# ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 511

**В. И. Игошин**

## ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В ОБЛАСТИ ДИСЦИПЛИН ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ БАКАЛАВРИАТА И МАГИСТРАТУРЫ

*Аннотация.* Предметом предлагаемой вниманию работы является один из аспектов современной фундаментальной подготовки будущих учителей математики и информатики – обучение в области дисциплин дискретной математики. Именно эти разделы математической науки в последней трети XX в. – начале XXI в. приобрели первостепенное значение в сфере многочисленных и разнообразных практических приложений. Дана характеристика модели математического образования педагогов в вузе, включающая курсы математической логики, дискретной математики и теории алгоритмов. Поскольку в высшей школе сейчас принята двухступенчатая система подготовки специалистов, модель содержит три модификации (уровня): общее обучение и углубленное обучение в бакалавриате и обучение в магистратуре. Модель сконструирована на основе всестороннего анализа той роли, которую в обучении математике играет логика, и тех идей и методов дискретной математики, которые к настоящему времени проникли в школьные курсы математики и информатики.

Предлагаемая автором модель призвана служить методологической основой для разработчиков учебных планов и рабочих программ педагогических вузов и педагогических отделений классических университетов. Обучение в соответствии с этой моделью позволит готовить таких бакалавров и магистров педагогического образования, которые будут одинаково эффективно владеть как методами логических рассуждений и доказательств, необходимых учителю математики, так и прикладными инструментами дискретных математических наук, без которых невозможно представить современные информатику и программирование.

*Ключевые слова:* математическая логика, дискретная математика, теория алгоритмов, учитель математики и информатики, бакалавриат и магистратура, модель фундаментальной подготовки.

*Abstract.* The research subject concerns the discrete mathematics teaching - a fundamental aspect of training the future teachers of mathematics and computer science. This field of mathematics has had the priority in various practical applications since 1970s and till our days. The paper outlines the model of pedagogical mathematical education including the following disciplines: mathematical logic, discrete mathematics and algorithm theory. The given model is developed for three educational levels: general education, in-depth bachelor course and post-graduate course, and is based on the comprehensive analysis of mathematical logic and discrete mathematical ideas and methods incorporated in the school course of mathematics and computer science.

The recommended model can be taken as the methodology basis for developing educational plans and curricula for pedagogical higher schools and departments of classical universities to provide the graduates with the application tool of discrete mathematics.

*Keywords:* mathematical logic, discrete mathematics, algorithm theory, teacher of mathematics and computer science, bachelor and post-graduate course, model of fundamental education.

## Двухуровневая система обучения в вузе

Высшее образование России полностью и окончательно приняло Болонскую концепцию подготовки специалистов, согласно которой введены два образовательных уровня – бакалавра и магистра. Такая структура высшей школы позволяет каждому студенту выбрать индивидуальную траекторию получения образования. Для подготовки учителей средней школы, в том числе учителей математики и информатики, эта структура может оказаться весьма естественной и даже плодотворной, если придерживаться определенного подхода к ней.

Бакалавриат следует условно подразделить на две ступени:

- первая (1–2-й курсы) – образовательная, преследует цели выравнивания и профориентации;
- вторая (3–4-й курсы) обеспечивает образовательную и профессиональную подготовку наиболее массовой категории учителей-предметников для неполной средней школы.

В зависимости от выбранного направления и успехов в обучении выпускник получает образовательную квалификацию «бакалавр педагогического образования» (по соответствующей специальности) и профессиональную квалификацию «учитель 5–9-х классов» (по соответствующему предмету).

Третья ступень – магистратура (1–2 года) – позволит готовить преподавателей (учителей) для всех типов средних учебных заведений («магистров образования»), а также преподавателей вузов и научных работников в области методики преподавания соответствующих дисциплин («магистров наук»). Магистратуру заканчивают около 25% получивших степень бакалавра. Выпускники магистерского уровня призваны пополнять контингент учителей-предметников 10–11-х классов, а также учителей, работающих в лицеях, гимназиях, колледжах и прочих специализированных школах и классах с углубленным изучением математики. В рамках магистратуры также может осуществляться быстрая «штучная» подготовка преподавателей вузов и научных работников («магистров наук») по индивидуальному заказу учебного заведения.

