

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМА ОГРАНИЧЕНИЙ НАГРУЗКИ ТРАНСФОРМАТОРА В АВАРИЙНЫХ РЕЖИМАХ

При аварийном отключении одного или нескольких трансформаторов подстанции мощность оставшихся в работе с учетом их перегрузочной способности может оказаться недостаточной для полного удовлетворения потребителей. Единственной мерой в этом случае будет частичное или полное отключение мощности нагрузки. Возникает проблема распределения отключаемой мощности во времени, поскольку ГОСТ 14209-97 (МЭК 354-91) допускает систематические и аварийные перегрузки трансформаторов. При этом объем ограничений зависит от режима работы трансформатора в предшествующий период [1].

Критерием выбора совокупности управляющих воздействий (вектора ограничений нагрузки)  $\overline{\Delta S} = \{\Delta S_i, i=1, \dots, T\}$ , как правило, принимается минимум суммарного за рассматриваемый период времени ущерба от недоотпуска электроэнергии потребителям при условии ограничения температуры масла  $\theta_m \leq \theta_{m, доп}$  и наиболее нагретой точки (ННТ)  $\theta_{ннт} \leq \theta_{ннт, доп}$ .

В общем случае ущерб от недоотпуска электроэнергии выражается нелинейной функцией от отключаемой мощности нагрузки, однако часто представляется линейной

$$V = \alpha \sum_{i=1}^T \Delta S_i \quad (1)$$

(постоянство удельного ущерба) или квадратичной (удельный ущерб пропорционален глубине ограничения нагрузки) зависимостью [2].

$$V = \alpha \sum_{i=1}^T \Delta S_i^2 / S_i \quad (2)$$

Здесь  $\Delta S_i$ ,  $S_i$  — отключаемая мощность и мощность нагрузки на интервале времени  $i$ ;  $T$  — число интервалов дискретности нагрузки;  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности, определяемый конкретным представлением функции ущерба.

Из-за существенной нелинейности функциональной зависимости температуры масла  $\theta_m(\overline{\Delta S})$  и ННТ  $\theta_{ннт}(\overline{\Delta S})$  задача отыскания оптимизирующего вектора  $\overline{\Delta S}^*$  относится к классу задач нелинейного программирования. Однако, для некоторых частных случаев можно получить ее решение в аналитическом виде.

**Условие постоянства теплового импульса.** ГОСТ 14209-97 разрешает приведение суточного графика к двухступенчатому виду. Такая процедура основана на принципе сохранения теплового импульса (ТИ) [3]. Последний может быть использован для определения области допустимых значений вектора  $\overline{\Delta S}$ . Температура масла и ННТ не превзойдет свое максимальное значение, если ТИ не превышает  $(K^* S_n)^2 T$ , где  $K^*$  – коэффициент перегрузки, соответствующий максимальному ТИ.

Поскольку глобальный оптимум  $\{\Delta S_i = 0\}$  находится вне области допустимых значений (иначе задача теряет смысл), решение будет на границе области допустимых значений. Тогда основное ограничение можно записать

$$\sum (S_i - \Delta S_i)^2 = (K^* S_n)^2 T. \quad (3)$$

Решение может быть получено методом неопределенных множителей Лагранжа. При этом функция Лагранжа имеет вид

$$L = \alpha \sum \Delta S_i^2 + \lambda \left[ \sum (S_i - \Delta S_i)^2 - (K^* S_n)^2 T \right].$$

Рассмотрим два частных случая графика нагрузок. В первом — на заданном интервале мощность нагрузки всюду больше  $(K^* S_n)$ , а во втором допускается наличие интервалов времени, где  $S < (K^* S_n)$ . В первом случае можно считать, что на вектор независимых переменных не наложено ограничение  $\Delta S_i \geq 0$ . Тогда, приравнявая к нулю частные производные функции Лагранжа, получим критерий оптимальности

$$S_i - \Delta S_i = \alpha / (2\lambda) = idem. \quad (4)$$

Общее решение оптимизационной задачи имеет вид

$$S_i - \Delta S_i = K^* S_n. \quad (5)$$

Следовательно, отключаемая мощность нагрузки должна быть такой, чтобы оставшаяся нагрузка была постоянной и равной  $K^* S_n$  (срезается «пиковая часть» графика).

Ограничение  $\Delta S_i \geq 0$ , налагаемое на переменные во втором частном случае усложняет задачу. Однако ее можно решить, не прибегая к сложному математическому аппарату, если воспользоваться основным выводом предыдущей задачи — для получения оптимального решения срезается «пиковая часть» графика. Тогда за счет недоиспользования максимального теплового импульса в часы минимальных нагрузок можно дополнительно загрузить трансформатор в часы максимальных нагрузок по принципу срезания «пиковой части» графика.

