delta\varepsilon_{zz}$ в эту систему входит как параметр), можно определить изменение НДС при переходе частиц металла от одного сечения к другому.

Таким образом, зная начальное состояние профиля на входе в РПМ и исследуя изменение НДС частиц при переходе от одного сечения к другому (суммируя по линиям тока), можно определить поля перемещений, напряжений и деформаций произвольного поперечного сечения профиля при знакопеременном упругопластическом изгибе на РПМ. Задача *B* при этом сводится к совокупности счетного (конечного) множества квазиплоских задач, описывающихся системой уравнений (18)–(21) при учете продольных напряжений и деформаций.

Применив вариационный принцип в сочетании с методом конечных элементов и сделав необходимые преобразования, получим разрешающие конечно-элементные соотношения для решения этих задач. Произведем в матричной форме необходимые выкладки.

Матричная аппроксимация для компонент поперечной деформации имеет вид

$$\{d\varepsilon\} = [B]\{dU\}, \quad (47)$$

или в развернутом виде для треугольных конечных элементов

$$\{d\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dU_i \\ dU_j \\ dV_i \\ dV_j \\ dU_k \\ dV_k \end{Bmatrix}, \quad (48)$$

где $U_i, U_j, U_k, V_i, V_j, V_k$ – продольные перемещения в узлах;

$$b_i = \frac{1}{2\Delta}(U_j - U_k);$$

$$c_i = \frac{1}{2\Delta}(U_k - U_j);$$

Δ – площадь треугольника с узлами i, j, k ; остальные коэффициенты получаются при циклической перестановке индексов.

Определяющие уравнения (19) запишем в следующем виде [2, 8]:

$$\{d\sigma\} = \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = [D]\{d\varepsilon\} + \{d\sigma_0\}, \quad (49)$$

где

$$[D] = 2G \begin{bmatrix} 1 - AS_{11}^* S_{11}^* + \frac{\mu}{1-2\mu}, & -AS_{11}^* S_{22}^* + \frac{\mu}{1-2\mu}, & -AS_{11}^* \tau_{12}^* \\ -AS_{22}^* S_{11}^* + \frac{\mu}{1-2\mu}, & 1 - AS_{22}^* S_{22}^* + \frac{\mu}{1-2\mu}, & -AS_{22}^* \tau_{12}^* \\ -A\tau_{12}^* S_{11}^*, & -A\tau_{12}^* S_{22}^*, & \frac{1}{2} - A\tau_{12}^* \tau_{12}^* \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$\{d\sigma_0\} = \left\{ \begin{array}{l} \left(-AS_{11}^*S_{33}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) d\varepsilon_{33}, \\ \left(-AS_{22}^*S_{33}^* + \frac{\mu}{1-2\mu} \right) d\varepsilon_{33}, \\ \left(-A\tau_{12}^*S_{33}^* \right) d\varepsilon_{33}. \end{array} \right\} \quad (51)$$

В случае отсутствия внешних сил виртуальная работа внутренних сил равна нулю:

$$\int_{\Omega} \delta\{d\varepsilon\}^T \{d\sigma\} d\Omega = 0. \quad (52)$$

Подставим (47) и (49) в (52):

$$\int_{\Omega} \delta\{[B]\{dU\}\}^T ([D]\{d\varepsilon\} + \{d\sigma_0\}) d\Omega = \delta\{dU\}^T \int_{\Omega} [B]^T ([D][B]\{dU\} + \{d\sigma_0\}) d\Omega = 0.$$

Ввиду произвольности $\delta\{dU\}$ отсюда получим

$$\left(\int_{\Omega} [B]^T [D] [B] d\Omega \right) \cdot \{dU\} = - \int_{\Omega} [B]^T \{d\sigma_0\} d\Omega. \quad (53)$$

Совокупность задач A и B позволяет решить задачу правки. Алгоритм решения этой задачи уже описан. При решении задачи не учитываются контактные напряжения и вся поверхность (граничные условия для задачи B) считается свободной, так как это воздействие носит локальный характер (хотя контактные напряжения возникают в области максимальных пластических деформаций) и вследствие принципа Сен-Венана не внесет существенного изменения в результаты расчета НДС. Задача исследования НДС при правке является прямой задачей для задачи выбора рациональных режимов РПМ (задачи оптимизации). Реализация предложенного выше алгоритма решения задачи упругопластического знакопеременного изгиба требует значительного времени счета даже на современных ЭВМ. Это неприемлемо для задачи оптимизации, которая требует многократного решения прямой задачи. В то же время результаты расчета по приведенной методике показывают, что компоненты тензора напряжений (за исключением продольной) почти во всех точках поперечного сечения, исключая область контакта, существенно меньше σ_{33} . Это свидетельствует о возможности использования схемы одноосного напряженного состояния (все компоненты напряжений, за исключением продольной, полагаются равными нулю).

