2. Емельянов А.А., Богатов Е.А., Клишин А.В., Медведев А.В., Симонович В.Г. Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения // Молодой ученый. – 2010. – №5. – С.14–22.

3. Емельянов А.А., Медведев А.В., Богатов Е.А., Кобзев А.В., Бочкарев Ю.П. Программирование линейного асинхронного двигателя в МАТLAВ // Молодой ученый. – 2013. – №3. – С. 129-143.

4. *Ануфриев И.Е. и др.* МАТLАВ 7 / Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

Емельянов А. А., Медведев А. В., Кобзев А.В. ФГАОУ ВПО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Екатеринбург

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ЧИСЛОМ ПАЗОВ НА ПОЛЮС И ФАЗУ РАВНОМ ДВУМ НА ОСНОВЕ МАГНИТНЫХ СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ

Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения для исследования электромеханических переходных процессов приведена в статье [1].

Целью данной работы является изложение математической модели линейного асинхронного двигателя на основе электрических и магнитных схем замещения в доступной для понимания студентами форме. Данная работа является продолжением статьи [2], в которой опубликован без сокращения вывод математического аппарата. Для качественного восприятия системы в данной работе повторим основные моменты статьи [2] и покажем процесс перехода от выведенных формул к программированию в MATLAB.

Условное изображение линейного асинхронного двигателя приведено на рисунке 1 *а*. В активной зоне индуктора (статора) в началах обмоток *A*, *B* и *C* условно примем токи со знаком «+», тогда в соответствующих концах обмоток *x*, *y* и *z* — знак «–». Для учета отрицательных токов необходимо умножить соответствующие элементы матрицы A на (–1). В шунтирующих зонах под набегающим и сбегающим краями примем по четыре зубцовых деления. На рисунке 1 б приведена соответствующая магнитная схема замещения линейного асинхронного двигателя.





Запишем основные уравнения для «*n*»-ого участка схемы замещения.

Баланс магнитных напряжений магнитной цепи

 $\Phi_{n-} - \pi_{+} -$ контурные магнитные потоки;

 R_{n}, R_{n+} – магнитные сопротивления воздушных участков;

 $F_n^S = -$ магнитодвижущая сила, созданная статорным током i_n^S , протекающим по всем проводникам паза (ω);

 $F_n^S = -$ в шунтирующих зонах;

 $F_n^R = - M.Д.С.$ тока ротора в стержне ($\omega =$).

Баланс М.Д.С. для «*n*»-го участка имеет следующий вид:

$$F_n^S + = \cdot + - \cdot - \cdot$$

Отсюда ток в стержне ротора определится по следующему выражению:

$$i_n^R = - \dots + + + - + - + (1)$$

Уравнение баланса напряжений электрической цепи ротора

$$r^{r} \cdot + \cdot \frac{\partial}{\partial} + \cdot \cdot \frac{\partial}{\partial} - - \frac{\partial}{\partial} - \cdot \frac{\partial}{\partial}$$
 (2)

Выразим производные во времени через конечные разности:

$$\frac{\partial}{\partial}$$
 - Δ ∂ - Δ ,

где *n* – номер зубцового деления;

k – номер шага разбиения по времени.

В формуле 2 скорость подвижного элемента принимаем равным v = и в пределах «*k*» интервала считается постоянным.

Производные по пространственной координате «х» выразим через центральные конечные разности:

$$\frac{\partial}{\partial} - \frac{\partial}{\partial} - \frac{\partial}{\partial} - \frac{\partial}{\partial} - \frac{\partial}{\partial}$$

С учетом вышеприведенных замечаний уравнение (2) примет следующий вид:

Исключим из уравнения (3) токи в роторе. Для этого подставим выражение (1) в уравнение (3) и получим:



Это уравнение может быть реализовано при произведении матрицы A и матрицы-столбца, состоящего из 20 потоков (Φ) и токов в фазах обмотки индуктора. При изменении от n = 1 до n = 20 определяются элементы строк матрицы A по уравнению (4).

