

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

ББК 37.01.001.8  
УДК 430в6

## О СПЕЦИФИКЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ

И. П. Лебедева

Перспективы развития педагогической науки связаны с поиском путей гармоничного единства содержательно-гуманитарного и формально-логического подходов [1]. В рамках первого подхода предполагается качественный анализ педагогических систем. Для второго подхода характерно их исследование на основе строгого и точного фиксирования структурных изменений в таких системах, в частности, с помощью математических методов. В процессе их использования важно учитывать специфику педагогических явлений.

Она в значительной мере обусловлена влиянием множества скрытых факторов, непосредственно зафиксировать, а тем более количественно измерить которые невозможно в силу их природы, связанной с глубинными психическими процессами, потребностями и ценностными ориентациями обучаемых, механизмами осуществления ими познавательной деятельности и т. п. Во многих педагогических исследованиях ставится задача поиска таких факторов. Для ее решения чаще всего используются качественные методы, а возможности математического аппарата до сих пор остаются маловостребованными и недостаточно изученными. Среди математических методов, адекватных сути этой задачи, наиболее подходящим является факторный анализ, получивший большую популярность в психологических исследованиях, так как интегрирует в себе качественный и структурно-количественный анализ предмета исследования. Рассмотрим, как специфика педагогических систем проявляется на разных этапах (их выделение весьма условно) реализации этого метода.

Сначала поясним его суть, которую в общих чертах отражает следующее положение, лежащее в основе факторного анализа: «Наблюдаемые или измеряемые параметры являются лишь косвенными характеристиками изучаемых объектов, так сказать, их внешними проявлениями. На самом же деле суще-

ствуют внутренние (скрытые, не наблюдаемые непосредственно) характеристики, число которых невелико и которые определяют значения наблюдаемых параметров. Эти внутренние характеристики называют факторами. Отдельные же наблюдаемые значения переменных являются линейными комбинациями факторов, которые не могут быть обнаружены в процессе наблюдения, но могут быть вычислены» [5]. Это означает, что факторы (латентные переменные) детерминируют непосредственно наблюдаемые переменные и могут быть использованы для объяснения комплексных явлений в процессе решения различных научно-педагогических задач.

С помощью факторного анализа решаются следующие задачи:

- Исследование структуры малоизвестной области знания, поиск подтверждения существующей гипотезы, либо формирование новой. Факторы, удовлетворяющие принципу простой структуры, представляют собой гипотезу о группировках наблюдаемых переменных в рассматриваемом пространстве. Все выделенные факторы должны отражать реальные механизмы взаимодействия переменных в изучаемом явлении.

- Оценка непосредственно не измеримых величин. В этом случае задачей факторного анализа является не только выявление структуры данных, но и определение значений факторов.

- Снижение размерности исходного набора признаков. Факторы являются математическими конструкциями с определенными оптимальными свойствами, которым в реальной действительности большей частью нельзя найти никакого аналога. В этом случае не требуется выявления однозначной простой структуры и подбора содержательно интерпретируемых факторов. Обычно при решении этой задачи следят только за соблюдением условия минимально возможной потери информативности исходных признаков.

- Решение специальных задач, например, классификация объектов или индивидуумов, выделяющая наиболее типичные их группы [6].

Перечисленные виды задач имеют место и для педагогики. Решаются они по определенной схеме, соответствующей этапам выполнения процедур факторного анализа. Первый этап (как и в процессе применения любого математического метода) предполагает формализацию предмета исследования. Она начинается с четкой формулировки цели использования факторного анализа (включая определение вида решаемой им задачи).

Важным элементом формализации является определение комплекса исследуемых переменных и способов их измерения, так как от выбора переменных зависит число, структура факторов и величина их нагрузок по отдельным переменным. Погрешность измерения также сказывается на структуре факто-

ров. Необходимым условием успешности применения факторного анализа является полноценное отражение области исследуемых явлений в совокупности рассматриваемых переменных. Поэтому полезно стремиться сделать этот комплекс как можно богаче и предусмотреть выделение нескольких гипотетических факторов, характеризующих основные свойства изучаемого явления. Случайная потеря фактора может привести к ошибочным результатам. Поэтому данный этап факторного анализа требует приоритетной роли содержательно-гуманитарного подхода с тем, чтобы правильно определить качественную природу факторов. Полезно также исключить случаи, имеющие сильные отклонения от нормы или, вообще, являющиеся посторонними. Также важно, чтобы был достаточно большой диапазон изменения переменных. Это способствует улучшению результатов факторного анализа. В случае слишком большой совокупности переменных (это создает дополнительные трудности при использовании структуры факторов) можно исключить некоррелируемые переменные или уменьшить их число, интегрируя показатели, например, усредняя или снижая их размерность с помощью факторного анализа. При формировании этой совокупности важно помнить, что численность выборки существенно влияет на результаты факторного анализа: это влияние практически отсутствует, если число случаев примерно в три раза больше числа переменных (и не может быть меньше).

