

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Российский государственный
профессионально-педагогический университет»

В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева

**СТРУКТУРА СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ.
ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ
В СВЕТЕ ПРИНЦИПА СИММЕТРИИ**

Монография

Екатеринбург
РГППУ
2019

УДК 37.011.33

ББК Ч402.3в

Г 19

Авторы: В. Л. Гапонцев (гл. 3, 4), В. А. Федоров (введение, гл. 1, заключение), М. Г. Гапонцева (гл. 2)

Гапонцев, Виталий Леонидович.

Г 19 Структура содержания образования. Эволюция структуры в свете принципа симметрии: монография / В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2019. 190 с.

ISBN 978-5-8050-0663-1

Проведено сопоставление языков описания структуры содержания образования в педагогике и математике. Рассмотрены вопросы эволюции научного знания – детерминанты содержания общего образования. Выявлена роль иерархии форм симметрии в оптимизации структуры содержания образования. Предложен и описан новый элемент структуры содержания общего образования – система локальных интегративных курсов «Симметрия», которая реализует принцип симметрии, выполняющий роль высшего уровня интеграции научного знания в образовании.

Адресована преподавателям и студентам педагогических специальностей.

УДК 37.011.33

ББКЧ402.3в

Рецензенты: чл.-кор. РАО, д-р пед. наук, проф. П. Ф. Кубрушко (ФГОУ ВО «Московский государственный агроинженерный университет им. В. П. Горячкина»), засл. деятель науки РФ, чл.-кор. РАО, д-р психол. наук, проф. Э. Ф. Зеер (ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет»)

ISBN 978-5-8050-0663-1

© ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2019

Оглавление

Введение.....	5
1. Характер структуры объектов теории содержания образования	9
1.1. Постановка проблемы	9
1.2. В. С. Леднев о двух типах структуры объектов педагогики.....	13
1.3. Представление о структуре на уровне обыденного и научного сознания	16
1.4. Принципы двойного вхождения и функциональной полноты	20
1.5. Особенности описания структуры объектов исследования у В. С. Леднева.....	28
1.6. Проблемы, порожденные несоответствием языка, принятого при описании структуры содержания образования, природе объекта	42
1.7. Возможный вариант языка описания содержания образования, адекватного природе объекта.....	49
2. Язык фрактальной геометрии и возможность его применения для описания содержания образования.....	51
2.1. Фракталы: основные понятия и примеры.....	51
2.2. Природа фракталов.....	56
2.3. Фрактальная размерность	61
2.4. Мультифракталы	69
2.5. Сопоставление свойств фракталов со свойствами объектов педагогики. Фрактальный характер структуры деятельности.....	75
2.6. Проблема формирования тезауруса фундаментальных научных дисциплин.....	81
2.7. Проблемы применения фрактального описания к объектам педагогики	90
3. Использование симметрии для классификации научного знания и организации содержания образования	92
3.1. Схема деления области научного знания Е. Вигнера.....	92
3.2. Общая идея симметрии и иерархия симметрий.....	98
3.3. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Ее перенос на другие области научного знания	107

3.4. Роль системы симметрий в эволюции научного знания	111
3.5. Роль симметрии в эволюции индивидуального сознания.....	122
3.6. Симметрия как общее понятие с двойным логическим статусом.....	124
3.7. Использование симметрии для оптимизации структуры содержания образования. Система локальных интегративных курсов	127
3.8. Принцип симметрии в педагогике	134
4. Значение принципа симметрии для формирования единой картины мира	136
4.1. Понятие «явление природы» как граница между научным и религиозным знанием	137
4.2. Пространство – время, вещество – поле и понятия «твердь» и «вода» в Книге Бытия	140
4.3. Понижение степени симметрии в ходе эволюции Вселенной и относительность характера понятий «жизнь» и «смерть».....	144
4.4. Принципы симметрии (принципы инвариантности) и их зависимость от концепции времени.....	148
4.5. Анализ возможности согласования религиозных взглядов на творение мира с позициями современной науки	151
4.6. Структура индуктивного понятия.....	162
Заключение	170
Список литературы	182

Введение

История развития человечества неразрывно связана с научно-техническим прогрессом, который выражается в постоянном росте объема научной информации. Перед человечеством всегда стояла задача передать накопленные знания следующему поколению в наиболее компактном и доступном виде. Время от времени сложившиеся системы научного знания и образования испытывали трудности, обусловленные «переполнением информацией». Точнее, нужно говорить о несоответствии возросшему объему знания прежних способов его переработки и передачи.

Каждый раз кризис, связанный с «переполнением информацией», завершался усложнением структуры науки. Появлялись элементы, специализирующиеся на функциях, возможность выполнения которых старыми способами была исчерпана (логический метод, разделение математики на отрасли и т. д.). Это усложнение структуры науки закономерно диктовало усложнение структуры содержания образования.

Подобного рода ситуация в системе естественнонаучного образования и образования в целом, по всем признакам, имеет место сейчас. Об этом свидетельствуют непрекращающиеся попытки реформирования системы образования у нас и за рубежом. Потребность в реформе является следствием роста объема научных знаний, что рано или поздно приводит к переполнению учебных планов. Обостряется проблема соотношения количества изучаемого материала и качества его усвоения. На это указывают многие педагоги; так, отмечают, что постоянно возрастающая по объему и усложняющаяся по содержанию научная информация приходит в противоречие с недостаточной глобальностью и мобильностью учебных планов, программ, учебников и учебно-методических пособий, что ведет к хронической перегрузке учащихся, падению интереса к учению, ухудшению их здоровья [57].

В конечном итоге, одной из важнейших проблем современного образования является преодоление тенденции к узкой специализации, которая объективно отражает процесс дифференциации научного знания, неизбежно сопровождающий его рост. На современном этапе эта тенденция находит свое выражение, как нам представляется, в компе-

тентностном подходе [30; 31]. В пределе узкая специализация выражается в формировании фрагментарного, так называемого клипового, мышления, что имеет отрицательные социальные последствия, так как сужает возможность формирования целостной картины действительности и препятствует стратегическому планированию как на уровне отдельных личностей, так и в отношении общества в целом. Возможно именно это приводит к деградации.

С целью разрешения возникающих проблем рассматриваются различные пути. Например, предлагается увеличить срок обучения в средней школе до 12 лет. Другой вариант решения проблемы связан с изменением направленности образования на личностно ориентированную [32; 34]. Анализируются и другие варианты решения проблемы. На наш взгляд, все предлагаемые подходы характеризуются определенной односторонностью. Так, увеличение срока обучения до 12 лет лишь отодвигает решение проблемы, поскольку рост объема изучаемого материала продолжается.

Общее направление реформ ориентирует нас на новые педагогические технологии. При этом не принимается во внимание, что педагогические технологии – это, прежде всего, инструмент реформирования содержания образования. Когда речь идет, например, о новой развивающей методике изложения материала на отдельном уроке, ускользает из внимания тот факт, что новизна состоит в определенной перегруппировке материала, или, по крайней мере, невозможна без такой перегруппировки. Это означает, что меняется структура некоторого элемента содержания образования. Поэтому любые усовершенствования педагогических технологий предполагают умение правильно описывать содержание образования.

Поскольку речь идет о действии постоянного фактора – экспоненциального роста объема научных знаний – резервы следует искать в совершенствовании структуры всех уровней содержания образования, так как механизмы восприятия и усвоения информации лимитированы физиологией и психологией человека. Исторический опыт определенно показывает, что решение проблем педагогической практики, связанных с ростом объема научного знания, всегда сопровождалось изменением структуры содержания образования. Вопросам содержа-

ния образования в целом посвящено большое число работ [6; 9; 24; 27; 28; 29; 40; 43; 45; 46; 51; 54; 65; 66; 70; 73], но проблемы структуры содержания образования рассматривают лишь немногие исследователи [6; 40; 45; 53]. Тем более мало работ, связанных с обсуждением вопросов эволюции структуры содержания образования; к ним с полным основанием из упомянутых можно отнести только работы академика РАО В. С. Леднева и его ученика П. Ф. Кубрушко. Но эти работы касаются изменения структуры содержания образования в связи с достаточно частным вопросом введения в качестве нового элемента структуры курса «Кибернетика». Иначе говоря, общие тенденции эволюции структуры содержания образования и факторы, определяющие их, пока не привлекают внимание исследователей.

