работников и о порядке определения учебной нагрузки педагогических работников, оговариваемой в трудовом договоре» (Зарегистрировано в Минюсте РФ 25.02.2015 №36204).

8. Указ президента РФ «О мероприятиях по реализации государственной социальной политики» от 07.05.2012 г. №597 / Российская газета, Столичный выпуск №5775. 9 мая 2012 г.

УДК 371.3:51:004.9

В. А. Далингер

ОРГАНИЗАЦИЯ ВНЕКЛАССНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Далингер Виктор Алексеевич

dalinger@omgpu.ru

ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет», Россия, г. Омск

THE ORGANIZATION OF OUT-OF-CLASS ACTIVITY OF PUPILS FOR MATHEMATICS WITH USE OF REMOTE EDUCATIONAL TECHNOLOGIES

Dalinger Victor Alekseevich

Omsk state pedagogical university, Russia, Omsk

Аннотация. *В статье рассматривается вопрос об организации внеклассной деятельности учащихся общеобразовательных школ по математике в условиях дистанционного обучения, приводятся примеры заданий по математике, которые можно предложить учащимся для исследовательской деятельности.*

Abstract. *In article the question of the organization of out-of-class activities of pupils of comprehensive schools for mathematics in the conditions of distance learning is considered, examples of tasks on mathematics which can be offered pupils for research activity are given.*

Ключевые слова: *внеклассная работа по математике, исследовательские задания по математике, дистанционные технологии обучения.*

Keywords: *out-of-class work on mathematics, research tasks on mathematics, remote technologies of training.*

Дистанционное обучение на базе компьютерных телекоммуникаций становится частью информационно-образовательной культуры человека XXI века.

Формировать у учащихся умение использовать дистанционные технологии в образовании следует уже в школе и наиболее целесообразно это делать во внеклассной самостоятельной работе. Для организации внеклассной самостоятельной работы следует использовать совокупность взаимосвязанных заданий по учебному предмету (в данном случае по математике), выполнение которых направлено на усвоение учебного материала в соответствии с требованиями учебной программы.

В этой статье мы приведем различные учебные задания, которые можно использовать во внеклассной самостоятельной работе учащихся в процессе обучения их математике в различных классах.

1. Прямые, содержащие высоты треугольника, вписанного в гиперболу $y = \frac{1}{x}$, пересекаются в точке, лежащей на гиперболе (рис. 1 а, б).

Зададим координаты вершин треугольника: $A\left(x_1; \frac{1}{x_1}\right)$; $B\left(x_2; \frac{1}{x_2}\right)$; $C\left(x_3; \frac{1}{x_3}\right)$. Составим уравнение прямых *AC, AB, BC*, а затем найдем уравнения высот *AK, BK, CK*. Решив систему трех уравнений с тремя неизвестными, мы установим, что координаты точки *K* удовлетворяют уравнению гиперболы $y = \frac{1}{x}$.

