

С. В. Федулов,
А. Н. Юрченко

ОПТИМИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

This article is devoted to development of algorithm and computer program, for optimisation of a mathematical model of a device with arbitrary number of a binary enter signals. As a fundamental basis for the solution the Theory of Sets was chosen.

Работа посвящена исследованиям в области алгоритмов, строящихся на основе дискретных структур. Ее главная цель – разработка алгоритма и компьютерной программы оптимизации булевой функции, моделирующей работу логического устройства, которое представляет собой «черный ящик», на «вход» которого подается N двоичных сигналов. Фундаментальной базой для решения поставленной задачи стала теория множеств.

Когда работа «черного ящика» задана таблицей истинности (ТИ), аналитическое выражение такой функции записать несложно (в виде нормальной формы Кантора – НФК). Но функций, удовлетворяющих заданной ТИ, может быть много (в этом смысле сформулированная задача относится к категории некорректных), а выбрать среди них минимальную по количеству операций – задача совсем не тривиальная. Найти же общее решение для функций большой размерности в литературе не удалось. В работе предлагается алгоритм решения этой задачи и его реализация в среде DELPHI.

Выделяются следующие основные этапы реализации алгоритма:

- 1) построение гиперкуба как основы структурной модели исходного устройства;
- 2) определение максимальных интервалов;
- 3) построение таблицы Квайна;
- 4) выделение покрытия, соответствующего минимальному количеству операндов в функции.

Под гиперкубом понимается граф H , каждая вершина которого взаимно однозначно соответствует элементам области пространства, в котором решается задача. Сопоставленные этим областям двоичные векторы отличаются в одном и только одном разряде.

Двоичные наборы задают десятичными эквивалентами

$$(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot 2^{n-i},$$

булеву функцию – перечислением десятичных эквивалентов, соответствующих конституентам, в которых функция равна 1, где конституента – это множество вида

$$\bigcap_{i=1}^n M_i^{\sigma_i} = M_1^{\sigma_1} \cap M_2^{\sigma_2} \cap \dots \cap M_n^{\sigma_n}, \sigma_i = 0, 1.$$

Для выделения максимальных интервалов используем метод Квайна. С его помощью получаем массив максимальных интервалов, на основе которого может производиться дальнейшая минимизация.

Следующее действие – построение таблицы Квайна. С ее помощью при каждом шаге преобразования происходит сокращение первоначально найденной записи функции таким образом, чтобы вновь полученная запись соответствовала заданной ТИ. В результате всех преобразований мы получаем модель устройства с минимальным количеством программных шагов и, следовательно, используемых аппаратных средств.

Разработанный алгоритм нахождения минимальной НФК позволяет избежать перебора всех возможных решений для поиска оптимального.

Программа, реализующая данный алгоритм, применялась при разработке методических средств для выполнения лабораторных работ и изложении теоретического материала по дисциплинам «Теоретические основы информатики» и «Дискретная математика». Эта программа также может быть использована в различных областях науки и техники.