

специалистов. Появление реального опыта разработки положительно скажется на будущей профессиональной деятельности студента.

### **Список литературы**

1. Яковлева Н. Ф. Проектная деятельность в образовательном учреждении: учеб. пособие. – 2-е изд., стер. – М. : ФЛИНТА, 2014. — 144с.
2. Прокопенко В. С. программирование контроллеров ATMEЛ на языке С. — К.: МК-Пресс, СПб.: КОРОНА-ВЕК, 2012. — С.320.
3. Claus Kühnel ATMEЛ AVR Studio // AVR RISC microcontrollers handbook. USA, 1998. — С. 312.

УДК 519.862.7:517.518.45

**Тумашев В. И.**

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДА ФУРЬЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ**

*Валентин Ильич Тумашев*

*доцент, кандидат технических наук*

*tym64894@mail.ru*

*Челябинский филиал АНО ВО «Российская академия предпринимательства»*

## **EMULSION OF THE SERIES OF FOURIER UNDER MODELING**

*Valentin Ilich Tumashev*

*Chelyabinsk branch of ano in "russian academy of entrepreneurship"*

*Аннотация. Предметом исследований в данной работе послужил анализ спроса на ювелирные изделия, разработка математической модели сезонной волны. Отметим, что спрос на ювелирные изделия колеблется от месяца к месяцу, при наличии некоторого тренда, что показывают данные за ряд лет.*

*Annotation. The subject of research in this work was the analysis of demand on jewelry, developing a mathematical model for seasonal wave. Note that the de-*

*mand for jewelry varies from month to month, there was some trend data show that over the last few years.*

**Ключевые слова.** Сезонные колебания, ряд Фурье, моделирование, точность модели.

**Keywords.** Seasonal oscillations, Fourier series, simulation, model accuracy.

К сезонным колебаниям относятся такие колебания, где обнаруживается закономерность внутригодовых изменений. К сезонным колебаниям могут относиться неравномерности производственной деятельности, перевозки пассажирским транспортом, спрос на многие виды продукции и услуги и т.д.

Поводом построения модели для таких процессов послужило чтение лекций студентам курса «Математика» раздела «Ряды». К рядам Фурье у студентов нет большого интереса, поэтому возникло желание на конкретном примере показать, как очень просто построить модель спроса. Причем здесь же показано высокое качество модели. Для исследования явлений периодического типа в качестве математической модели развития во времени было использовано уравнение следующего типа (ряд Фурье)

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \quad (1)$$

Где  $k$  определяет гармонику ряда Фурье, которая может быть получена с разной степенью точности (чаще всего от 1 до 4).

Для отыскания параметров модели используется метод наименьших квадратов.

Он позволяет получить следующие формулы для вычисления параметров (1).

$$a_0 = \frac{1}{12} \sum_0^{11} y_i; \quad a_k = \frac{2}{12} \sum_0^{11} y_i \cos kt; \quad b_k = \frac{2}{12} \sum_0^{11} y_i \sin kt \quad (2)$$

Для изучения сезонных колебаний на протяжении года необходимо взять  $n=12$  (по числу месяцев в году). Тогда представляя периоды как части

длины окружности, ряд динамики изменения прибыли можно записать в следующем виде:

Период	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$2\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
Уровень	y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>	y <sub>7</sub>	y <sub>8</sub>	y <sub>9</sub>	y <sub>10</sub>	y <sub>11</sub>
Б	0											

Для вычисления синусов и косинусов разных гармоник, можно воспользоваться таблицей

t	Cost	Cos2t	Cos3t	Cos4t	Sin t	Sin2t	Sin3t	Sin4t
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,866	0,5	0	-0,5	0,5	0,866	1	0,866
$\frac{\pi}{3}$	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,866	0,866	0	-0,866
$\frac{\pi}{2}$	0	-1	0	1	1	0	-1	0
$2\frac{\pi}{3}$	-0,5	-0,5	1	-0,5	0,866	-0,866	0	0,866
$\frac{5\pi}{6}$	-0,866	0,5	0	-0,5	0,5	-0,866	1	-0,866
$\pi$	-1	1	-1	1	0	0	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	-0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	0,866	-1	0,866
$\frac{4\pi}{3}$	-0,5	-0,5	1	-0,5	-0,866	0,866	0	-0,866
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	0	1	-1	0	1	0

$\frac{5\pi}{3}$	0,5	-0,5	-1	-0,5	-0,866	-0,866	0	0,866
$\frac{11\pi}{6}$	0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	-0,866	-1	-0,866

Так как  $t$  в годовой динамике соответствует номеру месяца, то  $t=0$  соответствует январю,  $t=\frac{\pi}{6}$  соответствует февралю и т.д. При определении параметров  $a_k$  и  $b_k$  надо находить произведение уровней данного месяца на синусы и косинусы соответствующих гармоник. Так для  $k=1$  уравнение (1) примет вид:

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t,$$

в которой параметры  $a_0$ ,  $a_1$  и  $b_1$  определяется из соотношений:

$$a_0 = \frac{\sum_0^{11} y_i}{12}; \quad a_1 = \frac{\sum_0^{11} y_i \cos t}{6}; \quad b_1 = \frac{\sum_0^{11} y_i \sin t}{6}$$

расчеты первой и второй гармонии ряда Фурье рассмотрены на примере получения прибыли конкретного ювелирного магазина.