Необходимо обратить внимание на один важный момент, связанный с формализацией предмета исследования, – его качественную однородность. Неоднородность является причиной появления отдельных факторов или даже изменения факторной структуры. Кроме того, исходный набор наблюдаемых переменных должен быть равноправным с точки зрения причинно-следственных связей и подчиняться многомерному нормальному закону распределения. На практике часто эти условия не выполняются, что, как свидетельствует опыт использования факторного анализа, несущественно сказывается на его результатах. Таким образом, учитывая суть факторного анализа как метода математико-статистической обработки данных, можно утверждать, что его целесообразно применять для решения задач, связанных с изучением отдельного аспекта сложного педагогического явления или процесса.

Приведем пример исследования, в котором ставится именно такого типа задача: выяснить, какое значение для студентов имеют вопросы как средство организации рассуждений в ситуации экзамена, характеризующейся повышенным эмоциональным напряжением (являющейся для них стрессовой). В этом случае выдвигается гипотеза о влиянии учебных вопросов на результат сдачи студентами экзамена. В данном исследовании комплекс показателей был получен следующим образом. Преподаватель на экза-

мене по математике задавал студенту, уже сдавшему экзамен, с его согласия дополнительный трудный вопрос, требующий серьезного размышления и привлечения специальных методологических средств организации работы. В случае успешности оценка за экзамен ( $x_2$ ) могла быть повышена, при неудаче – не снижалась. Преподаватель давал практически неограниченное время для обдумывания ответа. Оценка за ответ на этот вопрос выставлялась отдельно и выступала в роли одного из показателей ( $x_3$ ) при обработке экспериментальных данных. После сдачи экзамена с помощью анкетирования и собеседования выявлялись умения студентов владеть способами рассуждений, основанными на применении вопросов, их психологическое состояние в момент поиска ответа на дополнительный вопрос и бралось интервью о методах работы, к которым прибегали студенты. В ходе эксперимента были получены следующие показатели: оценка за ответ на дополнительный вопрос ( $x_3$ ); оценка ( $x_4$ ) и самооценка ( $x_5$ ) умений рассуждать, задавая вопросы по разработанной нами анкете: оценка психологического состояния в момент поиска ответа на дополнительный вопрос ( $x_6$ ). При обработке данных эксперимента были дополнительно использованы: средний балл ( $x_1$ ) аттестата по математическим дисциплинам; оценки студентов по различным вузовским математическим дисциплинам, характеризующие их общематематическую подготовку ( $x_7$  – математический анализ;  $x_8$  – алгебра;  $x_9$  – геометрия); оценки по психолого-педагогическим дисциплинам ( $x_{10}$ ) и философии ( $x_{11}$ ), отражающие в определенной мере качество гуманитарной подготовки. Совокупность перечисленных показателей (хотя, конечно, – в ограниченном и одностороннем выражении) отражала основные сферы профессиональной подготовки будущего учителя математики. Это служило ведущим критерием ее формирования, которым мы руководствовались. Для нас особый интерес представляло определение роли и места в этой подготовке умения студентов владеть вопросами как методологическим средством организации рассуждений. С целью выявления такой роли данные эксперимента обрабатывались методом факторного анализа. Обратим внимание на то, что число переменных в пять раз меньше числа студентов ( $N = 58$ ).

В качестве исходных данных для использования этого метода выступает полная матрица интеркорреляций размерностью  $n \times n$  (см. табл. 1). В данном случае используется коэффициент корреляции Пирсона, который удобен тем, что представляет собой стандартизированную меру взаимосвязи, не зависящую от единиц измерения и диапазона изменения переменных.

