ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

С.В. Анахов

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОПЛОВОГО УЗЛА ПЛАЗМОТРОНА ПО АКУСТИЧЕСКИМ ПРИНЦИПАМ

Существенным фактором негативного воздействия на рабочий персонал в технологиях плазменной обработки материалов является повышенный уровень шумоизлучения. Спектральные исследования характерного для таких процессов акустического излучения показали, что присутствие в спектре шума тональных составляющих, а, следовательно, и общий уровень шума существенно зависят от конструктивных особенностей генератора низкотемпературной плазмы – плазмотрона. Нерегулярность площади проходного сечения газовоздушного тракта (ГВТ) плазмотрона при турбулентном характере течения плазмообразующего газа (ПОГ) является существенным фактором, способствующим резонансному возбуждению акустических пульсаций с последующим их излучением в пространство рабочей зоны. В данной работе предлагаются принципы проектирования и соответствующие им конструкции сопловых узлов плазмотронов, позволяющие снизить вероятность образования и усиления тонального шума, генерируемого плазмотронами.

В основе проектирования соплового узла (основного генератора тонального шума) должна стоять задача уменьшения числа источников акустического возмущения газодинамической системы и устранения условий для их резонансного усиления. Поскольку пульсации турбулентного потока ПОГ образуются в областях резкого изменения профиля проходного сечения ГВТ необходимо исключить возможность отрыва потока и вихреобразования в ГВТ соплового узла плазмотрона. Для уменьшения возможности усиления таких пульсаций следует по возможности устранить камеры-резонаторы, присутствующие в сопловых узлах большинства применяемых плазмотро-

9

нов. Обе этих задачи могут быть одновременно решены за счет согласованного профилирования обводов сопла и катода в форме поверхностей с постоянной или непрерывно меняющейся кривизной. Разумеется, подобное проектирование не должно снижать технологическую эффективность работы плазмотрона, определяемую термо-кинетическими свойствами плазменной струи и вольтамперными характеристиками его дуги.

Как правило, сопловой узел плазмотрона представляет собой конфузор (сужающийся канал) с переменным профилем проходного сечения ГВТ, обусловленным несогласованным изменением профилей катода и сопла. Поэтому первым шагом, устраняющим возможность вихреобразования, должно стать придание конфузору формы, позволяющей избежать резких изменений его поверхностного профиля. В этом случае турбулентное течение ПОГ в конфузоре (Re ~ 10^4) будет устойчивым — в них не будет причин для возникновения вихрей. Однако, даже в случае плавного изменения площади сечения ГВТ в сужающемся канале вихри будут образовываться в областях сопряжения конфузора – с завихрителем на входе и с цилиндрическим каналом на выходе. Для устранения такого рода вихреобразований коническую часть сопла следует сопрягать с цилиндрической плавной кривой, избегая резких перепадов площади сечения на входе.

Под проходным сечением ГВТ будем понимать фигуру, заключенную между внутренней поверхностью сопла и наружной катода (в области их взаимного сопряжения), поверхность которой перпендикулярна линии тока ПОГ (срединная поверхность канала ГВТ – образующая конуса AB, рис.1). Однако, скорость и направление течения газа задаются формой соплового узла, который ещё предстоит спроектировать. В связи с этим, площадь проходного сечения канала приходится определять по нормали либо к обводу сопла, либо к поверхности катода.

В случае проектирования соплового узла по заданному профилю сопла сначала определяется площадь проходного сечения ГВТ по нормали к обводу сопла (прямая CD, puc.1). Совокупность таких нормалей образует боковую

10

поверхность конуса с вершиной в точке К и круговым основанием DD'. Тем самым площадь проходного сечения канала определится как часть боковой поверхности этого конуса, заключенная между поверхностью сопла и катода (боковая поверхность усеченного конуса CC'D'D.



Рис.1. Схема для проектирования соплового узла плазмотрона (базовый элемент – сопло): 1 – линия тока ПОГ (срединная поверхность канала), 2 – сопло, 3 – катод

Следовательно, если $r_c(x)=y_c$ и $r_\kappa(x)=y_\kappa$ – функции, задающие профиль сопла и катода, а CD(x) – переменное расстояние между ними, то площадь проходного сечения определится из выражения:

$$F(x) = \pi \cdot CD(x) \cdot (r_c(x) + r_k(x)) = \pi \cdot CD \cdot (y_c + y_\kappa), \qquad (1)$$

где CD =
$$\sqrt{(y_c - y_k)^2 + (x_c - x_k)^2}$$
. (2)