Для проведения анализа эволюции структуры содержания образования необходимо уметь правильно описывать эту структуру. Наиболее приемлемое описание структуры дает математика, в частности такие ее разделы, как теория групп, дискретная математика и фрактальная геометрия. Но для их переноса на почву теоретической педагогики необходимо иметь представление о структуре реальных объектов педагогики и близких к ней областей: научного знания, личности и др. Такое представление дано В. С. Ледневым, который систематизировал и обобщил большой материал педагогической практики и выявил ряд эмпирических закономерностей. Сам В. С. Леднев вполне обоснованно видел своей первоочередной задачей именно тщательный анализ обширного эмпирического материала без привнесения априорных представлений из области математики и философии. Но теперь, когда эта задача им решена, можно двинуться дальше и поставить вопрос о том, какой тип структуры, изобретенный математиками, наиболее адекватно передает особенности содержания образования. Наиболее эффективным способом решения этой задачи нам представляется сопоставление языка описания структур, сложившегося в педагогической практике и теоретической педагогике (здесь мы ориентируемся, главным образом, на материалы В. С. Леднева [44; 45]), с языком описания структур, выработанным современной математикой. На этом этапе нельзя ожидать появления количественного описания реальных структур объектов педагогики. Поэтому для получения конкретных результатов оказалось необходимым

обратиться к истории формирования структуры научного знания, которое, согласно деятельностно-личностному подходу В. С. Леднева, является детерминантой содержания общего образования (здесь и далее употребляется принятая В. С. Ледневым форма «детерминанта»). И здесь стала очевидной центральная роль того, что В. И. Вернадский назвал «принцип симметрии». Построение характеристики содержания образования как фрактального объекта на основе «принципа симметрии» позволило обосновать необходимость появления нового элемента структуры содержания образования – системы локальных интегративных курсов с условным названием «Симметрия». Ее основной задачей является последовательное формирование целостной научной картины мира и коррекция на этой основе соотношения общего и специального образования, т. е. исправление деформации в сторону узкой специализации, связанной с бурным ростом объема и дифференциацией научного знания.

В первой главе проводится детальный анализ языка описания структуры содержания образования, сложившегося в педагогической практике и теории. Вторая глава посвящена описанию структуры объектов фрактальной геометрии и сопоставлению этого описания с характеристиками структуры, принятыми в педагогике. В третьей главе анализируется эволюция структуры научного знания – детерминанты содержания общего образования – с акцентом на роли форм симметрии. В четвертой главе приведен ряд примеров, демонстрирующих возможность формирования целостной картины мира на основе использования принципа симметрии, включая элементы религиозного содержания. В заключении представлен синтез этих двух линий исследования, обосновывающий необходимость введения нового элемента содержания образования – системы локальных интегративных курсов. С появлением этого элемента структура содержания образования приобретает новое качество, обеспечивающее ей большую гибкость. Это качество выражается в уходе от экстремальных схем структуры, ориентированных либо на слитное, либо на раздельное изложение дисциплин. Оптимальным оказывается промежуточный вариант структуры, объединяющий достоинства двух экстремальных моделей и устраняющий недостатки, связанные с их односторонностью.

1. ХАРАКТЕР СТРУКТУРЫ ОБЪЕКТОВ ТЕОРИИ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

1.1. Постановка проблемы

Необходимым условием совершенствования системы образования является четкое представление о структуре содержания образования. Данный объект научно-педагогических исследований неоднократно подвергался анализу с различных позиций [6; 9; 24; 27; 28; 29; 40; 43; 45; 46; 51; 54; 65; 66; 70; 73] и достаточно глубоко изучен. Но при этом, как нам представляется, один аспект не получил должного освещения. Речь идет о формально-математической характеристике структуры содержания образования. Недостаток внимания к указанному аспекту носит объективный характер, обусловленный следующими обстоятельствами.

В первую очередь, необходим предварительный анализ больших массивов эмпирического материала, касающегося собственно педагогических объектов. Эта проблема была разрешена в значительной степени благодаря усилиям академика РАО В. С. Леднева и его учеников [30; 40; 44; 45]. Основной задачей исследователей было выделение характерных особенностей структуры содержания образования и обобщение их в виде эмпирических закономерностей без обращения к математическим моделям. Последнее отчетливо сформулировано самим В. С. Ледневым: «Типов структур существует, как известно, много и классифицируются они по различным признакам, но это тема философско-математического исследования. В этом параграфе, преследуя лишь наши цели, рассмотрим структуры, выделяемые согласно двум критериям» [44, с. 77]. Кроме того, важным обстоятельством, затруднившим на первом этапе прямое использование математических моделей структуры для описания содержания образования, является тот факт, что подходящие математические модели (фрактальные объекты геометрии) появились сравнительно недавно и стали доступны исследователям-нематематикам в последние двадцать лет, т. е. уже после исследований структуры содержания образования В. С. Ледневым.

Для восполнения указанного пробела в изучении структуры содержания образования целесообразно обратиться именно к исследованиям академика Леднева, рассматривая их как концентрированное обобщение широчайшего эмпирического материала, не привлекающее никаких априорных представлений о математической характеристике структуры содержания образования. Эти аспекты отчетливо выражены в монографии «Содержание образования»: «В результате проведенного исследования, в сущности, не были выявлены компоненты, которых не было бы в практике общего образования и которые не исследовались бы ранее. Проведенное исследование в этой его части является лишь теоретическим осмыслением и обобщением опыта, накопленного практикой общего образования, осмыслением результатов предшествующих исследований» [44, с. 126]. Подчеркнем, что в приведенной цитате под теоретическим осмыслением подразумевается осмысление в плане педагогической теории, а не в плане математического описания или установления взаимосвязи между ними. Поэтому теоретическое осмысление в рамках собственно педагогической науки мы вправе рассматривать как эмпирический материал для теоретического исследования на следующем этапе – этапе формирования математической модели.

С этих позиций исследования В. С. Леднева и его учеников оптимально соответствуют нашим целям. Отметим предварительно одну существенную методологическую особенность настоящего этапа теоретического изучения содержания образования. Обобщение эмпирического материала, проведенное в рамках собственно педагогических исследований, осуществлялось с опорой на понятия, определенные недостаточно однозначно; часто они просто зафиксированы на ряде примеров. Такое теоретическое исследование носит исключительно качественный характер. Для характеристики одних и тех же объектов применяются различные термины и определения; так, некоторые структурные части личности, деятельности, научного знания и содержания образования обозначаются как *компоненты, стороны, разрезы, сечения, проекции* и т. п. Это свидетельствует об определенной незавершенности проведенного анализа, обусловленной сложностью и многофакторностью (многомерностью) анализируемых объек-

тов и отсутствием устоявшихся стандартизованных понятий, используемых для их описания. В этих условиях неизбежны эвристический подход к систематизации описываемых явлений и их качественное описание; трудно выстраивать количественные оценки и, соответственно, эффективно использовать такие формы представления материала, как таблицы, схемы и т. п. Их применение постоянно сопровождается оговорками об условности приводимых иллюстраций, поскольку они отражают попытки передать на «плоскости» свойства многомерных объектов.

На наш взгляд, основное затруднение связано отнюдь не с числом измерений или многофакторностью зависимости свойств объектов от характеризующих их параметров. Такого рода проблемы имеют апробированное решение, основанное на использовании понятий вектора и тензора для характеристики свойств многомерных объектов. Имеющиеся примеры применения таблиц и графических схем носят во многом формальный характер потому, что сущностные характеристики реальной структуры анализируемых объектов плохо согласуются с принятым языком описания. Этот язык опирается на привычные понятия, используемые в геометрии и топологии: «окрестность элемента множества», «непрерывность», «граница множества», «внутренняя часть множества» и т. п. В этом случае не возникает проблемы с выделением любой части рассматриваемого множества, а также с его графическим представлением. Но, как настойчиво подчеркивает сам В. С. Леднев, существенной стороной объектов его научно-педагогических исследований является наличие в них компонентов, элементы которых невозможно вычленив в явной форме. Таким структурным элементам систем он присваивает специальное наименование «имплицитные компоненты». Значение слова «имплицитный» (*скрытый, неявный, подразумеваемый, присутствующий*) происходит от латинского слова *implicitus*, означающего «вплетать, впутывать». Следовательно, термин «имплицитный компонент» призван характеризовать свойства частей системы, которые как бы растворены в ней. Но наличие подобных частей противоречит использованию, например, таких удобных понятий, как «граница множества», «внутренняя часть множества». Это приводит к неизбежным оговоркам ти-

па: «“Внутренние” и “внешние” – термины в общем-то условные, поскольку в ряде ситуаций определить, где внутреннее и где внешнее, бывает трудно» [44, с. 78].