При подстановке в уравнение (4) значения n от 1 до 4 и от 17 до 20 определяются элементы строк матрицы A, соответствующие шунтирующим зонам двигателя. Рассмотрим формирование элементов 2-ой строки матрицы A. Для этого подставим n = 2 в уравнение (4), в результате получим:



Если задать n в уравнении (4) в пределах от 5 до 16, то это позволит определить элементы строк матрицы для активной зоны индуктора (статора). В качестве примера приведем уравнение (4) при n = 6:



Для элементов матрицы **A**, связанных с токами i_A^S , выделен 21-й столбец, поэтому:

$$a_{6,21} = \cdot \cdot \cdot - \cdot + \Delta$$

Аналогично, для токов *i*^{*s*}_{*C*} – 22-ой столбец:

$$a_{6,22} = - \dots \cdot \dots \cdot \dots \dots \cdot \dots$$

Формулы для расчета остальных элементов матрицы А для 6-ой строки будут иметь следующий вид:

Баланс напряжения электрической цепи индукторной (статорной) обмотки

Если питается обмотка индуктора от симметричного напряжения, а схема соединения звезда без нулевого провода, то:

С учетом шага по времени \triangle в *k*-ый момент времени:

Уравнения (5) при выражении производных по времени через конечные разности примут следующий вид:



Для определения элементов 21-ой строки матрицы А воспользуемся уравнением (6). Для удобства заменим $\omega_{-} \Delta = -$, тогда:

отсюда:

$$a_{21,5} = \dots = \dots = \dots = \dots = \\ a_{21,9} = \dots = \dots = \dots = \dots = - \\ a_{21,21} = + \Delta \\ a_{21,23} = - + \Delta$$

В правой части сформирован элемент *s*₂₁ матрицы-столбца **S**:

$$s_{21} = U \Psi \Phi_{5,k-1} + \Phi_{6,k-1} - \Phi_{9,k-1} - \Phi_{10,k-1} - \Phi_{11,k-1} - \Phi_{12,k-1} + \Phi_{15,k-1} + \Phi_{16,k-1} + (L^s / Dt) \Psi (i^s_{A,k-1} - i^s_{B,k-1}) + U_{AB,k}.$$

Известно, что в трехфазной обмотке сумма токов в фазах в *k*-ый момент времени равна нулю.

$$i_{A,k}^{s} + \dots + \dots =$$

В матричной форме это уравнение можно получить следующим образом. Так как в матрице-столбце токи i_a , i_b и i_c занимают положения 21, 22, и 23 соответственно, то в матрице А в 23-ей строке необходимо приравнять элементы $a_{23,1}$, $a_{23,2}$, ..., $a_{23,20}$ к нулю, а элементы $a_{23,20}$, $a_{23,21}$, $a_{23,23}$ к единице. То есть $a_{23,21} = = = = H s_{23} = .$

Результаты моделирования представлены в таблицах 1, 2 и 3, а также на рисунке 2.

| | | | | | | - | |
|---------------------------|----------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|----------------|
| <i>a</i> _{1,1} | 1,313E+05 | <i>a</i> _{1,2} | - 6,514E+04 | <i>a</i> _{1,3} | -7,370E-04 | <i>a</i> _{2,1} | - 6,514E+04 |
| <i>a</i> _{2,2} | 7,265E+04 | <i>a</i> _{2,3} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{2,4} | -7,370E-05 | <i>a</i> _{3,1} | 7,370E-03 |
| <i>a</i> _{3,2} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{3,3} | <i>8,165E</i> + <i>03</i> | <i>a</i> _{3,4} | - 6,514E+02 | <i>a</i> _{3,5} | -1,474E-05 |
| <i>a</i> _{4,2} | 7,370E-04 | <i>a</i> _{4,3} | - 6,514E+02 | <i>a</i> _{4,4} | 1,782E+03 | <i>a</i> _{4,5} | - 1,303E+02 |
| <i>a</i> _{4,6} | -1,474E-05 | <i>a</i> _{5,3} | 7,370E-05 | <i>a</i> _{5,4} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{5,6} | 1,261E+03 |
| <i>a</i> _{5,7} | - 1,303E+02 | $a_{5,8}$ | -1,474E-05 | <i>a</i> _{16,14} | 1,474E-05 | <i>a</i> _{16,15} | - 1,303E+02 |
| $a_{16,16}$ | 1,261E+03 | <i>a</i> _{16,17} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{16,18} | -7,370E-05 | <i>a</i> _{17,15} | 1,474E-05 |
| <i>a</i> _{17,16} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{17,17} | 1,782E+03 | <i>a</i> _{17,18} | - 6,514E+02 | <i>a</i> _{17,19} | -7,370E-04 |
| <i>a</i> _{18,16} | 1,474E-05 | <i>a</i> _{18,17} | - 6,514E+02 | $a_{18,18}$ | <i>8,165E</i> +03 | <i>a</i> _{18,19} | - 6,514E+03 |
| <i>a</i> _{18,20} | -7,370E-03 | <i>a</i> _{19,17} | 7,370E-05 | <i>a</i> _{19,18} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{19,19} | 7,265E+04 |
| <i>a</i> _{19,20} | - 6,514E+04 | $a_{20,18}$ | 7,370E-04 | <i>a</i> _{20,19} | - 6,514E+04 | <i>a</i> _{20,20} | 1,313E+05 |