Такая дифференциация системы образования требует глубокой переработки учебных планов и рабочих программ изучаемых дисциплин, в частности – соответствующего уровневого ранжирования учебных предметов.

В настоящее время фундаментальные разделы дискретной математики сосредоточены в курсах «Математическая логика», «Дискретная математика», «Теория алгоритмов». Совокупность этих математических дисциплин имеет ярко выраженные двоякую природу и двоякий характер. С одной стороны, источником этих дисциплин является, несомненно, математическая логика, выросшая из аристотелевой логики как науки о законах и способах правильного мышления, рассуждений и доказательств. С другой стороны, открытые колоссальной силы прикладные возможности математической логики, связанные с конструированием и функционированием компьютеров, привели к возникновению и развитию на ее основе теории алгоритмов и ряда математических дисциплин, получивших общее название «Дискретная математика». Во второй половине XX в. эти разделы математики стали весьма бурно развиваться и в западной традиции получили наименование компьютерных наук, или «computer science». Все они имеют отчетливую прикладную направленность и ориентированы на информатику и программирование. Если в XVIII–XIX вв. главным прикладным разделом математики был математический анализ и связанные с ним дисциплины, использующие для построения математических моделей явлений природы методы непрерывной математики, то в XX в., вне всякого сомнения, наиважнейшим прикладным разделом математики стали дисциплины дискретной математики.

Таким образом, при подготовке будущих учителей математики и информатики возникает следующая двуединая научно-методическая проблема:

- во-первых, современный преподаватель должен владеть методами логики как науки о законах и способах правильного мышления, рассуждений и доказательств; понимать существо взаимодействия математики и логики в процессе развития математики как науки и осуществлять в своей педагогической деятельности вытекающее отсюда дидактическое взаимодействие математики и логики;
- во-вторых, он должен обладать знаниями о прикладных аспектах дисциплин дискретной математики, понять и донести своим будущим ученикам, как эти методы работают при конструировании компьютеров, как направляют работу компьютеров и какую роль играют в информатике, т. е. при сборе, хранении и обработке информации.

В данной работе описывается модель фундаментальной математической подготовки будущих учителей математики и информатики в педагогическом вузе в области дисциплин дискретной математики, позволяющая, на наш взгляд, в большей или меньшей степени решать указанную двуединую научно-методическую проблему. Система двухуровневой подготовки специалистов (бакалавриат и магистратура) накладывает на решение этой проблемы дополнительные условия, поэтому предлагаемая модель имеет три модификации: общее и углубленное обучение в бакалавриате и обучение в магистратуре. Общее обучение применимо на первом, образовательном уровне бакалавриата. Углубленное может быть применено в курсах по выбору (спецкурсах и спецсеминарах) на втором, профессиональном уровне (ступень бакалавра). Наконец, высший уровень может быть достигнут при обучении ограниченного числа студентов на третьей ступени – в магистратуре. Такая градация позволит основной массе будущих учителей математики и информатики освоить элементарные основы дискретных математических наук, а некоторым из них приобрести и более глубокие знания в этой области.

Содержание курсов дискретных математических наук «Математическая логика», «Дискретная математика», «Теория алгоритмов» должно быть разделено на две составные части – бакалаврскую и магистерскую. При этом чрезвычайно важно, особенно на уровне бакалавриата, не допустить ослабления фундаментальности подготовки будущих учителей математики и информатики. Академик Андрей Петрович Ершов призывал базировать фундаментальность на «дискретном анализе и основаниях математики». Особое значение он придавал последним: «Этот курс должен быть методологическим, раскрывать сущность математического метода. Такой курс представляется мне очень важным. Сейчас, вообще говоря, *сущности математического метода* [выделено нами. – *В. И.*] не учат. Профессиональные математики до этого не доходят, а прикладные специалисты получают огромный багаж сведений по математике, зачастую не зная, как им пользоваться. Нам нужно довести систему законов обработки информации до той же степени стройности и заразительности, какой сейчас обладает курс математического анализа, читаемый в лучших университетах» [1, с. 293–294]. Таким образом, из фундаментальности подготовки будущего учителя математики и информатики в области основ математики, т. е., фактически, логики, будет проистекать фундаментальность его подготовки в сфере приложений методов дискретной математики. Кроме того, для сохранения фундаментальности обучения при изложении каждого из разделов дисциплин дискретной математики необходимо наглядно демонстрировать точки соприкосновения теоретических понятий и теорем с их приложениями к практическим задачам информатики и программирования.

