

ВОПРОСЫ ДИДАКТИКИ

УДК 372.851, 373.1

Гельфман Эмануила Григорьевна

доктор педагогических наук, заведующая кафедрой математики, теории и методики обучения математике, профессор Томского государственного педагогического университета, Томск.

E-mail: bgelfman@edu.tomsk.ru, idcenter@tspu.edu.ru

Холодная Марина Александровна

доктор психологических наук, заведующая лабораторией психологии способностей и ментальных ресурсов им. В. Н. Дружинина Института психологии Российской академии наук, Москва.

E-mail: kholod1949@yandex.ru

УЧЕБНЫЕ ТЕКСТЫ КАК СРЕДСТВО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. Цель публикации – познакомить читателей с некоторыми результатами реализации образовательного проекта «Математика. Психология. Интеллект» (МПИ), в соответствии с которым отбирается и разрабатывается содержание учебников и учебных материалов нового типа, способствующих развитию интеллекта у учащихся средних общеобразовательных школ и формированию у них универсальных учебных действий.

Методы. С позиций психодидактического подхода анализируется опыт конструирования учебных текстов – традиционных справочно-повествовательных и организованных как диалог с учеником-читателем, ориентированных на понимание фактов и обретение умений рассуждать (анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы). Аргументированно, в контексте «теории читателя» (reader-oriented theory), согласно которой ученик активно конструирует значения (понятия) в процессе чтения, доказываются преимущества специальных развивающих учебных материалов, составляющих на базе «обогащающей» модели.

Результаты. Описан процесс конструирования учебников и учебных материалов (учебных книг, практикумов, тетрадей для самостоятельной работы, компьютерных программ) нового поколения по математике для учащихся основной школы (5–9-х классов). Разработана психодидактическая типология развивающих учебных текстов и сформулированы требования к ним.

Научная новизна. Особенность предлагаемых развивающих учебных текстов заключается в том, что они, будучи проекцией структуры научного математического знания, в то же время, во-первых, обеспечивают формирование основных компонентов ментального (когнитивного, понятийного, метакогнитивного, интенционального) опыта ученика и, во-вторых, создают условия для проявления индивидуальных познавательных стилей учащихся.

Практическая значимость. Содержание учебников математики нового поколения, которое отвечает психодидактическим требованиям, способствует активизации индивидуальных интеллектуальных ресурсов выпускников школы, закладывает основы умения учиться, готовит детей к будущей инновационной жизнедеятельности, причем как профессиональной, так и личной и бытовой.

Ключевые слова: математическое образование, психодидактика, интеллектуальное развитие учащихся, учебные тексты, универсальные учебные действия.

Gelfman Emanuila G.

Doctor of Pedagogy, Professor, Head of the Department of Mathematics, Tomsk State Pedagogical University, Tomsk.

E-mail: bgelfman@edu.tomsk.ru

Kholodnaya Marina A.

Doctor of Psychology, Head of the Laboratory of Psychology of Abilities and Mental Resources, Institute of Psychology of the Russian Academy of Sciences, Moscow.

E-mail: kholod1949@yandex.ru

ACADEMIC TEXTBOOKS AS A MEDIUM FOR STUDENTS' INTELLECT DEVELOPMENT IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract. *The aim of the publication is to demonstrate the implementation results of the "Mathematics, Psychology, Intellect" (MPI) educational project used for selecting and devising the new textbook content for multipurpose learning activities and students' intellect development in comprehensive schools.*

The methodology, based on the psycho-didactic approach, involves the analysis of the existing experience of textbooks development, including the traditional reference and narrative books, and the ones, organized as a dialogue with a student-reader and oriented toward the facts comprehension and reasoning. In the context of the reader-oriented theory, the author proves the advantages of special developmental materials complying with the enrichment model.

Research results describe mathematical textbooks and learning materials development for secondary schools including students' books, practicum and workbooks for independent study, and computer software for the 5 to 9th-year students. Secondly, the authors denote the psycho-didactic typology of and requirements for developmental texts.

Scientific novelty is related to the specificity of the given academic texts, conveying the structure of the formal mathematical knowledge on the one hand, and on the other hand - developing the basic components of students' mental experience (including cognitive, conceptual, metacognitive and intentional ones), and creating the conditions for exercising the individual cognitive styles.

