достаточно полном объеме решают задачу управления учебным процессом, осуществляя обратную связь в системе "преподаватель - студент" в процессе промежуточного и текущего контроля самостоятельной работы студентов.

М.Б.Верников,
Л.С.Чебыкин

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ МЕТОДИКИ ЧТЕНИЯ ЛЕКЦИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ В ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

При постановке лекционного курса "Высшая математика" для профессионально-педагогических специальностей мы в первую очередь исходили из основных целей и задач преподавания математики [1,2], важнейшими из которых являются формирование и развитие логической и алгоритмической культуры студентов, овладение основными математическими методами и умениями применять их при решении необходимых учебных и прикладных задач.

Выделение этих целей и стремление к их реализации исключают догматический подход к обучению, так как учить следует не готовым рецептам и формулам, а умению мыслить, понимать смысл и суть математических методов, представлять возможности и особенности их применения.

Вместе с тем достижение указанных целей осложнено существенными ограничениями и препятствиями, поскольку происходит в условиях жестких временных рамок действующих учебных планов, недостаточного стартового уровня довузовской математической подготовки значительной части студентов, ощутимого (особенно в последнее время) снижения интереса к учебе в целом и к математике в частности. По этим причинам классический университетский подход к изложению теоретического материала, использующий современный язык математической науки и соответствующий уровень строгости, нереализуем. Основные цели и задачи преподавания математики также могли бы быть достигнуты с помощью проблемного типа обучения и эвристического метода, однако реализовать их (хотя бы в минимально необходимом объеме) не позволяют тесные временные рамки.

В данной статье обсуждаются некоторые особенности методики изложения на лекциях теоретического материала, способствующие в определенной мере разрешению отмеченных выше противоречий.

Уровень строгости изложения материала

Принятый в современной научной математической литературе уровень общности и строгости изложения теоретического материала совершенно неприемлем в нашем лекционном курсе по целому ряду причин (некоторые из них названы выше). Попытка выдержать этот уровень неминуемо привела бы к полной потере студентами интереса к предмету. Мы полагаем, что в преподавании математики будущим инженерам-педагогам доступность и наглядность изложения должны предпочитаться формальной строгости. Вместе с тем мы считаем недопустимым преподавание математики как набора догм и стремимся к обязательности доказательств или обоснований большинства математических утверждений (по крайней мере, на уровне эвристических или правдоподобных рассуждений [3,4]). Поэтому при выборе уровня строгости изложения на лекциях теоретического материала должен быть избран разумный компромисс.

Прежде всего, в лекционном курсе мы были вынуждены отказаться от доказательств различных теорем существования в разделах "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения". Доказательства этих теорем связаны с использованием достаточно сложного и тонкого математического аппарата (такого как теория действительных чисел, теория пределов числовых последовательностей и т.д.). В то же время мы уделяем особое внимание значению этих теорем и их смыслу.

Совершенно сознательно в лекционном курсе мы отказываемся от обязательности достижения максимальной общности результатов, избегаем искушения некоторого усиления теорем ценой значительного усложнения доказательств. Мы предпочитаем наложить более сильные условия, но получить более доступное для понимания и красивое доказательство теоремы. Вместе с тем мы стремимся к тому, чтобы при выбранных условиях доказательство было точным.

Изложение стремимся сделать наглядным (геометричным) всюду, где это представляется возможным и ценным для раскрытия существа вопроса. В связи с этим мы считаем, что нет необходимости вводить точные определения таких интуитивно ясных и привычных понятий, как длина, площадь, объем и т.д.

Заметим, что некоторые разделы курса с учетом отведенных временных рамок не могут быть изложены вполне строго, что потребовало бы введения целого ряда математических понятий. В таких случаях мы допускаем в лекционном курсе принятие "на веру" (без доказательств) некоторых утверждений, смысл которых должен быть понятен, а также предположений о возможном представлении некоторых математических объектов (функций и др.) в специальном виде.

