

2. Емельянов А.А., Богатов Е.А., Клишин А.В., Медведев А.В., Симонович В.Г. Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения // Молодой ученый. – 2010. – №5. – С.14–22.

3. Емельянов А.А., Медведев А.В., Богатов Е.А., Кобзев А.В., Бочкарев Ю.П. Программирование линейного асинхронного двигателя в MATLAB // Молодой ученый. – 2013. – №3. – С. 129-143.

4. Ануфриев И.Е. и др. MATLAB 7 / Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н.. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

Емельянов А. А., Медведев А. В., Кобзев А.В.

ФГАОУ ВПО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Екатеринбург

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ЧИСЛОМ ПАЗОВ НА ПОЛЮС И ФАЗУ РАВНОМ ДВУМ НА ОСНОВЕ МАГНИТНЫХ СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ

Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения для исследования электромеханических переходных процессов приведена в статье [1].

Целью данной работы является изложение математической модели линейного асинхронного двигателя на основе электрических и магнитных схем замещения в доступной для понимания студентами форме. Данная работа является продолжением статьи [2], в которой опубликован без сокращения вывод математического аппарата. Для качественного восприятия системы в данной работе повторим основные моменты статьи [2] и покажем процесс перехода от выведенных формул к программированию в MATLAB.

Условное изображение линейного асинхронного двигателя приведено на рисунке 1 а. В активной зоне индуктора (статора) в началах обмоток *A*, *B* и *C* условно примем токи со знаком «+», тогда в соответствующих концах обмоток *x*, *y* и *z* — знак «-». Для учета отрицательных токов необходимо умножить соответствующие элементы матрицы *A* на (-1). В шунтирующих зонах под набегающим и сбегающим краями примем по четыре зубцовых деления. На рисунке 1 б приведена соответствующая магнитная схема замещения линейного асинхронного двигателя.