Practical significance results from activating the individual intellectual resources of school leavers, developing their learning ability and readiness for the future innovative professional and personal life.

Keywords: mathematical education, psycho-didactics, students' intellectual development, academic texts, multipurpose learning activities.

На современном этапе развития математического образования основной целью обучения становится формирование умения учиться. Как указывается в материалах последнего Федерального государственного образовательного стандарта, главным результатом обучения должны стать сформированные универсальные учебные действия, в связи с чем требуется решить проблему содержания математического образования, позволяющего обеспечить их формирование. Поиск такого содержания возможен в рамках инновационных технологий обучения, разработанных на основе *психодидактического подхода*.

Психодидактика – это область педагогики, в которой конструируются содержание, формы и методы обучения, основанные на интеграции психологических, дидактических, методических и предметных (соответственно определенному учебному предмету) знаний с приоритетом использования психических закономерностей развития личности в качестве основы организации учебного процесса и образовательной среды в целом [2, 3, 6, 13, 16, 20].

Пути реализации психодидактического подхода в школьном образовании могут быть разными:

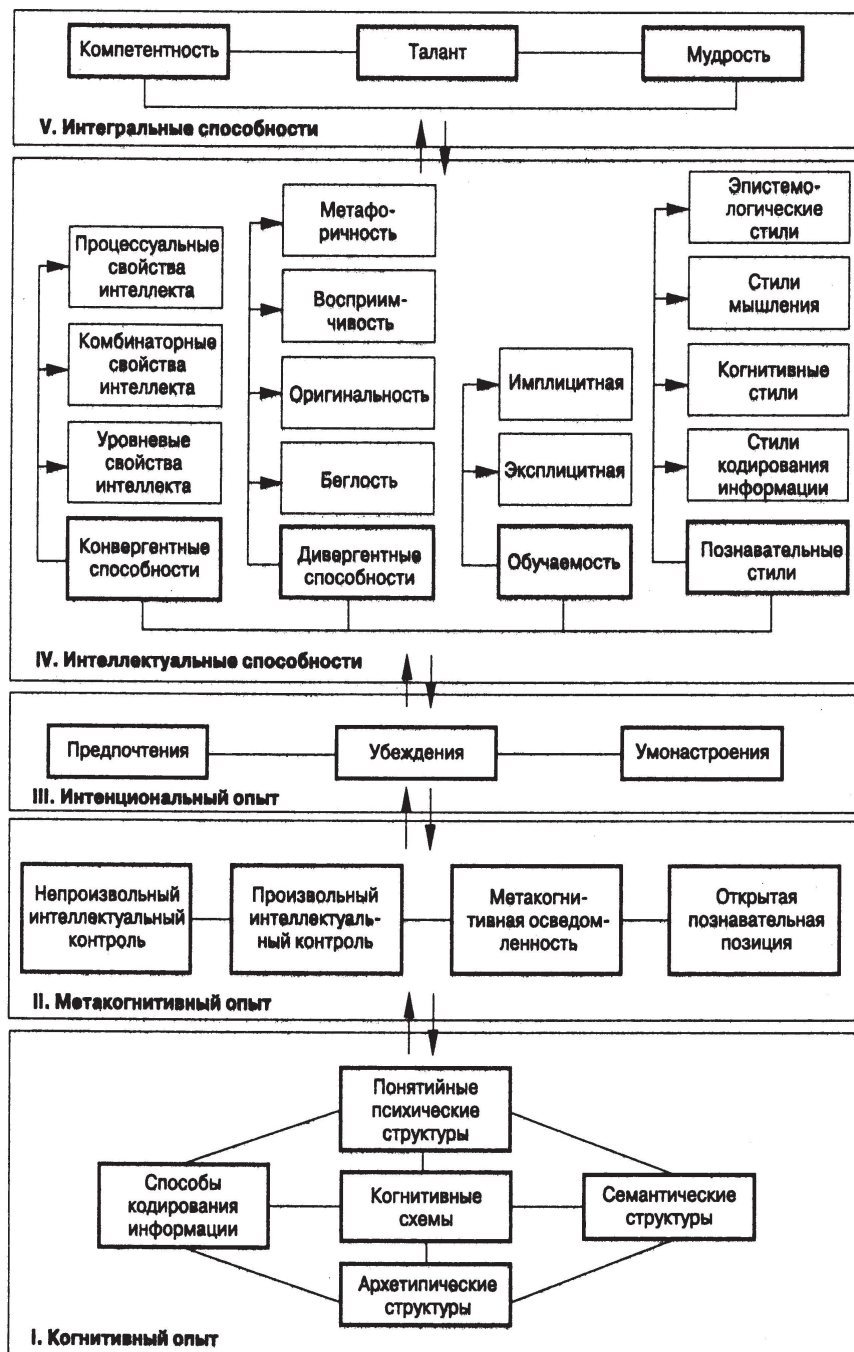
- использование в учебном процессе «дидактических ситуаций», которые выстраивают знания учащихся, в том числе с опорой на метафоры и эмоциональный контекст [13];
- ориентация на понимание учебного материала и формирование понятий на основе селекции математических задач и выдвижения гипотез относительно влияния каждой задачи на процесс обучения («Hypothetical Learning Trajectory» – HLT) [22, 23];
- формирование базовых познавательных действий, таких как опознание, комбинирование, конструирование, как основы концептуального обучения (RBC-модель) с опорой на личный опыт учеников [19, 12];
- развитие навыков креативного мышления учащихся [14] и др.