Таблица 1

## Матрица интеркорреляций

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$
$x_1$	1,00	0,19	0,20	-0,03	-0,08	-0,01	0,56	0,39	0,41	0,08	0,24
$x_2$		1,00	0,60	0,43	0,10	0,35	0,75	0,60	0,82	0,43	0,63
$x_3$			1,00	0,84	0,26	0,42	0,38	0,41	0,62	0,10	0,30
$x_4$				1,00	0,52	0,31	0,16	0,22	0,33	0,06	0,13
$x_5$					1,00	0,19	-0,16	-0,15	-0,10	0,08	-0,13
$x_6$						1,00	0,15	0,24	0,30	0,19	0,16
$x_7$							1,00	0,75	0,87	0,43	0,67
$x_8$								1,00	0,74	0,22	0,60
$x_9$									1,00	0,44	0,64
$x_{10}$										1,00	0,40
$x_{11}$											1,00

Проведение факторного анализа целесообразно, если матрица интеркорреляций содержит достаточно много статистически значимых взаимосвязей. В противном случае он лишен смысла. Анализируя полученную нами матрицу, можно заметить, что показатели  $x_4$ ,  $x_5$  слабо коррелируют с  $x_7$ ,  $x_8$ ,  $x_9$ . Это говорит о том, что умения владеть вопросами как методологическим средством организации рассуждений занимают далеко не ведущее место в общематематической подготовке студентов. Известно, и это, к сожалению, констатируют многие вузовские преподаватели, что на экзаменах, как правило, проверяется лишь запоминание студентами материала. Напротив, взаимосвязь показателя  $x_4$  с  $x_3$  характеризуется высоким положительным коэффициентом корреляции. Следовательно, указанные умения играют важную роль в ситуации, когда студентам требуется применение методологических средств организации своей работы.

Слабая корреляция  $x_4$  с  $x_5$  свидетельствует о неадекватности оценки студентами своих умений, связанных с использованием вопросов. Показатели  $x_4$ ,  $x_5$  более тесно связаны с показателями общематематической подготовки студентов, чем с  $x_{10}$ ,  $x_{11}$ , характеризующими их психолого-педагогическую подготовку. Описанные взаимосвязи преломляются в структуре выявленных факторов, представленной в факторной матрице.

Формирование такой матрицы размерностью  $n \times k$ , где  $n$  – набор переменных,  $k$  – число общих факторов, является основной задачей факторного анализа и составляет суть его второго этапа. Эти факторы вносят основной вклад в полную дисперсию (меру разброса показателей) переменной, представляющей собой линейную комбинацию факторов. Ее структура включает общую

дисперсию, обусловленную действием общих факторов и характерную дисперсию, обусловленную действием специфических факторов и ошибкой, имеющей место при получении исходных данных эксперимента. Для изучения явления с точки зрения действия определенных факторов представляет интерес лишь общая дисперсия или общность, определяющая влияние факторов.

Построение факторной матрицы осуществляется одним из многочисленных методов факторного анализа. Наименее трудоемким и более простым является центроидный метод, который применяется в ситуациях, не требующих высокой точности факторных нагрузок, поскольку этот метод дает неточное и неоднозначное решение. Этим недостатком лишен метод главных факторов, который является наиболее подходящим для научных исследований.

В результате обработки данных выбранным методом мы получаем матрицу факторных нагрузок. Необходимо указать долю каждого фактора или совокупности интересующих исследователя факторов в полной дисперсии наблюдаемых переменных. Если совокупность факторов выделена и подсчитана их относительная суммарная общность (дисперсия), то затем следует выяснить, удовлетворяют ли факторы принципу простой структуры и в случае необходимости осуществить ее поиск с помощью вращения различными методами.

В рассматриваемом примере факторизация (третий этап факторного анализа) проводилась методом главных факторов. Матрица факторных нагрузок (см. табл. 2) получена в результате вращения методом эквимакс. В итоге выделилось три фактора: суммарная доля воспроизводимой ими дисперсии (или вес) составила 92%, т. е. эти факторы имеют высокую значимость в плане описания природы исследуемого явления.

Таблица 2

Фактор перем.	1	2	3
x <sub>1</sub>	0,77	-0,05	-0,15
x <sub>2</sub>	0,50	0,41	0,63
x <sub>3</sub>	0,44	0,82	0,10
x <sub>4</sub>	0,16	0,92	-0,01
x <sub>5</sub>	-0,32	0,69	-0,01
x <sub>6</sub>	-0,01	0,51	0,36
x <sub>7</sub>	0,80	0,05	0,50
x <sub>8</sub>	0,74	0,11	0,37
x <sub>9</sub>	0,72	0,27	0,55
x <sub>10</sub>	-0,02	0,01	0,85
x <sub>11</sub>	0,51	0,01	0,63

Учитывая структуру взаимосвязей в каждом факторе, мы обозначили их следующим образом.