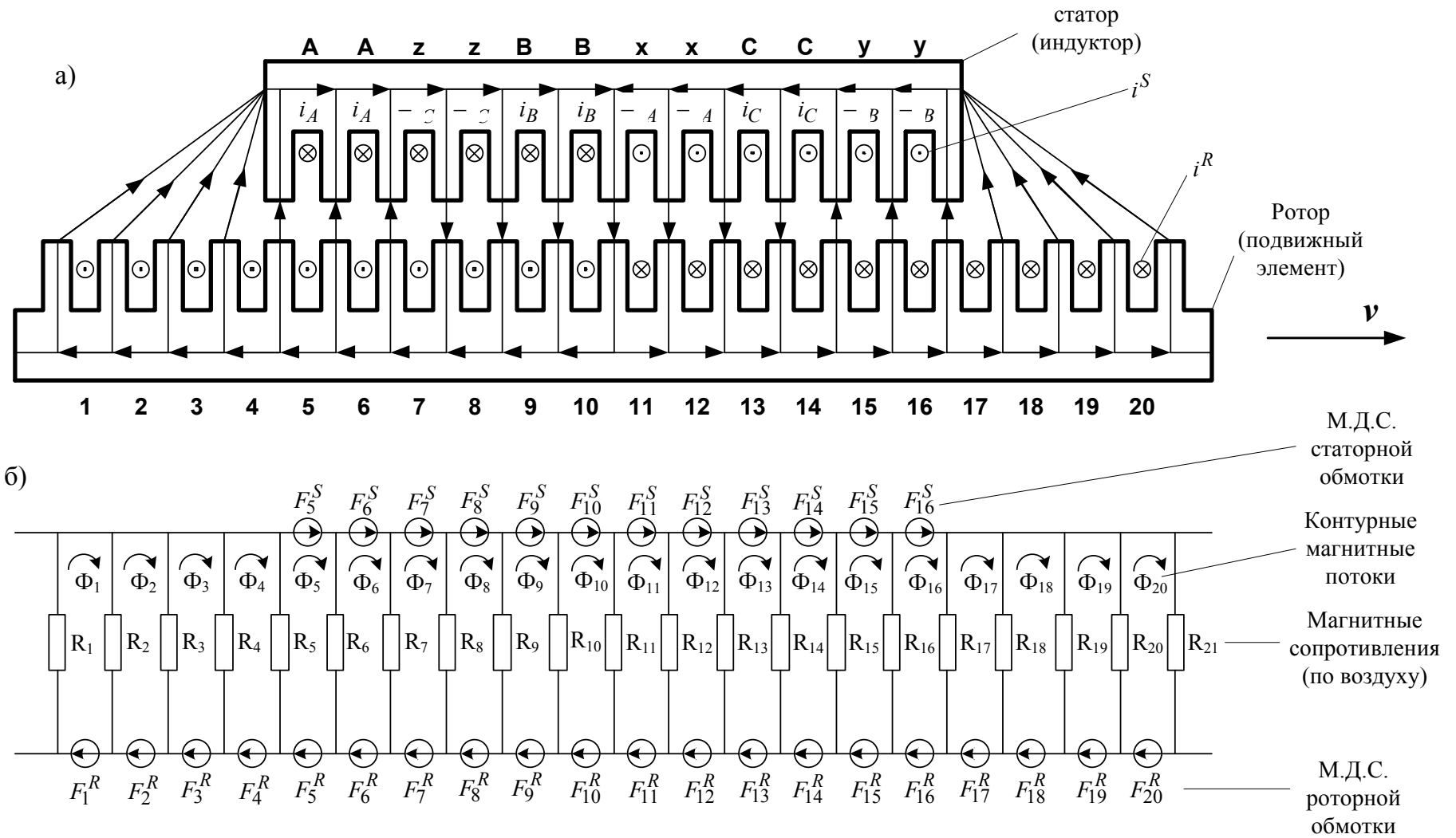


Рис. 1. а) Линейный асинхронный двигатель ($2p=2, q=2$),
 б) Магнитная схема замещения

Запишем основные уравнения для «n»-ого участка схемы замещения.

Баланс магнитных напряжений магнитной цепи

$\Phi_{n-}, \Phi_n, \Phi_{n+}$ – контурные магнитные потоки;

R_n, R_{n+} – магнитные сопротивления воздушных участков;

$F_n^S = \dots$ – магнитодвижущая сила, созданная статорным током i_n^S , протекающим по всем проводникам паза (ω_n);

$F_n^S = \dots$ – в шунтирующих зонах;

$F_n^R = \dots$ – М.Д.С. тока ротора в стержне ($\omega_n = \dots$).

Баланс М.Д.С. для «n»-го участка имеет следующий вид:

$$F_n^S + \dots = \dots + \dots - \dots - \dots$$

Отсюда ток в стержне ротора определится по следующему выражению:

$$i_n^R = - \dots - \dots + \dots + \dots - \dots \quad (1)$$

Уравнение баланса напряжений электрической цепи ротора

$$r^r \cdot \dots + \dots \frac{\partial}{\partial t} + \dots \frac{\partial}{\partial t} - \dots \frac{\partial}{\partial t} - \dots \frac{\partial}{\partial t} \quad (2)$$

Выразим производные во времени через конечные разности:

$$\frac{\partial}{\partial t} \approx \frac{\dots}{\Delta t} \quad \frac{\partial}{\partial t} \approx \dots$$

где n – номер зубцового деления;

k – номер шага разбиения по времени.

В формуле 2 скорость подвижного элемента принимаем равным $v = \dots$ и в пределах «k» интервала считается постоянным.

Производные по пространственной координате «x» выразим через центральные конечные разности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \approx \dots \quad \frac{\partial}{\partial x} \approx \dots$$

С учетом вышеприведенных замечаний уравнение (2) примет следующий вид:

$$r^r \cdot \dots + \dots \frac{\partial}{\partial t} + \dots \frac{\partial}{\partial t} - \dots \frac{\partial}{\partial t} - \dots \frac{\partial}{\partial t} \quad (3)$$

Исключим из уравнения (3) токи в роторе. Для этого подставим выражение (1) в уравнение (3) и получим:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] \\
 & = \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

Это уравнение может быть реализовано при произведении матрицы A и матрицы-столбца, состоящего из 20 потоков (Φ) и токов в фазах обмотки индуктора. При изменении от $n = 1$ до $n = 20$ определяются элементы строк матрицы A по уравнению (4).

При подстановке в уравнение (4) значения n от 1 до 4 и от 17 до 20 определяются элементы строк матрицы A , соответствующие шунтирующим зонам двигателя. Рассмотрим формирование элементов 2-ой строки матрицы A . Для этого подставим $n = 2$ в уравнение (4), в результате получим:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] \\
 & = \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Отсюда $a_{2,1} = - \dots + \Delta - \dots + \dots + \dots$. Аналогично, в следующих квадратных скобках будут элементы $a_{2,2}$, $a_{2,3}$ и $a_{2,4}$. В правой части равенства определяется элемент другой матрицы-столбца S , а именно s_2 .