Представление функционала в виде (2) приводит к иному критерию оптимальности

$$\Delta S_i = S_i^2 / (\alpha / \lambda + S_i). \quad (6)$$

Подстановка (6) в (3) даст уравнение, существенно нелинейное относительно  $\lambda$ . Для его решения целесообразно использовать итерационную процедуру. В качестве исходного приближения рекомендуется принять условие постоянства отношения  $\Delta S_i / S_i = idem$ . Проверочные расчеты показывают, что при определении  $\lambda$  достаточно ограничиться одной итерацией  $\alpha / \lambda = K^* S_n / \beta$ ,

где

$$\beta = 1 - \sqrt{T(K^* S_n)^2 / \sum_{i=1}^T S_i^2}.$$

Отношение  $\alpha / \lambda$  на порядок больше  $S_i$ , поэтому приближенно отключаемая мощность  $\Delta S_i$  пропорциональна квадрату мощности нагрузки  $S_i$ .

**Стратегия ограничения нагрузки на интервале возрастания температуры масла.** Экспоненциальный характер изменения температуры масла в трансформаторе дает основание предположить, что оптимальная стратегия ограничения нагрузки на интервале возрастания температуры должна отличаться от стратегии при постоянстве теплового импульса. Основным ограничением на вектор  $\overline{\Delta S}$  здесь является достижение в конце интервала максимально-допустимого перегрева масла (определяется максимальной температурой либо масла, либо ННТ)

$$V(\tau) = V_0 e^{-\tau/T_m} + \sum_{r=1}^{\tau} C_r V(K_r) = V_{\max}, \quad (7)$$

где  $\tau$  — длительность периода возрастания температуры;  $T_m$  — тепловая постоянная нагрева масла трансформатора;  $V_0$  — начальный перегрев масла;

$V(K_r)$  – установившееся значение перегрева, соответствующее перегрузке  $K_i = (S_i - \Delta S_i) / S_n$

$$V(K_r) = v_n \left[ (1 + dK^2) / (1 + d) \right]^x,$$

где  $v_n, d, x$  – константы, определяемые типом трансформатора [1].

Коэффициент приведения к моменту  $\tau$   $C_r = \left( 1 - e^{-1/T_M} \right) e^{(r-\tau)/T_M}$ .

В результате изменения ограничения критерий оптимальности преобразуется к виду

$$C_r \frac{dV(K_r)}{dK_r} = \frac{\alpha}{\lambda} = idem. \quad (8)$$

Если принять, что в конце интервала  $\tau$  коэффициент перегрузки принимает свое предельное значение  $K^*$ , то оптимальные перегрузки  $K_r^* = K^* e^{(\tau-r)/T_M (2\alpha-1)}$ . Данное выражение определяет стратегию ограничения нагрузки по мере приближения к максимально-допустимой температуре масла.

**Стратегия постоянства температуры масла или ННТ.** В результате тестовых испытаний с помощью сольверов нелинейного программирования с учетом всех определяемых ГОСТ-ом ограничений было получено, что на интервале перегрузок оптимальные управляющие воздействия (ограничения нагрузок) стабилизируют температуру масла и ННТ на уровне предельно допустимых значений.

В качестве целевой функции в тестовых расчетах рассматривался ущерб от недоотпуска электроэнергии в виде (1). При изменении нагрузки температура масла в момент  $t$  определяется рекуррентным соотношением

$$\theta_{m,t} = \theta_{m,t-1} + (v_{m,t} - v_{m,t-1})(1 - \exp(-\tau_t / T_m)), \quad (9)$$

где  $\tau_t$  – длительность интервала  $t$  постоянства нагрузки;  $T_m$  – постоянная нагрева масла. Максимальный перегрев масла, определяемый коэффициентом перегрузки трансформатора  $K_t = S_t / S_{n,mp}$  и коэффициентом потерь в трансформаторе  $d = \Delta P_{кв} / \Delta P_{xx}$  определяется выражением

$$v_{m,t} = v_{m,n} \left[ (1 + d \cdot K_t^2) / (1 + d) \right]^x, \quad (10)$$

а температура ННТ превышает температуру масла на величину перегрева ННТ

$\theta_{ннт,t} = \theta_{m,t} + v_{ннт,n} K_t^y$ , где  $x, y$  – показатели степени, определяемые ГОСТ 14209-97.

При неизменности температуры масла в выражении (9) приращение температуры равно нулю, что возможно лишь при условии  $v_{m,t} = v_{m,t-1} = \theta_{m,\text{дон}} - \theta_a$  где  $\theta_a$  – температура воздуха. Тогда выражение (10) определяет допустимую (расчетную) перегрузку трансформатора. Зная реальную температуру масла в конце интервала  $t-1$  можно получить соотношение, определяющее допустимую на интервале  $t$  нагрузку трансформатора

$$\theta_{m,t} = \theta_{m,\text{дон}} = \theta_{m,t-1} + (v_{m,t,p} - v_{m,t-1})(1 - \exp(-\tau_t / T_m)). \quad (11)$$

