26. Семин Ю. Н. Теория и технология интеграции содержания общепрофессиональной подготовки в техническом вузе. дис. … докт. пед. наук. Ижевск, 2001. 402 с.

27. Сичивица О. М. Сложные формы интеграции науки: могр. М.: Высш. шк., 1983. 152 с.

28. Ставская Н. Р. Философские вопросы развития современной науки (Социологические и методологические проблемы интеграции науки): учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1974. 231 с.

29. Старченко С. А. Интеграция содержания естественнонаучного образования в лицее (теоретико-практический аспект). М.: Издат. дом «Подмосковье», 2000. 280 с.

30. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.

31. Чапаев Н. К. Категориальное поле органической парадигмы интеграции: персоналистски-педагогический аспект // Понятийный аппарат педагогики и образования: сб. науч. тр. / отв. ред. Е. В. Ткаченко. Вып. 1. Екатеринбург, 1995. С. 61–77.

32. Челпанов Г. И. Учебник логики. М.: Издат. группа «Прогресс», 1994. 248 с.

33. Черепанов В. С. Экспертные оценки в педагогических исследованиях. М.: Педагогика, 1989. 152 с.

34. Эйнштейн А. Основы теории относительности. М.; Л.: Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР; Глав. редакция общетехн. лит. и номографии. 1935. 106 с.

УДК 510.6(091)

И. А. Иванов

ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ПРИМЕНЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ ЛОГИКИ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

В статье рассматриваются исторический аспект, состояние и перспективы развития вопроса привлечения логики прикладной математики для построения математических моделей и использования ее в обучении математике как в школе, так и вузе.

Ключевые слова: прикладная математика, рациональная логика, рационализм, конструктивизм, формальная логика.

The article is devoted to the historical aspect, current state and perspectives of the issue on applied mathematics logic usage in simulators pattering and its further application both in secondary and high school teaching.

Key words: applied mathematics, rational logic, rationalism, constructivism, formal logic.

Анализ истории развития математики и ее современного состояния показывают, что математика как наука развивается в синкретическом единстве двух направлений – теоретической и прикладной математики. По мнению Д. Хорафаса, «в самом широком плане математику можно разделить на две области. Ученые, работающие в одной из них, имеют дело с символами, их комбинациями и свойствами в формализованном виде. Математики, ведущие исследования в другой области, интересуются значением символов, т. е. смысловым содержанием теории, связанной с реальным миром. Это, фактически, один из подходов к определению понятий “теоретическая математика” и ”прикладная математика”» [11, с. 130].

Эти два направления (или аспекта) науки математики различаются, прежде всего, применяемой логикой: в теоретической математике при построении доказательных рассуждений используется только формальная логика, а в прикладной – конструктивная логика, когда речь идет об обосновании теорий в области информатики, и рациональные рассуждения (а также логика) – в случае построения математических моделей, прежде всего в естествознании.

Рационализм (от лат. *rationalis* – разумный, *ratio* – разум) – «точка зрения рассудка, соответственно – разума; совокупность философских направлений, делающих центральным пунктом анализа разум, мышление, рассудок – с субъективной стороны, а разумность, логический порядок вещей – с объективной» [7, с. 386]. Под термином «рациональный», соответственно, понимается: «1) разумный, отправляющийся от разума, осуществляющийся благодаря разуму; 2) соответствующий разуму, целесообразный, практический, вполне осмысленный» [7, с. 386]. Противоположным понятию «рациональное» является понятие «ирррациональное» (от лат. *irrationalis* – неразумное) – «то, что не может быть постигнуто разумом, что явно не подчиняется законам логики, что оценивается как “сверхразумное”, “противоразумное”...» [7, с. 188]. Понятие «иррациональное» связывается с понятием трансинтеллигибельности.

Неформальный характер рациональной логики и некоторые недостаточно четко (с точки зрения теоретической математики) формализуемые понятия прикладной математики всегда по необходимости приводят к результатам, уступающим по степени достоверности (с точки зрения логической строгости) результатам, получаемым в теоретической математике. Однако современные достижения науки, техники и технологий не могли бы появиться при использовании только методов теоретической математики. Возникает проблема оценки правомерности применения рациональной логики для получения и анализа результатов как прикладного, так и теоретического математического исследования, а также степени достоверности этих результатов. Существенный рост и развитие многочисленных результативных прикладных направлений современной математики открывают новые аспекты проблемы логического обоснования в науке математике – проблемы, исконно связываемой с ее теоретической составляющей.

Рассмотрим отношение к прикладной математике ученых, проводивших свои исследования в различных областях знания.

