

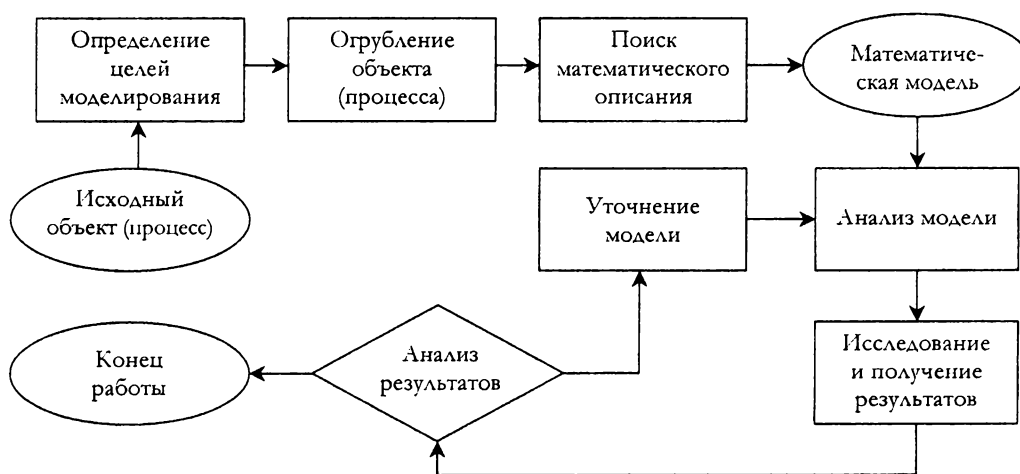
УДК 37.012.001.5
ББК 431.2

О СПЕЦИФИКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

И. П. Лебедева

В педагогике широко используется термин «оптимальный» в отношении модели педагогической системы при рассмотрении различных оптимизационных задач. Точный смысл он приобретает, если модель – математическая. Математическое моделирование, выполняя структурно-количественный анализ объекта или процесса, является составной частью решения не только оптимизационных, но и многих других научно-педагогических задач.

Поскольку рассматриваемые в них явления носят случайный характер, то их математические модели, имея стохастическую природу, возникают на основе эмпирических данных. Поэтому целесообразно рассматривать численное моделирование, которое предполагает следующие этапы (см. рисунок)



Этапы математического моделирования.

Для педагогических процессов, их реализация имеет определенную специфику. Прежде чем обсуждать ее, важно обозначить класс научно-педагогических задач, для которых такое моделирование не только возможно, но и це-

лесообразно. Рассматриваемые в этих задачах объекты или процессы, должны допускать выделение и строгое фиксирование основных структур, а также их количественное измерение по метрической или интервальной шкале. Очевидно, что такие «тонкие» педагогические процессы, как, например, духовно-нравственное воспитание вряд ли можно полностью количественно измерить и описать математическими средствами. Природа же других педагогических процессов, позволяет осуществлять подобное измерение. К ним относятся, например, познавательная деятельность, развитие умственных способностей, формирование знаний, умений и навыков и др.

Исходным началом математического моделирования, является постановка цели, которая в значительной мере определяет степень огрубления объекта (процесса), комплекс его характеристик и допустимую погрешность их измерения. Существующие в настоящее время методы измерения в педагогике, не в полной мере позволяют учесть его математическую сущность (как отображения свойств объектов в числовое множество с соблюдением ряда требований). Избежать серьезных ошибок измерения, часто удается за счет применения различных методик, измеряющих одно и то же свойство, формирования интегративных показателей и т. д. Особенно острая потребность в этом возникает при экспертном оценивании, которое желательно дополнять показателями, полученными в результате использования стандартизированных методик.