Если задать n в уравнении (4) в пределах от 5 до 16, то это позволит определить элементы строк матрицы для активной зоны индуктора (статора). В качестве примера приведем уравнение (4) при $n = 6$:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \cdot (-1) \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \\
 & + \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \\
 & = \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Для элементов матрицы \mathbf{A} , связанных с токами i_A^S , выделен 21-й столбец, поэтому:

$$a_{6,21} = \dots - \dots + \Delta \dots$$

Аналогично, для токов i_C^S – 22-ой столбец:

$$a_{6,22} = - \dots - \dots - \dots$$

Формулы для расчета остальных элементов матрицы \mathbf{A} для 6-ой строки будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 a_{6,4} &= \dots; \\
 a_{6,5} &= - \dots + \Delta - \dots + \dots + \dots; \\
 a_{6,6} &= \dots + \dots + \Delta + \dots - \dots + \Delta \\
 a_{6,7} &= - \dots + \Delta + \dots + \dots + \dots; \\
 a_{6,8} &= - \dots - \dots
 \end{aligned}$$

Баланс напряжения электрической цепи индукторной (статорной) обмотки

Если питается обмотка индуктора от симметричного напряжения, а схема соединения звезда без нулевого провода, то:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \frac{J}{dt} + \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots - \dots + \dots \frac{J:S}{dt} - \dots \frac{J:S}{dt} \\ \dots \frac{J}{dt} + \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots - \dots + \dots \frac{J:S}{dt} - \dots \frac{J:S}{dt} \end{array} \right. \quad (5)$$

где $U_{AB} = \dots + \dots$ $U_{BC} = \dots$ $U_{AB} + \dots + \dots = \dots$

С учетом шага по времени Δ в k -ый момент времени:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \cdot \dots - \cdot \Delta + \\ \dots \cdot \dots - \cdot \Delta \end{array} \right.$$

Уравнения (5) при выражении производных по времени через конечные разности примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\Delta} \cdot \dots + \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots \left(\dots \right) - \\ = \dots \hat{\dots} \cdot \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots \quad (6) \\ + \left(\dots \right) \dots + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\Delta} \cdot \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots \left(\dots \right) - \\ = \dots \hat{\dots} \cdot \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \dots \quad (7) \\ + \left(\dots \right) \dots + \dots \end{aligned}$$

Для определения элементов 21-ой строки матрицы A воспользуемся уравнением (6). Для удобства заменим $\omega \Delta = \dots$, тогда:

$$\begin{aligned} U \cdot \dots + \dots \cdot \dots + \dots - \dots \cdot \dots + \dots - \dots \cdot \dots + \dots - \dots \cdot \dots + \dots - \dots \cdot \dots + \\ + \dots \cdot \dots + \dots \cdot \dots + \dots + \Delta \cdot \dots + \dots + \Delta \cdot \dots = \dots + \dots - \\ - \dots - \dots - \dots - \dots + \dots + \dots + \Delta \cdot \dots - \dots + \dots \end{aligned}$$

отсюда:

$$\begin{aligned} a_{21,5} &= \dots = \dots = \dots = \\ a_{21,9} &= \dots = \dots = \dots = - \\ a_{21,21} &= \dots + \Delta \\ a_{21,23} &= - \dots + \Delta \end{aligned}$$

В правой части сформирован элемент s_{21} матрицы-столбца S :

$$\begin{aligned} s_{21} = U \Psi (\Phi_{5,k-1} + \Phi_{6,k-1} - \Phi_{9,k-1} - \Phi_{10,k-1} - \Phi_{11,k-1} - \Phi_{12,k-1} + \Phi_{15,k-1} + \Phi_{16,k-1} + \\ + (L^S / Dt) \Psi (i_{A,k-1}^S - i_{B,k-1}^S) + U_{AB,k} \end{aligned}$$

Известно, что в трехфазной обмотке сумма токов в фазах в k -ый момент времени равна нулю.

$$i_{A,k}^S + \dots + \dots =$$

В матричной форме это уравнение можно получить следующим образом. Так как в матрице-столбце токи i_a , i_b и i_c занимают положения 21, 22, и 23 соответственно, то в матрице A в 23-ей строке необходимо приравнять элементы $a_{23,1}$, $a_{23,2}$, ..., $a_{23,20}$ к нулю, а элементы $a_{23,20}$, $a_{23,21}$, $a_{23,23}$ к единице. То есть $a_{23,21} = \dots = \dots =$ и $s_{23} =$.