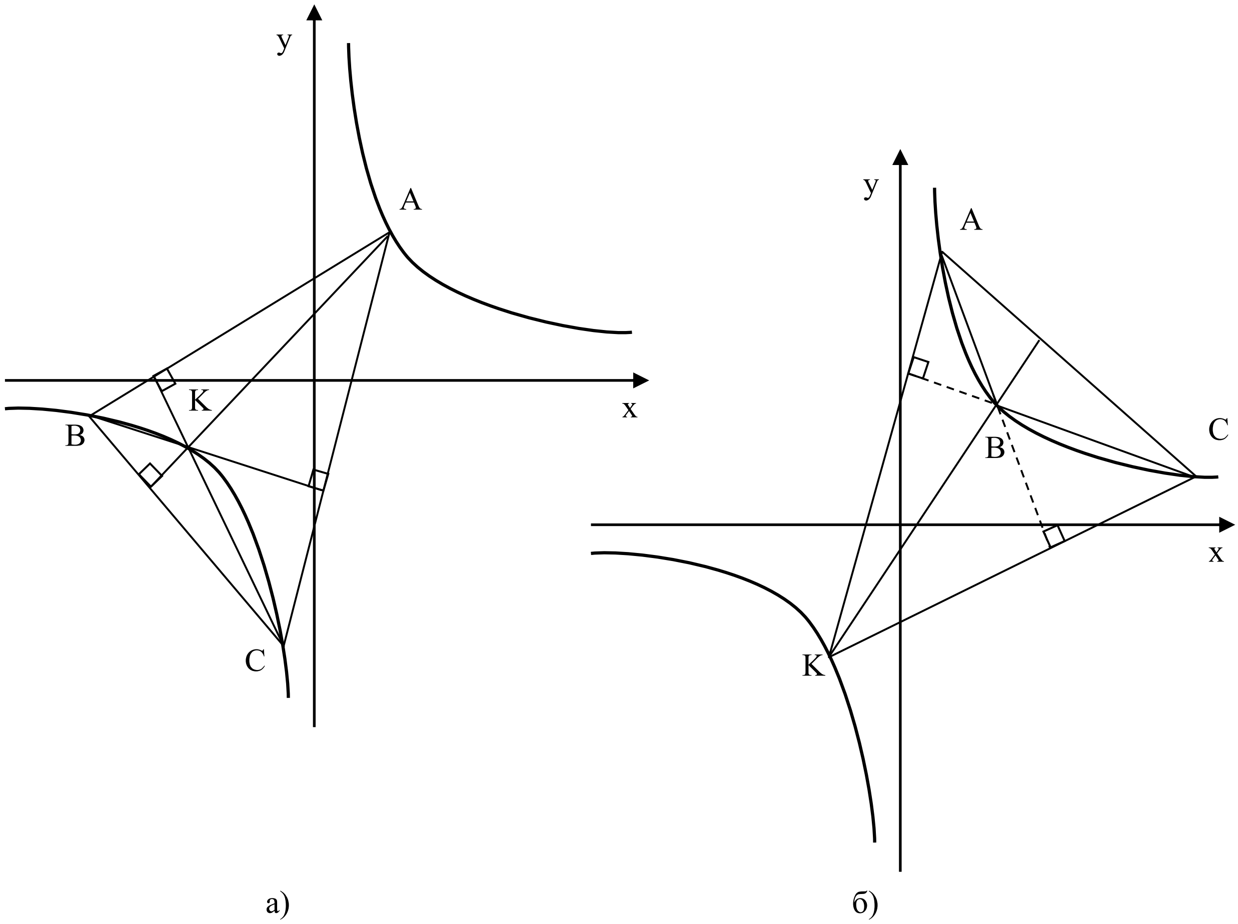

Рисунок 1

Естественно, напрашивается некоторое обобщение этого факта. Учащимся, например, можно предложить провести исследование такого вопроса: «Обладают ли такими свойствами кривые, задаваемые уравнениями $y = \frac{ax+b}{cx+d}$?».

2. Далее целесообразно рассмотреть такой вопрос: «Не будут ли прямые, содержащие высоты треугольника, вписанного в график функции $y = a^x$, пересекаться в точке, лежащей на графике обратной функции $y = \log_a x$?».

Заметим, что исследование поставленного вопроса можно провести с помощью как чисто математических выкладок, так и компьютерного эксперимента. Рассмотрим пример.

Дана функция $y = 2^x + 6$ и ей обратная функция $y = \log_2(x-6)$. На графике функции $y = 2^x + 6$ лежат вершины треугольника *ABC* с координатами: *A*(0; 7), *B*(2; 10), *C*(1; 8). Докажем, что точка пересечения высот треугольника лежит на графике функции $y = \log_2(x-6)$.

Решение

Составим уравнение прямой *AB*: $\dfrac{y-7}{10-7} = \dfrac{x-0}{2-0}$, $\Rightarrow$ $y = \dfrac{3}{2}x + 7$. Угловой коэффициент $k = 1{,}5$. Тогда угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к прямой (*AB*), $k_1 = -\dfrac{2}{3}$. Так как эта прямая должна пройти через точку *C*, то получаем $8 = -\dfrac{2}{3} + b$, $b = 8\dfrac{2}{3}$, и уравнение $y = -\dfrac{2}{3}x + 8\dfrac{2}{3}$ – (1) – это уравнение прямой, на которой лежит высота треугольника *ABC*, проведенной из точки *C*.