Первый фактор «Качество математической подготовки студентов» (вес 61%) положительно коррелирует с показателями, характеризующими успешность обучения студентов в школе и в вузе по различным математическим дисциплинам (коэффициенты корреляции отличаются высокой статистической точностью).

Второй фактор «Владение вопросами как методологическим средством организации рассуждений» (вес 23%) положительно коррелирует с оценкой и самооценкой умений студентов рассуждать, задавая самому себе вопросы, и оценкой за дополнительный вопрос на экзамене.

Третий фактор «Качество гуманитарной подготовки» (вес 8%) положительно коррелирует с оценками студентов по психологии и философии.

Затем следует провести исследование устойчивости структуры факторов. Оценить ее можно, добавляя или исключая переменные и получая различные варианты факторных матриц. При этом углубляется анализ взаимосвязей факторов с переменными. Можно использовать случайные значения таких переменных. Подобное исследование было предпринято в приведенном примере. В результате структура факторов почти не изменялась, а их вес менялся несущественно. При этом факторы были упорядочены по значимости аналогичным образом.

Следующий этап применения факторного анализа – интерпретация полученных данных. Сначала необходимо выяснить, насколько полученные факторы решают поставленную задачу. Если ставилась задача поиска латентных переменных, то на первый план выдвигается вопрос о научной новизне выявленных факторов.

Выделение второго фактора свидетельствует о важной роли использования вопросов в указанном качестве и подтверждает выдвинутую гипотезу. Однако педагогическая сущность факторов не претендует на научную новизну, так как их выделение в значительной мере было предопределено комплексом измеренных однородных показателей. Ценность представляет оценка значимости этих факторов, которая и составляет основной результат обработки данных методом факторного анализа.

Далее необходимо ответить на вопрос о причине появления этих факторов, что требует анализа всей процедуры получения факторов, включая измерение переменных и постановку экспериментов. Эти причины могут быть связаны с неоднородностью данных, ошибками измерения. Объективность интерпретации можно проверить с помощью введения маркировочной переменной (в аналогичных исследованиях в наибольшей мере нагружающей данный фак-

тор). Одновременно проверяется и стабильность полученных результатов факторного анализа.

Если его задача – снижение размерности переменных, то нет необходимости в интерпретации факторов, поскольку они тогда отражают в интегрированной переменной (факторе) суть однородной совокупности показателей (например, успеваемости).

Проведение факторного анализа с целью определения влияния факторов, сравнения их структуры для разных выборок обучаемых и оценки эффективности действия переменных, обусловивших различия (или наоборот идентичность) структуры факторов в этих выборках, как правило, имеет место в сравнительном педагогическом эксперименте.

Приведем пример такого эксперимента. Он имел целью оценить меру влияния целенаправленного использования систем учебных вопросов, как средства обучения, на его эффективность. В эксперименте приняли участие две группы студентов первого курса физического факультета Пермского педуниверситета. Одна из них была контрольная, другая – экспериментальная. Обозначим их как группы *A* и *B* соответственно. В контрольной группе практические занятия по математическому анализу проводились по традиционной для учебного процесса вуза методике, а в экспериментальной группе предусматривалось использование преподавателем систем учебных вопросов разного типа в роли основного стимулирующего и организующего средства учебной деятельности студентов. При выполнении ими организационной функции особое значение имели вопросы методологического характера, ориентированные на использование методов высших уровней иерархии. Ведущее место в стимулировании мышления студентов занимали вопросы, требующие не столько воспроизведения известных фактов, сколько определенных размышлений над сущностью понятий, раскрытия причинно-следственных связей между ними, самостоятельного поиска метода решения серьезной задачи.

Применение систем учебных вопросов предусматривалось в различных формах: преподаватель рассказывал о некоторых рациональных схемах и принципах постановки вопросов; демонстрировал их в разных ситуациях; стимулировал студентов к активному оперированию ими.

Системы учебных вопросов использовались в следующих типичных ситуациях: обсуждение теоретического материала, решение задач, самостоятельная работа над математическим текстом, контроль знаний.