На наш взгляд, ключевым направлением в психодидактике, обеспечивающим инновационный режим обучения, должно быть *психологически обоснованное конструирование содержания школьного образования*.

Особо острым в этом свете становится вопрос о требованиях к школьному учебнику. При предметноцентрическом подходе назначение учебника математики сводится к строгому и последовательному изложению исторически сложившегося математического знания с его адаптацией к возрастным возможностям учащихся. Традиционный учебник математики по форме является справочником и задачником и подразумевает, что обучение следует осуществлять средствами самой математики, поскольку математическое знание само по себе обладает необходимым развивающим эффектом.

С точки зрения психодидактического подхода, школьный учебник – это *полифункциональная психодидактическая система*, способная выполнять целый ряд функций: информационную, управляющую, развивающую, коммуникативную, воспитательную, функцию дифференциации и индивидуализации обучения [2]. Средствами традиционного учебника реализовать все эти функции, безусловно, невозможно. Необходим учебник нового поколения, построенный принципиально иначе. Во-первых, его содержание, структура и форма должны быть разработаны с позиций психодидактического подхода, т. е. каждый элемент учебника (способы предъявления учебной информации, последовательность, компоновка учебного материала, стиль изложения и т. д.) должен подразумевать определенного психологического адресата и быть направлен на его психологическое развитие. Во-вторых, учебник должен стать частью системы учебных материалов (учебных книг для учеников, практикумов с разными типами заданий, рабочими тетрадями, компьютерными программами и т. д.), иначе – частью *учебно-методического комплекта (УМК)*, поддерживающего вариативное и обогащенное образовательное пространство в границах определенного школьного предмета.

Следующий вопрос, который необходимо обсудить: как в рамках психодидактического подхода обеспечить интеллектуальное развитие учащихся? На наш взгляд, основой формирования универсальных учебных действий является обогащение ментального (умственного) опыта учащихся в процессе обучения. На рисунке показана структурная модель интеллекта, иллюстрирующая особенности его организации с точки зрения состава и строения такого опыта субъекта [11].



Структурная модель интеллекта

В составе ментального опыта субъекта можно выделить три уровня (или слоя): когнитивный, метакогнитивный, интенциональный, каждый из которых имеет свое назначение [10, 11].

Можно сказать, интеллект тождествен особенностям организации индивидуального ментального (умственного) опыта. Любой ученик является носителем собственного опыта, который предопределяет характер его интеллектуальной активности в тех или иных конкретных ситуациях. Состав и строение опыта каждого человека различны, поэтому учащиеся отличаются по своим интеллектуальным возможностям. Однако все они объективно нуждаются в создании условий для интеллектуального роста за счет максимального обогащения индивидуального ментального опыта.

«Обогащение» означает, во-первых, формирование основных (когнитивных, метакогнитивных и интенциональных) компонентов ментального опыта каждого ученика, обеспечивающих развитие интеллектуальных способностей, включая интегральные; во-вторых, активизацию и поощрение индивидуальных познавательных стилей и склонностей учащихся.