Результаты моделирования представлены в таблицах 1, 2 и 3, а также на рисунке 2.

Таблица 1. Значения элементов матрицы A при $k = 1$

$a_{1,1}$	$1,313E+05$	$a_{1,2}$	- $6,514E+04$	$a_{1,3}$	$-7,370E-04$	$a_{2,1}$	- $6,514E+04$
$a_{2,2}$	$7,265E+04$	$a_{2,3}$	- $6,514E+03$	$a_{2,4}$	$-7,370E-05$	$a_{3,1}$	$7,370E-03$
$a_{3,2}$	- $6,514E+03$	$a_{3,3}$	$8,165E+03$	$a_{3,4}$	- $6,514E+02$	$a_{3,5}$	$-1,474E-05$
$a_{4,2}$	$7,370E-04$	$a_{4,3}$	- $6,514E+02$	$a_{4,4}$	$1,782E+03$	$a_{4,5}$	- $1,303E+02$
$a_{4,6}$	$-1,474E-05$	$a_{5,3}$	$7,370E-05$	$a_{5,4}$	- $1,303E+02$	$a_{5,6}$	$1,261E+03$
$a_{5,7}$	- $1,303E+02$	$a_{5,8}$	$-1,474E-05$	$a_{16,14}$	$1,474E-05$	$a_{16,15}$	- $1,303E+02$
$a_{16,16}$	$1,261E+03$	$a_{16,17}$	- $1,303E+02$	$a_{16,18}$	$-7,370E-05$	$a_{17,15}$	$1,474E-05$
$a_{17,16}$	- $1,303E+02$	$a_{17,17}$	$1,782E+03$	$a_{17,18}$	- $6,514E+02$	$a_{17,19}$	$-7,370E-04$
$a_{18,16}$	$1,474E-05$	$a_{18,17}$	- $6,514E+02$	$a_{18,18}$	$8,165E+03$	$a_{18,19}$	- $6,514E+03$
$a_{18,20}$	$-7,370E-03$	$a_{19,17}$	$7,370E-05$	$a_{19,18}$	- $6,514E+03$	$a_{19,19}$	$7,265E+04$
$a_{19,20}$	- $6,514E+04$	$a_{20,18}$	$7,370E-04$	$a_{20,19}$	- $6,514E+04$	$a_{20,20}$	$1,313E+05$

$$a_{21,21} = \dots = a_{22,22} = \dots = a_{23,21} = \dots = \dots =$$

$$a_{4,21} = \dots = \dots = \dots = \dots =$$

$$a_{5,21} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =$$

$$a_{11,21} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =$$

$$a_{7,21} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =$$

$$\begin{aligned}
 a_{21,5} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{21,9} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{6,4} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{6,5} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{6,6} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{6,7} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{6,8} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =
 \end{aligned}$$

Таблица 2. Значения элементов матрицы А при k = 2

$a_{1,1}$	$1,313E+05$	$a_{1,2}$	- $6,514E+04$	$a_{1,3}$	$4,089E-02$	$a_{2,1}$	- $6,514E+04$
$a_{2,2}$	$7,265E+04$	$a_{2,3}$	- $6,514E+03$	$a_{2,4}$	$4,089E-03$	$a_{3,1}$	$-4,089E-01$
$a_{3,2}$	- $6,514E+03$	$a_{3,3}$	$8,165E+03$	$a_{3,4}$	- $6,514E+02$	$a_{3,5}$	$8,177E-04$
$a_{4,2}$	$-4,089E-02$	$a_{4,3}$	- $6,513E+02$	$a_{4,4}$	$1,782E+03$	$a_{4,5}$	- $1,303E+02$
$a_{4,6}$	$8,177E-04$	$a_{5,3}$	$-4,089E-03$	$a_{5,4}$	- $1,303E+02$	$a_{5,6}$	$1,261E+03$
$a_{5,7}$	- $1,303E+02$	$a_{5,8}$	$8,177E-04$	$a_{16,14}$	$-8,177E-04$	$a_{16,15}$	- $1,303E+02$
$a_{16,16}$	$1,261E+03$	$a_{16,17}$	- $1,303E+02$	$a_{16,18}$	$4,089E-03$	$a_{17,15}$	$-8,177E-04$
$a_{17,16}$	- $1,303E+02$	$a_{17,17}$	$1,782E+03$	$a_{17,18}$	- $6,515E+02$	$a_{17,19}$	$4,089E-02$
$a_{18,16}$	$-8,177E-04$	$a_{18,17}$	- $6,514E+02$	$a_{18,18}$	$8,165E+03$	$a_{18,19}$	- $6,514E+03$
$a_{18,20}$	$4,089E-01$	$a_{19,17}$	$-4,089E-03$	$a_{19,18}$	- $6,514E+03$	$a_{19,19}$	$7,265E+04$
$a_{19,20}$	- $6,514E+04$	$a_{20,18}$	$-4,089E-02$	$a_{20,19}$	- $6,514E+04$	$a_{20,20}$	$1,313E+05$