Построение математической модели, является достаточно сложным этапом, и в отличие от естественных наук, для социальных процессов, отличающихся непредсказуемостью, нельзя предложить готовые алгоритмы его реализации. Математический аппарат, соответствующий специфике этих процессов, активно разрабатывается, потому что попытки его переноса из естественных наук не оправдали себя, так как полученные модели либо слишком огрубляли объект, либо оказывались педагогически нецелесообразными. Как правило, они являются нелинейными, поскольку отражают сложные и неоднозначные взаимодействия педагогических систем. Такие модели не только трудно интерпретировать, но часто и невозможно найти целесообразное педагогическое объяснение выявленным взаимосвязям.

На небольшом ограниченном участке изменения переменных, любая нелинейная модель может приближенно заменяться линейной, которую гораз-

до проще интерпретировать. Линейное уравнение определяет одно решение, может вообще не иметь решения или иметь их бесконечно много. Научно-педагогическая задача часто предполагает поиск хотя бы одного решения. Поэтому там, где это допустимо (с точки зрения статистических критериев) в определенных строго зафиксированных условиях учебного процесса удобнее рассматривать линейные модели.

Например, в ходе специального экспериментального исследования [2] нами произведены сравнительные оценки влияния различных факторов на каждый из трех уровней обучаемости (детерминированный, технологический, методологический) с помощью регрессионного анализа. В результате получены следующие регрессионные уравнения:

$$\text{Обуч1} = -36,4 + 5 \cdot A5 - 8 + 16 \cdot \text{Матем.} + 7 \text{ Пи}$$

$$R=0,8; p < 0,001;$$

$$\text{Обуч2} = -60 + 4,45 - 8 + 15 \cdot \text{Матем.} + 10 \text{ Пи}$$

$$R=0,78; p < 0,001;$$

$$\text{Обуч3} = -30 + 3,45 - 8 + 1,5 \cdot \text{Матем.} + 7,2 \text{ Пи}$$

$$R = 0,63; p < 0,001.$$

Здесь $A5-A8$ – показатель интеллекта по 5–8 субтестам теста Амтхауера; Матем. – качество знаний по математике; Пи – оценка познавательного интереса по разработанной нами методике.

Как видно из уравнений, для обучаемости математике, важную роль играют показатели интеллекта (способности к логическому, абстрактному, образному мышлению), качества знаний по предмету, и познавательного интереса к нему. Однако, для детерминированной и технологической обучаемости, ведущая роль принадлежит качеству знаний, а для методологической – познавательному интересу. Причем теснота связей для методологической обучаемости меньше, чем для детерминированной и технологической, что, естественно, объясняется большей стохастичностью закономерностей, связанных с высшими уровнями функционирования психики. Однако, и в данном случае, при получении статистически точных математических моделей соответствующих взаимосвязей, можно говорить об определенных тенденциях, и оценить вероятность их действия в аналогичных условиях.

Следует обратить внимание на правомерность использования линейной модели регрессионного анализа: взаимосвязи, зафиксированные в приведенных уравнениях оказались неслучайными, достаточно «тесными» и статистически высоко значимыми. Кроме того,

дидактическая интерпретация полученных зависимостей, является естественной и целесообразной. Ясно, что это простейшие модели. Можно предположить, что между указанными переменными, существуют и нелинейные зависимости. Нами предприняты попытки их построить (логистическую модель регрессии, кусочно-линейную, параболическую, экспоненциальную). В результате оказывалось, что либо с комплексом данных показателей не могут быть произведены соответствующие математические процедуры, либо выявленные взаимосвязи статистически незначимы (носят случайный характер). С точки зрения математико-статистических критериев подходящей являлась только кусочно-линейная регрессия. Однако точки разрыва имели абсурдный дидактический смысл, наталкивающий на мысль о том, что в реальности таких взаимосвязей нет, и исследуемые процессы являются непрерывными в соответствующем диапазоне изменения переменных.

Этап анализа модели, предполагает установление ограничений на область изменения зависимых и независимых переменных с учетом качественной сути объекта или явления. Но для педагогических процессов часто оказывается недостаточно таких ограничений. Возникает необходимость более детального описания параметров модели (знаков коэффициентов при переменных, их соотношений и т. п.).