Так, например, мы избегаем изучения в курсе понятия ряда Лорана, интегральной формулы Коши и в то же время рассматриваем необходимое для спецдисциплин электроэнергетического профиля понятие вычета функции комплексной переменной в изолированной особенной точке и способы его вычисления.

Вместе с тем мы считаем необходимым придерживаться следующих положений. Студент должен четко ориентироваться в изучаемом курсе математических понятий, их свойствах и приложениях. Эта цель может быть достигнута в результате психологической адаптации обучаемого к соответствующему материалу. В свою очередь такая психологическая адаптация может быть достигнута в результате иллюстрации тех или иных словесных конструкций, используемых по ходу изложения, достаточно обозримыми геометрическими образами (что возможно для всех изучаемых в курсе понятий в силу двойственности самого характера предмета математики, допускающего как алгебраическое, так и геометрическое моделирование [5]), а также в результате логического анализа связей между введенными понятиями, достигаемого в процессе доказательства теорем.

Использование логико-математической терминологии и символики

Применение символики при формулировках понятий и утверждений, доказательствах теорем, при различного рода логических рассуждениях позволяет сделать изложение курса высшей математики более четким, логичным, понятным и даже приводит к некоторой экономии времени изложения. Опыт преподавания показывает, что вводить простейшие понятия и символы математической логики следует умеренно и постепенно, как бы вкрапляя их в изложение учебного материала.

Использование символики естественно начать с систематического введения теоретико-множественных терминов и символов. Затем (после некоторой адаптации) полезно ввести кванторы общности и существования, обсудить строение определения, теоремы, необходимые и достаточные условия и ввести связующие высказывания логические знаки импликации и эквивалентности. Не следует требовать от студентов немедленного усвоения и обязательного применения введенной символики. Более того, на первых порах целесообразно параллельно приводить развернутые словесные формулировки определений, утверждений и их компактные символические записи. Изложение и записи становятся более сжатыми лишь постепенно, по мере изучения курса.

Только после восприятия студентами этой символики можно перейти к использованию элементов алгебры высказываний, символов конъюнкции и дизъюнкции, некоторых методов математических рассуждений (таких как метод доказательства от противного, метод математической индукции). Последнее, впрочем, не является обязательным и зависит от уровня подготовленности аудитории.

Применение символики не только способствует оформлению математических записей, но и помогает студентам более четко и правильно мыслить, страхует от многих возможных ошибок. Однако в использовании логической терминологии и символики весьма важно чувство меры. Не следует преувеличивать роль математической логики в курсе математики.

Введение математических понятий

Первостепенное значение в лекционном курсе высшей математики мы придаем формированию основных математических понятий (определений), так как в большинстве случаев непонимание теоретического материала и сути математических методов объясняется неусвоением понятий.

Для того чтобы вызвать внимание и интерес студентов к математическому понятию, на первом этапе целесообразно мотивировать необходимость введения этого понятия. Большинство понятий классической математики обязано своим происхождением практике. Поэтому, если вводимое понятие имеет фундаментальное прикладное значение, полезно предварительно рассмотреть важные и интересные прикладные задачи, приводящие к этому математическому понятию. Ряд важных математических понятий вызван потребностями самой математики. Здесь также полезно выявить причины введения нового понятия (как исторически оно возникло, какова его теоретическая значимость, какую роль оно будет выполнять в дальнейшем). В результате мотивации раскрываются содержательно-прикладная и смысловая стороны основных математических понятий.

Большое значение мы придаем также форме новых понятий. Здесь прежде всего имеется в виду лаконичность и выразительность определений, удобство для запоминания. Если введенное математическое понятие допускает геометрическую интерпретацию, то ее необходимо дать, поскольку это важно как для раскрытия существа понятия, так и для его усвоения.

Для усвоения понятия важно показать связи нового понятия с уже известными и родственными понятиями. Не следует забывать и об иллюстрирующих понятия примерах, тем более что они демонстрируют широту класса определяемых понятием математических объектов.