Интеллектуальное развитие учащихся предполагает создание условий:

1) для актуализации наличного ментального опыта конкретного ученика (учет предпочитаемых способов кодирования информации, наличных когнитивных схем, особенностей имеющейся базы знаний, уровня сформированности житейских и научных понятий, своеобразия интеллектуальной саморегуляции, индивидуальных познавательных предпочтений, индивидуального темпа обучения и т. д.);

2) для усложнения, обогащения и наращивания индивидуального ментального опыта в максимально возможных пределах (обучение умению использовать разные способы кодирования информации, расширение набора когнитивных схем, дифференциация и интеграция вербальных и невербальных семантических структур, формирование системы понятий, открытой познавательной позиции и высокого уровня метакогнитивной осведомленности, развитие способности осуществлять произвольный и непроизвольный контроль своей интеллектуальной деятельности, освоение широкого репертуара различных познавательных стилей).

Ключевой фактор, влияющий на формирование интеллекта учащихся, – *содержание школьного образования*. Единицей же содержания школьного предмета является *учебный текст*.

На примере темы «Квадратные уравнения» проиллюстрируем конструкции учебных текстов, в частности текстов по введению определения неполного квадратного уравнения. Достаточно сравнить несколько школьных учебников разных авторов, чтобы увидеть, как неодинаково излагается учебный материал в этом разделе.

Один из учебных текстов является повествовательным и имеет справочный характер. Научный факт (нормативные знания) сообщается сразу: «Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов, b или c , равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением. Так, уравнения $-2x^2 + 7 = 0$, $3x^2 - 10x = 0$ и $-4x^2 = 0$ – неполные квадратные уравнения. В первом из них $b = 0$, во втором $c = 0$, в третьем $b = 0$ и $c = 0$.

Неполные квадратные уравнения бывают трех видов:

- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c = 0$;
- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b = 0$;
- 3) $ax^2 = 0$.

Рассмотрим решение уравнений каждого из этих видов».

Другой учебный текст построен с учетом психодидактических требований и выглядит следующим образом.

«Рассмотрите уравнения:

I	II
1) $\frac{1}{3}x^2 - 6x + 7 = 0$;	1) $\frac{1}{5}x^2 - 6x = 0$;
2) $\sqrt{7}x - \sqrt{5}x - 1 = 0$;	2) $2x^2 - 10 = 0$;
3) $-5x^2 - \frac{1}{2}x + 2 = 0$.	3) $\sqrt{6}x = 0$.

Что общего у уравнений в каждом из столбцов? Чем они различаются? Можно ли уравнения столбца II решать, не используя формулу корней квадратного уравнения?

Запишите общий вид квадратного уравнения, в котором:

- а) свободный член равен нулю;
- б) коэффициент при первой степени неизвестного равен нулю;
- в) второй коэффициент и свободный член равны нулю.

К какому столбцу вы бы отнесли записанные вами уравнения?

Уравнения столбца II являются неполными квадратными уравнениями.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a = 0$, называется *неполным*, если хотя бы один из коэффициентов, b или c , равен нулю. Неполное квадратное уравнение – это уравнение одного из видов:

- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c = 0$;
- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b = 0$;
- 3) $ax^2 = 0$.

Ясно, что при изучении каждого из этих вариантов учащиеся познакомятся с необходимым материалом. Однако приобретут нормативное знание разными путями, используя разные формы интеллектуальной деятельности. На наш взгляд, только второй вариант можно отнести к категории развивающих учебных текстов, поскольку он организован как диалог с учеником-читателем, ориентирован на понимание математических фактов и способствует формированию умений рассуждать (анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы).

Сегодня интерес к текстам связан с пониманием их роли как условия эффективного обучения, в частности в контексте «теории читателя» (reader-oriented theory), согласно которой ученик активно конструирует значения (понятия) в процессе чтения, в том числе работая с учебником математики [24].

На базе «обогащающей» модели обучения в рамках образовательного проекта «Математика. Психология. Интеллект» (МПИ) были разработаны учебники и учебные материалы по математике для учащихся основной школы (5–9-е классы). Их основное назначение – интеллектуальное развитие учащихся средствами содержания математического образования за счет специально сконструированных учебных текстов [2, 5].