Разрешение возникающего противоречия между реальными свойствами объектов педагогики и неточным языком их описания, связанным с привычными геометрическими образами, может дать обращение к языку, опирающемуся на современные представления о структуре объектов, сформированные в математике.

Такие разделы математики, как алгебра и, особенно, топология оперируют качественными характеристиками объектов, которые являются точно определенными и в то же время во многих случаях наглядными. Поэтому закономерна попытка сопоставить качественные характеристики структуры объектов, зафиксированные в педагогических исследованиях, с качественными характеристиками структур, рассматриваемых топологией. При этом, несмотря на отсутствие количественных оценок, вполне однозначными могут быть выводы о соответствии того или иного типа математических структур объектам, изучаемым в педагогике.

Задачей предлагаемого исследования является установление соответствия между языком, используемым при описании объектов в рамках научно-педагогических исследований, и языком описания структур, сформированным в разделах современной математики, в частности в топологии и геометрии фракталов. При этом важно выделить общие систематически повторяющиеся качественные характеристики на фоне неопределенности и разброса применяемой терминологии. Таким образом, основными становятся проблема выделения минимального круга терминов, имеющих «топологический аспект», который позволяет решить задачу установления соответствия между объектами педагогики и математики, проблема уточнения их содержания и, в широком смысле, проблема сопоставления языка педагогики и математики, точнее, топологии. Поэтому в настоящем исследовании неизбежно широкое цитирование качественных описаний, характеризующих определенные аспекты структуры содержания образования, его компонентов, его детерминант и других связанных с ним объектов, по возможности сохраняющее оттенки смысла. Поскольку рассматриваемые качественные характеристики должны иметь общее

описание, необходимо оправдать их применение на примерах, охватывающих максимально широкий круг объектов педагогических исследований, связанных с понятием «содержание образования». Это цитирование будет играть, кроме того, роль доказательной базы, подтверждающей адекватность предлагаемого языка математической модели содержания образования изучаемым объектам.

1.2. В. С. Леднев о двух типах структуры объектов педагогики

В монографии «Содержание образования» В. С. Леднева рассматриваются структуры, «выделяемые согласно двум критериям» [44, с. 78]. Один критерий сформулирован явно указанием на два экстремальных вида структур. Во-первых, это системы, состоящие из *автономных* структурных элементов, имеющих свою самостоятельную целостность, так что они могут быть перенесены в другие системы. Во-вторых, существуют *имплицитные структуры*, которые как бы видны наблюдателю системы, но от нее неотделимы. К автономным относится, например, часть системы общего образования, которой является учебный предмет, преподаваемый в старших классах школы и в техникуме с использованием одного и того же учебника. К имплицитным относится, например, развитие – компонент триединого процесса образования личности: обучения, воспитания и развития, который не выделен явно в организационной форме в отличие от обучения. Имплицитные компоненты структуры характеризуются как своего рода «структурные проекции системы, или ее разрезы. <...> они объективно отражают систему под каким-то углом зрения, но в то же время они – абстракции» [44, с. 78]. Согласно мнению В. С. Леднева, все остальные структуры, выделяемые по признаку автономности элементов системы, лежат между этими двумя экстремальными типами структур. Здесь просматривается мысль о существовании ряда структур, выделенных по одному признаку и расположенных между двумя экстремальными, т. е. следует полагать, что имплицитная структура, хотя и является крайним членом этого ряда, все же состоит из частей, как и остальные его члены. Подразумевается также, что отдельные части имплицитной структу-

ры невозможно выделить, не изменяя их качественных свойств, но при этом они сохраняют некоторые свои индивидуальные характеристики, позволяющие их идентифицировать.

Второй критерий выделения структурных элементов не имеет явной формулировки. Он обозначен названием характерных особенностей структуры и проиллюстрирован на ряде примеров. Поэтому проведем прямое цитирование соответствующего текста: «Другой подход к выделению структур... связан с выделением двух взаимосвязанных структур одной и той же системы. Это внутренние и внешние структуры. При этом внутренние структуры выступают базисными по отношению к внешним, хотя еще не совсем ясно, всегда ли это так» [44, с. 78]. В качестве примера рассматривается структура урока. Его внешняя структура состоит из отдельных отчетливо выделенных последовательных компонентов: «...орг-момент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия... Но в структуре урока существует и еще один “пласт”, или подструктура, элементы которой... образуют свою особую целостность и в значительной степени скрыты от наблюдателя. Это постоянный контроль за деятельностью учащихся, мотивация их деятельности и др.». Эта последняя подструктура в отличие от первой, элементы которой явно выделены, называется внутренней. Утверждается, что «совокупности внутренних и внешних компонентов системы могут рассматриваться как подструктуры одной и той же системы. Подобного рода структуры также специфичны для педагогических систем» [44, с. 79].

Прежде всего, обратим внимание на то, что в рассмотренном примере (и всех других, здесь не упомянутых) признак компонентов системы, образующих ее внутреннюю структуру, совпадает с признаком имплицитных компонентов. Действительно, об элементах внутренней структуры сказано: «...подструктура, элементы которой... в значительной степени скрыты от наблюдателя». В то же время при описании элементов внешней структуры подчеркивается: «...рассматриваются последовательные компоненты урока, хорошо известные каждому преподавателю: орг-момент...» [44, с. 79]. То есть элементы внешней структуры могут быть выделены, иначе говоря, они

относительно автономны; в противном случае не имеет смысла говорить о том, что они четко выделены, а элементы внутренней структуры имеют малую степень автономности, «растворены» в системе, «вплетены» в нее, т. е. имплицитны по исходному значению этого термина.

Тогда возникает вопрос: отличаются ли два обсуждаемых способа введения структуры? Или, возможно, более правильным будет вопрос: существенно ли это различие, если оно есть, с точки зрения тех теоретических обобщений, которые позволили В. С. Ледневу эффективно упорядочить большой эмпирический материал педагогической практики? К этим обобщениям, служащим важными инструментами теории содержания образования, относятся, в первую очередь, два принципа: 1) принцип двойного вхождения базисных компонентов в систему и 2) принцип функциональной полноты образования и функциональной полноты компонентов его содержания. Если в ходе анализа этих принципов всякий раз можно заменить без ущерба для смысла термины «автономный компонент» (или, согласно употреблению, принятому В. С. Ледневым, равнозначные ему «явно выраженный» и «апикальный») и «имплицитный компонент» (в качестве равнозначных терминов употребляются: «компонент, не выделяемый явно», «компонент усматриваемый в некотором сечении, разрезе, проекции», «абстрактное качество системы, проявляющееся при взгляде на нее под некоторым углом») на термины «компонент (элемент) внешней структуры» и «компонент (элемент) внутренней структуры» соответственно, то придется признать, что с точки зрения основных принципов теории содержания образования понятие «автономный компонент» эквивалентно понятию «компонент внешней структуры», а понятие «имплицитный компонент» равносильно понятию «компонент внутренней структуры».

Термин «апикальный», по-видимому, является авторским термином академика В. С. Леднева, работавшего в Московской государственной агрономической академии. Значение слова «апикальный» – верхушечный, расположенный на макушке, обращенный кверху (в ботанике – верхушечный побег). Оно кажется не самым удачным как характеристика четко выделенного (автономного) компонента систе-

мы, поскольку верхний побег не может существовать без ствола и корневой системы, т. е. не автономен (хотя он может быть привит к другому растению, т. е. существовать автономно от «родителя»). Возможно, именно здесь присутствуют тонкие различия между понятиями «автономный компонент» и «компонент внешней структуры», а следовательно, и между двумя обсуждаемыми способами введения структуры. Тем не менее в анализе содержания образования в одинаковых по смыслу высказываниях одинаково часто используются все три понятия: «апикальный», «автономный» и «внешний». Забегая вперед, укажем, что углубленный анализ, опирающийся на понятие мультифрактала, позволяет отождествить понятие автономности с представлением об областях сгущения элементов, несущих определенное качество. Выражаясь образно, это качество «вырастает» из частей системы, которые содержат его в рассеянном виде. Эти области можно рассматривать как вершинные части, «точки» роста в отношении данного качества. Поэтому, на наш взгляд, введение термина «апикальный» академиком В. С. Ледневым можно рассматривать как пример глубокой интуиции, основанной на эвристическом подходе.

