В. В. Гудков

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОПЕРЕЧНОГО УЛЬТРАЗВУКА НА ОСНОВЕ АМПЛИТУДНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Среди физических явлений, состоящих в изменении поляризации поперечной ультразвуковой волны, в настоящее время известны акустические аналоги магнитооптических эффектов Фарадея и Коттона – Мутона. Они наблюдаются, когда первоначально линейно поляризованная поперечная ультразвуковая волна распространяется в объемном образце, и обусловлены взаимодействием упругой подсистемы с магнитной или с электронами проводимости. Эти эффекты приводят к эллиптичности ультразвука и вращению плоскости поляризации (или большой оси эллипса) в продольном относительно волнового вектора (эффект Фарадея) или перпендикулярном (эффект Коттона – Мутона) внешнем магнитном поле. Количественными характеристиками этих эффектов являются поляризационные параметры: $\varepsilon$ – эллиптичность, по модулю равная отношению малой и большой полуосей эллипса, и $\Phi$ – угол поворота плоскости поляризации или, более корректно, большой оси эллипса.

Вращение плоскости поляризации в условиях акустического аналога эффекта Фарадея впервые обнаружили Морз и Гавенда [1] в меди. Позже Беммель и Дрансфельд [2] наблюдали этот эффект в магнитном кристалле – железо-иттриевом гранате. Люти [3] впервые обнаружил эффект Коттона – Мутона в этом же материале.

Методика, использованная упомянутыми авторами, основывалась на неэкспоненциальном спаде амплитуды сигнала, вызванном изменением поляризации и, вследствие этого, была применима лишь для слабо поглощающих веществ либо лишь для качественной оценки эффекта. Метод прецизионного определения $\Phi$, не зависящий от уровня поглощения ультразвука, разработали Бойд и Гавенда [4], но он был применим в условиях, когда эллиптичностью можно пренебречь.

Первый метод прецизионного определения как $\varepsilon$, так и $\Phi$, был опубликован в работе [5]. Он был разработан для экспериментальной установки, способной измерять изменения амплитуды и фазы высокочастотного сигнала. После этой публикации большинство экспериментов в этой области были выполнены с использованием амплитудно-фазовых методик. Их обзор и ссылки на наиболее важные эксперименты по магнитоакустическим поляризационным явлениям приведены в работе [6]. Детальное изложение физических явлений, в которых проявляются магнитоакустические поляризационные явления, можно найти в монографии [7].

Следует отметить, что большее число экспериментальных установок разработано для измерения только амплитуды сигнала $U$ и, как правило, они используются для определения коэффициента поглощения ультразвука $\Gamma$. Однако в случае, когда имеет место вращение плоскости поляризации и/или эллиптичность ультразвука, простая экспоненциальная связь между $U$ и $\Gamma$ отсутствует, прежде всего потому, что поляризационные явления обусловлены суперпозицией как минимум двух собственных волн, которые имеют различные коэффициенты поглощения и различные фазовые скорости.

Тем не менее, оказалось, что даже амплитудные установки могут быть использованы для исследования поляризационных явлений в полной мере, т. е. для определения как $\varepsilon$, так и $\Phi$. Настоящая работа посвящена описанию метода, позволяющего выполнять подобные эксперименты.

Он состоит в измерении изменения амплитуды напряжения $V$ на приемном пьезопреобразователе в некотором магнитном поле $H_1$ относительно начального $H=H_0$ при трех различных ориентациях приемного пьезопреобразователя, заданных углами $\psi_i$, определенными относительно передающего пьезопреобразователя (или, иными словами, относительно плоскости поляризации падающей волны), и последующей обработке данных с помощью формул (18) и (19). Метод может быть применим для исследования любых поляризационных явлений. Единственным ограничением является условие $\Phi(H_0)=0$ и $\varepsilon\,(H_0)=0$, т. е. предполагается, что существует состояние образца с нулевыми $\Phi$ и $\varepsilon$, и это состояние выбрано начальным.