Таблица 1. Значения элементов матрицы А при k = 1

$$a_{21,21} = \underbrace{a_{22,22}}_{=} = \underbrace{a_{22,22}}_{=} = \underbrace{a_{23,21}}_{=} =$$

$$a_{21,5} = a_{1,2} = a_{$$

Таблица 2. Значения элементов матрицы А при k = 2

| | | | | | | - | - |
|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------|
| <i>a</i> _{1,1} | 1,313E+05 | <i>a</i> _{1,2} | - 6,514E+04 | <i>a</i> _{1,3} | 4,089E-02 | <i>a</i> _{2,1} | - 6,514E+04 |
| <i>a</i> _{2,2} | 7,265E+04 | <i>a</i> _{2,3} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{2,4} | 4,089E-03 | <i>a</i> _{3,1} | -4,089E-01 |
| <i>a</i> _{3,2} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{3,3} | <i>8,165E</i> + <i>03</i> | <i>a</i> _{3,4} | - 6,514E+02 | <i>a</i> _{3,5} | 8,177E-04 |
| <i>a</i> _{4,2} | -4,089E-02 | <i>a</i> _{4,3} | - 6,513E+02 | <i>a</i> _{4,4} | 1,782E+03 | <i>a</i> _{4,5} | - 1,303E+02 |
| <i>a</i> _{4,6} | 8,177E-04 | <i>a</i> _{5,3} | -4,089E-03 | <i>a</i> _{5,4} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{5,6} | 1,261E+03 |
| <i>a</i> _{5,7} | - 1,303E+02 | $a_{5,8}$ | 8,177E-04 | <i>a</i> _{16,14} | -8,177E-04 | <i>a</i> _{16,15} | - 1,303E+02 |
| <i>a</i> _{16,16} | <i>1,261E+03</i> | <i>a</i> _{16,17} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{16,18} | 4,089E-03 | <i>a</i> _{17,15} | -8,177E-04 |
| <i>a</i> _{17,16} | - 1,303E+02 | <i>a</i> _{17,17} | 1,782E+03 | <i>a</i> _{17,18} | - 6,515E+02 | <i>a</i> _{17,19} | 4,089E-02 |
| <i>a</i> _{18,16} | -8,177E-04 | <i>a</i> _{18,17} | - 6,514E+02 | <i>a</i> _{18,18} | <i>8,165E</i> + <i>03</i> | <i>a</i> _{18,19} | - 6,514E+03 |
| <i>a</i> _{18,20} | 4,089E-01 | <i>a</i> _{19,17} | -4,089E-03 | <i>a</i> _{19,18} | - 6,514E+03 | <i>a</i> _{19,19} | 7,265E+04 |
| <i>a</i> _{19,20} | - 6,514E+04 | <i>a</i> _{20,18} | -4,089E-02 | <i>a</i> _{20,19} | - 6,514E+04 | <i>a</i> _{20,20} | 1,313E+05 |

$$a_{11,21} = a_{1,22} = a_{1,22}$$

Таблица 3. Результаты расчетов

| | | <i>k</i> = <i>1</i> | | | k=2 | | | | | |
|-----------------------|---------------|---------------------|-------------|---------------|-------------------------------|---------------|---------------|-------------|-------------------|--|
| | X | S | $i_{n,k}^r$ | $F_{n,k}$ | | X | S | $i_{n,k}^r$ | $F_{n,k}$ | |
| Φ_l | -5,91E- 08 | -1,47E- 05 | 0,34 | -2,08E- 06 | Φ_l | -1,1E- 07 | -4,64E- 05 | 0,49 | - 5,66E- 06 | |
| Φ_2 | -1,18E- 07 | -2,96E- 05 | 0,68 | -2,36E- 05 | Φ_2 | -2,22E- 07 | -9,33E- 05 | 0,99 | - 6,38E- 05 | |
| Φ_3 | -7,30E- 07 | -0,0001 | 4,21 | -0,002 | Φ_3 | -1,36E- 06 | -0,0005 | 6,06 | -0,004 | |
| Φ_4 | -7,68E- 06 | -0,002 | 43,74 | -0,19 | \varPhi_4 | -1,39E- 05 | -0,006 | 60,84 | -0,42 | |
| Φ_5 | -8,60E- 05 | -0,026 | 246,2 3 | -1,06 | Φ_5 | -0,0001 | -0,069 | 420,4 5 | -2,94 | |
| Φ_6 | -9,21E- 05 | -0,028 | 283,3 5 | 0,33 | $arPhi_6$ | -0,0001 | -0,073 | 486,8 4 | 0,43 | |
| Φ_7 | -6,30E- 05 | -0,015 | 173,8 6 | 0,38 | $arPsi_7$ | -0,0001 | -0,049 | 354,8 8 | 1,002 | |
| $arPhi_{8}$ | -4,90E- 05 | -0,012 | 95,33 | 0,44 | $arPsi_8$ | -9,58E- 05 | -0,038 | 251,8 9 | 1,87 | |
| Φ_9 | 2,79 | 0,012 | -98,77 | -0,46 | Φ_9 | 2,48E- 05 | 0,023 | -93,11 | -0,72 | |
| $\overline{\Phi_{I}}$ | 4,37 | 0,015 | -191,7 | -0,61 | $\overline{{\pmb{\Phi}}_{l}}$ | 5,63E- 05 | 0,035 | - 240,2 | -1,48 | |