Например, простейшая математическая модель взаимосвязей показателей сложности и трудности учебной информации, представлена регрессионным уравнением типа:

$$T = ax + by + cz + d,$$

где T – показатель трудности, x, y, z – показатели сложности. Параметры этой модели имеют следующие ограничения: коэффициенты a, b, c должны быть не только положительны (так, увеличение показателей сложности приводит к увеличению показателей трудности), но и находиться в определенном соотношении (своем, для каждой учебной дисциплины) с учетом качественного смысла каждого показателя сложности для объекта изучения определенного типа. Так, для учебных текстов, x – характеристика «размеров» (объем текста); y – объединенная и усредненная оценка всего набора и структуры текста (основных понятий, символов, терминов и т. п.); z – аналогичная оценка его логических конструкций (принципиально важные для понимания смысла текста взаимосвязи объектов). Значит, $c > b > a$, причем «вес» коэффициента c должен быть в несколько раз больше «веса» коэффициента b , а коэффициент b должен иметь гораздо больший «вес», чем a [3].

Зафиксированную в модели взаимосвязь переменных, важно проанализировать с точки зрения ее научной новизны и практической ценности. Они выявляются при интерпретации результатов, осуществляемой в рамках выбранной или специально разработанной концептуальной платформы. Интерпретация осуществляется на двух уровнях: формального научного фиксирования взаимосвязей и характера выявленных тенденций, а затем с помощью герменевтических методов – их истолкование для использования в реальной педагогической практике.

Построение конкретной математической модели, может быть предусмотрено какой-то частной научно-педагогической задачей. Как правило, в рамках педагогического исследования или проектирования ставится комплекс взаимосвязанных задач. Их решение требует разработки специальной методологии такого моделирования с учетом не только сферы исследования, но и его логики. В этой методологии должна быть отражена объективная иерархия взаимосвязей педагогических процессов. Поэтому для них характерна также многоуровневость математического моделирования.

Например, научное фиксирование дидактических закономерностей, связанных с проявлением активности [2], построение их структурных и количественных моделей, ввиду сложности и качественного разнообразия природы активности, требуют разработки специальной методологии анализа, в частности – целевых экспериментальных исследований, на основе системного подхода. Такая методология включает:

- разработку методов получения показателей разных видов активности;
- формирование комплекса показателей, которые по своей качественной природе, наиболее значимо связаны с соответствующими дидактическими закономерностями и относятся к сфере личностных качеств человека, особенностей проявления его психодинамических свойств в процессе обучения, успешности познавательной деятельности и др.;
- организацию условий, гарантирующих объективность полученных показателей (надежность методик, проведение лабораторных экспериментов, позволяющих существенно уменьшить погрешность измерения первичных показателей, и т. п.);
- использование многоуровневой статистической обработки экспериментальных данных: например, на первом уровне – получение корреляционных зависимостей, на втором

уровне – определение ведущих факторов (латентных переменных) активности с помощью факторного анализа, проведенного на базе установленных корреляционных отношений, на третьем уровне – проведение регрессионного анализа (где в качестве независимых переменных будут использованы установленные факторы).

Указанный методологический подход реализован в процессе исследования закономерностей проявления факторов активности при взаимодействии ученика с объектом изучения. Этот подход носит локальный характер и ориентирован на специфику данного исследования.

Литература

1. *Загвязинский В. И., Атаханов Р.* Методология и методы психолого-педагогического исследования. – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 208 с.
2. *Лебедева И. П.* Теория взаимодействия систем «ученик» и «объект изучения». – Пермь: Изд-во Пермского ун-та, 2001. – 200 с.
3. *Пехлецкий И. Д.* Компоненты индивидуального стиля преподавания. – Пермь: Перм. Пед. ин-т. 1990. – 138 с.