Рассмотрим вывод формул, являющихся математическим содержанием методики. Периодическое движение элемента объема по эллиптической траектории может быть представлено с помощью амплитуд $u^{\pm}$ и фаз $\varphi^{\pm}$ циркулярных упругих смещений, а стандартные выражения для эллиптичности и угла поворота большой оси эллипса поляризации могут быть записаны следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{u^{+} - u^{-}}{u^{+} + u^{-}},$$

$$\Phi = \frac{\varphi^{+} - \varphi^{-}}{2}.$$

Вводя параметр $p = (u^{-} / u^{+}) \exp[i(\varphi^{-} - \varphi^{+})]$, эти выражения можно представить как

$$\varepsilon = \frac{1 - |p|}{1 + |p|},$$
$$\Phi = -\frac{1}{2} \mathrm{Im}\{\ln p\}. \tag{1}$$

Проекции упругих смещений на направление поляризации приемного пьезопреобразователя могут быть записаны в виде:

$$u_r = \mathrm{Re}\ \{u^{+} \exp[i(\omega t - \varphi^{+} - \psi)] + \{u^{-} \exp[i(\omega t - \varphi^{-} + \psi)]\}, \tag{2}$$

где $\psi$ – угол между этим направлением и плоскостью поляризации падающей волны, $\omega$ – частота и $t$ – время. Упругие смещения $u_r$ на приемном пьезопреобразователе возбуждают переменное напряжение $V\cos(\omega t - \alpha) = \eta u_r$, где $\eta^2$ – коэффициент преобразования энергии упругих колебаний в энергию электрического поля, а $\alpha$ – постоянная фаза. Используя уравнение (2), получим:

$$V[\cos\omega t \cos\alpha + \sin\omega t \sin\alpha] = \eta\{[u^{+}\cos(\varphi^{-} + \psi) + u^{-}\cos(\varphi^{-} - \psi)] \cos\omega t +$$
$$+ [u^{-}\sin(\varphi^{-} + \psi) + u^{-}\sin(\varphi^{-} - \psi)] \sin\omega t\}. \tag{3}$$

Поскольку уравнение (3) справедливо при любом $t$, оно может быть сведено к двум уравнениям:

$$V\cos\alpha = \eta\ [u^{+}\cos(\varphi^{-} + \psi) + u^{-}\cos(\varphi^{-} - \psi)], \tag{4}$$

$$V\sin\alpha = \eta\ [u^{+}\sin(\varphi^{+} + \psi) + u^{-}\sin(\varphi^{-} - \psi)]. \tag{5}$$

Умножая уравнение (5) на мнимую единицу и суммируя результат с уравнением (4), получим:

$$V\exp(i\alpha) = \eta\ [u^{+}\exp[i(\varphi^{+} + \psi)] + u^{-}\exp[i(\varphi^{-} - \psi)]. \tag{6}$$

Уравнения типа (6) могут быть записаны, естественно, для любых значений $H$ и $\psi$. Введем индексы $j$=0 и 1 для двух значений $H$ и индексы $k$=1, 2 и 3 для трех значений $\psi$, чтобы обозначить величины $V_{kj}$, $\alpha_{kj}$, $u^{\pm}_{j}$

и $\varphi^{\pm}_j$, соответствующие определенным значениям магнитного поля $H_j$ и угла $\psi_k$. Тогда для $\psi = \psi_1$, $H=H_0$ и $H_1$ имеем:

$$V_{10} \exp (i\alpha_{10}) = \eta \{u_0^+ \exp [i (\varphi_0^+ + \psi_1)] + u_0^- \exp [i (\varphi_0^- - \psi_1)]\}, \qquad (7)$$

$$V_{11} \exp (i\alpha_{11}) = \eta \{u_1^+ \exp [i (\varphi_1^+ + \psi_1)] + u_1^- \exp [i (\varphi_1^- - \psi_1)]\}. \qquad (8)$$

Поделив уравнения (8) на (7), получим:

$$(V_{11} / V_{10}) \exp [i (\alpha_{11} - \alpha_{10})] = (F_1^+) \exp (i\psi_1) + (F_1^-) \exp ( - i\psi_1), \qquad (9)$$

где

$$F_1^{\pm} = u_1^{\pm} \exp (i\varphi_1^{\pm}) \{u_0^+ \exp [i (\varphi_0^+ + \psi_1)] + u_0^- \exp [i (\varphi_0^- + \psi_1)]\}^{-1}.$$