Уравнение нормали DK к обводу сопла:

$$\mathbf{x}_{k} - \mathbf{x}_{c} = (\mathbf{y}_{c} - \mathbf{y}_{k}) \cdot \frac{d\mathbf{y}_{c}}{d\mathbf{x}_{c}},$$
(3)

где y_c и y_{κ} , x_c и x_{κ} – координаты точек поверхности сопла и катода. Отсюда:

$$\mathbf{x}_{k} = \mathbf{x}_{c} + (\mathbf{y}_{c} - \mathbf{y}_{k}) \cdot \frac{d\mathbf{y}_{c}}{d\mathbf{x}_{c}}.$$
(4)

После подстановки (3) в (2) получим выражение для площади

$$F(x) = \pi \cdot (y_c - y_k)^2 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy_c}{dx_c}\right)^2}$$
(5)

и координат катода

$$y_{\kappa} = \sqrt{y_{c}^{2} - \frac{F(x)}{\pi \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy_{c}}{dx_{c}}\right)^{2}}}}.$$
(6)

В некоторых случаях проектирование соплового узла целесообразнее вести, отталкиваясь от профиля катода. Решение такой задачи, во-первых, позволяет использовать достаточно широкую номенклатуру серийно выпускаемых катодов, а, во-вторых, избежать ограничений с подбором подходящей для заданного профиля сопла аппроксимации площади проходного сечения F(x). Фактически, в этом случае можно использовать любую функциональную зависимость F(x), позволяющую произвести сопряжение площади ГВТ плазмотрона на входе в конфузорную часть соплового узла с площадью сечения в цилиндрической части сопла на выходе из неё.

Площадь проходного сечения ГВТ в этом случае будет определяться по нормали к обводу катода (прямая CD, рис.2).

Уравнение нормали DK к обводу сопла запишется в следующем виде:

$$\mathbf{x}_{c} - \mathbf{x}_{\kappa} = (\mathbf{y}_{\kappa} - \mathbf{y}_{c}) \cdot \frac{d\mathbf{y}_{\kappa}}{d\mathbf{x}_{k}},$$
(7)

где y_c и y_{κ} , x_c и x_{κ} – координаты точек поверхности сопла и катода. Отсюда:

$$x_{c} = x_{\kappa} + (y_{\kappa} - y_{c}) \cdot \frac{dy_{\kappa}}{dx_{k}}.$$
(8)

С учетом выражения для площади (5) изменится формула для расчета координат сопла:



Рис.2. Схема для проектирования соплового узла плазмотрона (базовый элемент – катод): 1 – линия тока ПОГ (срединная поверхность канала), 2 – сопло, 3 – катод

Рассмотрим в качестве примера проектирования известные в звукопередающих и вещательных системах сопла экспоненциальной и катеноидальной форм, в которых за счет характерного изменения площади проходного сечения может существенно изменяться активная составляющая акустической мощности. В конфузорах экспоненциальной формы уменьшается энергия высокочастотного излучения, в катеноидальных – звукового диапазона. Для сужающегося экспоненциального сопла площадь проходного сечения Fc убывает по закону:

$$F_{c}(x) = F_{c}(0) \cdot \exp(-\beta x).$$
(10)

Условие сопряжения выходной площади сопла длиной L с площадью цилиндрического канала сопла F1 позволяет задать закон изменения Fc и профиля сопла rc:

$$F_{c}(\mathbf{x}) = F_{c}(0) \cdot \left(\frac{F1}{F_{c}(0)}\right)^{\frac{x}{L}},$$
(11)

$$r_{c}(x) = R_{c}(x) \cdot \left(\frac{r_{0}}{R_{c}}\right)^{\frac{x}{L}}.$$
(12)

Необходимый для расчета профиля катода характер изменения площади проходного сечения конфузорной части узла F(x) можно в этом случае задать подобным образом:

$$F(x) = F(0) \cdot \left(\frac{F1}{F(0)}\right)^{\frac{x}{L}}.$$
(13)

Результаты расчетов такого соплового узла представлены на рис.3.



Профиль спроектированного катода имеет заостренную форму, позволяющую при незначительном уменьшении его длины разместить на торце тугоплавкую катодную вставку, допустив при этом скачок площади проходного сечения ΔF в пределах 25% от F (рис.3). Во избежание небольших перепадов площади на входе и на выходе сужающейся части узла выполнено сглаживание в местах сопряжения конфузорной части узла с ГВТ плазмотрона.

