

КОНСУЛЬТАЦИИ

УДК 372.851

Е. В. Аблаев,
Р. Ф. Мамалыга

ПРОПЕДЕВТИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ «ФРАКТАЛ» НА ПРИМЕРЕ КУРСА «ФРАКТАЛЫ В ЛОГО»

Аннотация. В статье рассмотрен один из путей пропедевтики формирования понятия «фрактал» у учащихся 5–7 классов в процессе изучения курса «Фракталы в Лого» с использованием программной среды «Лого». Описаны этапы соответствующей работы и приведены примеры их реализации.

В ходе обучения успешно применялись такие активные формы, как дидактические и компьютерные игры, эксперимент, учебный проект и др. Опыт преподавания названного курса учащимся 5–7 классов общеобразовательных школ позволяет сделать вывод, что для решения поставленной задачи необходимо не только тщательно продумывать содержательный компонент учебных занятий, но и определять наиболее продуктивные формы организации деятельности школьников.

Ключевые слова: фрактал, предпонятие, пропедевтика, авторские курсы.

Abstract. The paper considers one of the ways of propaedeutic formation of the «fractal» concept giving as the example the «fractal» pre-concept introduction to the fifth - seventh year schoolchildren in the «Fractals in Logo» course using the «Logo» software, the stages and their outputs being discussed.

In the course of training, such active forms as didactic and computer games were used, as well as the experiments and educational project. The teaching experience of the given course for the fifth – seventh year secondary school children shows that solving the above problem requires both considering the content component of the course classes and defining the most productive forms of the schoolchildren activity organization.

Index terms: fractal, propaedeutics, pre-concept, Logo.

Базисный учебный план включает перечень обязательных для изучения дисциплин и вместе с тем обеспечивает гибкость содержания образования своей вариативной частью, предполагающей дополнительные занятия. Именно внеклассная работа, с точки зрения инициативы «Наша новая школа», должна служить опорой для увеличения самостоятельности школ и развития системы поддержки талантливых детей. По нашему мнению, дополнительные занятия не только расширяют и углубляют знания по разделам основного школьного курса, но и, в соответствии с лич-

ностно-ориентированным подходом, предоставляют обучаемым возможность ознакомиться с принципиально новыми для них направлениями.

Согласно проведенному нами опросу учащихся 11–13 лет трех произвольно выбранных средних общеобразовательных учреждений г. Екатеринбурга, 24% школьников из предложенного списка тем дополнительных занятий по математике (с кратким описанием содержания) выбрали темы, посвященные изучению приложений математики («Задачи на проценты», «Калейдоскопы», «Откуда берутся задачи?», «Измерение расстояний и углов на практике»). У 65% интерес вызвали курсы, относящиеся к классической математической теории («Золотое сечение», «Орнаменты», «Теория узлов», «Элементы теории графов», «Решение систем уравнений»), 32% отдали предпочтение вопросам современных наук («Фракталы и дендриты», «Фракталы и музыка», «Синергетика как новое мировидение», «Теория катастроф»). Некоторые респонденты выразили желание посещать два, а часть из них даже три дополнительных курса (рис. 1).

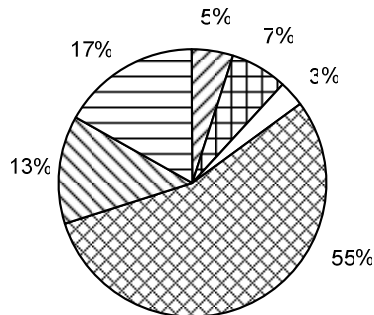


Рис. 1. Диаграмма выбора учащимися дополнительных заданий по математике:

▨ – выбрали одну тему по математике; ▩ – выбрали одну тему по приложению математики; □ – выбрали одну тему по новым разделам; ⊠ – выбрали одну тему по приложению математики и одну тему по новым разделам; ▤ – выбрали одну тему по приложению математики и одну тему по классической математике; ▨ – выбрали одну тему по классической математике и одну тему по новым разделам

Сравнение результатов этого опроса с данными аналогичного опроса, проведенного нами в 2009 г. в тех же учебных заведениях, позволяет отметить рост интереса к таким направлениям, как использование фракталов в геологии, информатике и других сферах.