Уравнение, аналогичное (9), для $\psi=\psi_2$ имеет вид:

$$(V_{21} / V_{10}) \exp [i (\alpha_{21} - \alpha_{10})]\delta_2 \exp (i\lambda_2) = (F_1^+) \exp (i\psi_2) + (F_1^-) \exp ( - i\psi_2), \qquad (10)$$

где $\lambda_2$ и $\delta_2$ учитывают изменения фазы и амплитуды сигнала, вызванные различиями в склейке приемного пьезопреобразователя с образцом при изменении угла от $\psi_1$ до $\psi_2$.

Еще одно изменение $\psi$ приведет к следующему уравнению в дополнение к (9) и (10):

$$(V_{31} / V_{10}) \exp [i (\alpha_{31} - \alpha_{10})] \delta_3 \exp (i\lambda_3) = (F_1^+) \exp (i\psi_3) + (F_1^-) \exp ( - i\psi_3). \qquad (11)$$

Здесь $\delta_3$ и $\lambda_3$ имеют то же происхождение, что и $\lambda_2$ и $\delta_2$, но соответствуют изменению угла от $\psi_1$ до $\psi_3$.

После умножения правых и левых частей уравнений (9) – (11) на комплексно сопряженные величины, получим:

$$(V_{11} / V_{10})^2 = | F_1^+ |^2 + | F_1 - |^2 + 2| F_1^+ || F_1^- | \cos (\Delta\varphi_1 + 2\psi_1), \qquad (12)$$

$$(V_{21}\, \delta_2 / V_{10})^2 = | F_1^+ |^2 + | F_1^- |^2 + 2| F_1^+ || F_1^- | \cos (\Delta\varphi_1 + 2\psi_2), \qquad (13)$$

$$(V_{31}\, \delta_3 / V_{10})^2 = | F_1^+ |^2 + | F_1^- |^2 + 2| F_1^+ || F_1^- | \cos (\Delta\varphi_1 + 2\psi_3), \qquad (14)$$

где введено обозначение $\Delta\varphi_1^- = \varphi_1^+ - \varphi_1$, а амплитудные поправки $\delta_i$, в силу условия $\Phi(H_0) = 0$ и $\varepsilon (H_0) = 0$, определяются измеряемыми в эксперименте величинами $V_{i0}$ и $\psi_i$ следующим образом:

$$\delta_i = (V_{10} \cos \psi_i) (V_{i0} \cos \psi_1)^{-1}.$$

Операция умножения на комплексно сопряженные величины необходима для того, чтобы исключить из последующих уравнений фазы $\alpha_{kj}$, поскольку в данном методе амплитуда является единственным измеряемым параметром, если не считать углы $\psi_i$, которые, по сути, задаются. Далее, разделив обе части уравнений (12) – (14) на $|F_1^+||F_1^-|$, получим:

$$|p_1|^{-1} + |p_1| + 2\cos[2(\Phi_1 - \psi_1)] - (V_{11}/V_{10})^2 (|F_1+||F_1^-|)^{-1} = 0, \quad (15)$$

$$|p_1|^{-1} + |p_1| + 2\cos[2(\Phi_1 - \psi_2)] - (V_{21}\,\delta_2/V_{10})^2 (|F_1+||F_1-|)^{-1} = 0, \quad (16)$$

$$|p_1|^{-1} + |p_1| + 2\cos[2(\Phi_1 - \psi_3)] - (V_{31}\,\delta_3/V_{10})^2 (|F_1+||F_1-|)^{-1} = 0, \quad (17)$$

где $p_1 \equiv p(H_1)$ и $\Phi_1 \equiv \Phi(H_1)$.