Исходя из этого и разрабатывалась модель фундаментальной математической подготовки в области дисциплин дискретной математики будущих учителей математики и информатики в педагогическом вузе.

**Бакалавриат**

Курс «Математическая логика», с одной стороны, призван сыграть ту методологическую роль в формировании учителя математики и информатики, о которой говорил А. П. Ершов: показать цементирующее значение логики для математики, существо основного логического метода математики – аксиоматического, включая построения формальной теории высказываний и ее метатеории, заложить базу для освоения логического и логико-математического языков. С другой стороны, курс должен продемонстрировать колоссальные прикладные возможности логики в ее математическом обличье: показать применение ее методов в конструировании элементов компьютера (функциональные и переключательные схемы), проектировании языков логического (хорновского) программирования, при анализе алгоритмов на правильность.

*Базовый курс математической логики* предназначен для изучения всеми будущими учителями информатики. Его содержание составляют темы «Алгебра высказываний», «Начала теории булевых функций», «Логика предикатов», «Аксиоматический метод в математике». Некоторые вопросы, связанные, например, с теоремой Поста о полноте систем булевых функций, с проблемами разрешения для выполнимости и общезначимости формул логики предикатов, изучаются в базовом курсе в обзорном порядке, без доказательства содержащихся в них теорем.

Чтобы обучение математической логике было максимально направлено на будущую педагогическую деятельность студентов, необходимо учитывать неизбежное дидактическое взаимопроникновение логики и математики. Первая выступает при этом мощным инструментом дидактического воздействия – по существу, она становится скелетом всей педагогики математики. Однако для эффективного использования данного инструмента следует соблюдать четыре обязательных принципа:

1) обучение построению математических утверждений;
2) усвоение понятия доказательства математической теоремы;
3) овладение методами доказательства математических теорем;
4) знакомство со строением математических теорий.

Эти общие положения, связанные с логикой, имеют фундаментальное значение для методики обучения математике. При их игнорировании математика утрачивает свои главные черты как наука, т. е. теряет те качества, которые собственно и выделяют ее из системы прочих наук. В итоге обучаемый получает искаженное представление о математике в целом и о ее отдельных составляющих. Перечисленные принципы указывают генеральные направления проникновения логики в педагогику математики и служат дополнением к общедидактическим принципам, уточняя структуру той части педагогической науки, которая связана с обучением математике и ее преподаванием.

Подготовка будущих учителей математики в области логики в педагогическом вузе должна состоять из двух этапов – собственно логическая подготовка, ядром которой является профессионально и педагогически ориентированный курс математической логики [2–4, 9, 10], и логико-дидактическая подготовка, подробно описанная нами ранее [5–8], вскрывающая методологические основы принципов логики в обучении математике и показывающая, как каждый из этих принципов может быть реализован в практике преподавания математики.

Логический и логико-дидактический компоненты подготовки должны стать системообразующими факторами профессионального образования учителей математики. Это означает, что обобщенно сформулированные в принципах логики в обучении математике понятия, идеи и методы математической логики проникают во все математические курсы педвуза, служа для них своего рода связующим раствором. Для этого внимание студентов следует акцентировать на тех вопросах, которые имеют принципиальное логическое значение (см., например, [11, 12]). Затем через математические курсы данные понятия, идеи и методы естественным образом проникают в основания соответствующей школьной математической дисциплины, которую предстоит преподавать студентам. В методических же курсах педвуза демонстрируется, как именно знания логики используются в процессе преподавания конкретных разделов и тем школьного курса математики.