Об увеличении потребности в изучении новых разделов математики свидетельствуют и учебно-исследовательские работы учащихся средних

общеобразовательных, а также средних профессиональных учебных заведений. Анализ рефератов городских конкурсов показал, что в 2010 г. 19% участников выбрали для своего исследования новые современные темы, относящиеся к «молодым» областям знаний, в том числе фрактальной геометрии, в то время как в 2008 г. это число равнялось 10%, а в 2009 г. – 16% (рис. 2).

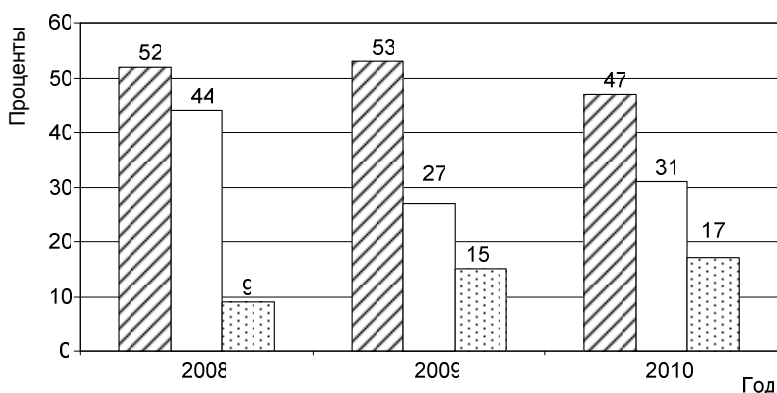


Рис. 2. Выбор тем рефератов участниками городских конкурсов 2008–2010 гг.:

▨ – по классической математической теории; □ – по приложениям математической теории; ▤ – по новым разделам математики и смежным наукам

Появление не имеющих касательных кривых, построенных Больца-но и Вейерштрассом около ста лет назад, было встречено многими математиками XIX в. с неприязнью. И сейчас люди, далекие от научных исследований и техники, увидев изображение фракталов, воспринимают их лишь как картинки, не подозревая, что эти сложные математические множества имеют не только эстетическое, но и практическое значение в самых разнообразных областях человеческой деятельности. Так, теория фракталов активно находит свое применение при исследовании хаотического поведения нелинейных динамических и диссипативных систем, турбулентного течения жидкостей, трещин и дислокационных скоплений в твердых телах и горных породах, электрического пробоя, диффузии и агрегации частиц, роста кристаллов и т. д. Фрактальное моделирование применяется также при изучении объектов, имеющих сложную геометрическую структуру, таких как пористые материалы, природные объекты – рифы, облака и пр.

Фрактальная компьютерная графика, фрактальная радиофизика, фрактальный конденсатор – эти термины становятся обыденными. Кроме того, широкое распространение получили фрактальные методы сжатия информации и фрактальные формы антенн. Промышленность России, как и многие другие сферы деятельности, нуждается в хорошо подготовленных инженерных кадрах. Высококвалифицированные специалисты довольно часто обращаются к фрактальной теории, так как «многие свойства природных фрактальных структур удобно изучать на модельных фракталах, поскольку применение методов фрактальной геометрии позволяет выявить существенные характеристики как модельных фракталов, так и природных иерархических структур» [4, с. 174].

Молодой специалист, стремящийся к совершенствованию своей компетентности, вынужден изучать фрактальную теорию самостоятельно (по переводным монографиям), и далеко не каждому это дается легко. Облегчить соответствующую подготовку, по нашему мнению, можно с помощью пропедевтики этой темы в школе. Однако считается, что математическая база фракталов не может быть успешно усвоена на школьных занятиях даже учащимися старших классов. Усугубляет сложившуюся непростую ситуацию отсутствие отечественной литературы по этой тематике, адаптированной для школьников.

С целью решения этой проблемы нами был разработан курс «Фракталы в Лого». В него входят дидактическая сказка, методические указания для учителей и презентационное сопровождение. Учебным сопровождением курса является книга «ФрактаЛ-ОГО!» [1], сказочный характер и приключенческий жанр сюжета которой создают дополнительную мотивацию к обучению. Проблемы, возникающие перед главными героями, как правило, требуют от учащихся построения в среде Лого изображений простейших классических фракталов, таких как «Фрактальное дерево», «Кривая Коха», «Снежинка Коха» и др.).

Большое значение в курсе отведено построениям, для выполнения которых требуются знания из области как евклидовой, так и фрактальной геометрии.

Задачи курса:

- формирование у учащихся устойчивого интереса к изучению фрактальной геометрии;
- создание основы для дальнейшего изучения фрактальной геометрии;
- формирование начальных представлений о программировании в среде Лого;

- развитие логического и образного мышления;
- формирование понятия «фрактал» на уровне предпонятия.