Все необходимые расчеты приведены в таблице

Месяцы	$t$	Прибыль в тыс.руб.	$y \cos t$	$y \sin t$	$\hat{y}_t$	$y \cos 2t$	$y \sin 2t$	$\hat{y}_t$
Январь	0	260	260	0	233,9	260	0	276,6
Февраль	$\frac{\pi}{6}$	220	190,5	110	240,4	110	190,5	264
Март	$\frac{\pi}{3}$	300	150	259,8	236,6	-150	259,8	218
Апрель	$\frac{\pi}{2}$	130	0	130	233,5	-130	0	181,3
Май	$2\frac{\pi}{3}$	180	-90	155,88	204,6	-90	-155,9	181

Июнь	$\frac{5\pi}{6}$	220	-190,5	110	185	110	-190,5	203,6
Июль	$\pi$	203	-203	0	169,9	203	0	212,1
Август	$\frac{7\pi}{6}$	200	-173,2	-100	163,4	100	173,2	187
Сентябрь	$\frac{4\pi}{3}$	130	-65	-112,6	167,2	-65	112,6	148,6
Октябрь	$\frac{3\pi}{2}$	150	0	-150	180,3	-150	0	138,1
Ноябрь	$\frac{5\pi}{3}$	160	80	-138,6	199,2	-80	-138,6	175,6
Декабрь	$\frac{11\pi}{6}$	270	233,82	-135	218,8	135	-233,8	237,4
Итого:		2423	192	129,54	2422,8	253	17,3	2423,3

Используя первую гармонику ряда Фурье, получим следующие значения параметров уравнения:

$$a_0=2423:12=201,9; \quad a_1=192:6=32; \quad b_1=129,54:6=21,6.$$

Уравнение модели будет иметь вид:  $\hat{y}_t = 201,9 + 32\text{Cost} + 21,6\text{Sin } t$ .

Применим к этим же данным вторую гармонику ряда Фурье для выражения модели сезонности. Параметры  $a_2$  и  $b_2$  найдем по формулам:

$$a_2 = \frac{1}{6} \sum_0^{11} y_i \text{Cos} 2t = 253:6 = 42,17; \quad b_2 = \frac{1}{6} \sum_0^{11} y_i \text{Sin} 2t = 173:6 = 2,89.$$

Подставляя полученные коэффициенты в уравнение ряда Фурье, будем иметь следующую модель сезонной волны:

$$\hat{y}_t = 201,9 + 32\text{Cost} + 21,6\text{Sin } t + 42,17\text{Cos} 2t + 2,89 \text{Sin} 2t.$$

Расчеты третьей и четвертой гармоник представлены в следующей таблице.

Месяцы	t	yCos3t	ySin3t	$\hat{y}_t$	yCos4t	ySin4 t	$\hat{y}_t$	Прибыль в тыс. руб.
Январь	0	260	0	261,1	260	0	244,9	260
Февраль	$\frac{\pi}{6}$	0	220	260,7	-110	190,52	248,8	220
Март	$\frac{\pi}{3}$	-300	0	233,5	-150	-259,8	261,6	300
Апрель	$\frac{\pi}{2}$	0	-130	184,6	130	0	168,4	130
Май	$2\frac{\pi}{3}$	180	0	165,5	-90	155,9	153,6	180
Июнь	$\frac{5\pi}{6}$	0	220	200,3	-110	-190,5	228,4	220
Июль	$\pi$	-203	0	227,6	203	0	211,4	203
Август	$\frac{7\pi}{6}$	0	-200	190,33	-100	173,2	178,4	200
Сентябрь	$\frac{4\pi}{3}$	130	0	133,1	-65	-112,58	161,2	130
Октябрь	$\frac{3\pi}{2}$	0	150	134,8	150	0	118,6	150
Ноябрь	$\frac{5\pi}{3}$	-160	0	191,1	-80	138,56	179,1	160
Декабрь	$\frac{11\pi}{6}$	0	-270	240,7	-135	-233,82	268,8	270
Итого:		-93	-10	2423,3	-97	-138,52	2423,2	2423

Параметры третьей и четвертой гармоник будут:  $a_3 = -93:6 = -15,5$ ;  $a_4 = -97:6 = -16,2$ ;  $b_3 = -10:6 = -1,67$ ;  $b_4 = -138,52:6 = -23,1$ . Тогда выделенная сезонная волна, учитывающая четыре гармоники, будет иметь следующий вид:

$$\hat{y}_t = 201,9 + 32 \cos t + 21,6 \sin t + 42,2 \cos 2t + 2,9 \sin 2t - 15,5 \cos 3t - 1,67 \sin 3t - 16,2 \cos 4t - 23,1 \sin 4t.$$

$\hat{y}_t$  в предпоследней графе прибыль рассчитана по модели, а в последней графе представлены исходные данные.

Представленный алгоритм внедряется на практических занятиях при изучении темы «Ряды». Точность значительно повышается от введения дополнительных гармоник.

УДК 378.147.14:004

**Федулова К. А.**

**ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ  
ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ВУЗА НА ОСНОВЕ ПРОЕКТНО-  
МОДУЛЬНОГО МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ОБУЧЕНИЯ**

*Ксения Анатольевна Федулова*

*Кандидат педагогических наук*

*fedulova@live.ru*

*ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический  
университет»*

**FEATURES OF ORGANIZATION OF INFORMATION TRAINING OF  
STUDENTS OF UNIVERSITY ON THE BASIS OF PROJECT-MODULAR  
INTERDISCIPLINARY TRAINING**

*Ksenia Anatolievna Fedulova*

*Russian state vocational pedagogical university*