Для изучения теоретического материала мы предлагаем учебник «Математическая логика и теория алгоритмов» и учебное пособие «Математическая логика» [2, 3]. Лекции читаются в обзорном порядке: на них разбираются и разъясняются наиболее сложные теоретические вопросы. Для проведения практических занятий мы составили специальный задачник [4]. К каждому практическому занятию студенты должны проработать соответствующий теме фрагмент теории по учебнику и решить часть своего заранее оговоренного индивидуального задания. Непосредственно на занятии под руководством преподавателя происходит разбор произведенных решений и предлагается решение ряда других задач. О выполнении индивидуальных заданий студенты отчитываются перед преподавателем на консультациях. Раз в две недели проводится тестирование (компьютерное или на бумажной основе) по очередным изученным темам или разделам. Выполнение индивидуального задания и успешное прохождение тестирования по всем темам служит достаточным основанием для зачета и/или допуска к семестровому (курсовому) экзамену. С перечнем вопросов, которые надлежит изучить при подготовке к экзамену, преподаватель знакомит студентов еще в начале семестра.

*Углубленный курс математической логики* на уровне бакалавриата служит продолжением базового и может быть освоен не всеми студентами педвуза, а лишь теми из них, кто обнаружил склонность и интерес к изучению математической логики. Со студентами подробно разбираются доказательства теорем, которые были опущены на базовом уровне. Кроме того, обучающиеся занимаются формализованными исчислениями высказываний и предикатов. Построение исчислений осуществляется на базе некоторой системы аксиом, производятся детальные доказательства свойств формализованного исчисления высказываний (полнота, непротиворечивость, разрешимость, независимость системы аксиом). Свойства формализованного исчисления предикатов рассматриваются в обзорном порядке, без подробных доказательств.

Основные формы углубленного изучения математической логики и теории алгоритмов в педвузе – спецкурс, спецсеминар (это может быть, например, семестровый спецкурс, читаемый один раз в неделю и подкрепленный спецсеминаром) или курс по выбору, а также написание курсовых и выпускных квалификационных работ (проектов).

Курс «Дискретная математика» должен содержать сведения из теории множеств и отношений, алгебраических и числовых систем, булевых функций и булевых алгебр, теории графов. Он призван показать применение теории множеств и отношений в создании систем баз данных, баз знаний, экспертных систем и в управлении ими; продемонстрировать возможности приложения теории графов к коммуникационным сетям с использованием алгоритмов поиска и сортировки.

В курс «Теория алгоритмов» необходимо, прежде всего, включить рассмотрение основных формальных математических моделей интуитивного понятия «алгоритм». Различные типы таких моделей отличаются исходными подходами к пониманию алгоритма. Так, относительно первого типа алгоритм трактуется как некоторое детерминированное устройство, способное выполнять в каждый момент строго определенное количество фиксированных операций. Основной теоретической моделью такого типа является машина Тьюринга. Понятие, сформулированное в начале 30-х гг. XX в. английским математиком А. Тьюрингом, оказало существенное влияние на осознание логической природы начавших активно создаваться в те годы компьютеров (ЭВМ). Второй тип модели исходит из того, что каждый алгоритм представляет собой процедуру вычисления значений некоторой числовой функции. Основным понятием здесь является рекурсивная функция, которая исторически стала первой формализацией понятия алгоритма. Третий тип алгоритмических моделей – преобразования слов в произвольных алфавитах: элементарными шагами алгоритма служат замещения частей слов другими словами. Базовым для этого типа является понятие нормального алгоритма Маркова.

Далее студентам необходимо уяснить логическую равносильность всех трех формальных понятий алгоритма: с помощью любого из них могут быть вычислены одни и те же числовые функции. Эта равносильность стала косвенным подтверждением того, что каждая из этих формализаций является фактически идеальной моделью интуитивного понятия «алгоритм» (тезис Тьюринга – Черча – Маркова). Построенные формализации позволили строго доказать алгоритмическую неразрешимость ряда массовых проблем из математики и математической логики. Следует понимать методологическую сущность такой неразрешимости: не существует единого алгоритма, позволяющего единообразно решать все единичные задачи из данной массовой проблемы, но каждая единичная задача вполне может быть решена индивидуальным способом.