Впервые схема формирования понятий, включающая в себя термин «предпонятие», была предложена в работах Л. С. Выготского и Н. С. Подходовой. Л. С. Выготский рассматривал предпонятие как не достигший высшей ступени своего развития концепт, находящийся в простом и непосредственном отношении к объекту и не включенный в систему вышестоящего понятия. Н. С. Подходова в качестве психологической основы формирования понятий у учащихся разработала структуру «перцепт – понятие», выделив в этой структуре следующие этапы: образ восприятия (перцепт); представление; обобщенное представление, или предпонятие (образ-концепт); понятие; система понятий. Эта последовательность разбита автором на 2 блока: «1-й блок – до предпонятия, включая его; 2-й блок – от предпонятия к понятию, то есть формирование предпонятия является самостоятельным этапом в процессе обучения» [5].

Важно отметить, что при овладении понятием по схеме «перцепт – понятие» этапы «представление» и «предпонятие» не являются независимыми последовательными составляющими, а формируются в тесном контакте таким образом, что формирование одного способствует формированию другого.

Дальнейшее развитие структура «перцепт – понятие» получила в работах Н. И. Никулиной. В частности, ею предложено следующее определение: предпонятие – множество образов, объединенных по наличию у них некоторых общих свойств [3].

Одной из задач, возникающих в ходе работы в 5–7 классах, является необходимость развития познавательного интереса обучаемых. В связи с этим мотивационная составляющая этих занятий приобретает особую роль. Хорошим способом мотивации школьников 11–14 лет к учебе может служить игровая деятельность.

Анализ литературы, научно-методических работ [2, 3, 5], а также психологических особенностей рассматриваемого возраста позволил нам определить последовательность этапов формирования предпонятия «фрактал»:

1. Актуализация опыта учащегося, связанного с формируемым понятием.
2. Создание конкретно-чувственных образов, формирование (уточнение, расширение) объема понятия:
 - а) рисование фигур, обладающих свойством самоподобия;

б) создание с помощью готовой программы различных видов объектов, принадлежащих данному классу;

в) игровая деятельность: игры, в которых требуется запоминать и воспроизводить фрактальные изображения.

3. Формирование содержания понятия:

а) экспериментирование с готовой программой с целью выявления характеристических свойств фигуры;

б) создание алгоритма рисования фигуры на определенном этапе построения;

в) игровая деятельность: использование специальных игр, в ходе которых игрок анализирует структуру различных объектов и выделяет их общие признаки.

4. Применение предпонятия в конкретных ситуациях:

а) создание рисунков с использованием фрактала;

б) решение задач на узнавание фигуры по алгоритму рисования;

в) игровая деятельность: использование дидактических компьютерных игр для применения предпонятия.

Проиллюстрируем реализацию данной схемы на примере нашего опыта работы с учащимися 5–7 классов общеобразовательных школ.

1. Приступая к формированию предпонятия «фрактал», следует проанализировать чувственный опыт учащихся и сопоставить его с объемом вводимого понятия.

На первом этапе относящийся к теме «фракталы» чувственный опыт 5–7-классников, как правило, недостаточен и имеет бессистемный характер. Поэтому важно выстроить последовательность преподнесения наглядного материала, позволяющего создать достаточный запас первичных образов. В процессе познания они выполняют опорную роль, и без них формирование предпонятия «фрактал» у учащихся этого возраста практически невозможно. С учетом ментального опыта обучаемых выбранных классов нами были подобраны демонстрационные слайды с изображением «природных фракталов»: береговых линий, крон деревьев, листьев папоротника, капусты, а также окружающие обучаемых в повседневности предметы, явления и произведения искусства, обладающие фрактальной структурой: матрешки («национальная игрушка-фрактал»), песня «Про попа и собаку» и т. п.

Показ тех или иных фракталов соотносился с тематикой урока. Например, при программировании фрактальных «кустов» и «деревьев» были

использованы слайды с фотографиями папоротников и деревьев, сделанные на экскурсии учащимися, а демонстрация множества Мандельброта прекрасно вписалась в урок, соответствующий главе «День пятый на острове» книги «ФрактаЛ-ОГО!» [1].