Физические уравнения в этом случае примут вид

$$\Delta\sigma_{33} = D^* \Delta\varepsilon_{33}, \quad (54)$$

где D^* – секущий модуль [10];

$\Delta\sigma_{33}$ – приращение продольного напряжения в исследуемой точке поперечного сечения профиля.

Получим дифференциальное уравнение изогнутой линии центров тяжести. Для этого подставим (24), (30), (54) в (14), (15):

$$\Delta a_0 = (\kappa_2^1 - \kappa_2^0) \int_F e \xi_2 dF / \int_F e dF - b / \int_F e dF. \quad (55)$$

Дифференциальное уравнение изогнутой линии центров тяжести имеет вид

$$\frac{d^2 x_{c_3}^{(n)}}{dx_3^{(n)2}} = \frac{\Delta a_0 \int_F D^* \xi_2 dF + \kappa_2^0 \int_F D^* \xi_2 dF + \Delta M_2}{\int_F D^* \xi_2^2 dF}. \quad (56)$$

Алгоритм решения задачи в последней постановке совпадает с описанным выше, однако решение задачи *B* значительно упрощается. Задача *B* сводится к интегрированию вдоль линий тока (суммирование $\Delta\varepsilon_{33}$, $\Delta\sigma_{33}$).

При рассмотрении знакопеременного упругопластического изгиба необходимо учесть эффект Баушингера. В данной работе он учитывался путем использования принципа Мазинга, согласно которому кривая повторного знакопеременного напряжения совпадает с соответствующей кривой при первом нагружении, построенной в осях с удвоенным масштабом и обратным направлением (рис. 5).

Если при первом нагружении были достигнуты напряжения и деформации ε_{33}^n , то при повторном нагружении в обратном направлении предел текучести определяется параметрами σ_i^{n+1} , ε_i^{n+1} , удовлетворяющими уравнениям:

$$|\sigma_{33}^n - \sigma_i^{n+1}| = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_{33}^n - \varepsilon_{33}^{n+1}}{2} \right) \quad (57)$$

при наличии вторичных пластических деформаций,

$$|\sigma_{33}^n - \sigma_i^{n+1}| = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_{33}^n - \varepsilon_{33}^{n+1}}{2} \right) \quad (58)$$

при упругой разгрузке.