Теория алгоритмов образует теоретический фундамент вычислительных наук. Ее применение значимо как в практическом (использование разработанных алгоритмов), так и в теоретическом плане – с ее помощью проясняются такие важные понятия, как доказуемость, эффективность, разрешимость, перечислимость и др.

В технику термин «алгоритм» пришел вместе с термином «кибернетика», а методы теории алгоритмов – вместе с концепциями и методами кибернетики. В частности, понятие алгоритма помогло точно определить, что значит эффективно задать последовательность управляющих сигналов. Также теория алгоритмов оказала существенное влияние на процессы создания компьютеров (ЭВМ) и программного обеспечения к ним. В теории алгоритмов были предугаданы основные концепции, заложенные в аппаратуру и языки программирования компьютеров (ЭВМ). Истоки ряда парадигм и языков программирования находятся в формальных моделях алгоритмических вычислений: машины Тьюринга привели к императивному программированию (языки программирования Бейсик, Фортран, Паскаль), нормальные алгоритмы Маркова – к продукционному программированию (языки программирования символьной обработки информации COMIT, SNOBOL, Рефал, ПРОЛОГ), теория рекурсивных функций – к функциональному программированию (язык программирования Лисп), теория акторов – к объектно-ориентированному программированию (языки программирования Смолток, С++).

Теория алгоритмов развивалась в тесном взаимодействии с математической логикой. Это, вне всякого сомнения, обусловлено взаимосвязью алгоритмического и логического мышления человека, схожестью алгоритмов с процессами построения логических умозаключений, использованием обеими дисциплинами формальных языков. В результате этого взаимодействия откристаллизовалась следующая методологическая цепочка, которая должна быть уяснена каждым будущим специалистом в области информатики, вычислительной техники, информационных систем и технологий, компьютерной безопасности:

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА [Формальные языки] $\Rightarrow$
ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ (МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫЧИСЛИМОСТИ) [Алгоритмические языки] $\Rightarrow$
ПАРАДИГМЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ [Языки программирования].

Теория алгоритмов наряду с неотделимой от нее математической логикой является фундаментом, на котором зиждутся теория и практика компьютеров, программирования и информатики. Ведь каждая компьютерная программа представляет собой выражение алгоритма решения некоей задачи на одном из алгоритмических языков, которые тесно связаны с формализованными языками математической логики.

В свою очередь, применение и развитие компьютеров (ЭВМ) послужило стимулом для развития теории алгоритмов, повышения ее прикладной направленности. Так, в ней появились разделы, изучающие алгоритмы с целью их сравнения по рабочим характеристикам (числу действий, расходу памяти), а также по их оптимизации. Они образовали важное направление в теории алгоритмов – сложность вычислений, алгоритмов и массовых проблем.

Известные отечественные специалисты в области теории алгоритмов В. А. Успенский и А. Л. Семенов необычайно высоко оценили роль алгоритмических концепций в процессе обучения и воспитания современного человека, полагая, что ее можно сравнить «лишь с ролью письменности» [15, с. 230].

Для изучения теоретического материала по курсу «Теория алгоритмов» мы предлагаем вниманию учебник «Основы теории алгоритмов» и учебное пособие «Теория алгоритмов» [13, 14].

**Магистратура**

Курс «Математическая логика» для магистрантов углубляется изучением формальных аксиоматических теорий. Логическая подготовка учителей математики и информатики в рамках магистратуры имеет все условия для того, чтобы не ограничиться только элементарной частью математической логики. На наш взгляд, следует начать с понятия формальной аксиоматической теории, подробно рассмотреть свойства формализованного исчисления предикатов (синтаксическая и семантическая выводимость, оправданность аксиоматизации, теорема Геделя о существовании модели, синтаксическая и семантическая непротиворечивость, полнота, теорема компактности Геделя – А. И. Мальцева, теорема Левенгейма – Сколема). Далее, нужно относительно подробно рассмотреть формальные аксиоматические теории (элементарные теории первого порядка): теории первого порядка с равенством, формальные теории множеств, формальную арифметику, формальные теории числовых систем, формальные геометрию и математический анализ. Наконец, базируясь на идеях и методах теории алгоритмов, познакомить студентов с теоремой Геделя о неполноте формальной арифметики, теоремой Тарского о невыразимости понятия истинности в формальной теории на языке самой этой теории, теоремой Черча о неразрешимости всякой формальной теории первого порядка, содержащей арифметику натуральных чисел.