Наконец, в лекционном курсе мы стремимся по возможности избегать введения второстепенных, вспомогательных понятий.

Для более глубокого усвоения существа математических понятий и методов, а также экономии времени оказывается плодотворным использование идеи укрупнения дидактических единиц [6] и, в частности, основанного на этой идее одновременного изучения взаимосвязанного математического материала. Достаточно известно, например, подобное изучение линейных геометрических объектов в разделе "Линейная алгебра и аналитическая геометрия".

Менее известен и реже применяется в практике преподавания интересный методический подход к изложению интегрального исчисления [7], связанный с одновременным введением в изучение всех типов определенных интегралов (за исключением криволинейных и поверхностных интегралов 2-го рода). Такое изложение позволяет сделать более выпуклой и запоминающейся основную идею интегрального исчисления и вместе с тем является более экономичным и компактным, чем традиционное изложение. Так, например, все свойства интегралов устанавливаются один раз, а не повторяются заново для каждого конкретного типа интеграла. Особенно удобно и выгодно использовать обобщенное понятие "интеграла по фигуре", его конструкцию и свойства при изучении механических и геометрических приложений кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

При введении математического понятия лектор всегда сталкивается с проблемой выбора того или иного варианта из возможных определений данного понятия. Рациональный выбор определения означает учет психологического восприятия вводимого понятия с точки зрения доступности для понимания данным контингентом обучаемых, а также учет логической структуры курса, которая зависит от принимаемых определений. Так, например, понятие ранга матрицы может быть введено следующими способами:

1) Ранг $(n \times m)$ - матрицы A (n - число ее строк, m - число ее столбцов) по столбцам есть размерность образа, определяемого этой матрицей линейного отображения A: $V_m \to V_n$. Ранг $(n \times m)$ - матрицы по строкам есть размерность образа, определяемого этой матрицей линейного

отображения $A^*: V^*_n \to V^*_m$ (V^*_m - линейное пространство размерности n, сопряженное с V_n).

2) Ранг ($m \times n$) - матрицы по столбцам есть наибольшее число линейно независимых ее арифметических вектор-столбцов. Ранг ($m \times n$) матрицы по строкам есть наибольшее число линейно независимых ее арифметических вектор-строк.

3) Ранг ($m \times n$) - матрицы есть порядок ее базисного минора.

Ясно, что из этих трех возможных определений наиболее привлекательно первое. Однако его введение требует использования достаточно сложных понятий (линейное пространство, сопряженное данному). Кроме того, при арифметической записи матрицы ее связь с линейным отображением и его образом не представляется наглядно. Третье из этих определений наиболее просто в том смысле, что оно не требует обоснования равенства рангов матрицы по столбцам и по строкам.

Что же касается второго из указанных определений, то оно достаточно зримо и в то же время ассоциируется с процедурой отыскания ранга матрицы методом ее элементарных преобразований (по столбцам или по строкам), а также приводит к естественным доказательствам в теории систем линейных уравнений. Учитывая сказанное, мы в курсе лекций выбираем второе из указанных определений [8].

Заметим, что проблема выбора способа определения математического понятия находит выражение в так называемом укрупнении дидактических единиц, описанном выше. Лектор здесь должен проявить дидактическое мастерство, чтобы найти меру отношения абстрактного и конкретного в принимаемом определении с учетом уровня подготовки слушателей.

Выделение основных математических задач

Для поддержания интереса студентов к изучению математики следует стремиться в каждом разделе и теме лекционного курса выделять основные математические задачи. Речь идет не о прикладных, а о чисто математических задачах, рассматриваемых на абстрактном уровне. Это очень важно сделать, так как студент иначе обычно теряется в многообразии определений, лемм и теорем, не усматривая их назначения и связи между ними. Такими задачами могут быть изучение свойств рассматриваемых математических объектов, отношений между ними, отыскание решений уравнений и т. д. При таком подходе к изложению материала удается мотивировать введение ряда значимых вспомогательных понятий.