Сегодня существуют различные подходы к конструированию учебных текстов и определению их роли в учебнике [7]. С опорой на психодидактический подход членами авторского коллектива создана типология учебных текстов, стимулирующих интеллектуальное развитие учащихся. В работе А. Г. Подстригич представлены учебные тексты, которые способствуют формированию проектной культуры [1]. Исследование И. Г. Просвириной посвящено текстам, мотивирующим учебную деятельность [8]. Е. В. Дозорова уделяет внимание конструированию текстов, поддерживающих творческую инициативу обу-

чающихся на уроках математики [4], а Д. В. Смолякова при построении текстов активно использует элементы истории математики [9].

Обучение математике осуществляется на основе УМК, что соответствует современным педагогическим представлениям об организации образовательного пространства учебной деятельности, направленной на формирование универсальных учебных действий. Учебные тексты всех элементов УМК, соответствующих «обогащающей» модели, разработаны с учетом ведущих положений деятельностного, личностно-ориентированного и компетентностного подходов к организации содержания современного школьного математического образования, которые являются конкретизацией психодидактического подхода.

На наш взгляд, работа ученика со специально сконструированными развивающими учебными текстами, отвечающими психодидактическим требованиям, – один из перспективных путей интеллектуального развития школьников. Данные требования: тематическая организация содержания курса математики; многоуровневость учебного текста; диалоговый характер учебных текстов; ориентация на понимание математических фактов и идей; самостоятельная деятельность учащихся; текущая диагностика динамики учебно-познавательной деятельности; дифференциация и индивидуализация обучения; опора на личный опыт ученика; создание психологически комфортного режима умственного труда – были сформулированы нами при осуществлении проекта МПИ-проекта и соблюдались в ходе создания соответствующих учебников и учебных материалов.

Все типы разработанных учебных текстов соответствуют компонентам в структуре ментального опыта и ориентированы на его развитие [15, 17, 18]. В частности, в текстах представлены линии обогащения когнитивного опыта (формирование разных способов кодирования информации, когнитивных схем, семантических структур), понятийного опыта (учет закономерностей усвоения понятий), метакогнитивного опыта (формирование произвольного и произвольного интеллектуального контроля, метакогнитивной осведомленности, открытой познавательной позиции) и интенционального (эмоционально-оценочного) опыта (создание условий для актуализации познавательных предпочтений, убеждений, умонастроений учащихся).

В совокупности типы текстов («микротексты») составляют целостный текст учебника, отвечающий перечисленным выше психоди-

дактическим требованиям. Отдельные учебники включены в учебно-методические комплекты, полностью охватывающие процесс обучения математике в 5–9-х классах общеобразовательной школы.

Необходимо подчеркнуть, что реализация психодидактического подхода при конструировании учебных текстов необходима не только для повышения качества освоения школьного предмета и создания условий для интеллектуального роста учеников и обретения ими навыков универсальных учебных действий, но и для формирования положительного отношения к изучаемому учебному предмету. Особенно актуально это в отношении математики, ибо известно, что дети нередко испытывают страх перед данной дисциплиной, который трансформируется в негативное отношение к учителю [21].

Использование в школьной практике предлагаемых учебников математики нового поколения, содержание которых строится согласно психодидактическому подходу, имеет принципиально важное следствие: данные учебники способствуют активизации индивидуальных интеллектуальных ресурсов выпускников школы, закладывают основы умения учиться, готовят детей к будущей инновационной жизнедеятельности, причем как профессиональной, так и личной, бытовой.

Статья рекомендована к публикации академиком РАО, д-ром пед. наук, проф. В. И. Загвязинским

Литература

1. Гельфман Э. Г., Подстригич А. Г. Учебный проект как способ мониторинга интеллектуальных возможностей учащихся на уроках математики // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2006. Вып. 3 (54). С. 57–60.
2. Гельфман Э. Г., Холодная М. А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. С.-Петербург: Питер, 2006.
3. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. Москва: ИНТОР, 1996.
4. Дозорова Е. В. Возможности развития творческого мышления обучающихся 5–6-х классов на уроках математики с помощью вопросов // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2008. Вып. 2 (76). С. 5–8.
5. Обогащающая модель обучения в проекте МПИ: проблемы, раздумья, решения: методические указания для учителя / ред. Э. Г. Гельфман и др. Вып. 1. Томск: Томский университет, 2002.
6. Панов В. И. Психодидактика образовательных систем: теория и практика. С.-Петербург: Питер, 2007.
7. Пенская Ю. К. Развитие у будущих учителей математики умения конструировать учебные тексты, направленные на интеллектуальное воспитание

учащихся // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2011. Вып. 4 (106). С. 89–92.