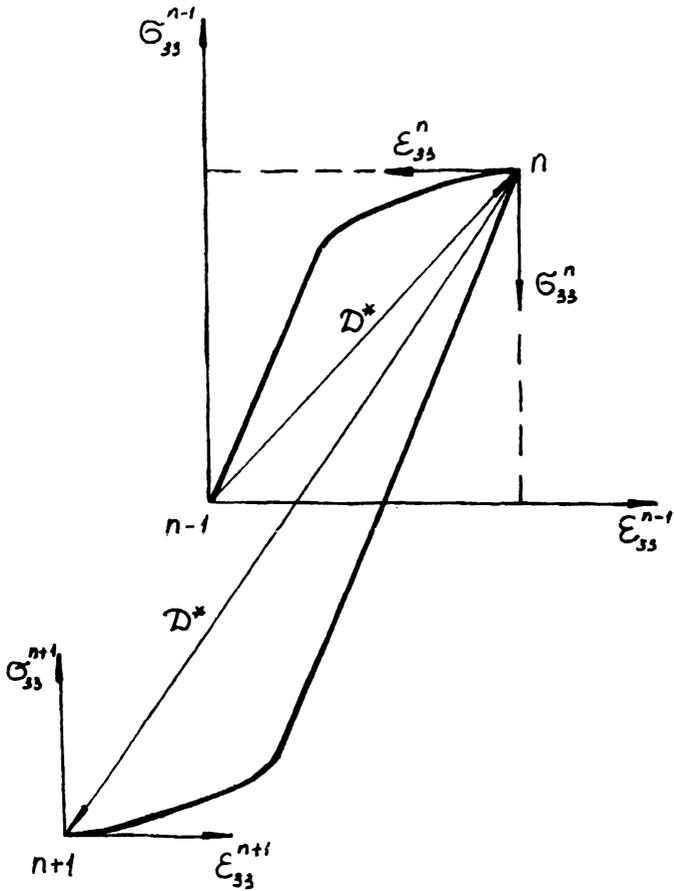


Рис. 5. Поведение кривой $\sigma_{33} - \epsilon_{33}$ при циклическом нагружении

Поскольку $\sigma_i^n = E\epsilon_i = \Phi(\epsilon_i)$, то

$$\sigma_i^{n+1} = \sigma_{33}^n - 2\sigma_i^n, \quad \epsilon_i^{n+1} = \epsilon_{33}^n - 2\epsilon_i^n. \quad (59)$$

Отсюда следует

$$-\sigma_i^{n+1} < \sigma_i^n, \quad (60)$$

так как $\sigma_{33}^n > \sigma_i^n$.

Таким образом, принцип Мазинга учитывает эффект Баупингера. В случае квазиобъемной постановки вместо $\sigma_{33}, \varepsilon_{33}$ необходимо брать ε_u, σ_u .

Для получения кривой деформационного упрочнения $\sigma_{33} = \Phi(\varepsilon_{33})$ для термоупрочненных рельсов производства НТМК были выполнены экспериментальные работы в лаборатории прочности НИОМета НИИтяжмаша ОАО "Уралмаш". Эксперименты проводились на растяжение и сжатие, и зависимость $\sigma_{33} = \Phi(\varepsilon_{33})$ была получена в виде

$$\sigma_{33} = k_1 \varepsilon_{33}^{k_1}. \quad (61)$$

Предел текучести при сжатии (повторное нагружение) был определен согласно принципу Мазинга.

Для решения задачи оптимизации режимов правки на основе представленной математической модели применен метод штрафных функций [11]. Здесь в качестве целевой функции используется конечная искривленность профиля. В вектор управления U вошли перемещения роликов РПМ, а ограничения на эти перемещения формируют соотношения типа неравенств

$$|U_i| \leq |O_i|. \quad (62)$$

В качестве дифференциальных связей выступают уравнения краевой задачи упругопластичности (9)–(21). Целевая функция при использовании метода штрафных функций записывается в виде

$$I_1(U, V) = \kappa_{\text{кон}}(U, V) + k_1 \sum_{i=1}^N U_i^2 \cdot \delta_i, \quad (63)$$

где $\kappa_{\text{кон}}(U, V)$ – конечная искривленность профиля;

δ_i – весовые коэффициенты;

k_1 – коэффициент штрафа,

$$k_1 = \begin{cases} 0 & \text{при выполнении условия (62),} \\ +\infty & \text{если условие (62) не выполняется.} \end{cases}$$

Для решения поставленной задачи применен метод безусловной оптимизации – метод деформируемого многогранника Нелдера-Мида [11].

Оценка достоверности вышеприведенной математической модели НДС профиля при правке на РПМ была выполнена на основе решения ряда тестовых задач. В частности, для проверки упругого решения методом Верещагина был рассчитан изгиб профиля прямоугольного сечения на семи роликах РПМ. Результаты расчета интегральных характеристик процесса по квази-

объемной и стержневой методикам сопоставлены с известными экспериментальными данными. Также обоснована степень полинома, аппроксимирующего радиус искривленности профиля на пролете РПМ [1].

На основе разработанной современной научной методологии исследования и оптимизации НДС профиля в процессе знакопеременного изгиба создана программа расчета на ПЭВМ дифференциальных и интегральных параметров технологии правки на РПМ рельсов и других фасонных профилей. Она позволяет вычислить компоненты векторов перемещений, тензоров напряжений и деформаций и их распределение в любой точке подвергаемого правке профиля; распределение по роликам усилий, изгибающих и крутящих моментов, мощностей; распределение остаточных напряжений и величины конечной кривизны. Исходными данными для программы являются: взаимное расположение роликов РПМ (настройка), шаг и диаметр роликов, конфигурация и исходная величина кривизны выправляемого профиля, предел текучести и форма кривой деформационного упрочнения материала профиля.