Составим уравнение прямой *AC*: $\dfrac{y-7}{8-7} = \dfrac{x-0}{1-0}$, $\Rightarrow y = x + 7$, $k = 1$. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к прямой (*AC*), $k_1 = -1$. Найдем b_1 для прямой, проходящей через точку *B*: $10 = -1 \cdot 2 + b_1$ $b_1 = 12$. Уравнением прямой, на которой лежит высота треугольника *ABC*, проведенная из точки *B*, будет $y = -x + 12$. (2)

Найдем точку пересечения этих прямых (1) и (2):

$$\begin{cases} y = -\dfrac{2}{3}x + 8\dfrac{2}{3} \\ y = -x + 12 \end{cases}.$$

Решив систему, получим $x = 10$, $y = 2$; *P*(10; 2).

Проверим, будет ли эта точка *P* лежать на графике функции $y = \log_2(x-6)$. $2 = \log_2(10-6) \Rightarrow 2 = 2$. Да, точка *P* лежит на графике функции $y = \log_2(x-6)$.

Выбор других треугольников с вершинами на графике одной функции показал, что других треугольников, обладающих таким свойством, нет. Отсюда мы сделали вывод: для показательной и ей обратной логарифмической функций можно найти только один такой треугольник (этот вывод требует более глубокого анализа).

3. Можно ли вписать в графики функций $y = a^x$ и $y = \log_a x$, где $0 < a < a^{-e}$ ($e^{-e} \approx 1/15$), равнобедренный треугольник, такой, что его вершины принадлежат одновременно этим графикам?

В других терминах сходная задача выглядит следующим образом: всегда ли уравнение $a^x = \log_a x$ при $0 < a < a^{-e}$ имеет три корня?

4. Известно, что внутри любого треугольника *ABC* (рис. 2) существует такая точка *P* (а их две), что $\angle PAC = \angle PBA = \angle PCB$ (*).

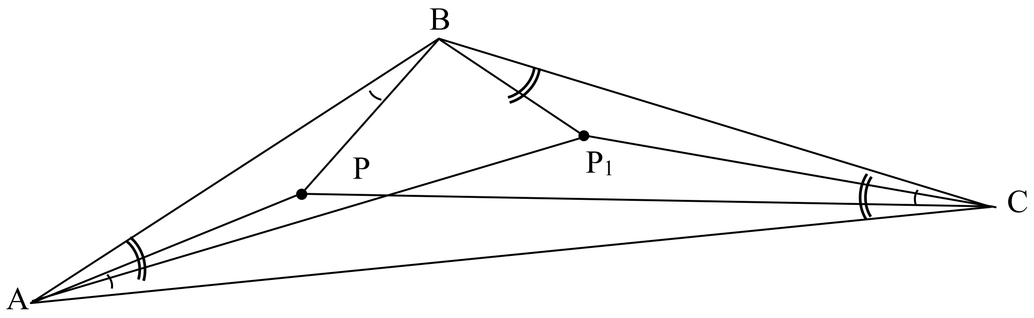

Рисунок 2

Точки P и P_1 называются точками Крелля-Брокара.

а) Выполните следующее исследовательское задание: Найти способы построения точек Крелля-Брокара с помощью компьютера. (Дадим наводящие подсказки: строятся подобные треугольники на сторонах исходного треугольника или используются формулы для координат точек Крелля-Брокара).

Обозначим углы, содержащиеся в равенстве (*), через δ. Известно также, что $\delta \le 30^\circ$ и что $\operatorname{ctg}\delta = \operatorname{ctg}A + \operatorname{ctg}B + \operatorname{ctg}C$. Ниже приведены теоремы, которые могут стать предметом исследования учащихся.

б) Исследуйте вопрос: «Может ли точка $P(P_1)$ лежать на биссектрисе, на медиане, на высоте или на двух из них?»

в) Докажите, что если P – центр описанной окружности, или центр вписанной окружности, или ортоцентр, то треугольник ABC правильный.