Математические утверждения. Доказательства математических утверждений

Целесообразно мотивировать формулируемое математическое утверждение, раскрывая его роль и место в решении той или иной математической задачи, в формировании метода математического исследования. Следует специально выделить применяемые в утверждении математические понятия и предварительно актуализировать их.

Утверждению желательно придать четкую логическую структуру в виде связанных между собой высказываний, одно из которых (посылка) составляет условие теоремы, а другое - ее заключение. В отдельных случаях утверждение может предварять разъяснительная часть, содержащая описание участвующих в утверждении математических объектов. Формулировка теоремы должна быть ясной, лаконичной и выразительной.

Не всегда нужно стремиться к ослаблению условий теоремы и тем самым к усилению утверждения; в ряде случаев предпочтительнее наложить более сильные, но простые и понятные условия и мало потерять в общности результата.

Прежде чем переходить к доказательству утверждения, целесообразно для осмысления формулировки этого утверждения дать ему подходящую интерпретацию (либо геометрическую, либо физическую), раскрыть его содержательный смысл. Полезно предварительно обсудить существенность всех условий теоремы, выделить главное условие.

После актуализации опорных понятий и знаний, а также осмысления формулировки математического утверждения, выделения условий теоремы и ее заключения следует наметить путь (метод) доказательства. Для сложных теорем целесообразно представлять схему доказательств, содержащую основные этапы рассуждений и связи между ними. В процессе доказательства следует акцентировать внимание студентов на том, где и как используются условия теоремы, где главный момент доказательства. На наш взгляд, расчлененное и содержательное доказательство гораздо предпочтительнее формального доказательства, поскольку важная роль при этом отводится интуиции, эвристическому поиску, правдоподобным рассуждениям.

Жесткие временные рамки вынуждают нас в ряде случаев отказаться от полноты доказательств теорем: например, можно провести доказательство только прямой теоремы и ограничиться некоторыми комментариями к доказательству обратной теоремы; если доказательство утверждения сводится к разбору нескольких однотипных случаев, то возможно ограничиться доказательством только в одном из них.

Доказательство математического утверждения ценно не столько само по себе, сколько по характеру выявления свойств изучаемых понятий и возникновению у обучаемого психологической уверенности в правильности доказываемых утверждений. Что касается строгости приводимого доказательства, то необходимо соблюдение следующих положений:

1) все, что говорится по ходу доказательства, должно быть правильным и логически последовательным;

2) необходимо указать все возможные случаи, которые следует рассмотреть, и выделить те из них, которые в ходе доказательства не рассматриваются, последние либо должны быть рассмотрены самостоятельно, либо приняты "на веру";

3) следует выделить те места, в которых требуется дополнительное обоснование при вполне строгом проведении доказательства;

4) используемые по ходу доказательства геометрические модели и образы при указанных ограничениях должны адекватно отражать рассматриваемые понятия.

Так,обосновывая формулу $(\int_a^x f(t)dt)'=f(x)$ с помощью геометрического образа криволинейной трапеции и ее площади и полагая по ходу доказательства $\Delta x>0$, необходимо указать, что аналогичное рассуждение применимо и в случае $\Delta x<0$. Кроме того, следует указать, что приведенное рассуждение является доказательством лишь в случае $f(x)\geqslant 0$. Можно указать, что в общем случае приводится аналитическое доказательство. Заметим, что, не являясь общим, указанное доказательство приводит к психологической убежденности в правильности формулы. Безусловно, если время позволяет, полезно рассмотреть общий случай, иллюстрируя его при $f(x)\geqslant 0$ рисунком.

Иллюстрирующие примеры и задачи

В лекционном курсе важное место занимают примеры, контрпримеры и различного уровня задачи. Они могут использоваться внутри построения теории (при введении понятий, обнаружении математических фактов и доказательствах), а также иллюстрировать применение формул, теорем и методов.