Прежде чем приступить к анализу применения упомянутых терминов при интерпретации принципов двойного вхождения базисных компонентов и функциональной полноты, необходимо предварительно уточнить содержание понятия «структура».

1.3. Представление о структуре на уровне обыденного и научного сознания

Понятие «структура» имеет целый спектр значений. Принято различать по содержанию следующие понятия: «структура (строение)», «структура (филос.)», «структура (мат.)». Согласно словарям синонимами этого понятия являются: *устройство, строение, состав, строй, склад, конструкция, система, форма, модель, организация*, что адекватно передает содержание этого понятия на уровне обыденного сознания [1; 25; 55; 56; 76]. Уточнением этого уровня содержания понятия «структура» является следующая дефиниция: структура (строение) (от лат. *structura* – строение, расположение, порядок) есть внутреннее устройство чего-либо. Внутреннее устройство связано

с категориями целого, его частей, их связей, соподчиненности и взаимодействий.

Наиболее общее значение термина «структура» определяет философия. Современная философия связывает понятие «структура» с понятием системы, характеризующим все множество проявлений некоторого сложного объекта (его элементы, строение, связи, функции и т. д.). Структура выражает лишь то, что остается устойчивым, относительно неизменным при различных преобразованиях системы, т. е. это совокупность устойчивых связей объекта, обеспечивающих его целостность и тождественность самому себе и сохранение основных свойств при различных внешних и внутренних изменениях. В нестрогом смысле понятие «структура» употреблялось достаточно давно (по крайней мере, со Средних веков) и выступало в качестве одного из способов определения понятия формы. В строгом смысле понятие структуры впервые складывается в химии в связи с возникновением в XIX в. теории химического строения вещества. В конце XIX в. – начале XX в. были открыты перцептивные структуры в психологии, которые относятся к воспринимаемому объекту в целом и не могут быть объяснены исходя исключительно из свойств его элементов (например, свойства мелодии, сохраняемые при транспозиции, т. е. при изменении тональности).

Современной науке известны и другие примеры структур, свойства которых не сводятся к свойствам частей системы. Это, например, металлические системы. Некоторые их свойства, такие как электропроводность, теплопроводность, упругость, не могут быть объяснены без учета коллективного взаимодействия. Это взаимодействие осуществляют коллективизированные электроны, расположенные на внешних орбиталях исходных атомов. В рамках метода гибридизации орбиталей показано, что размер элементарного кластера, имеющего все свойства массивного образца, составляет приблизительно 10 нм [17; 79; 90; 91; 97]. Он состоит приблизительно из 3000 атомов, каждый из которых вносит одинаковый вклад в свойства металлического кластера. Физической причиной этого является нелокальность волновой функции электронов. Другой пример дают нейронные сети. В отличие от трехмерных кристаллов, число контактов нейрона не ограничено

двенадцатью ближайшими соседями (число атомов первой координационной сферы в ГЦК-решетке), оно задано числом аксонов, позволяющих осуществлять взаимодействие с пространственно удаленными нейронами. Это предопределяет многообразие состояний и свойств нейронной сети по сравнению с относительно простым набором состояний и свойств кристалла. Заметим, что в обоих примерах определяющую роль играет нелокальный характер взаимодействия, приводящий к необходимости коллективного описания состояния элементов системы. Именно этим порождаются интегральные свойства системы, не сводящиеся к простой сумме свойств ее частей. Подобные структуры мы можем определить как имплицитные структуры *первого типа*, подчеркивая их особенность, связанную с невозможностью выделить из системы элементы, играющие роль индивидуальных носителей данного свойства.

Имплицитные структуры *второго типа* возникают в рамках математики, где понятие структуры применяется к множествам, природа которых не определена. Ее описывают через отношения, в которых находятся элементы множеств. Эти отношения могут быть весьма разнообразными.

Важнейшим классом структур являются алгебраические структуры, например, отношение, называемое *законом композиции*, т. е. отношение между тремя элементами, которое определяет однозначно третий элемент как функцию двух первых. Так, сложение и умножение на множестве действительных чисел определяют группу на множестве этих чисел.

Второй важный класс представляют собой структуры порядка, определенные отношением порядка, которое чаще всего мы выражаем словами « x меньше или равно y ». Здесь не предполагается, что это отношение однозначно определяет один из элементов как функцию другого.

Третьим классом структур в математике являются топологические структуры (или топологии). В них находят точную формулировку интуитивные понятия *окрестности*, *предела* и *непрерывности*.

Именно топологические структуры дают пример имплицитных структур второго типа. Это геометрические объекты, которые стали изучаться сравнительно недавно в рамках прикладной топологии. Пред-

ставление об их устройстве может дать мозаичное панно, составленное из элементов нескольких цветов. При этом сами элементы панно также являются мозаиками, состоящими из более мелких элементов тех же основных цветов. Крупномасштабные элементы содержат, таким образом, элементы остальных цветов, но с преимущественным содержанием элементов определенного цвета. Мелкомасштабные элементы, в свою очередь, составлены как мозаики из еще более мелких элементов с преобладанием того же основного цвета. Этот процесс дробления, сопровождающийся уменьшением характерного масштаба (размера) элементов, продолжается до бесконечности. В пределе возникает объект, называемый фракталом. Его свойством является то, что любая окрестность любого элемента фрактального множества, построенная на его геометрическом носителе, содержит элементы всех типов (цветов). То есть выделить в чистом виде элементы – носители данного качества (цвета) невозможно, так как они вплетены в матрицу элементов всех остальных цветов. Таким образом, эти структуры также можно называть имплицитными, поскольку их элементы невозможно вычленивать в чистом виде без примеси элементов, несущих другие свойства. Но тем не менее в силу построения каждый элемент фрактала наделен своим определенным качеством (индивидуальностью), которое связано именно с отдельными элементами, а не с их коллективным взаимодействием. Поэтому эти структуры можно называть имплицитными структурами второго типа.

Предваряя последующий анализ, отметим: возможно, имплицитные структуры первого типа сводятся к имплицитным структурам второго типа. Основание для этого дает тот факт, что понятие «взаимодействие» иерархически подчинено понятию «деятельность». Но, как будет показано впоследствии, последовательная интерпретация понятия «деятельность» приводит к необходимости использования языка фракталов, поскольку требует введения представления о существовании системы пространственно-временных масштабов и о самоподобной структуре деятельности в этой системе масштабов.

Таким образом, теперь мы на материале описания работы принципов двойного вхождения базисных компонентов и функциональной полноты можем не только проанализировать проблему соотношения понятий «автономный компонент» и «имплицитный компонент» с понятиями «компонент внешней структуры» и «компонент внутренней

структуры» соответственно, но и уточнить, употребляется ли понятие «имплицитный» в смысле соответствия имплицитным структурам первого либо второго типа или, что тоже возможно, объединяет их значения.

1.4. Принципы двойного вхождения и функциональной полноты

Ввиду важного значения рассматриваемых принципов приведем их в авторской формулировке.

Согласно принципу двойного вхождения «каждый из базисных компонентов любой подсистемы содержания образования входит в его общую структуру двояко: во-первых, в качестве “сквозной” линии по отношению к апикальным структурным компонентам, во-вторых ... в качестве одного из апикальных, явно выраженных компонентов» [44, с. 80]. Этот принцип впервые был сформулирован и использован В. С. Ледневым для анализа структуры научного знания [42].

Принцип функциональной полноты гласит: «...всякая система, в том числе и педагогическая, не может эффективно функционировать или функционировать вообще, если набор ее существенно значимых подсистем (элементов системы) не является функционально полным» [44, с. 78].

Первое, что необходимо отметить: при формулировке этих принципов не определены предварительно понятия «базисный компонент» и «существенно значимая подсистема». Анализ практики использования данных понятий показывает, что их содержание, как правило, совпадает, поэтому в дальнейшем будем использовать одно из них – понятие «базисный компонент». При этом сами принципы будем рассматривать как неявное определение этого понятия, что соответствует практике их применения. Она сводится к использованию этих принципов для построения системы базисных компонентов содержания образования и наряду с детерминантами содержания образования позволяет обосновать и уточнить традиционную структуру содержания образования [40; 44; 45].