Влияние применяемой логики на продуктивность математической теории и ее дальнейшее развитие физик Луи де Бройль определяет следующим образом: «Математический язык является чисто дедуктивным, он позволяет строго выводить следствия из посылок. Эта строгость, являющаяся его силой, является также его слабостью, поскольку она замыкает его в круг, за пределы которого он не может выйти. Математическое рассуждение должно установить следствия, которые уже содержатся в посылках, не будучи еще очевидными; следовательно, оно не может дать в своих выводах ничего более того, что содержится неявно в исходных гипотезах… Итак, не чистые дедукции, а смелые индукции и оригинальные представления являются источниками высокого прогресса науки» [3, с. 326].

В связи с приложениями математики к биологии Н. Бейли заметил: «Вполне возможно, что для решения уравнений нужны некоторые дополнительные условия или допущения, либо их трудно решить именно в той форме, в какой они представлены. В этом случае математик может ввести дополнительные ограничения или произвести некоторые изменения, позволяющие решить эти уравнения. Но может оказаться, что произведенные им изменения не соответствуют духу первоначальной биологической задачи, и в результате будет затрачено много сил на сложные, но бесполезные математические расчеты в поисках точного решения ошибочной задачи. Для того чтобы математик узнал, что именно в конечном счете допустимо с точки зрения биологии, он должен проявить интерес к самой биологической задаче и познакомиться с ней во всех деталях» [2, с. 144].

Президент Американской ассоциации экономистов В. В. Леонтьев, говоря о резко возросшем увлечении формальными схемами в экономике, говорил: «Некритическое увлечение математическими формулами часто ведет к тому, что за внушительным фронтом алгебраических символов скрываются положения легковесные с точки зрения сущности предмета… Эмпирический анализ оценивается теперь ниже, чем формальное математическое доказательство» [9]. Действительно, во многих случаях статистический анализ осуществляется на базе массива данных, надежность которых в силу объективных причин невысока, поэтому строгость математических методов не гарантирует качества получаемых выводов в результате применения этих методов.

Приведенные высказывания, подчеркивая роль прикладной математики, доказавшей свою состоятельность в процессе эволюции научно-технического прогресса в области информационных и нанотехнологий, в настоящее время выражают точку зрения «прикладников» о необходимости пересмотра отношения к применяемой в прикладной математике логике, более широкой ее легализации, т. е. перевода понятий «логика теоретической математики» и «логика прикладной математики» из отношения контрадикторности в отношение контрарности, по крайней мере.

В качестве подтверждения уже наметившегося процесса «интеграции» на уровне используемых понятий, причем вполне «реальных» по смыслу и семантике терминов, при построении теорий в теоретической математике можно привести такой пример. В параграфе «Обозначения, терминология» статьи С. В. Востокова, И. Б. Жукова и Г. К. Пака «Расширение с почти максимальной глубиной ветвления» для конечного расширения L/K вводятся его виды: «ручное», «дикое», «свирепое», «дико-свирепое», наряду со «стандартным» «строго сепарабельным» [4, с. 79]. И далее, например, вполне естественны следующие обороты речи: «Другими словами, дико-свирепое расширение является расширением, которое можно представить как *башню* расширений степени p, каждое из которых либо *дикое*, либо *свирепое*» [4, с. 80] (курсивом выделены понятия, «нетипичные» для теоретической математики. – *И. И.*).

Как известно, в настоящее время существует достаточно много *логических систем*, используемых как в различных областях самой математики, так и ее приложениях. Реальность (и математическая в том числе) в своей объективной многогранности необходимо порождает множество различных логических аспектов, являющихся основой для построения различных логических структур. Существует достаточно много основ классификации таких структур.

Исторически наиболее ранней из них является *дедуктивная логика* Аристотеля, называемая также *формальной*, так как она возникла и развивалась как наука о формах мышления. Классическая логика, начиная со времен Аристотеля и вплоть до конца XIX в., считалась «правильной» и единственно возможной. Французский философ Р. Декарт (1569–1650) вместе со своими последователями (А. Арно и П. Николем), выступая с критикой средневековой схоластики, развил идеи дедуктивной логики, изложив правила научного исследования в сочинении «Правила для руководства ума». Немецкий философ Г. Лейбниц (1646–1716), сформулировавший закон достаточного основания, выдвинул идею *математической логики.* Существенный вклад в развитие математической логики внесли труды немецкого философа И. Канта и более поздние работы Д. Гильберта.

Диалектическая логика (логика Гегеля) изучает законы развития человеческого мышления, а также методологические принципы и требования, которые формируются на их основе. К ним относятся объективность и всесторонность рассмотрения предмета, принцип историзма, раздвоение единого на противоположные стороны, восхождение от абстрактного к конкретному, принцип единства исторического и логического и др. Диалектическая логика служит методом познания диалектики объективного мира.

Символическая логика – логика высказываний, логика предикатов, вероятностная логика и т. д. – исследует законы построения высказываний с заданным значением истинности на основе оперирования своими объектами (символами) по соответствующим правилам.