Применение программы позволяет с достаточной степенью точности определить рациональную настройку роликов, обеспечивающую минимальную остаточную кривизну, рассчитать интегральные характеристики режима правки, сократить трудозатраты на выбор параметров настройки, исключить проведение трудоемких ручных расчетов технологических и энергосиловых параметров РПМ. Программа применялась для обоснования правки двутавровых и рельсовых профилей и конструктивных параметров РПМ при их проектировании для предприятий Нигерии, Румынии и ряда других государств.

С помощью программы на ЭВМ выполнены численные и параметрические исследования некоторых аспектов применяемых на НТМК технологий правки “сырых” (незакаленных) и термоупрочненных рельсов Р65, в результате которых предложен ряд технологических и конструктивных рекомендаций. Наиболее важные из них следующие:

1. Нецелесообразно уменьшение применяемых в настоящее время в конструкциях РПМ величин шагов и диаметров роликов, так как это отрицательно повлияет на формирование остаточных напряжений.

2. В противовес вынужденно применяемым (для уменьшения разброса конечных кривизн) “жестким” режимам правки (со степенями деформации более 1,0 %), которые хотя и позволяют достичь большей прямолинейности.

но обладают рядом существенных недостатков, а именно: повышают неоднородность деформации, что способствует формированию худшей картины распределения остаточных напряжений, приводят к возникновению значительной разницы в поперечных размерах между непрямыми концами и правленной частью рельса, а также к образованию и развитию трещин, а иногда и к разрушению по имеющимся дефектам поверхности, предложены “мягкие”, падающие режимы (максимальные деформации на уровне 0,5–0,6 %), которые уменьшают поврежденность металла, т.е. повышают служебные свойства рельсов, сокращают вероятность поломок при правке, что в конечном итоге положительно отражается на живучести и сроке службы рельсов.

3. Целесообразен переход к технологии правки как минимум на 8-роликовых РГМ, которые за счет большего количества упругопластических перегибов (в сравнении с 6-роликовыми) формируют условия меньшей чувствительности остаточной (конечной) кривизны к колебаниям размеров поперечного сечения рельса, механических свойств (предела текучести) его материала и погрешностям настройки. При этом за счет применения “мягких” режимов можно дополнительно снизить нагруженность подшипниковых узлов, оборудования и приводов, например по моментам изгиба и усилиям правки – на 21 % (рис. 6), и уменьшить поврежденность металла (рис. 7).

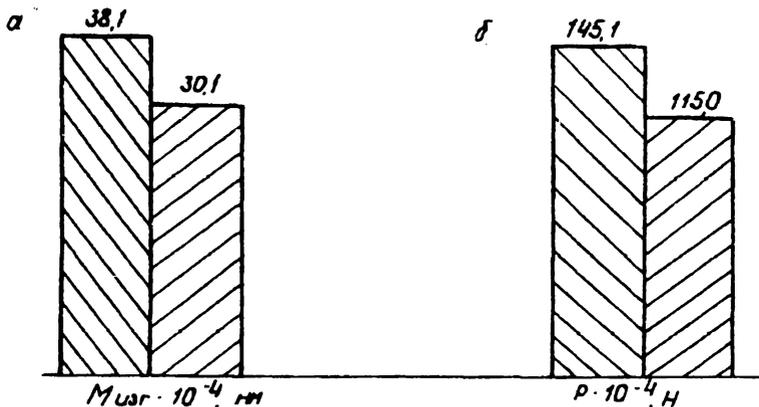


Рис. 6. Снижение средних величин изгибающих моментов (а) и усилий (б) при правке на 8-роликовых РГМ:  – “жесткие” режимы деформирования;  – “мягкие” режимы деформирования