Формированию многих свойств и фактов помогает индуктивный прием [3,4], связанный с выявлением закономерности на простых частных примерах (случаях) и распространением (обобщением) этой закономерности на общий случай. Существенную роль в установлении свойств математических объектов в анализе условий теорем выполняют контрпримеры.

С другой стороны, примеры и задачи помогают не только понять, как пользоваться полученными формулами и установленными теоремами, но и представить возможности и особенности применения математических методов и теорий в важных прикладных задачах. Мы придаем большое значение также технически простым, но ключевым для проведения практических занятий примерам и задачам.

Иногда (если позволяет время) полезно рассмотреть некоторые примеры и задачи из специальных дисциплин, допускающие стандартную математическую формализацию и решение.

В заключение еще раз подчеркнем, что эффективность лекционного курса мы оцениваем в первую очередь мерой его усвоения данным контингентом студентов, считая необходимым достижение целей, указанных во вводной части статьи. В связи с этим следует четко представлять потребности в математической подготовке для изучения профессиональных дисциплин, что позволит выделить те разделы курса, которые необходимо изучить на уровне умений или трансформации. Кроме того, ряд вопросов курса нужно изучить для его изложения в логической последовательности: эти вопросы можно изучить на уровне знакомства или понятий, если они не потребуются в дальнейшей профессиональной подготовке студентов.

Литература

1. Высшая математика: Программа для инж.-техн. спец. высш. учеб. заведений (450 учеб. часов). М.: Высш. шк., 1984. 24 с.

2. Программа дисциплины "Высшая математика" для инженерно-педагогических специальностей /Свердл.инж.-пед.ин-т. Свердловск,1989.20 с.

3. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. 464 с.

4. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976. 448 с.

5. Верников М. Б. О геометризации курса высшей математики// Вопросы совершенствования преподавания высшей математики в инженерно-педагогическом вузе/Свердл.инж.-пед.ин-т. Екатеринбург, 1992. С. 22-42.

6. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в

обучении математике. М.: Просвещение, 1986. 226 с.

7. Хавинсон С.Я. Лекции по интегральному исчислению. М.: Высш.шк., 1976. 198 с.

8. Верников М. Б., Черных Н. И. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учеб. пособие/Свердл.инж.-пед.ин-т. Екатеринбург, 1992. Ч 1. 123 с.

А.М.Илышев,
Е.И.Чучкалова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА МОМЕНТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Важной предпосылкой эффективного регулирования качества учебного процесса является организация систематического контроля за его ходом, а также за продуктивностью использования учебного времени студентами. Такого рода контроль при проведении аудиторных занятий может быть внешним либо внутренним.

Внешний контроль, осуществляемый учебной частью, деканатами и кафедрами, представляется малоэффективным. Ведь это довольно грубое средство вторжения со стороны в ход учебного занятия, которое вызывает отрицательную эмоционально-психологическую реакцию как со стороны студентов, так и в особенности преподавателей. Суждения же контролеров о продуктивности учебных занятий по отдельным косвенным признакам (шум, доносящийся из аудитории, не вполне строгое соблюдение регламента перерывов и т.п.) являются субъективными и носят формальный характер.

Более эффективен, по нашему мнению, внутренний контроль самим преподавателем хода занятия и использования учебного времени студентами, т.е. систематическое применение способа самоконтроля. В первом случае имеет место оперативный самоконтроль, а во втором - косвенный самоконтроль (через наблюдение за использованием учебного времени студентами). При этом может быть применен метод моментных наблюдений, успешно зарекомендовавший себя при проведении массовых фотографий работы оборудования и рабочего времени в промышленности [1,2]. Метод моментных наблюдений может быть использован в вузе прежде всего для осуществления оперативного самоконтроля за темпом, логикой и формой изложения лекционного материала, а также за степенью вовлеченности студентов в