2. Дальнейшая работа над формированием объема понятия выстраивалась в три приема:

а) демонстрировалось фрактальное множество на различных этапах построения, и предлагалось перенести изображение на бумагу от руки и продолжить рисунок еще на один шаг;

б) с помощью манипуляций с параметром в готовой программе школьники получали на мониторе изображения различных этапов построения (количество которых они выбирали самостоятельно);

в) учащиеся играли в компьютерные дидактические игры, в сюжете которых были использованы созданные на предыдущих этапах работы образы фракталов, а также образы, близкие им по способу построения.

К этой категории относится игра «Сапер-Ф». В ходе игры требуется в течение минимального отрезка времени обнаружить на игровом поле все мины, расположенные в виде изображения фрактала на определенном этапе построения. Обучаемому приходится постоянно воспроизводить образы фрактальных структур, используя такие ментальные операции, как создание образа (фрактал), поворот образа, изменение его структуры (фрактал на n -м шаге построения). Эти умения задействуются при опознании повернутого изображения фигуры либо изображения фигуры на более поздних этапах построения, чем образ, сохранившийся в памяти учащегося.

Игровой замысел: возможно быстрее обнаружить мины на игровом поле с минимальными потерями в рядах саперного отряда.

Правила игры:

- 1) игра начинается после нажатия на кнопку «Старт»;
- 2) каждый шаг по минному полю имитируется нажатием левой клавиши мыши по клетке поля;
- 3) открывшаяся на очередном шаге цифра обозначает количество мин в клетках, окружающих данную клетку;
- 4) при обнаружении мины следует щелкнуть правой клавишей мыши по содержащей ее клетке, тем самым поставив указатель мины – флажок;
- 5) в случае допущенной в ходе разминирования ошибки происходит взрыв и к делу приступает следующий сапер после нажатия кнопки «Старт».

Игровые действия: игроки разминируют поле по очереди до тех пор, пока не будут обнаружены все мины. После этого сравниваются результаты. Приоритетным показателем успешности игры является число погибших саперов, второстепенным – время, потраченное на разминирование поля.

Познавательное содержание: создание наглядно-образной основы для формирования понятия того или иного фрактального множества; развитие памяти и способностей к анализу.

Оборудование и методическое обеспечение: программа-игра «Сапер-Ф», компьютер с операционной системой Windows 98, Windows XP.

Результат: определение всех клеток с минами на поле.

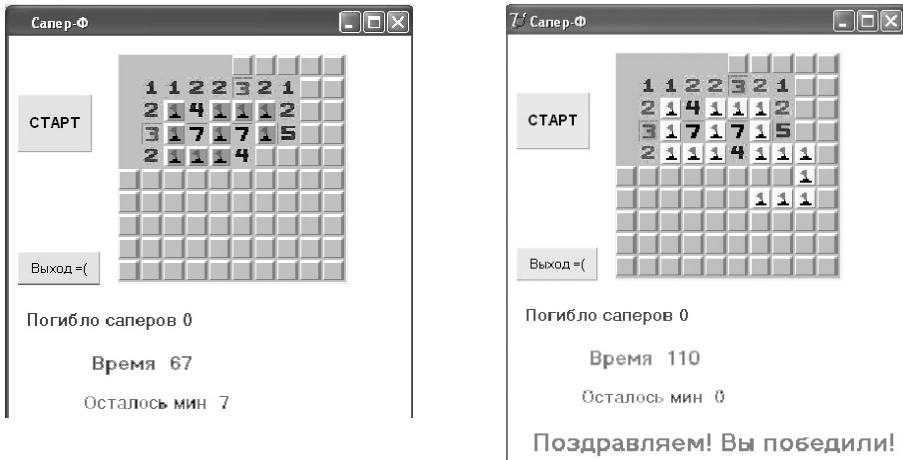


Рис. 3. Фрагменты игрового процесса

Тот учащийся, который выдвинет и проверит гипотезу о том, что мины на поле располагаются в виде фрактального изображения, достигнет лучших результатов, чем тот, который будет разминировать поле традиционным способом. На рис. 3 мины на поле образуют фрактал «Дракон Хартера-Хайтвея» на третьем этапе построения. Таким образом, усвоение дидактического содержания способствует результативности игры.

3. Для выявления содержания понятия был организован процесс сравнения изображений, полученных на втором и третьем, а затем на третьем и четвертом этапах построения конкретного фрактала. В ходе решения данной задачи учащиеся, используя предъявленный чертеж, старались дать ответы на поставленные учителем вопросы, т. е. осуществ-

вляли визуальный анализ информации и получали «графическое решение» – характеристическое свойство рассматриваемого фрактала. Затем учащимися и руководителем игры была создана программа для рисования этого конкретного фрактального множества на разных этапах построения.