Эксперимент предусматривал получение оценок результативности проведенного обучения. Для этого были получены показатели, связанные с успешностью овладения студентами математикой: качество математической подготовки, уровень интеллекта, математические способности, характери-



стишки некоторых качеств личности, о которых пойдет речь ниже. Для обработки результатов эксперимента также были использованы оценки из аттестата по математике (АМ), физике (АФ), оценки студентов на вступительных экзаменах по математике (ВЭМ) и физике (ЭФ), самооценка знаний студентов по школьной математике (СЗ), оценка этих знаний преподавателем (ОЗ), ведущим занятия по математике (по пятибалльной шкале). Набор показателей формировался так, чтобы представить все основные сферы, к которым могут относиться факторы, влияющие на успешность овладения студентами математикой.

Для определения качества математической подготовки студентов перед проведением указанного обучения на первом занятии им предлагалось выполнить контрольную работу, которая проверяла не знание тех или иных математических фактов, а уровень их общематематической культуры (обозначим субтесты «Ряды» и «Задачи» как контрольную работу № 1). С помощью теста Равена и Амтхауера определялся начальный уровень сформированности способности к логическому и аналитико-синтетическому мышлению студентов, и выступали в качестве начальных (фоновых) показателей. В конце обучения студенты выполняли аналогичную по сложности контрольную работу (№ 1) и те же самые тесты. Успешность овладения необходимым материалом по математике проверялась другой контрольной работой (обозначим ее № 2). Она состояла из двух частей. В первой ее части от студентов требовалось лишь решить задачи, связанные с главным содержанием изученного материала. Вторая часть заключалась в том, что студенты должны были объяснить, как они решали задачи. Это предполагало демонстрирование с их стороны умения владеть основными принципами и схемами рассуждений при решении задач предложенного типа. Таким образом, выявлялось не только качество усвоения ими материала, но и уровень их методологической подготовки.

Оценка личностных качеств студентов осуществлялась следующим образом. Каждому студенту предлагалось по пятибалльной шкале оценить соответствующие качества у каждого из своих товарищей. Затем подсчитывалось среднее арифметическое всех оценок для отдельных показателей для каждого студента. В результате была получена групповая оценка качеств личности каждого студента.

Кроме того, студентам предлагалось еще две разработанные нами анкеты. В одной из них они оценивали свои умения владеть вопросами как средством организации своей умственной деятельности. В другой анкете от студентов требовалось оценить свое понимание материала на занятиях по математике.

В ходе эксперимента были получены следующие показатели:

$B$  – самооценка умений владеть вопросами как методологическим средством организации рассуждений;

$Kв$  – оценка за выполнение первой части контрольной работы № 2;

$Kо$  – оценка за выполнение второй части контрольной работы № 2;

$KР_1$  – оценка за выполнение контрольной работы № 1 в начале обучения;

$KР_2$  – оценка за выполнение контрольной работы № 1 в конце обучения;

$ЭМ$  – оценка на экзамене по математике за 1 семестр;

$ПМ$  – самооценка уровня понимания материала на практических занятиях по математике;

$P_1$  – оценка за выполнение теста Равена в начале обучения;

$P_2$  – оценка за выполнение теста Равена в конце обучения;

$AP_1$  – оценка за выполнение теста Амтхауера (субтест «Ряды») в начале обучения;

$AЗ_1$  – оценка за выполнение теста Амтхауера (субтест «Задачи») в начале обучения;

$AP_2$  – оценка за выполнение теста Амтхауера (субтест «Ряды») в конце обучения;

$AЗ_2$  – оценка за выполнение теста Амтхауера (субтест «Задачи») в конце обучения;

$\Delta A_p$  – разность между  $AP_2$  и  $AP_1$ ;

$\Delta A_з$  – разность между  $AЗ_2$  и  $AЗ_1$ ;

$\Delta K$  – разность между  $Kв$  и  $Kо$ ;

$\Delta P$  – разность между  $P_2$  и  $P_1$ ;

$\Delta KP$  – разность между  $KР_1$  и  $KР_2$ .

Оценки качеств личности (взаимосвязи с которыми обнаружены):

$L_1$  – организованный;

$L_2$  – сообразительный;

$L_4$  – любознательный;

$L_6$  – умный;

$L_7$  – любит помогать, объяснять товарищам;

$L_8$  – умеет рассуждать, доказывать;

$L_{10}$  – активный на занятиях;

$L_{13}$  – обладает педагогическими способностями.

Анализ показателей, полученных для каждой группы в начале обучения свидетельствует о том, что студенты экспериментальной и контрольной групп в среднем одинаковы по уровню математической подготовки, они также неразличимы по возрасту, полу и сформированности определенных личностных качеств.