Если, например, в качестве основы классификации взять многозначность истинностных значений, то возникает либо *двузначная* (пропозициональная) логика – логика теоретической математики, либо *многозначная логика*, в которой допускается некоторое множество значений истинности. В разработанной польским логиком Я. Лукасевичем *трехзначной логике* вводится третье значение – «возможно» («нейтрально»). Если распространить этот подход дальше, получаются *четырехзначная* и *бесконечнозначная логики*. Им же построена система *модальной логики* со значениями «возможно», «невозможно», «необходимо», «вероятно» и т. п. В правоведении используется раздел модальной логики, получивший название *деонтической логики*, исследующий структуры языка предписаний, т. е. высказываний со значениями «обязательно», «разрешено», «запрещено», «безразлично».

Вероятностная логика исследует высказывания, принимающие множество степеней правдоподобия, – от 0 до 1. Если, как часто бывает в прикладной математике, отказавшись от абсолютизации понятия «истина», включить в это понятие требование о существовании конкретного эффективного способа для ее установления, то возникает *конструктивная* (*конструктивистская*) *логика*.

В настоящее время нет четко сформулированного определения понятия *рациональная логика*, но тем не менее на интуитивном уровне оно широко используется как в самой прикладной математике (в задачах, связанных, например, с математическим моделированием), так и за ее пределами – часто в философской литературе по вопросам устройства бытия. Ставится проблема формализации понятия «рациональная логика» в прикладной математике – определения его объема и содержания и, далее, переноса разработанного теоретического аппарата в методику преподавания математики с целью использования его в обучении математике учеников профильных средних школ и вузов.

Следует заметить, что уже созданы учебные пособия (пока для вузов), при подготовке которых «использовался *конструктивный* подход» [1, с. 2].

Существенным моментом, определяющим широкие возможности применения рациональной логики в процессе обучения математике в школе, является ее «личностно-ориентированная направленность»: ученик не детерминирован рамками формальной логики, у него появляется определенная «интеллектуальная мобильность» при построении математических моделей. Этот аспект влияет на формирование целого спектра качеств личности школьника и изменение его психологического комфорта – повышается уровень мотивации изучения предмета, снижается уровень тревожности, создаются предпосылки для устойчивого состояния достижения успеха. Использование рациональной логики позволяет развить у ученика умения и навыки построения математических моделей, адекватные тем, которые имеют место в реальной ситуации прикладного математического исследования. Кроме того, появляется возможность построения школьного курса алгебры и начал анализа в легализованной логике рациональных рассуждений, которая не ограничивает изложение учебного материала рамками формальной логики и позволяет обойти при обучении трудности чисто математического характера. Такой подход, как показывают исследования, весьма продуктивен не только в классах гуманитарного и естественно-научного профилей, но и в базовых классах основной школы.

Литература

1. Акимов О. Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. 2-е изд., доп. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 376 с.

2. Бейли Н. Математика в биологии и медицине. М.: Мир, 1970. 128 с.

3. Бройль Л. По тропам науки. М.: Иностр. лит., 1962.

4. Вопросы теории представлений алгебр и групп-6: сб. работ / РАН, отд-ние Математ. ин-та им. В. А. Стеклова, Санкт-Петербург; [под ред. А. И. Генералова и А. И. Скопина] // Записки научных семинаров ПОМИ. – СПб., 1999. Т. 265. 330 с.

5. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. М.: Наука, 1979. 560 с. (Математическая логика и основания математики).

6. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Теория доказательств. М.: Наука, 1982. 656 с. (Математическая логика и основания математики).

7. Краткая философская энциклопедия. М.: Изд. группа «Прогресс» – «Энциклопедия», 1994. 576 с.

8. Кушнер Б. А. Лекции по конструктивному математическому анализу. М.: Наука, 1973. 560 с. (Математическая логика и основания математики).

9. Леонтьев В. Теоретические допущения и ненаблюдаемые факты // США – экономика, политика, идеология. – 1972. – № 9. – С. 101–104.

10. Новиков П. С. Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М.: Наука, 1977. 560 с. (Математическая логика и основания математики).

11. Хорафас Д. Н. Системы и моделирование. М.: Мир, 1967.

Редакция приносит извинения Евгению Викторовичу Ткаченко за внесенные при правке изменения, исказившие в некоторых случаях текст его доклада, опубликованном в журнале № 2(50), 2008 г. Приведенный ниже текст дается в авторской редакции.

Е. В. Ткаченко

О КРИТЕРИЯХ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ДИССЕРТАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Выступление Е. В. Ткаченко на совместном Заседании Президиума РАО, руководства ВАК и Рособрнадзора 23 января 2008 г.

E. V. Tkachenko's appearance on the combined Meeting of Presidium Russian Academy of Education, leadership Superior Certifying Commission and Russian supervision over education 23 January 2008.

Сегодня надо говорить о том, что можно положить в основу критериев оценки качества диссертационных исследований. Я хотел бы про-