Второе замечание: вводится понятие «сквозной линии», которую формируют апикальные, явно выраженные компоненты содержания образования вместе с теми его компонентами, которые противопоставляются им, т. е., по всей видимости, не являются явно выражен-

ными. Формулировка принципа двойного вхождения не содержит однозначной характеристики компонентов содержания образования, противопоставленных апикальным компонентам. В связи с этим необходимо обратиться за уточнением к авторским примерам, иллюстрирующим указанный принцип. «Первый пример возьмем специально из смежной сферы – из теории структуры урока. Общеизвестно, что в течение всего урока преподаватель, осуществляя управление, систематически контролирует деятельность учащихся. Иначе говоря, даже не занимаясь структурой урока в целом, мы можем с уверенностью отметить, что контроль деятельности учащихся – “сквозной” компонент структуры урока, т. е. он присутствует в том или ином виде на любом этапе урока, с его начала и до конца. Это и есть одна из линий вхождения рассматриваемого компонента обучения в общую систему деятельности на занятии. Но обратим внимание и на другое: контроль деятельности учащихся – проверка домашнего задания – один из автономных последовательных элементов занятия. Это уже второй тип проявления одного и того же элемента – контроля деятельности учащихся – в общей системе деятельности на уроке» [44, с. 80]. Таким образом, при характеристике второго способа вхождения того же элемента в структуру системы он оценивается с точки зрения степени автономности. Между тем термин «апикальный» был введен В. С. Ледневым и систематически использован им для характеристики внешней структуры системы. По-видимому, это означает, что с точки зрения принципа двойного вхождения и согласно практике применения понятия «апикальный компонент», «автономный компонент», а также «явно выделенный компонент» и «компонент внешней структуры» тождественны. С учетом установленного тождества мы и будем в дальнейшем рассматривать эти понятия. С другой стороны, им противостоит в рамках формулировки принципа двойного вхождения и его иллюстрации в последующем примере понятие «компонент, формирующий сквозную линию». Уточняя содержание этого понятия, повторно процитируем характеристику понятий *внешней и внутренней структуры системы*, сознательно выбирая в качестве примера системы тот же объект – урок: «В качестве примера рассмотрим структуру урока. На “поверхности” просматриваются последователь-

ные компоненты урока, хорошо известные каждому преподавателю: орг-момент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия. Это, так сказать, внешняя структура. Но в структуре урока существует и еще один “пласт”, или подструктура, элементы которой, будучи базисными по отношению к внешней структуре, образуют свою особую целостность и в значительной степени скрыты от наблюдателя. Это постоянный контроль за деятельностью учащихся, мотивация их деятельности и др.» [44, с. 79]. Здесь в качестве признака принадлежности к внутренней подструктуре указано: «элементы которой... в значительной степени скрыты от наблюдателя». Но именно такая характеристика была принята при введении понятия *имплицитной структуры*, правда, при этом дополнением ее характеристики служило то, что элементы этой структуры не являются автономными, точнее, противостоят автономным. Это последнее уточнение является примером отрицательного определения и с логической точки зрения может быть отброшено.

В итоге проведенного анализа можно принять, что принципу двойного вхождения одинаково удовлетворяют понятие «*автономный компонент*» и эквивалентное ему «*компонент внешней структуры*», а также понятие «*имплицитный компонент*» и равносильное ему «*компонент внутренней структуры*». По-видимому, различие между этими двумя системами понятий и между двумя способами характеристики структуры объектов педагогических исследований В. С. Леднева (по степени автономности элементов и, с другой позиции, в терминах «внешняя структура» и «внутренняя структура») связано не с содержанием этих понятий, а с областью их применения, т. е. с объемом этих понятий. (В формальной логике содержание понятия – это перечень его существенных признаков, а объем понятия – это перечень объектов, к которым оно применяется.) При введении понятий «компонент внешней структуры» и «компонент внутренней структуры» настойчиво подчеркивается, что речь идет о двух способах вхождения одного и того же компонента (элемента), т. е. элемента, имеющего одну природу независимо от способа вхождения в систему. Например, контрольную функцию могут выполнять проверка домашнего задания и рассредоточенный контроль ситуации на всех этапах занятия, т. е.

непрерывная фиксация в сознании учителя текущей ситуации и вызванные ей почти произвольные управляющие реакции, не нарушающие логики данного этапа урока (погрозил пальцем, покачал головой, сказал: «Тише» – и т. п.). То есть когда термины «*автономные элементы*» и «*имплицитные элементы*» применяются к компонентам системы, имеющим одинаковую природу, они становятся как индуктивные логические понятия полностью тождественны (эквивалентны и по содержанию, и по объему) терминам «*элемент внешней структуры*» и «*элемент внутренней структуры*» соответственно.

Формулировка принципа функциональной полноты, процитированная выше, не содержит прямого указания на характеристики структуры системы (внешняя – внутренняя структура, автономный – имплицитный элемент). В ней говорится о существенных подсистемах (компонентах; заметим, что это слово используется при характеристике тех же самых ситуаций, что и слово «*элемент*») системы. Под *существенными элементами* понимаются те, без которых система не может существовать или эффективно функционировать. В качестве простейших примеров приводятся системы, содержащие автономные (в принятой терминологии) компоненты, удаление которых приводит к полной невозможности дальнейшего функционирования системы: «Говоря проще, автомобиль без двигателя – не автомобиль, птица без крыльев не летает, а помещение без дверей не может служить квартирой. Точно так же система образования не будет эффективной, если в ней отсутствует, например, математическое или эстетическое образование» [44, с. 80]. Но затем рассматриваются более сложные случаи, когда удаление автономного элемента системы не приводит к полному прекращению ее функционирования. Затруднение связано с тем, «что чем сложнее система, тем труднее определить понятие ее нормального функционирования...для целесообразно действующих систем – а они всегда сложны – критерий эффективности многомерен и далеко не всегда очевиден. ...когда приходится формулировать цели некоторой сложной системы, даже квалифицированные специалисты в соответствующей области нередко затрудняются это сделать. <...> понятие эффективности действия сложной системы всегда полифункционально, поскольку система огромным числом линий связана с окружением» [44, с. 80]. Для характеристики роли автономных элементов системы с точки зрения удовлетворительности ее функционирования

предложено вводить *коэффициент функциональной значимости*, лежащий в пределах от единицы (двигатель автомобиля) до нуля (эмблема на капоте автомобиля).

Связь принципа функциональной полноты с характером структуры системы и принципом двойного вхождения компонентов намечается при рассмотрении свойства *компенсации*, специфического для сложных систем. Это свойство проявляется «при утрате компонента системы, коэффициент функциональной значимости которого меньше единицы и значение которого не достигает некоторой критической величины» [44, с. 82]. По логике В. С. Леднева, компенсация в сложных системах при изъятии некоторого автономного компонента возникает как результат частичного переноса его функций на другие автономные элементы системы. Поскольку определенные функции можно ассоциировать с некоторым качеством (свойством, аспектом поведения и т. п.), присущим природе данного элемента системы, то напрашивается вывод о том, что этот элемент, будучи удален как автономный, сохраняется (и усиливается) как имплицитная составляющая структуры других автономных элементов (элементов другой природы, несущих другие качества). Из приведенного описания следует, что свойство компенсации возникает при наличии «*сквозной линии*», связанной с данным элементом (компонентом), т. е. тогда, когда он входит и во внешнюю, и во внутреннюю структуры системы. Этот вывод не содержится в прямом и локализованном изложении в монографии В. С. Леднева, но он может быть извлечен при ее внимательном анализе. Действительно, в качестве примера действия механизма компенсации приводится ситуация, сложившаяся в СССР с политехническим образованием в первой половине прошлого века: «Так, даже исключение из учебного плана общеобразовательной школы в 30-е годы такого ее важнейшего компонента, как политехническое образование, не привело, как известно, к разрушению общеобразовательной школы в целом, хотя и нанесло делу народного образования огромный урон. Компенсирующая функция проявлялась в данном случае следующим образом. Во-первых, воспитание общетрудовых качеств, где главенствующую роль играет политехническое образование, перекладывалось на сохранившиеся элементы образования, во-вторых,

общетехническими и общетехнологическими (политехническими) знаниями насыщались смежные предметы (физика, химия, биология, география, математика и др.)» [44, с. 81]. В приведенном тексте не описан способ вхождения политехнического образования в другие элементы образования, он раскрывается в разделе той же монографии, посвященном путям реализации политехнического образования: «Политехническое образование относится к числу базисных компонентов становления личности. В связи с этим на него “распространяется” действие принципа двойного вхождения базисных компонентов в общую систему образования. Иначе говоря, политехническое образование, подчиняясь этой закономерности, осуществляется двояко: во-первых, имплицитно, т. е. во всех учебных предметах; во-вторых, в виде особой отрасли образования, начинающейся комплексным курсом трудового обучения (в общей школе), развертывающимся затем в систему политехнических предметов и практик» [44, с. 277]. То есть политехническое образование входит в содержание образования имплицитно и в качестве автономных элементов и поэтому образует «сквозную отрасль» содержания образования.