В конце обучения осуществлялось сравнение относительных показателей в каждой группе. Выяснилось, что средние отклонения эффективности (по результатам выполнения контрольных работ и теста интеллекта) и средняя величина абсолютных показателей, измеренных в конце обучения, выше в экспериментальной группе, чем в контрольной (по критерию Стьюдента  $p < 0,05$ ). Полученные результаты свидетельствуют о более высокой эффективности обучения математике в экспериментальной группе. Учитывая методику организации эксперимента, можно утверждать, что причиной, оказавшей решающее воздействие на результаты обучения, явилось целенаправленное использование преподавателем систем учебных вопросов в качестве основного стимулирующего и организующего средства мыслительной деятельности студентов. Однако в каждой группе могли действовать и другие факторы, также в определенной мере повлиявшие на конечный результат. Какие это факторы? И какова мера их влияния?

С целью поиска ответов на эти вопросы экспериментальные данные были обработаны методом факторного анализа. Факторизация осуществлялась по методу главных компонент. В результате в группе *A* были выделены 8 факторов, в группе *B* – 7 факторов. Суммарная доля воспроизводимой дисперсии в совокупности всеми факторами составила в группе *A* – 91%, в группе *B* – 78%, первыми тремя факторами в группе *A* – 57%, в группе *B* – 53%. Структура взаимосвязей в каждом из этих факторов оказалась в общих чертах сходной для групп *A* и *B*. Рассмотрим ее подробнее.

Первый фактор мы обозначили «Успешность учебной деятельности». В группе *B* он имеет вес 36% и положительно коррелирует с показателями *Кв*, *Ко*, *КР<sub>1</sub>*, *КР<sub>2</sub>*,  $\Delta K$ ,  $\Lambda_1$ - $\Lambda_{13}$ ; отрицательно – с *АР<sub>1</sub>*, *АЗ<sub>2</sub>*.

В группе *A* первый фактор имеет вес 30% и положительно коррелирует с *Кв*, *Ко*, *ЭМ*,  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_4$ ,  $\Lambda_6$ ,  $\Lambda_7$ ,  $\Lambda_8$ ,  $\Lambda_{10}$ ,  $\Lambda_{13}$ ; отрицательно – с *КР<sub>2</sub>*, *АЗ<sub>1</sub>*, *АР<sub>2</sub>*, *АЗ<sub>2</sub>*,  $\Delta K$ .

Сравнение структуры первого фактора в группе *A* и *B* показывает, что в экспериментальной группе она является более простой и естественной. В экспериментальной группе корреляция с *КР<sub>2</sub>* положительна, а в контрольной группе она отрицательна, что свидетельствует о принципиально различных тенденциях в изменении общематематической культуры студентов этих групп за период обучения. В группе *A* первый фактор оказался практически статистически не взаимосвязан с показателем *B* (умение владеть вопросами). Для группы *B* эта связь положительна, хотя и слабо выражена.

Второй фактор мы обозначили «Дефицит культуры вербально-логического характера». В группе *B* он имеет вес 16% и положительно коррелирует с *Р<sub>2</sub>*, *АР<sub>1</sub>*, *АЗ<sub>1</sub>*, отрицательно – с *Ко*, *ЭМ*,  $\Delta АР$ ,  $\Delta АЗ$ .

В группе *A* этот фактор имеет значимость 14% и положительно коррелирует с  $P_1$ ,  $\Delta A_3$ ,  $L_1$ , отрицательно – с  $B$ ,  $K_0$ ,  $P_2$ ,  $\Delta P$ . Взаимосвязи данного фактора с показателями рассматриваемого комплекса выражены менее четко. Однако легко обнаружить общую тенденцию: увеличение этого дефицита ведет к уменьшению величины положительных сдвигов в показателях интеллекта, происшедших за период обучения.

Сравнивая взаимосвязи второго фактора в каждой группе, можно заметить, что в контрольной группе отрицательных корреляций значительно больше. На основании этого естественно предположить, что дефицит культуры вербально-логического характера в группе *A* более ощутим, включая и умение владеть вопросами. В группе *B* положительные корреляции данного фактора с оценками за выполнение тестов интеллекта в начале вузовского обучения можно объяснить наличием компенсаторных механизмов, позволяющих с определенной степенью успешности справляться с тестами и без использования сложных умозаключений.

