

**С.П. Трофимов**

**ЗАКРЕПЛЕНИЕ КОМПЕТЕНЦИИ ПРОВЕРКИ КОРРЕКТНОСТИ РЕШЕНИЯ В  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИНАХ**

*Трофимов Сергей Павлович*

*tspb1@mail.ru*

*НАЧОУВО Уральский институт экономики, управления и права, Россия, г. Екатеринбург*

**COMPETENCE AMPLIFICATION OF CORRECTNESS RESULT VERIFICATION IN  
MATHEMATICAL DISCIPLINES**

*Trofimov Sergey Pavlovitch*

*Ural Institute of Economics, Management and Law, Russia, Yekaterinburg*

***Аннотация.** Умение осуществлять проверку корректности и эффективности полученного результата является важной компетенцией для всех направлений подготовки. Проверка правильности решения должна являться обязательным завершающим этапом решения математической задачи. На примере дифференцирования и интегрирования функций показано, что при тестировании используются простые численные алгоритмы, которые можно реализовать с помощью базовых возможностей пакета Excel. Усвоение естественнонаучных компетенций легче реализовать с помощью численных методов, которые закрепляются в процессе постоянного тестирования.*

***Abstract.** The ability to verify the correctness and effectiveness of the result is an important competence for all areas of training. Checking the correctness of the decision should be a mandatory final stage of solving mathematical problems. On the example of differentiation and integration of functions shown that when tested using simple numerical algorithms that can be implemented using the basic features package Excel. Assimilation of natural competence easier to implement with the help of numerical methods, which are fixed in the process of constant testing.*

***Ключевые слова:** тестирование; численные методы; правильность решения.*

***Keywords:** testing; numerical methods; the correctness of the decision.*

Математические дисциплины – единственные из дисциплин, для которых возможно проведение проверки правильности решения, то есть тестирования решения. Проверка ответа должна являться обязательным этапом решения задачи в тех случаях, когда такая проверка возможна.

Тестирование решения и проведение тестов – разные вещи. Тестирование неизбежно привлекает смежные темы. Тестирование воспитывает интуицию. Интуиция – это способ нахождения истины, привлекающий соображения, далекие от предмета истины.

Имеются два вида тестирования:

- проверка правильности применяемой формулы,
- проверка правильности численных расчетов.

Тестирование особенно характерно для программирования. К тестированию программных функций предъявляют следующие требования. Прозрачность означает, что тест выдает сообщения только в случае обнаружения ошибки. Автоматизм предполагает неучастие программиста или пользователя программы в проведении теста. Всеобъемлемость означает рассмотрение всех возможных вариантов входных данных. И наконец, иллюстративность позволяет рассматривать тестовую функцию, как один из возможных способов документирования тестируемой функции.

При создании тестов следует помнить о двух правилах. Правило «20-80» подразумевает, что 80% исходного кода программы обрабатывает 20% нештатных или некорректных ситуаций. Поэтому тестирование требует значительных усилий и имеется правило «50-50», которое означает, что 50% средств рекомендуется направлять на разработку и применение тестов.

Приведем практические примеры тестирования в математике.

1. Нахождение производных функции одной переменной традиционно сводится к применению нескольких табличных формул и правил: производная суммы, произведения, частного двух функций, производная сложной и обратной функции.

Как правило, в результате дифференцирования вид функции усложняется. Проверить правильность результата аналитическим способом не представляется возможным.

Рассмотрим несколько способов тестирования производных.

1.1. При графическом способе надо построить график функции  $y = f(x)$ . Выбираем некоторую удобную точку  $x_0$ . Проведем воображаемую касательную к графику в точке  $x_0$ . Касательная является прямой, задаваемой уравнением

$$y(x) = f(x_0) + f'(x_0) * (x - x_0)$$

Возьмем точку  $x_1 = x_0 + 1$  и приближенно по графику найдем значение  $y(x_1)$ . Далее найдем приближенно из графика разность  $y(x_1) - f(x_0)$  и вычислим значение производной  $f'(x_0)$ . Если выполняется приближенное равенство

$$y(x_1) - f(x_0) \approx f'(x_0),$$

то аналитическая производная  $f'(x_0)$  вычислена верно.

Для проведения данного теста студент должен уметь строить графики функций одной переменной. Базовым вычислительным пакетом в настоящее время является табличный процессор *Microsoft Excel*. Пакет включает в себя объектно-ориентированный язык и среду визуального программирования *Visual Basic for Application*. Основы программирования студент может получить при изучении дисциплины «Информатика», которая изучается одновременно с математическими курсами. Навыки построения графиков также должны даваться на «Информатике».