Подчеркнем предварительно еще одну особенность приведенного описания (ее значение станет понятно в дальнейшем). Когда речь идет об автономных элементах политехнического образования, то их вхождение в систему описывается двояко: отмечен комплексный курс трудового обучения (по смыслу это совпадает с понятием «интегративный пропедевтический курс») и выделена как особый элемент системы политехнических предметов и практик. Таким образом, можно зафиксировать, что данный компонент – политехническое образование – входит в структуру содержания образования по крайней мере на трех уровнях: как *имплицитный элемент* всех остальных структурных составляющих системы, как *апикальный элемент* в форме автономного курса и как *система апикальных элементов*, составляющих комплекс курсов.

Предварительный итог анализа представлений о структуре, сформированных в связи с принципами двойного вхождения и функциональной полноты в теории содержания образования, сформулируем в виде гипотезы: базисными компонентами содержания образования

являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух уровнях – как имплицитные и как апикальные (автономные). Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными апикальными элементами, включающими его в имплицитном виде.

Высказанная гипотеза подводит к необходимости пояснить, в каком смысле целесообразно употреблять термин «имплицитная структура» в рамках научно-педагогических исследований, связывать ли его с коллективными свойствами элементов системы, т. е. имплицитной структуры первого типа, или со структурами типа «мозаика в мозаике», которые были описаны выше (разд. 1.3) и названы нами имплицитными структурами второго типа. Напомним, что последовательное повторение процедуры формирования «мозаики в мозаике» с бесконечным уменьшением на каждом шаге размера элементов «мозаики» приводит к самоподобным структурам, которые называются фрактальными. Их основное свойство – повторение вида структуры при уменьшении размера области, кратном отношению характерных масштабов фрактала (подробнее см. в гл. 2). Мы полагаем, что более эффективно опираться на представление об имплицитных структурах второго типа. Вот основания для этого:

1. При описании структуры политехнического образования уже намечилось выделение трех характерных масштабов; это *имплицитные элементы* (ассоциируются с элементами малого масштаба, плохо различаемыми в обычных условиях), *апикальные элементы* и *система апикальных элементов* (наибольший масштаб системы содержания образования).

2. В многократно рассмотренном примере урока имплицитное вхождение элементов контроля является определенным преувеличением, поскольку на оценку данного «микроэлемента» ситуации и осознанную реакцию на него требуется некоторое время. Возможно, подсознательные процессы происходят существенно быстрее, но если исключить их из рассмотрения (анализ в первом огрубленном прибли-

жении является конструктивным приемом исследования), то понятие «имплицитная структура» можно огрубленно трактовать как *структуру, состоящую из элементов, не разделяемых на принятом масштабе рассмотрения.*

3. Выше, в разд. 1.3, высказывалось предположение, что имплицитные структуры первого типа могут быть сведены к имплицитным структурам второго типа.

4. Имплицитные структуры второго типа («мозаика в мозаике») близки, как это представляется на данном этапе анализа, к фрактальным структурам современной геометрии, которые уже достаточно хорошо изучены. Это может обеспечить базу для эффективного сопоставления языка описания педагогической теории содержания образования и языка топологии – раздела современной математики.

Теперь можно уточнить формулировку предварительной гипотезы: *базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях – как имплицитные и как апикальные. Общая картина структуры имеет характер «мозаики в мозаике» на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации принципа функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.*

Признак того, что данный компонент является базисным, можно сформулировать так: компонент базисный, если его исключение на двух соседних уровнях масштаба приводит к невозможности функционирования системы. Одновременно перестает действовать принцип двойного вхождения данного компонента, поскольку целиком исключается вся его «сквозная линия». Эту же мысль можно выразить по-другому: базисный компонент системы, взятый в целом (на всех уровнях), имеет коэффициент функциональной значимости, близкий к единице. Действительно, невозможно представить себе занятие, лишённое всех форм контроля, проверки домашнего задания и постоянного отслеживания

поведения, так же как невозможен автомобиль без двигателя и как невозможно образование без развития или воспитания, наконец, как невозможна личность без темперамента или памяти. Именно поэтому контроль, развитие и воспитание, темперамент и память отнесены В. С. Ледневым к базисным компонентам структуры систем, в которые они входят: *урок, образование, личность* соответственно. Здесь перечислены объекты связанные, но имеющие различную природу. Сформулированные на новом языке принципы двойного вхождения и функциональной полноты эффективно работают в широкой области. Это подтверждает возможность применения данного языка, что и является нашей рабочей гипотезой. В следующем разделе мы проведем систематический анализ правомочности этого вывода на основе обширного материала, содержащегося в монографиях В. С. Леднева [44; 45]. Дополнительной задачей раздела будет выделение новых общих особенностей описания структуры рассматриваемых объектов.

1.5. Особенности описания структуры объектов исследования у В. С. Леднева

Особенности характеристики структуры личности

Исключая динамический аспект (деятельность и развитие личности), можно говорить о статическом «разрезе» личности. Он состоит из трех основных сторон: 1) функциональные механизмы психики, 2) опыт личности и 3) обобщенные типологические свойства личности [44; 45]. Каждая из этих сторон сама имеет сложный состав. *Функциональные механизмы психики* – это механизмы восприятия информации, мышления, памяти, психомоторики, высшего уровня саморегуляции (эмоции, внимание, воля и др.). *Опыт личности* состоит из двух групп компонентов, к первой отнесены знания, умения, навыки и привычки (приобретенные психические образования), а ко второй – познавательные, преобразовательные, эстетические, коммуникативные и физические качества (характеризуют направленность личности). *Обобщенные типологические свойства личности* – это характер, темперамент, способности. Леднев подчеркивает принципиальное свойство этой сложной структуры: «Рассмотренные планы

структуры личности не являются независимыми. Они пересекаются. По этой причине при взгляде на личность под одним из отмеченных углов зрения всегда просматриваются не только “собственные” компоненты, но и компоненты двух других планов» [45, с. 12]. В приведенной характеристике содержится внутреннее противоречие. Оно проявляется в неопределенности терминологии: перечисленные части статического разреза личности называются *сторонами, планами, компонентами, плоскостями и проекциями*. Два последних термина для обозначения тех же трех сторон личности содержатся в аналогичной по содержанию цитате из монографии: «...каждая из этих плоскостей не является независимой. Они лишь относительно обособлены. Это лишь особые проекции личности как целого, когда два других плана не исчезают, не отбрасываются, наоборот, они всегда как бы просматриваются под особым углом зрения» [44, с. 30]. Противоречие явно проступает в утверждении, что указанные стороны (компоненты, планы и т. п.) *всегда присутствуют совместно*. В действительности же различные проекции одного геометрического объекта всегда присутствуют в различных плоскостях, т. е. они всегда присутствуют совместно. На первый взгляд эти терминологические проблемы представляются схоластическими и надуманными, но за ними стоит вопрос о топологической природе рассматриваемого объекта и возможностях того или иного графического представления этого объекта.

Поясним сделанное заключение иллюстрацией, опирающейся на принятые в традиционной начертательной геометрии термины: «сечение», «проекция», «разрез» и т. п. Они обобщаются для многомерного пространства, что делает бесперспективными попытки связать затруднения с большим количеством измерений. Действительно, если всерьез принять в качестве характеристики указанных сторон личности термин «проекция», то, учитывая, что разные проекции всегда лежат в различных плоскостях, на которые производится проектирование исходного объекта, следует исключить возможность пересечения между собой множеств, которыми являются проекции. Для определенности здесь принято естественное упрощающее допущение, что проектирование производится на бесконечно удаленные плоскости. При отказе от этого допущения возможно пересечение проекций вдоль

линии пересечения содержащих их плоскостей. Но поскольку выбор положения плоскостей произволен, то и пересечение различных проекций является произвольным и не несет содержательной информации. Можно уточнить: ее носителем является множество всех возможных пересечений выбранных проекций. Но в последнем случае графическое изображение пересечения некоторых множеств не пригодено для изображения пересечения проекций. Тем не менее попытка интерпретировать феномен личности именно в таких терминах имеет место: «Полученная система сторон и входящих в их состав компонентов структуры личности приведена в табл. 1.7.1, в которой, однако, не отражены взаимосвязи и *пересечения* компонентов, поскольку в линейной развертке отразить *пересечения*, тем более пересечения 22-мерной системы, невозможно. В этой связи указанную таблицу ни в коей мере не следует рассматривать в качестве модели структуры личности (выделено нами. – *Авт.*)» [44, с. 45–46]. То, что затруднение существует, видно уже из сделанной в конце цитаты оговорки. То, что оно не связано с размерностью объекта, следует из инвариантности свойств операции проектирования относительно размерности пространства. В последнем легко убедиться, сопоставляя двух- и трехмерные случаи.