Третий фактор (также как и все остальные) имеет вес меньше, чем предыдущие два фактора (в обеих группах она меньше 11%). Поэтому мы сочли нецелесообразным обозначать его в содержательных терминах. Структура этого фактора оказалась достаточно сложной и несколько различной для этих групп. Если в группе *B* указанный фактор положительно коррелирует с показателями интеллекта ( $AP_2$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta P$ ) и отрицательно с самооценкой владения вопросами ( $B$ ), то в группе *A* с этими же показателями связь не выражена, а положительная взаимосвязь обнаруживается с показателями *ПМ* и  $P_1$ . Поэтому можно предположить, что природа этих факторов для групп *A* и *B* оказалась различной в силу специфики системы обучения в экспериментальной группе *B*. Но лишь как о слабо проявляющейся тенденции можно говорить о противоположной по знаку выраженности взаимосвязей этого фактора с показателями интеллекта и самооценкой умения оперировать учебными вопросами. Представляется, тем не менее, что для экспериментальной группы эти взаимосвязи более адекватны сути дела: курс математики для физиков настолько сложен и концентрирован, что завышенная самооценка своих возможностей студентами, как правило, свидетельствует о довольно низком их абсолютном уровне.

Таким образом, результаты факторного анализа показывают, что умение владеть вопросами в экспериментальной группе имеет важное значение для успешности овладения студентами математикой и методологическими средствами организации своей работы в различных ситуациях учебного процесса. В контрольной группе эти умения играют второстепенную роль, являются более низкими, и овладение студентами математикой отличается меньшей успешностью по сравнению с экспериментальной группой.

Сравнение структуры выявленных факторов в контрольной и экспериментальной группах подтверждает, что методологические умения, связанные с использованием вопросов, явились причиной в различии результатов обучения в этих группах. В данном случае факторный анализ применялся в комплексе с критерием Стьюдента для анализа различий в средних показателях. Однако этим не ограничивалась роль факторного анализа. С его помощью удалось обнаружить и упорядочить по значимости практически все основные факторы, влияющие на результаты обучения. Но только в условиях описанного эксперимента их влияние в какой-то мере нивелировалось, а усиливалось влияние одного фактора – целенаправленного использования систем вопросов.

Обратимся теперь к анализу корректности применения факторного анализа. Во-первых, в данном эксперименте не произведена проверка устойчивости структуры факторов и ее воспроизводимости в других условиях эксперимента (для того чтобы иметь возможность такой проверки, желательно выделять, как минимум, две контрольные и две экспериментальные группы). Во-вторых, число переменных равно числу случаев. Это снижает объективность полученных результатов. Можно было бы провести факторный анализ вместе для контрольной и экспериментальной групп (результаты были бы получены более стабильные, но в некотором смысле «рафинированные», т. е. лишённые качественного своеобразия отдельно каждой группы), а затем – для каждой группы в отдельности (как это и было сделано в данном случае) с тем, чтобы оценить влияние специфики групп на структуру факторов. Ротация в этом эксперименте проводилась, но не дала упрощения структуры факторов. Поэтому использована начальная матрица факторных нагрузок. Анализировалась структура первых трех факторов, вес которых – немного больше пятидесяти процентов. Это означает, что большая доля информации оказалась неучтенной, ее содержат оставшиеся нерассмотренные 4–5 факторов. Однако анализ их оказался малоэффективным в силу «размытости» структуры, особенно в экспериментальной группе.

Таким образом, результаты предпринятого факторного анализа являются неточными и могут использоваться только для формулировки гипотезы. Для оценки результатов эксперимента более продуктивно использование критерия Стьюдента, но для комплексного исследования их причин необходим факторный анализ. Как мы видели, структура факторов меняется во времени в одной и той же выборке, что позволяет проследить динамику процесса. Поэтому данный вариант обработки данных является эффективным для формирующего педагогического эксперимента. При наличии контрольной группы и соблюдении технологии организации такого эксперимента могут быть установлены и причинно-следственные связи. В ходе данного эксперимента они выявлены

с помощью использования в комплексе метода факторного анализа и критерия Стьюдента.

Результаты, полученные в ходе факторного анализа, обладают большей долей субъективности, которая возникает на разных этапах его реализации: формирования совокупности переменных, выбора метода факторизации и ротации (вращения матрицы), определение оптимальной факторной матрицы. Наибольшей субъективностью обладает последний этап реализации факторного анализа – интерпретации выявленных факторов.