| | | | | | | | | 4 | |
|---------------------|------------------------|---------------|----------------|----------------------|---------------------|------------------------|---------------|-----------------|--------------|
| Φ_l | 9,10 | 0,027 | -273,1 | -0,68 | Φ_l | 0,0001 | 0,072 | - 448,8 7 | -2,2 |
| Φ_1 | 9,28 | 0,027 | -287,1 | 0,41 | Φ_1 | 0,0001 | 0,074 | -492,3 | 0,62 |
| Φ_1 | 6,31 | 0,015 | -174,4 | 0,38 | Φ_1 | 0,0001 | 0,049 | -356,1 | 1,01 |
| Φ_l | 4,92 | 0,012 | -96,51 | 0,44 | Φ_l | 9,62E- 05 | 0,038 | - 254,4 1 | 1,85 |
| Φ ₁ 5 | -2,64E- 05 | -0,011 | 89,96 | -0,37 | Φ ₁ 5 | -2,16E- 05 | -0,022 | 76,95 | -0,51 |
| Φ ₁ 6 | -3,22E- 05 | -0,013 | 125,0 2 | 0,15 | Ф1 6 | -3,42E- 05 | -0,026 | 139,6 1 | 0,12 |
| Φ_l | -3,02E- 06 | -0,001 | 15,63 | 0,025 | Φ ₁ 7 | -4,02E- 06 | -0,002 | 12,19 | 0,021 |
| Φ_l | -2,89E- 07 | -9,08E- 05 | 1,53 | 0,0002 | Φ_l | -4,02E- 07 | -0,0002 | 1,3 | 0,001 |
| Φ ₁ 9 | -4,72E- 08 | -1,46E- 05 | 0,25 | 3,42E- 06 | Φ ₁ 9 | -6,61E- 08 | -3,79E- 05 | 0,21 | 4,1E- 06 |
| $\overline{\Phi_2}$ | -2,3 <u>5</u> E- 08 | -7,27E- 06 | 0,12 | 3,0 <u>2E-</u> 07 | $\overline{\Phi_2}$ | -3,2 <u>9E</u> - 08 | -1,88E- 05 | 0,10 | 3,67E- 07 |
| Ia | -2,65 | -430,4 | $F_{\Sigma k}$ | 0,014 | Ia | -3,19 | -488,68 | $F_{\Sigma k}$ | -0,82 |
| Ic | 1,74 | -95,943 | | | I_c | 2,69 | -262,39 | | |
| I_b | 0,91 | 0 | | | I_b | 0,5 | 0 | | |



Рис.2. Зависимости электромагнитного усилия и скорости подвижного элемента от времени при пуске

Полученные результаты моделирования пуска линейного асинхронного двигателя совпадают с данными эксперимента приведенных в статье [1, с.56].

Литература

1. Сарапулов Ф.Н., Емельянов А.А., Иваницкий С.В., Резин М.Г. Исследование электромеханических переходных процессов линейного асинхронного короткозамкнутого двигателя // Электричество. – 1982. – №10. – С. 54–57.

2. Емельянов А.А., Богатов Е.А., Клишин А.В., Медведев А.В., Симонович В.Г. Математическая модель линейного асинхронного двигателя на основе магнитных схем замещения // Молодой ученый. – 2010. – №5. – С.14–22.

3. *Ануфриев И.Е. и др.* МАТLАВ 7 / Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.