Этот материал продемонстрирует будущему учителю математики торжество методов математики, превративших традиционную аристотелеву логику в логику математическую, в познание процессов мышления.

Технология сочетания форм обучения, описанная выше для базового курса, сохраняется. Более подробно читаются лекции, посвященные углубленным вопросам – формализованному исчислению предикатов и его свойствам, формальным аксиоматическим теориям. На спецкурс могут быть вынесены доказательства некоторых теорем, в частности теоремы Геделя о неполноте формальной арифметики. Практические и индивидуальные задания для самостоятельной работы можно существенно усилить задачами о булевых функциях, о выведении теорем в различных формализованных исчислениях высказываний, а также в других аксиоматических теориях. Большое значение в обучении основам математической логики на уровне магистратуры имеют курсовые и выпускные квалификационные работы студентов по логической тематике.

Через результаты исследований А. Тьюринга, Ж. Эрбрана, Дж. Робинсона, А. Кольмероэ математическая логика вступает в тесную связь с программированием и системами искусственного интеллекта. Теория программирования, по существу, становится разделом математической логики, в котором понятие «алгоритм» предстает как частный случай понятия «логическое исчисление», каждая компьютерная программа выглядит как сложная формула в некоторой формальной логической системе, а доказательство правильности программы сводится к доказательству логической выводимости формулы в этой формальной системе. В математической логике находятся истоки ряда языков программирования, призванных управлять базами данных и системами искусственного интеллекта (язык PROLOG, хорновское логическое программирование).

Курс «Дискретная математика» дополняется вопросами комбинаторики, теории рекуррентных последовательностей и соотношений, используемых при анализе асимптотической сложности алгоритмов, теории автоматов, теории формальных языков, теории формальных грамматик, теории кодирования.

В курсе «Теория алгоритмов» рассматриваются вопросы сложности вычислений, алгоритмов и массовых проблем, классификация массовых проблем по классам сложности. В этой области естественно выделяются задачи получения верхних и нижних оценок сложности массовых проблем. Методы решения этих задач совершенно несхожи.

Для получения верхних оценок достаточно интуитивного понятия алгоритма. Строится неформальный алгоритм решения конкретной задачи, затем он формализуется для реализации на конкретной алгоритмической модели. Далее показывается, что сложность (время или память) вычисления для этого алгоритма не превосходит значения подходящей функции при всех значениях аргумента. Тогда эта функция объявляется верхней оценкой сложности рассматриваемой задачи. Важную роль здесь играют методы определения асимптотической сложности алгоритмов. В процессе получения верхних оценок были разработаны оригинальные быстрые алгоритмы для решения многих традиционных массовых проблем математики, требующие существенно меньше ресурсов, нежели традиционные алгоритмы решения этих проблем. Среди них – алгоритмы умножения целых чисел, многочленов, матриц, решения систем линейных уравнений.

Для установления нижней оценки сложности массовой проблемы достаточно доказать, что никакой алгоритм вычисления не имеет сложности меньшей, чем заданная граница. Чтобы получить результаты такого типа, необходима точная фиксация рассматриваемой алгоритмической модели, и такие результаты есть только в очень жестких вычислительных моделях. При освещении этих вопросов следует разобрать большое количество примеров алгоритмов решения конкретных массовых проблем – поиска и сортировки, комбинаторных, из теории чисел, на графах и деревьях. В связи с трудностью нахождения нижних оценок сложности стала развиваться так называемая теория NP-полных массовых проблем.