Факторный анализ чаще всего использует линейные взаимосвязи переменных и факторов. В результате резко ограничиваются границы применимости факторного анализа, а полученные модели являются приближением реально существующих сложных нелинейных взаимосвязей для локальных условий.

Поэтому в значительной мере результаты факторного анализа носят характер гипотезы, причем достаточно обоснованной, если исследователь соблюдает требования к реализации факторного анализа. Кроме указанных выше требований после его завершения полученные результаты необходимо проверить. Проверка связана с изучением воспроизводимости факторной матрицы в различных условиях (при изменении выборки, повторном измерении переменных и т. д.) и с получением аналогичных данных с помощью других методов многомерной статистики (дисперсионного, дискриминантного, корреляционного анализа и др.).

Анализ воспроизводимости факторной матрицы в процессе организации педагогического эксперимента предполагает его повторение в той же самой или другой выборке обучаемых, что значительно увеличивает трудоемкость исследования. Кроме того, для педагогики важно учитывать и особенности контингента обучаемых или условий обучения, что сразу ограничивает возможности исследователя в формировании выборки. Нередко она определяется типом школы, возрастом испытуемых и т. п. Имея в виду все преимущества и недостатки факторного анализа в связи с исследованием педагогических систем и процессов, его нельзя считать универсальным методом. Он должен использоваться не только в единстве с другими статистическими методами, но и с методами качественного анализа во избежание излишней формализации предмета исследования, влекущей за собой потерю важной части его содержательной сущности.

Если исследуемые факторы имеют иерархическую природу, то для ее анализа можно воспользоваться матрицей корреляций между факторами и еще раз провести факторный анализ, применяя выделенные первоначально факторы (первого порядка) в качестве переменных. Полученные факторы называются факторами второго порядка. Данную процедуру можно продолжить. Однако

чаще всего это является нецелесообразным, так как субъективность интерпретаций факторов каждый раз резко увеличивается. Поэтому такой многоуровневый анализ имеет смысл при получении четкой структуры факторов и их очевидной интерпретации. Указанная теоретическая возможность использования факторного анализа в педагогических исследованиях остается нереализованной (по крайней мере в отечественной педагогической науке нам такие работы неизвестны).

Современные компьютерные программы (например, «Статистика») позволяют достаточно быстро произвести необходимую обработку данных, рассмотреть различные варианты ротации факторной матрицы, представить полученные результаты в удобном для анализа виде (аналитическом, графическом). Причем эти программы содержат всю информацию, необходимую для определения эффективности применения данного метода, формального анализа результатов обработки (с точки зрения статистической точности) и содержательного анализа (с позиции решения поставленной исследовательской задачи). Поэтому исследователь должен быть компетентным в вопросах подготовки массива данных к обработке методом факторного анализа и интерпретации полученных результатов, опираясь на формальные статистические характеристики. Математические процедуры обработки являются достаточно сложными, и человеку, не имеющему фундаментальной математической подготовки, почти невозможно в них разобраться, тем более что это требует длительного времени. Компьютерные статистические программы избавляет от такой необходимости. Для их использования можно ограничиться пониманием сути факторного анализа и тех моделей, с помощью которых представляются результаты.

Конечно, знание метода и выполнение перечисленных выше условий не гарантирует успех применения факторного анализа. Он зависит также от интуиции исследователя, подсказывающей ему выбор траектории обработки данных и природу выявленных факторов. Однако при правильном и искусном использовании, учитывающем специфику педагогических систем и процессов, факторный анализ способен выступить в качестве эффективного средства познания педагогических закономерностей.

#### *Литература*

1. Загвязинский В. И., Атаханов Р. Методология и методы психолого-педагогического исследования. – М.: Издательский центр «Академия», 2001.
2. Гласс Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. – М.: Прогресс, 1976.
3. Иберла К. Факторный анализ. – М.: Статистика, 1980.

4. Лоули Д., Максвелл А. Э. Факторный анализ как статистический метод. – М.: Мир, 1967.
5. Лупандин В. И. Математические методы в психологии: Учеб. пособие. – Екатеринбург: Изд-во Гумилевского ун-та, 1987.
6. Митина О. В., Михайловская И. Б. Факторный анализ для психологов. Учеб. пособие. – М.: Учебно-методический коллектор «Психология», 2001.
7. Михеев В. И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике. – М.: Высшая школа, 1987. 198 с.
8. Суходольский Г. В. Основы математической статистики для психологов. – Л: Изд-во ЛГУ, 1972.