8. Просвинова И. Г. Особенности мотивации учебной деятельности у учащихся младшего подросткового возраста // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2006. Вып. 10 (61). С. 61–64.

9. Смолякова Д. В. Учебные тексты по истории математики как средство интеллектуального воспитания учащихся основной школы // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2006. Вып. 3 (54). С. 36–39.

10. Холодная М. А. Когнитивные стили: О природе индивидуального ума. С.-Петербург: Питер, 2004. 380 с.

11. Холодная М. А. Психология интеллекта: Парадоксы исследования. С.-Петербург: Питер, 2002. 169 с.

12. Biker-Ahsbahs A. Towards the emergence of constructing mathematical meaning // Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2004. V. 2. P. 119–126.

13. Brousseau G. Theory of didactical situation in mathematics. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1997.

14. Burke L. A., Williams J. M. Developing Young Thinkers: An intervention aimed to enhance children's thinking skills // Thinking Skills and Creativity. 2008. V. 3. P. 104–124.

15. Gelfman E., Demidova L., Kholodnaja M., Lobanenko N., Wolfengaut J. Concept formation process and an individual child's intelligence // Mansfield H. et al. (Eds.). Mathematics for tomorrow's young children. Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1996. P. 151–163.

16. Gelfman E., Kholodnaya M., Cherkassov R. From Didactics of Mathematics To Psycho-Didactics // In: N. A. Malara (Ed.). International view on didactics of mathematics as a scientific discipline / Proceedings WG25, ICME–8. Univ. of Modena. Italy. 1997. P. 102–107.

17. Gelfman E., Kholodnaya M. On Development of Metacognitive Experience of Students. Proceedings European Research Conference on Math Education. Charles University. Czech Republic. 1997. P. 57–62.

18. Gelfman E., Kholodnaya M. The role of ways of information coding in students' intellectual development // In.: Inge Schwank (Ed.). European Research in Mathematics Education / Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Vol. II. Publishing House: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrueck. 1999. P. 38–48.

19. Hershkowitz R., Schwarz B., Dreyfus T. Abstraction in context: Epistemic actions // Journal for Research in Mathematics Education. 2001. V. 32. P. 195–222.

20. Malara N., Navarra G. ArAl Project. Arithmetic pathways towards favouring Pre-algebraic thinking. Pitagora Editrice Bologna, Italy, 2003.

21. Picker S. H., Berry J. S. Investigating pupils images of mathematicians // Proceedings of the 25th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht University, Netherlands. 2001. V 4. P. 49–54

22. Simon M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective // *Journal for Research in Mathematics Education*. 1995. V. 26. P. 114–145.

23. Simon M., Tzur R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the Hypothetical Learning Theory // *Mathematical Thinking and Learning*. 2004. V. 6 (2). P. 91–104.

24. Weinberg A., Wiesner E. Understanding mathematical textbooks through reader-oriented theory // *Educational Studies in Mathematics*. 2011. V. 76. P. 49–63.

References

1. Gel'fman Je. G., Holodnaja M. A.. Uchebnyj proekt kak sposob monitoringa intellektual'nyh vozmozhnostej uchashhihsja na urokah matematiki. [Study project as a method of monitoring mental ability of students at math lessons]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. [Tomsk State Pedagogical University Bulletin]. 2013, № 11 (139). P. 150–155 (In Russian)

2. Gel'fman Je. G., Holodnaja M. A. Psihodidaktika shkol'nogo učebnika. Intellektual'noe vospitanie uchashhihsja. [Psycho-didactics of school textbook. Intellectual education of students]. St. Petersburg: Piter, 2006. 118 p. (In Russian)

3. Davydov V. V. Teorija razvivajushhego obuchenija. [Theory of developing training]. Moscow: INTOR, 1996. (In Russian)

4. Dozmorova E. V. Vozmozhnosti razvitija tvorcheskogo myshlenija obučajushhihsja 5–6-h klassov na urokah matematiki s pomoshh'ju voprosov. [Possibilities of development of creative thinking among the pupils of the fifth and sixth grades at mathematics lessons]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. [Tomsk State Pedagogical University Bulletin]. 2008. № 2 (76). P. 5–8 (In Russian)