В случае проектирования узла на базе катеноидального конфузорного узла площадь проходного сечения сопла Fc(x) будет изменяться по закону:

$$F_{c}(x) = F_{c}(0) \cdot (2 - ch^{2}(\beta x)) = F_{c}(0) \cdot (1 - sh^{2}(\beta x)).$$
(14)

Условие сопряжения выходной площади сопла длиной L с площадью цилиндрического канала сопла F1 позволяет определить коэффициент β и профиль сопла rc:

$$\beta = \frac{1}{L} \cdot \operatorname{arch}\left(\sqrt{2 - \frac{F1}{F_{c}(0)}}\right) = \frac{1}{L} \cdot \operatorname{arsh}\left(\sqrt{1 - \frac{F1}{F_{c}(0)}}\right),\tag{15}$$

$$r_{c}(x) = R_{c} \cdot \sqrt{2 - ch^{2}(\beta x)} = R_{c} \cdot \sqrt{1 - sh^{2}(\beta x)}.$$
 (16)

Характер изменения площади проходного сечения конфузорной части узла F(x) можно в этом случае задать похожей зависимостью:

$$F(x) = F(0) \cdot (2 - ch^{2}(\gamma x)) = F(0) \cdot (1 - sh^{2}(\gamma x)), \qquad (17)$$

$$\gamma = \frac{1}{L} \cdot \operatorname{arch}\left(\sqrt{2 - \frac{FI}{F(0)}}\right) = \frac{1}{L} \cdot \operatorname{arsh}\left(\sqrt{1 - \frac{FI}{F(0)}}\right),\tag{18}$$

Результаты расчетов данного соплового узла представлены на рис.4.

Очевидно, что применение сопла катеноидальной формы позволяет использовать профилированные катоды, близкие по форме к серийно используемым, для которых проблему размещения и долговечности тугоплавкой вставки, теплоотвода в катодном пятне можно считать практически решенной.

Помимо представленных в работе примеров проектирования рассчитаны и проанализированы следующие конструкции сопловых узлов: эквидистантный, с соплом Витошинского, с катодами конусной и эллиптической форм. Показаны их преимущества и недостатки с акустической и технологической точки зрения.



Рис.4. Профиль узла, спроектированного на базе катеноидального сопла

Таким образом, предложенные методы проектирования сопловых узлов плазмотронов позволяют избежать резких перепадов площади проходного сечения ГВТ, и следовательно снизить вероятность появления тональных шумов в акустическом спектре плазмотрона. Кроме того проектирование можно вести, выбирая в качестве базовой конфигурации, профиль сопла, либо катода.

В случае проектирования по профилю соплового узла необходимо выбрать оптимальную аппроксимирующую зависимость площади проходного сечения ГВТ. При проектировании по профилю катода можно использовать любые аппроксимации площади проходного сечения ГВТ, сопрягающие площади на входе и на выходе из соплового узла.

Идеализированные (плавные) профили сопловых узлов требуют коррекции по теплофизическим, материаловедческим и технологическим критериям. В случае проектирования по профилю сопла такие корректировки несущественно изменяют характер изменения площади сечения ГВТ. Для сопловых узлов, спроектированных по профилю катода, возникает скачок площади в области катодного торца, требующий дополнительной корректировки выходного канала соплового узла и режимов работы плазмотрона.

Продемонстрировано несущественное влияние технологических изменений профиля катода (выгорание катодной тугоплавкой вставки) в процессе работы плазмотрона на его акустические характеристики.

Ю.А. Меленцова

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВСПЛЕСКОВ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА¹

В работе рассматривается приближенное решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода традиционным методом разложения ядра на вырожденное. В качестве базиса выбирается кратно-масштабный базис всплесков Хаара и всплесков Мейера. Приближение строится в пространстве $L_2[0,1]$. Приближение с помощью всплесков Хаара является кусочно-постоянной функцией, а приближение с помощью всплесков Мейера — бесконечно дифференцируемая функция. В работе предлагается алгоритм численного решения поставленной задачи, приводятся примеры, позволяющие сравнить методы между собой и с точным решением.

Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$y(t) = \lambda \int_{0}^{1} K(t,s) y(s) ds + f(t) .$$
 (1)

Пусть

$$\varphi_0(t), \varphi_1(t),...$$
 (2)

— ортонормированный базис пространства $L_2[0,1]$. Приближенное решение $y_n(t)$ уравнения (1) будем искать в виде

$$y_n(t) = \sum_{i=0}^n c_i \varphi_i(t) + f(t) .$$
(3)

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 09-01-00014-а