$$\begin{aligned}
 a_{21,21} &= \dots = \quad a_{22,22} = \dots = \quad a_{23,21} = \dots = \dots = \\
 a_{4,21} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \\
 a_{5,21} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{11,21} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{7,21} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{21,5} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{21,9} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{6,4} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{6,5} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{6,6} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{6,7} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \\
a_{6,8} &= \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots =
\end{aligned}$$

Таблица 3. Результаты расчетов

$k = 1$					$k = 2$				
	X	S	$i'_{n,k}$	$F_{n,k}$		X	S	$i'_{n,k}$	$F_{n,k}$
Φ_1	-5,91E-08	-1,47E-05	0,34	-2,08E-06	Φ_1	-1,1E-07	-4,64E-05	0,49	- 5,66E-06
Φ_2	-1,18E-07	-2,96E-05	0,68	-2,36E-05	Φ_2	-2,22E-07	-9,33E-05	0,99	- 6,38E-05
Φ_3	-7,30E-07	-0,0001	4,21	-0,002	Φ_3	-1,36E-06	-0,0005	6,06	-0,004
Φ_4	-7,68E-06	-0,002	43,74	-0,19	Φ_4	-1,39E-05	-0,006	60,84	-0,42
Φ_5	-8,60E-05	-0,026	246,2 3	-1,06	Φ_5	-0,0001	-0,069	420,4 5	-2,94
Φ_6	-9,21E-05	-0,028	283,3 5	0,33	Φ_6	-0,0001	-0,073	486,8 4	0,43
Φ_7	-6,30E-05	-0,015	173,8 6	0,38	Φ_7	-0,0001	-0,049	354,8 8	1,002
Φ_8	-4,90E-05	-0,012	95,33	0,44	Φ_8	-9,58E-05	-0,038	251,8 9	1,87
Φ_9	2,79	0,012	-98,77	-0,46	Φ_9	2,48E-05	0,023	-93,11	-0,72
Φ_{10}	4,37	0,015	-191,7	-0,61	Φ_{10}	5,63E-05	0,035	- 240,2	-1,48

								4	
Φ_1 1	9,10	0,027	-273,1	-0,68	Φ_1 1	0,0001	0,072	- 448,8 7	-2,2
Φ_1 2	9,28	0,027	-287,1	0,41	Φ_1 2	0,0001	0,074	-492,3	0,62
Φ_1 3	6,31	0,015	-174,4	0,38	Φ_1 3	0,0001	0,049	-356,1	1,01
Φ_1 4	4,92	0,012	-96,51	0,44	Φ_1 4	9,62E- 05	0,038	- 254,4 1	1,85
Φ_1 5	-2,64E- 05	-0,011	89,96	-0,37	Φ_1 5	-2,16E- 05	-0,022	76,95	-0,51
Φ_1 6	-3,22E- 05	-0,013	125,0 2	0,15	Φ_1 6	-3,42E- 05	-0,026	139,6 1	0,12
Φ_1 7	-3,02E- 06	-0,001	15,63	0,025	Φ_1 7	-4,02E- 06	-0,002	12,19	0,021
Φ_1 8	-2,89E- 07	-9,08E- 05	1,53	0,0002	Φ_1 8	-4,02E- 07	-0,0002	1,3	0,001
Φ_1 9	-4,72E- 08	-1,46E- 05	0,25	3,42E- 06	Φ_1 9	-6,61E- 08	-3,79E- 05	0,21	4,1E- 06
Φ_2 0	-2,35E- 08	-7,27E- 06	0,12	3,02E- 07	Φ_2 0	-3,29E- 08	-1,88E- 05	0,10	3,67E- 07
I_a	-2,65	-430,4	$F_{\Sigma k}$	0,014	I_a	-3,19	-488,68	$F_{\Sigma k}$	-0,82
I_c	1,74	-95,943			I_c	2,69	-262,39		
I_b	0,91	0			I_b	0,5	0		