5. Enriching learning model in project IIP: problems, thoughts, solutions. Tomsk: Izd-vo Tomskogo un-ta, 2002. (In Russian)

6. Panov V. I. Psihodidaktika obrazovatel'nyh sistem: teorija i praktika. [Psycho-didactics of educational systems: theory and practice]. St.-Petersburg: Piter, 2007. 134 p. (In Russian)

7. Penskaja Ju. K. Razvitie u budushhih uchitelej matematiki umenija konstruirovat' učebnye teksty, napravlennye na intellektual'noe vospitanie uchashhihsja. [Training future mathematics teachers for ability to design educational texts aimed at intellectual education of pupils.]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. [Tomsk State Pedagogical University Bulletin]. 2011. № 4 (106). P. 89–92. (In Russian)

8. Prosvirova I. G. Osobennosti motivacii učebnoj dejatel'nosti u uchashhihsja mladshhego podrostkovogo vozrasta. [Special features of the motivation of training activity in the students of the low-order teenage period]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. [Tomsk State Pedagogical University Bulletin], 2006. № 10 (61). P. 61–64. (In Russian)

9. Smoljakova D. V. Učebnye tekst po istorii matematiki kak sredstvo intellektual'nogo vospitanija uchashhihsja osnovnoj shkoly. [Texts on the history of

mathematics as an instrument for mental education of basic school pupils]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. [Tomsk State Pedagogical University Bulletin]. 2006. № 3 (54). P. 36–39. (In Russian)

10. Holodnaja M. A. Kognitivnye stili: O prirode individual'nogo uma. [Cognitive styles: On the nature of the individual mind]. St. Petersburg: Piter, 2004. 380 p. (In Russian)

11. Holodnaja M. A. Psihologija intellekta: paradoksy issledovanija. [Psychology of intelligence: paradoxes of research]. St. Petersburg: Piter, 2002. 169 p. (In Russian)

12. Biker-Ahsbahs A. Towards the emergence of constructing mathematical meaning. *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2004. V. 2. P. 119–126. (Translated from English)

13. Brousseau G. Theory of didactical situation in mathematics. Dordrecht. Netherlands: Kluwer. 1997. (Translated from English)

14. Burke L. A., Williams J. M. Developing Young Thinkers: an intervention aimed to enhance children's thinking skills. *Thinking Skills and Creativity*. 2008. V. 3. P. 104–124. (Translated from English)

15. Gelfman E., Demidova L., Kholodnaja M., Lobanenko N., Wolfengaut J. Concept formation process and an individual child's intelligence. *Mathematics for tomorrow's young children*. Kluwer Academic Publishers, 1996. P. 151–163. (Translated from English)

16. Gelfman E., Kholodnaya M., Cherkassov R. From Didactics of Mathematics to Psycho-Didactics. *International view on didactics of mathematics as a scientific discipline*. Proceedings WG25, ICME–8. Univ. of Modena. Italy. 1997. P. 102–107. (Translated from English)

17. Gelfman E., Kholodnaya M. On Development of Metacognitive Experience of Students. *Proceedings European Research Conference on Math Education*. Charles University. Czech Republic. 1997. P. 57–62. (Translated from English)

18. Gelfman E., Kholodnaya M. The role of ways of information coding in students' intellectual development. Inge Schwank (Ed.). *European Research in Mathematics Education / Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Vol. II. Publishing House: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrueck. 1999. P. 38–48. (Translated from English)

19. Hershkowitz R., Schwarz B., Dreyfus T. Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2001. V. 32. P. 195–222. (Translated from English)

20. Malara N., Navarra G. ArAl Project. Arithmetic pathways towards favouring Pre-algebraic thinking. Pitagora Editrice Bologna, Italy, 2003. (Translated from English)

21. Picker S. H., Berry J. S. Investigating pupils images of mathematicians. *Proceedings of the 25th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht University. Netherlands. 2001. V 4. P. 49–54 (Translated from English)

22. Simon M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*. 1995. V. 26. P. 114–145. (Translated from English)

23. Simon M., Tzur R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the Hypothetical Learning Theory. *Mathematical Thinking and Learning*. 2004. V. 6 (2). P. 91–104. (Translated from English)

24. Weinberg A., Wiesner E. Understanding mathematical textbooks through reader-oriented theory. *Educational Studies in Mathematics*. 2011. V. 76. P. 49–63. (Translated from English)