Таким образом, мы имеем три уравнения с тремя неизвестными. Это: $|F_1+||F_1-|$, $|p_1|$ и $\Phi_1$. Последние два являются параметрами, которые нас и интересуют. Решения системы (15) – (17) имеют вид:

$$\begin{aligned}\Phi_1 = 0{,}5\,\mathrm{arctg}\,\{&[(V_{21}^2\delta_2^2 - V_{31}^2\delta_3^2)\cos 2\psi_1 + (V_{31}^2\delta_3^2 - V_{11}^2)\cos 2\psi_2 +\\ &+ (V_{11}^2 - V_{21}^2\delta_2^2)\cos 2\psi_3] \times [(V_{21}^2\delta_2^2 - V_{31}^2\delta_3^2)\sin 2\psi_1 +\\ &+ (V_{31}^2\delta_3^2 - V_{11}^2)\sin 2\psi_2 + (V_{11}^2 - V_{21}^2\delta_2^2)\sin 2\psi_3]^{-1}\}\end{aligned} \quad (18)$$

$$|p_1| = (a_1/c_1) \pm [(a_1/c_1)^2 - 1]^{1/2}, \quad (19)$$

где введены обозначения:

$$a_1 = V_{11}^2\sin[2(\psi_2 - \psi_3)] + V_{21}^2\delta_2^2\sin[2(\psi_3 - \psi_1)] + V_{31}^2\delta_3^2\sin[2(\psi_1 - \psi_2)]\cos 2\Phi_1,$$

$$c_1 = (V_{21}^2\delta_2^2 - V_{31}^2\delta_3^2)\sin 2\psi_1 + (V_{31}^2\delta_3^2 - V_{11}^2)\sin 2\psi_2 + (V_{11}^2 - V_{21}^2\delta_2^2)\sin 2\psi_3.$$

В уравнении (19) перед квадратным корнем необходимо брать знак ( – ), так как только он обеспечивает $|p_1| = 0$ и, следовательно, $|\varepsilon_1| = 1$ в уравнении (1), т. е. соответствует решению, имеющему физический смысл.

В заключение следует отметить, что измерения с тремя углами $\psi$ не так удобно производить, как, например, с одним углом в амплитудно-фазовой методике, применяемой для исследования магнитоакустического эффекта Фарадея. Но это есть плата за простоту экспериментальной установки: амплитудно-фазовые измерения в диапазоне частот $10^8$–$10^9$ Гц (а именно эти частоты используются в упомянутых выше экспериментах) требуют значительно более сложной техники.

**Библиографический список**

1. *Morse R. W., Gavenda J. D.* Magnetic oscillations of ultrasonic attenuation in copper crystal at low temperatures // Phys. Rev. Lett. 1959. V. 2, № 6.

2. *Bömmel H., Dransfeld K.* Absorption and rotational dispersion in YIG-crystals // Bull. Am. Phys. Soc. Ser. 2. 1960. V. 5.

3. *Luthi B.* Ferro-acoustic resonance in yttrium iron garnet // Phys. Lett. 1963. V. 3, № 6.

4. *Boyd R. J., Gavenda J. D.* Attenuation and rotation of plane-polarized ultrasound in copper in longitudinal magnetic field // Phys. Rev. 1966. V. 52, № 2.

5. *Гудков В. В., Власов К. Б.* Определение вращения плоскости поляризации и эллиптичности ультразвуковых волн в магнитнополяризованных средах // Физика металлов и металловедение. 1978. Т. 46, вып. 2.

6. *Gudkov V. V., Tarasov B. V.* A technique for measuring the ellipticity and rotation of the polarization plane of ultrasound // J. Acoust. Soc. America. 1998. V. 104, № 5.

7. *Gudkov V. V., Gavenda J. D.* Magnetoacoustic polarization phenomena in solids. New York, 2000.

**В. П. Верещагин**

# ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ СХЕМ МАРКОВСКОГО И НЕМАРКОВСКОГО ОПИСАНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМ СО СЛАБЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В МЕТОДЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ АНСАМБЛЕЙ

Теоретическое описание неравновесных макроскопических систем производится обычно в рамках ограниченного набора переменных, эволюцию которых можно проследить в макроскопическом эксперименте. Такое описание становится возможным, если интересоваться поведением системы на достаточно больших временных масштабах $t - t_0$ ($t_0$ – начальный момент времени), когда детали начального состояния системы оказываются уже несущественными и сокращается число параметров, необходимых для ее описания. Решение любой конкретной задачи в этом случае заключается в построении и решении уравнений (так называемых уравнений переноса или кинетических уравнений) для ограниченного числа макроскопических переменных (МП), харак-