Проблема иллюстрации в форме графических изображений или таблиц не является в данном случае технической. Она имеет принципиальный характер, что обусловлено природой исследуемых объектов. Ниже будет показано, что неверное решение, связанное с принятием традиционных способов иллюстрации, приводит к существенному искажению логических построений.

Особенности характеристики структуры деятельности

В теории содержания образования структуру деятельности строят на основе структуры субъекта деятельности и ее объекта. Субъектом деятельности является личность, и ее стороны формируют основные виды деятельности, инвариантные ее предметной стороне: познавательную, ценностно-ориентационную, преобразовательную, коммуникативную (общение), эстетическую и физическую. Приведем характеристику структуры деятельности, опирающуюся на свойства субъек-

екта: «Каждая из выделенных базисных инвариантных *сторон* деятельности *не существует вне других*. Иначе говоря, каждая из этих *сторон* деятельности – лишь *проекция* целого – человеческой деятельности, ее особый *аспект*. Именно поэтому всякая конкретная реальная деятельность одновременно является и преобразовательной, и познавательной, и ценностно-ориентационной, и общением, и эстетической, и физической.

Таким образом, все шесть инвариантных базисных сторон деятельности являются *взаимопересекающимися* и при этом *входят в любой... вид деятельности...* (выделено нами. – *Авт.*)» [45, с. 80].

Выделенные нами фрагменты текста указывают на присутствие при анализе деятельности того же противоречия между принятым языком описания объекта и его природой, что и в случае, когда объектом исследования была личность.

Представление о возможной природе структуры деятельности позволяет получить следующее утверждение: «Инвариантные компоненты деятельности и соответствующие стороны опыта личности, культуры человека являются не только *взаимопересекающимися*, но и *взаимовключенными* (выделено нами. – *Авт.*). Учитывая это, можно априорно предположить, что и соответствующие им компоненты содержания общего образования должны включаться в его систему двояко. Во-первых, каждый из них должен быть представлен самостоятельным учебным предметом, поскольку имеет особое содержание, в своей целостности “нерастворимое” в других предметах. Во-вторых, каждый из них включается в качестве составного элемента в содержание всех учебных предметов, поскольку инвариантные виды деятельности характеризуются *взаимовключенностью*» [45, с. 81]. Отметим, что если во всех характеристиках объектов и соотношений их структурных компонентов заменить термин «взаимопересечение» (и эквивалентные ему «сечение», «разрез», «проекция» и т. д.) на термин «взаимовключение» (и эквивалентные ему «растворение», «слияние» и т. п.), то смысл характеристик не изменится. Правда, термин «взаимопересечение» допускает возможность графической иллюстрации, а термин «взаимовключение», усиленный тем, что взаимовключение «компонентов» рассматривается как повсеместное (т. е. не только

в выделенной области, а в принципе нелокализованное), не допускает простых графических изображений. Как, спрашивается, можно графически изобразить раствор чернил в воде, изображая его компоненты?

Данная цитата приведена полностью, поскольку ее вторая часть позволяет оценить значение рассматриваемой проблемы и указать, что оно не сводится к технике построения иллюстраций. Кроме того, теперь естественно обратиться к характеристике структуры образования.

Особенности характеристики структуры образования и его содержания

Начнем с цитирования текста, являющегося базой нашего исследования: «Образование... имеет сложную иерархическую структуру, характеризующуюся *взаимопересекающимися* компонентами, в частности: усвоением опыта (в форме знаний и умений), воспитанием качеств поведения, физическим и умственным развитием... представляет собой триединый процесс... И триединство это особое: процесс обучения непосредственно направлен на усвоение учащимися опыта. Воспитание же и развитие осуществляются *опосредованно* (выделено нами. – Авт.)» [45, с. 24–25]. Отметим, что употребление термина «опосредованно» в последнем предложении не может иметь другого смысла, кроме следующего: в рамках образования воспитание и развитие осуществляются только в процессе обучения и отдельно от него не существуют. С другой стороны, рис. 1.1 точно повторяет соответствующий рисунок, приведенный в учебном пособии, и точно воспроизводит идею *взаимопересечения* компонентов, высказанную в цитированном отрывке [45, с. 25]. Здесь противоречие языка описания (включая и его графический аспект) и природы изучаемых объектов впервые выступает наглядно. Схемы представления структур, идентичные данной, впоследствии настойчиво повторяются, и все они аналогичны попытке изобразить раствор как пересечение его компонентов, а не как их смесь, в которой каждый компонент распределен по всему объему смеси. Можно было бы не акцентировать внимание на этой неточности изо-

бражения рассматриваемых объектов, но в ней заложен источник существенных логических ошибок, связанных с тем, что различным областям множеств и, в частности, областям их пересечения на рис. 1.1 придается реальный смысл, формирующий логику рассуждений. Она, разумеется, некорректна, поскольку в действительности эти области отсутствуют.

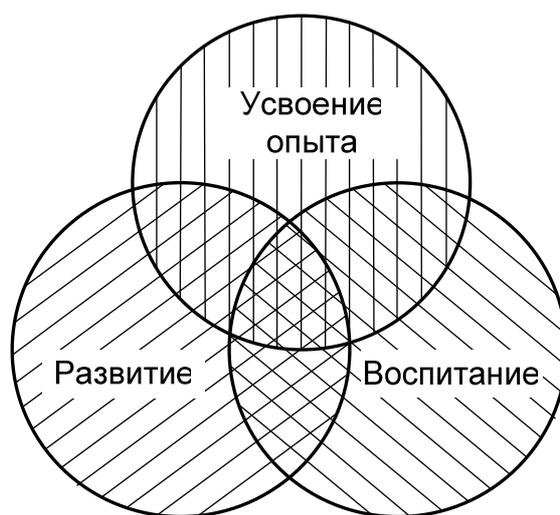


Рис. 1.1. Структура образования (личностный аспект) [45, с. 25]

Отметим, что это не отменяет основных результатов исследований ученого. Напротив, в конечном итоге это усиливает выводы академика В. С. Леднева, вынуждая обратиться к понятию мультифрактала, которое наполняет наглядностью и точным смыслом связь понятий апикального и имплицитного компонентов, внешней и внутренней структур, которые являются основой его построений.

Дальнейшая логика, которая неизбежно приводит к воспроизводству ошибки, заложенной в схеме на рис. 1.1, заключена в следующем рассуждении: содержание образования – это образование, но без учета его технологии. Следовательно, структура содержания образования в своей основе повторяет структуру образования. Поэтому не возникает сомнений, когда в качестве основы определения одной из трех «сквозных» отраслей образования, а именно политехнического образования, берется схема, приведенная на рис. 1.2.

Для иллюстрации «сквозных» отраслей образования В. С. Леднев предлагает в монографии схему. При этом он подчеркивает

в специальном комментарии: «Схема упрощена и иллюстрирует лишь саму идею, не отражая многих деталей обсуждаемой проблемы» [44, с. 57].