Описанная в статье модель математической подготовки будущих учителей математики и информатики в педагогическом вузе в области дисциплин дискретной математики позволит готовить таких бакалавров и магистров педагогического образования, которые будут одинаково эффективно владеть как методами логических рассуждений и доказательств, необходимых учителю математики, так и прикладными инструментами дискретных математических наук, без которых невозможно представить современные информатику и программирование.

**Литература**

1. Ершов А. П. Избранные труды. Новосибирск: Наука, 1994. 416 с.

2. Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов: 4-е изд. М.: Академия, 2010. 448 с.

3. Игошин В. И. Математическая логика: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2012. 399 с. + CD-R. (Высш. образование).

4. Игошин В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: 4-е изд. М.: Академия, 2008. 304 с.

5. Игошин В. И. Математическая логика как педагогика математики. Саратов: Наука, 2009. 360 с.

6. Игошин В. И. Логика с элементами математической логики. Саратов: Научная книга, 2004. 144 с.

7. Игошин В. И. Математическая логика в системе подготовки учителей математики. Саратов: Слово, 2002. 240 с.

8. Игошин В. И. Математическая логика в обучении математике. Логико-дидактическая подготовка учителя математики. Saarbruken, Deutschland: Palmarium Academic Publishing, 2012. 517 с.[1]].

9. Игошин В. И. Тетрадь по математической логике: 2-е изд., стереотип. Саратов: Саратов. гос. пед. институт, 1996. 56 с.

10. Игошин В. И. Тетрадь по математической логике. 3-е изд., доп. Саратов: Наука, 2010. 64 с.

11. Игошин В. И. Курс числовых систем для педагогического вуза // Математика в высшем образовании. 2010. № 8. С. 19–36.

12. Игошин В. И. Десять лекций по геометрии. Саратов: Наука, 2010. 176 с.

13. Игошин В. И. Основы теории алгоритмов. Саратов: Наука, 2008. 96 с.

14. Игошин В. И. Теория алгоритмов: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2012. 318 с. (Высшее образование).

15. Успенский В. А., Семенов А. Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. М, 1987.

**References**

1. Ershov A. P. Selected Works. Novosibirsk: Nauka, 1994. 416 p.

2. Igoshin V. I. Mathematical Logic and Theory of Algorithms: 4-e izd. M.: Akademija, 2010. 448 p.

3. Igoshin V. I. Mathematical logic. M.: INFRA-M, 2012. 399 s. + CD-R.

4. Igoshin V. I. Exercises on mathematical logic and the theory of algorithms: 4-e izd. M.: Akademija, 2008. 304 p.

5. Igoshin V. I. Mathematical logic as pedagogy of mathematics. Saratov: Nauka, 2009. 360 p.

6. Igoshin V. I. Mathematical logic in the training of teachers of mathematics. Saratov: Nauchnaja kniga, 2004. 144 p.

7. Igoshin V. I. Mathematical logic in the training of teachers of mathematics. Saratov: Slovo, 2002. 240 p.

[1] Адреса для покупки книги: www. more-books.ru; www.get-morebooks.com (ISBN 978–3-659–98033–6).

8. Igoshin V. I. Mathematical logic in teaching mathematics. Logical-didactic training teachers of mathematics. Saarbruken, Deutschland: Pal-marium Academic Publishing, 2012. 517 p.

9. Igoshin V. I. Book in Mathematical Logic: 2-e izd., ster. Saratov: Saratov. gos. ped. institut, 1996. 56 p.

10. Igoshin V. I. Book in Mathematical Logic. 3-e izd., dopolnennoe. Saratov: Nauka, 2010. 64 p.

11. Igoshin V. I. // Matematika v vysshem obrazovanii. 2010. № 8. P. 19–36.

12. Igoshin V. I. Ten lectures on geometry. Saratov: Nauka, 2010. 176 p.

13. Igoshin V. I. Fundamentals of the theory of algorithms. Saratov: Nauka, 2008. 96 p.

14. Igoshin V. I. Fundamentals of the theory of algorithms. M.: INFRA-M, 2012. 318 p.

15. Uspenskij V. A., Semjonov A. L. Theory of algorithms: basic discoveries and applications. M, 1987.