В версии *MS Office 2003* для программирования функции необходимо выполнить следующие простые и понятные действия: «Сервис – Редактор VBA – Вставка модуля – Вставка функции» и набрать исходный код функции. Например,

```
function f(x)
    f = sin(x) + cos(x)
end function
```

1.2. Численное дифференцирование. Из определения производной функции

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

вытекает «правая» формула численного дифференцирования

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \quad (1)$$

где  $\Delta x$  - достаточно малое число.

Допустим, студент записал функции  $f(x)$  и  $f'(x)$  на VBA. Для проверки правильности дифференцирования выбираем «удобное» число  $x_0$  и малое  $\Delta x = 10^{-6}$ . Вычисляем производную в точке  $x_0$  двумя способами: по формуле (1) и путем вызова функции VBA для  $f'(x)$ . Сравниваем два числа. Если они близки друг к другу, то производная, скорее всего, вычислена правильно. Для большей уверенности в тесте, лучше провести его в нескольких точках  $x_0$ .

1.3. Тестирование неопределенных интегралов. Допустим, найден аналитическим способом неопределенный интеграл.

$$\int f(x) dx = F(x) + C,$$

где  $F(x)$  – некоторая первообразная. Тогда, как известно студенту,

$$F'(x) = f(x).$$

Записываем функции  $f(x)$  и  $F'(x)$  на языке VBA. Выбираем произвольное «удобное»  $x_0$ , вычисляем производную  $F'(x_0)$  по формуле (1) и сравниваем два числа  $F'(x_0)$  и  $f(x_0)$ . Если они приближенно равны, то интеграл вычислен, скорее всего, правильно.

2. Вычисление определенных интегралов. К определенным интегралам сводятся многие практические и экономические задачи: нахождение площадей плоских фигур, длин дуг на плоскости и в пространстве, объемов. Для решения подобных задач необходимо находить производные и интегралы функций. Если функция задана графически или таблично, то аналитическое дифференцирование не применимо. Студент должен уметь вычислять интегралы с помощью Excel. Для вычисления определенного интеграла (в данном случае, это площадь подграфика функции  $f(x)$ )

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

достаточно запрограммировать функцию  $f(x)$  и составить таблицу

$x$	$a$	$a+h$	.....	$b-h$	$b$
$f(x)$	$=f(a)$	$=f(a+h)$	.....	$=f(b-h)$	$=f(b)$

В качестве шага интегрирования берем  $h = (b - a) / N$ , где  $N = 100$ . Тогда по формуле «левых» прямоугольников получаем

$$I \approx (f(a) + f(a + h) + \dots + f(b - h)) \cdot h \quad (2)$$

Данный подход также позволяет строить графики функций, их производных и первообразных.

Вычисления производных и интегралов не должны остаться в памяти студента в виде применения последовательности нескольких правил дифференцирования и интегрирования. Математика дает инструмент для прикладного специалиста, и этот инструмент должен быть простой и удобный. Студент должен уметь получать приближенные значения этих формул и проверять их правильность.

Использование численных формул (1), (2) позволяет студенту освободиться от впечатления, что функция может быть задана только аналитически. Для прикладного специалиста функции задаются, как правило, в табличном или графическом виде. Для преобразования табличной функции к виду, пригодному для выполнения математических действий, необходимо применять методы аппроксимации и интерполяции. На изучение подобных вопросов в математических дисциплинах, как правило, времени не остается.

УДК 37.013

**Н.В. Хмелькова, А.В. Агеносов, А.Н. Скворцова**  
**ТРАНСДИСЦИПЛИНАРНОСТЬ И КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В**  
**СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ**

*Хмелькова Наталья Владимировна*

*Umnichka-72@mail.ru*

*НОУВПО Гуманитарный университет, г. Екатеринбург*

**TRANSDISCIPLINARITY AND THE COMPETENCE APPROACH IN MODERN**  
**EDUCATION**

*Hmelkova Natalya Vladimirovna*

*Umnichka-72@mail.ru*

*Liberal Arts University, Ekaterinburg*

*Аннотация.* В статье авторы раскрывают трансдисциплинарные аспекты компетентностного подхода в современном образовании.

*Abstract.* In article the authors consider the transdisciplinary aspects of the competence approach in modern education

**Ключевые слова:** трансдисциплинарность; компетентностный подход; компетентность.

**Keywords:** transdisciplinarity; competence approach; competence.