г) Докажите, что если точка Крелля-Брокара P есть точка пересечения медиан, то треугольник ABC правильный.

д) Докажите, что если точка Крелля-Брокара P является точкой пересечения медианы CM с высотой BD, то треугольник ABC правильный.

е) Докажите, что если в треугольнике ABC $\delta = 30^\circ$, то треугольник правильный.

5. Предложим читателю еще несколько фактов, относящихся к точкам Крелля-Брокара, которые предстоит доказать.

а) Докажите, что внутри ΔABC существует такая точка P, что $\angle ABP = \angle CAP = \angle BCP$ (первая точка Крелля-Брокара). Докажите, что существует еще и вторая точка Крелля-Брокара Q, для которой $\angle BAQ = \angle ACQ = \angle CBQ$.

б) На сторонах ΔABC внешним образом построены подобные ему треугольники: ΔCA_1B, ΔCAB_1, ΔC_1AB. Докажите, что прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке, причем это точка и есть одна из точек Крелля-Брокара.

в) Через точку Крелля-Брокара P треугольника ABC проведены прямые AP, BP и CP, пересекающие описанную окружность в точках A_1, B_1 и C_1. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны.

г) Пусть P – точка Крелля-Брокара ΔABC. Докажите, что $\angle ABP$, $\angle CAP$, $\angle BCP$ не превосходят 30°.

6. Точка Микеля.

Четыре прямые образуют четыре треугольника (рис. 3).

а) Докажите, что описанные окружности этих треугольников имеют общую точку (точка Микеля).

б) Докажите, что центры описанных окружностей этих треугольников лежат на одной окружности, проходящей через точку Микеля.

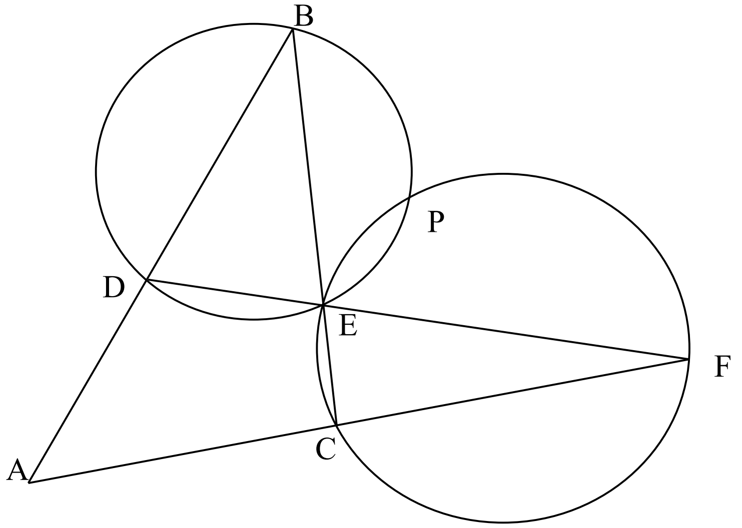

Рисунок 3

Имеем следующие четыре треугольника: ΔABC, ΔDBE, ΔADF, ΔECF. Точка P – точка Микеля.

Разнообразные задания по математике, которые можно предлагать учащимся для внеклассной самостоятельной работы, читатель найдет в наших работах [1, 2, 3].

Список литературы

1. *Далингер В. А*. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. – 456 с.
2. *Далингер В. А*. Обеспечение динамичности курса геометрии средствами «Математического конструктора» // Информатизация образования: теория и практика. Международная научно-практическая конференция (г. Омск, 20 – 21 ноября 2015 г.) / Сборник материалов под. общ. ред. М. П. Лапчика. – Омск: Полиграфический центр КАН, 2015. – С. 197 – 200.
3. *Далингер В. А*. Дистанционное обучение как средство работы с одаренными детьми – будущими абитуриентами вуза: Материалы международной научной конференции «Современные наукоёмкие технологии» (Испания (Тенерифе) 20 – 27 ноября 2015 г.)// Международный журнал экспериментального образования,-№11 (часть 5).- 2015.- М.: Издательский дом «Академия естествознания»,2015- С.709-710.