При формировании содержания предпонятия полезно рассматривать фрактальные множества с различными способами построения. Это позволяет отделить характеристические свойства фракталов от способов их построения. В качестве примеров нами были выбраны фракталы «Салфетка Серпинского», «Снежинка Коха», «Дракон Хартера-Хайтвея». Первый строится с помощью выбрасывания подмножеств, второй – посредством добавления элементов с каждой новой итерацией, третий – путем поворотов и др. Такие фракталы легли в основу компьютерной игры «Выбери фрактал». В течение минимального отрезка времени игрок должен проанализировать определенное количество изображений на экране (три и более) и указать на множество, обладающее фрактальными свойствами.

Таким образом, результатом третьего этапа стало формирование у учащихся способности выделять общие характеристические свойства фракталов: повторяемость и подобие.

4. Целью последнего этапа было выработка умения использовать полученные знания. Одним из способов достижения этой цели является создание рисунков с применением фрактальной фигуры. Учащимся были предложены соответствующие задания: используя программы, рассмотренные на занятиях, нарисовать картину «В лесу», создать орнамент с фрактальным рисунком, изобразить поверхность планеты из фантастического фильма, сделать «снимок» острова, на котором оказались главные герои.

Другим способом формирования рассматриваемого умения можно считать решение задач на узнавание фигуры по алгоритму построения. Так, одна из игр, приведенных в книге «ФрактаЛ-ОГО!», заканчивается, когда учащиеся замечают закономерность расположения точек – объединение точек образует фрактал «Салфетка Серпинского». Роль компьютерных дидактических игр на этом этапе заключается в предоставлении школьникам возможности непосредственного применения полученных знаний.

Подобную возможность они получают также в ходе выполнения лабораторных работ. Приведем описание одной из работ курса «Фракталы

в Лого» для учащихся 5–7 классов средних общеобразовательных учреждений.

Тема: Длина берега Британии.

Оборудование: линейки длиной 15 см, 5 см, 1 см; нить; масштабная карта береговой линии Британии.

Цели:

- обучающая: предоставление сведений о практическом приложении фракталов;
- развивающая: развитие способности к анализу и планированию, выработка навыков добывания знаний при работе с реальными объектами;
- воспитательная: воспитание аккуратности, добросовестности.

Ход работы:

- измерить длину берега линейкой 15 см, 5 см, 1 см;
- измерить длину берега нитью;
- найти разницу в результатах измерения разными инструментами;
- выявить зависимость длины берега от длины измерительного инструмента;
- назвать другие географические объекты, которые имеют сильно изрезанные границы, воспользовавшись различными источниками информации.

Предполагаемый вывод: средства евклидовой геометрии грубы для изображения сильно изрезанных береговых линий (в том числе принадлежащих Британии, Норвегии) и границ отдельных государств (например, Португалии, Испании). Для моделирования данных объектов необходимо привлечение теории фракталов.

Апробация методики введения предпонятия «фрактал» в средней школе доказала ее эффективность. Для осуществления пропедевтики формирования понятия «фрактал» следует не только тщательно продумывать содержательный компонент таких занятий, но и определять наиболее продуктивные формы организации деятельности учащихся. Поэтому помимо учебных заданий необходимо использовать такие формы обучения, как экскурсии, работа в малой группе, дидактические игры, учебные проекты, лабораторные работы, эксперименты, посещение выставок.

Литература

1. Атфак М. ФрактаЛ-ОГО! Дидактическая сказка. Екатеринбург: Урал-Юр-Издат, 2009. 64 с.

2. Мамалыга Р. Ф. Развитие пространственного мышления у студентов педагогического вуза при формировании понятий в курсе геометрии: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Екатеринбург, 2005. 23 с.

3. Никулина Н. И. Использование компьютерной среды Лого для пропедевтической подготовки по геометрии школьников 5–6 классов: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Ярославль, 2006.

4. Осташков В. Н., Смирнов Е. И. Формирование нелинейного мышления студентов посредством визуализации самоподобных множеств // Тр. вторых Колмогоровских чтений. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2004. С. 173–189.

5. Подходова Н. С. Формирование пространственных представлений младших школьников при изучении геометрического материала: автореф. дис. ... канд. пед. наук. СПб., 1992. 20 с.