Отсюда расчетный перегрев масла

$$v_{m,t,p} = v_{m,t-1} + (\theta_{m,\text{дон}} - \theta_{m,t-1}) / (1 - \exp(-\tau_t / T_m)). \quad (12)$$

Выражение (12) получено исходя из температуры и перегрева масла на предшествующем периоде. В вычислительном отношении более удобно использовать соотношения и величины соответствующего периода. В частности, на периоде  $t$  уже получена оценка максимально возможной температуры, на основании которой и делается вывод о необходимости коррекции нагрузки,

$$\theta_{m,t,m} = \theta_{m,t-1} + (v_{m,t,m} - v_{m,t-1})(1 - \exp(-\tau_t / T_m)).$$

Вычитая из данного соотношения (11), получаем более удобное в вычислительном отношении выражение

$$v_{m,t,p} = v_{m,t,m} - (v_{m,t,m} - v_{m,\text{дон}}) / (1 - \exp(-\tau_t / T_m)). \quad (13)$$

Из выражения (10) нетрудно получить необходимую расчетную нагрузку

$$K_{t,p} = \left[ \gamma (v_{m,t,p} / v_{m,n})^{\gamma/x} - 1 / d \right]^{0.5}, \quad (14)$$

где  $\gamma = (1 + d) / d$ .

**Температура ННТ.** Расчетная нагрузка  $K_{t,p}$  определяется также из условия достижения температуры ННТ  $\theta_{\text{ннт},t}(K)$  своего предельного значения. В силу нелинейности функции  $\theta_{\text{ннт},t}(K)$  для получения решения необходимо использовать итерационные методы. Тестовые расчеты показывают, что наиболее эффективно применение метода Ньютона при замене переменной  $Z = K^2$ . В этом случае достаточно выполнить одну итерацию. Температурный небаланс в точке решения нелинейного уравнения равен нулю:

$$\Delta\theta = \theta_{\text{ннт},t}(Z) - \theta_{\text{ннт},\text{дон}} = (v_{m,t}(Z) - v_{m,t-1})\psi + v_{\text{ннт},n} Z^{\gamma/2} - \theta_{\text{ннт},\text{дон}} = 0,$$

где  $\psi = (1 - \exp(-\tau_t / T_m))$ ,

Рекуррентное соотношение метода Ньютона (касательных) имеет вид

$$\Delta Z^{(k+1)} = -\Delta \theta^{(k)} / \Delta \theta'^{(k)}.$$

Принимая во внимание соотношение  $v_{m,t}(Z) = v_{m,n}[(1 + dZ)/(1 + d)]^x$  получаем производную

$$\Delta \theta'^{(k)} = v_{m,n} \psi [(1 + dZ_k)/(1 + d)]^{x-1} d / (1 + d) + v_{нтт,n} (y/2) Z_k^{\left(\frac{y}{2}-1\right)},$$

где  $Z_k$  - значение переменной на шаге  $k$ .

Принимая во внимание замечание о допустимости одной итерации, получаем результирующее выражение

$$K_{нтт,t,p} = \left( Z^{(0)} - \Delta \theta^{(0)} / \Delta \theta'^{(0)} \right)^{0.5}. \quad (15)$$

В качестве исходного приближения целесообразно принять расчетную величину перегрузки, полученную по критерию допустимости температуры масла.

$$v_{m,t}(Z) = v_{m,n} [(1 + dZ)/(1 + d)]^x.$$

Поскольку допустимая перегрузка трансформатора должна удовлетворять как критерию допустимости температур как масла, так и ННТ, то расчетная нагрузка должна быть минимальной из оценок (14), (15).

#### **Выводы:**

1. При постоянстве удельного ущерба от недоотпуска электроэнергии основным законом оптимального ограничения нагрузки является «срезание пиковой части суточного» графика.
2. В начале интервала ограничения потребителей допустимо уменьшение доли отключаемой мощности. Здесь критерием управления будет ограничение максимального перегрева масла и ННТ.
3. Если удельный ущерб пропорционален глубине ограничения нагрузки, то величина отключаемой мощности определяется аналитически и примерно пропорциональна квадрату нагрузки.
4. Решение задачи ограничения нагрузки трансформатора методами нелинейного программирования приводит к оптимальной стратегии – постоянство на интервале перегрузки температуры масла и ННТ. Это позволяет получить аналитическое решение задачи определения величины ограничения нагрузки трансформатора.

### **Библиографический список**

1. *Руководство по нагрузке силовых масляных трансформаторов. ГОСТ 14209-97 (МЭК 354-91). Утвержден и введен в действие 02.04.2001 взамен ГОСТ 14209-85.* – М.: Гос. комитет Российской Федерации по стандартизации и метрологии.

2. *Обоскалов В.П. Ограничение нагрузки трансформаторов в аварийных режимах. /Изв. ВУЗов – Энергетика. 1990, №1, с.58-60.*

3. *Боднар В. В. Нагрузочная способность силовых масляных трансформаторов.* – М.: Энергоатомиздат, 1983.— 176 с.