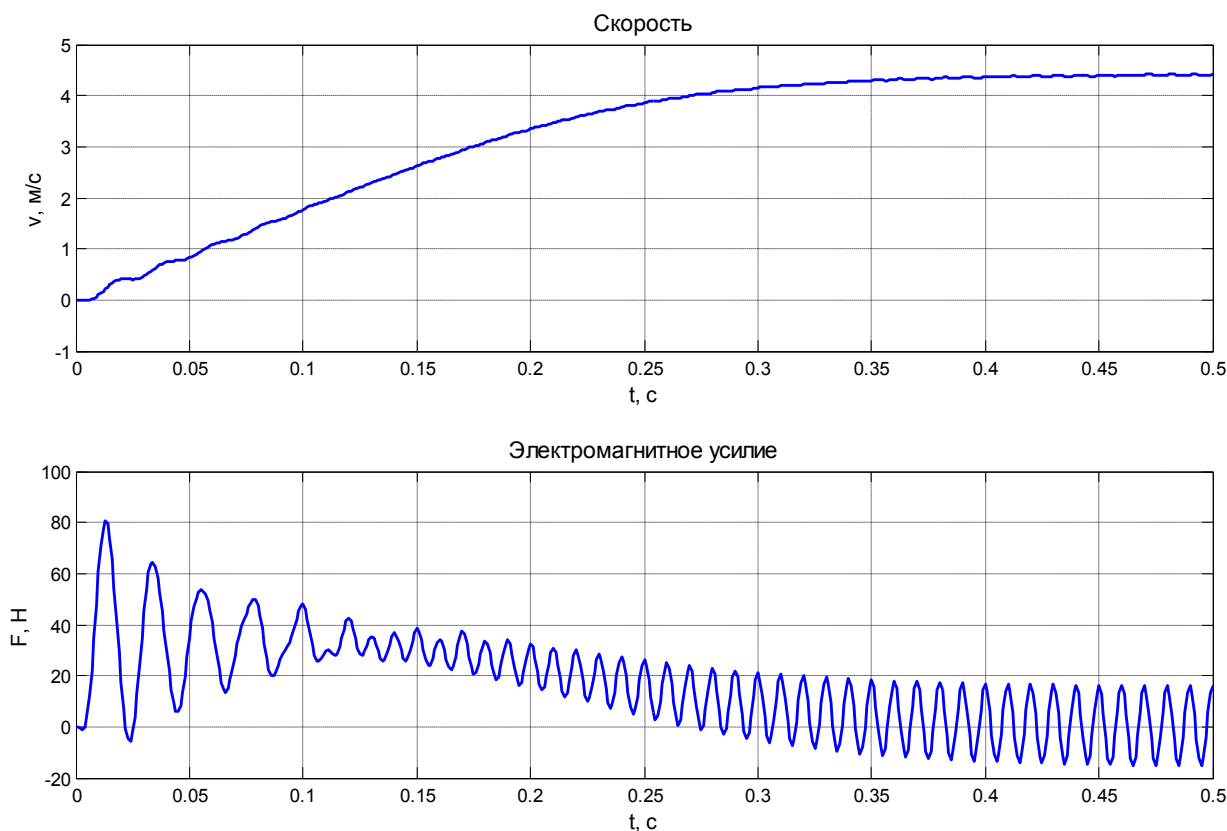


Рис.2. Зависимости электромагнитного усилия и скорости подвижного элемента от времени при пуске

Полученные результаты моделирования пуска линейного асинхронного двигателя совпадают с данными эксперимента приведенных в статье [1, с.56].

Литература

1. Сарапулов Ф.Н., Емельянов А.А., Иваницкий С.В., Резин М.Г. Исследование электромеханических переходных процессов линейного асинхронного короткозамкнутого двигателя // Электричество. – 1982. – №10. – С. 54–57.
2. Емельянов А.А., Богатов Е.А., Клишин А.В., Медведев А.В., Симонович В.Г. Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения // Молодой ученый. – 2010. – №5. – С.14–22.
3. Ануфриев И.Е. и др. MATLAB 7 / Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н.. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.