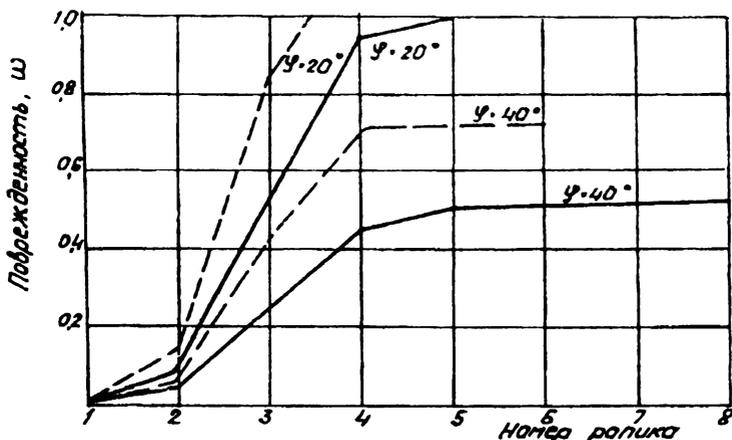


Рис. 7. Накопление поврежденности при правке (φ – угол исходного поверхностного дефекта): -- на 6-роликовой РПМ; - - на 8-роликовой РПМ

4. Решение задач оптимизации технологии правки показало, что полученный рациональный режим правки “сырого” рельса Р65 наиболее близок к режиму, применяемому в настоящее время в рельсо-балочном цехе НТМК (что дополнительно подтверждает достоверность методики и результатов), а оптимальный режим правки термоупрочненного рельса в плоскости максимальной жесткости позволяет уменьшить конечную кривизну (в сравнении с действующим) примерно в 25 раз [1].

5. Доказано, что заметное изменение остаточной кривизны рельса и остаточных напряжений происходит уже при отклонении роликов от заданного положения на 0,1 – 0,2 мм (т.е. имеет место высокая чувствительность потребительских свойств к конструктивным параметрам), поэтому точность настройки, формируемая точностью перемещения роликов, величинами биения бандажей и люфтов в подвижных частях и жесткостью конструкции, должна обеспечиваться конструкцией РПМ, а определяющие величины находиться в следующих пределах: точность перемещения роликов и биение бандажей должны быть не более 0,1–0,2 мм, суммарный люфт – не более 0,5 мм, а жесткость РПМ – не менее 2000 кН/мм.

6. Показана целесообразность автоматизации правильного комплекса и предложен состав автоматических систем контроля и микропроцессорного программного управления [1].

В современных сложных экономических условиях для обеспечения конкурентоспособности рельсов и других профилей проката (а это абсолютно реально!) целесообразно продолжить работу по совершенствованию технологии правки, оборудования и внедрению вышеприведенных результатов.

Литература

1. Обследование нагруженности механического оборудования УБС НТМК. Совершенствование технологии и оборудования для правки рельсов тяжелых типов и балочных профилей. Исследование процесса правки сложных профилей на роликоправильных машинах и термомеханической правки растяжением: Отчет по НИР / Науч.-исслед. конструкт.-технол. ин-т тяжелого машиностроения (НИИтяжмаш); Руководители работы – Б. Н. Поляков, Ю. Д. Макаров; Отв. исполнители – Ю. Д. Макаров, С. В. Колмогоров; № ГР 80011770; Инв. № 0286.0040780. Свердловск, 1985. Т. 3. 79 с.
2. Поздеев А. А., Няшин Ю. И., Трусов П. В. Остаточные напряжения: теория и приложения. М.: Наука, 1982. 112 с.
3. Ильющин А. А. Пластичность: В 3 ч. Ч. 1: Упругопластические деформации. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. 376 с.
4. Москвитин В. В. Циклические нагружения элементов конструкции. М.: Наука, 1982. 394 с.
5. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
6. Трусов П. В., Столбов В. Ю. Об одном алгоритме решения пространственной задачи упругопластического установившегося течения // Изв. АН СССР. Металлы. 1983. № 4. С. 134–138.
7. Тимошенко С. П. Сопроотивление материалов. Т. 1. М.: Наука, 1965. 364 с.
8. Термопрочность деталей машин / Под ред. И. А. Биргера, Б. Ф. Шорра. М.: Машиностроение, 1975. 455 с.
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1970. 720 с.
10. Шевченко Ю. Н. Термопластичность при переменных нагружениях. Киев: Наук. думка, 1970. 288 с.
11. Фьякко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации. М.: Мир, 1972. 240 с.