Рис. 1.2. Соотношение общего и специального образования и общественно полезного труда [44, с. 58]

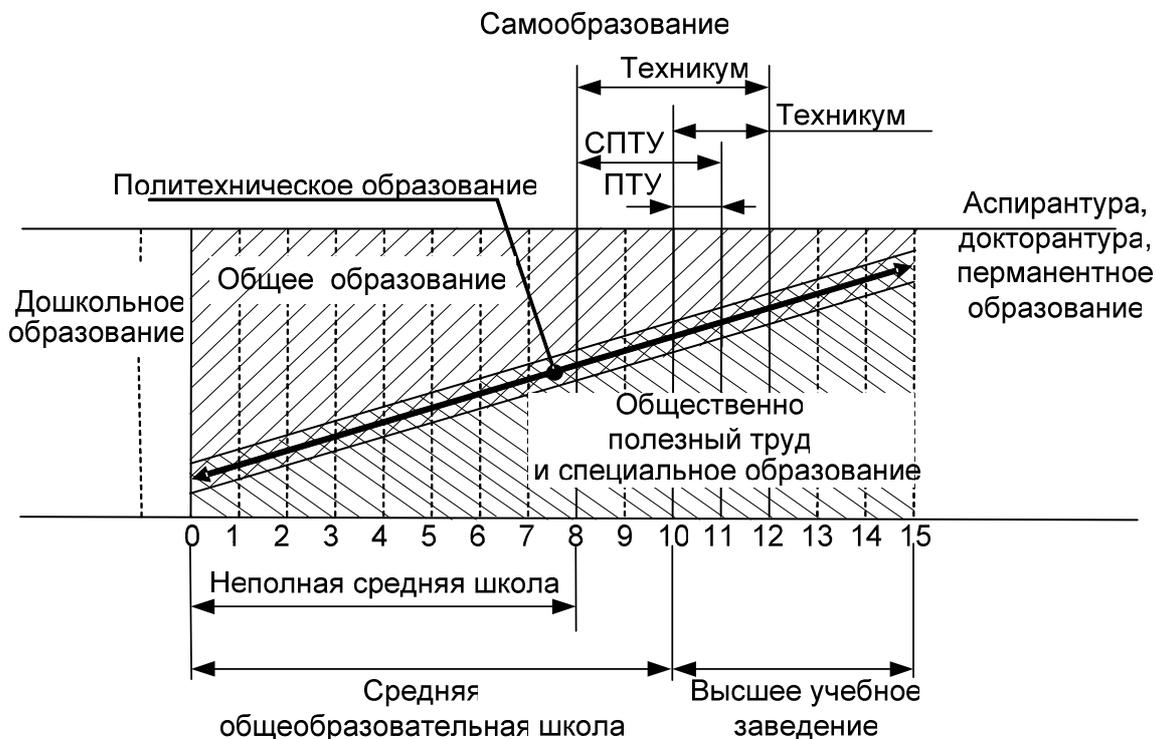


Рис. 1.3. Основные структурные параллели («сквозные отрасли») и последовательные этапы (ступени) образования [44, с. 58]

Дело не в деталях, схема, приведенная на рис. 1.3 (и, соответственно, на рис. 2.3.1 монографии), неверно передает саму природу изображаемых объектов. Она противоречит основным выводам монографии (принцип двойного вхождения и принцип функциональной полноты), и, наконец, она противоречит эмпирическому материалу, содержащемуся в монографии. Перейдем к анализу этого материала. «В качестве основных “сквозных” отраслей образования выступают общее и специальное образование, а также область их пересечения – политехническое образование... Нетрудно видеть, что каждая из этих “сквозных” отраслей образования действительно начинается еще в дошкольном возрасте, они проходят в качестве именно “сквозных” линий через общеобразовательную школу и профессиональное учебное заведение, находя свое дальнейшее развитие в процессе перманентного образования» [44, с. 59].

Как подтверждение этой мысли можно принять следующее описание: «Систематическому образованию, как правило, предшествует дошкольное воспитание. Термин “воспитание” в данном случае делает акцент на то, что на этом этапе еще нет организованного обучения. Тем не менее из этого отнюдь не следует, что дети не усваивают опыта, а лишь воспитываются и развиваются. Дети в действительности усваивают огромный объем знаний и умений, например овладевают родным языком. Но усвоение опыта осуществляется как бы произвольным образом. Большое значение при этом имеет игровая деятельность детей. В целом дошкольное воспитание в действительности является образованием, поскольку имеет все три основных компонента – и воспитание, и развитие, и обучение. На этом этапе образования можно проследить фактически все “сквозные” компоненты, причем некоторые из них естественно выступают в пропедевтическом виде» [44, с. 62]. Уточним высказанное утверждение: помогая воспитателю прибирать игрушки и поправлять постель, дети получают первые элементы трудовых навыков – обязательной предпосылки профессиональной деятельности; выключая свет и играя на компьютере, они знакомятся с элементами технологии, а это уже пропедевтика политехнического образования; в этих и других играх им приходится практиковаться в счете, распознавать животных и т. п., что безусловно следует

рассматривать как элементы общего образования. Можно привести множество других примеров, но и без них ясно, что в дошкольном «образовании» в мозаичной форме сплетены элементы всех трех сквозных линий образования: общего, политехнического и профессионального, причем они практически растворены одна в другой. Действительно, когда малыш помогает доброжелательной медсестре смазывать йодом и перевязывать порезанный палец, это можно отнести к области профессионального (медицина), общего (свойства жидкостей) и политехнического (умение вязать узлы) образования.

При внимательном рассмотрении представляется достаточно очевидным, что в той или иной форме элементы всех трех основных видов образования (общее, политехническое, специальное) переплетены на всех уровнях описания и пронизывают в таком виде все последовательные этапы образования. Последнее утверждение точно совпадает с описанием В. С. Леднева: «Эта в общем-то довольно ясная мысль нуждается, пожалуй, лишь в одном разъяснении: как следует понимать специальное образование в общеобразовательной школе?»

Имеется в виду следующее. Во-первых, в старших классах может осуществляться в явно выраженной форме профессиональная подготовка. Во-вторых, в отдельных случаях учащиеся общеобразовательных школ, начиная с начальных классов, а то и ранее, получают специальную подготовку (могущую перейти в профессиональную) в области различных видов искусства (живопись, вокал, хореография и др.). Наконец, в-третьих, имеется целый ряд элементов учебной деятельности школьников, которые с полным основанием можно рассматривать как пропедевтику специального образования. Это и профориентация школьников, и различные виды общественно полезного труда, разнообразные занятия по выбору учащихся. Как пропедевтику профессиональной подготовки можно рассматривать и некоторые стороны коммуникативной подготовки школьников, в частности обучение родному языку и математике, усвоение которых в школе доводится (особенно в области родного языка) до уровня практического овладения, что, по сути дела, является признаком профессиональной подготовки.

Иначе говоря, общеобразовательная школа называется таковой не потому, что в ней нет специальной подготовки, а потому, что общеобразовательная подготовка является ведущей линией образования в этом типе учебного заведения.

Точно так же и профессиональная школа, всегда имеющая цикл общеобразовательных предметов, именуется профессиональной соответственно своей ведущей задаче и назначению» [44, с. 59–60].

Кажется, что на основании двух последних абзацев приведенной пространной цитаты невозможно сделать прямой вывод о том, что присутствие в общеобразовательной школе элементов специальной подготовки, как и присутствие в профессиональной школе общеобразовательных предметов, означает включение элементов профессионального образования в общее и наоборот. На это обращает внимание В. С. Леднев: «...отметим, что в излагаемой концепции понятия “общее образование” и образование, осуществляемое в общеобразовательной школе, не совпадают, как не совпадают и понятия профессионального образования и образования, осуществляемого в профессиональных учебных заведениях. Рассмотрим эту мысль на примере общего образования. Как отчетливо видно из схемы, общее образование – действительно “сквозная” отрасль. Начинается общеобразовательная подготовка еще в дошкольном возрасте и достигает своего апогея в средней общеобразовательной школе, основной целью которой, как это следует из ее наименования, и является общеобразовательная подготовка молодежи. Но общеобразовательной школой общее образование, как известно, не исчерпывается, оно продолжается в профессиональных учебных заведениях всех типов, поскольку в них наряду с профессиональной подготовкой осуществляется и общее образование. Оно продолжается и далее, после завершения систематического образования, в перманентной форме. По этой причине мы и назвали общее образование “сквозной” отраслью. Подобным образом, как увидим далее, обстоит дело и со специальным, и с политехническим образованием» [44, с. 58, 59]. Эта попытка В. С. Леднева развести понятия «общее образование» и «общеобразовательная школа» не дает возможности сделать вывод о том, что общее образование можно вычленивать из образования в целом, отделить от профессионального образования и таким образом обосновать одновременно «сквозной» характер отраслей общего, профессионального и политехнического образования и возможность изображать их графически как сплошные и непрерывные. Термин «сплошной» характеризует свойства объекта в плане *непрерывности*, его не следует путать с термином «целостный», характеризующим объект с точки зрения, например,

его функционирования или цели. Именно такое смешение содержания понятий приводит к попытке изображать целостные объекты графически как непрерывные. Здесь происходит смешение собственно выделения структурных элементов и способов их выделения. Выделение элементов, характеризующихся по их преимущественному качеству (например, общее образование), может производиться с учетом признака территориальной локализации, т. е. в одном здании (конкретная школа), в планах развития школьного образования, принятых министерством, т. е. с учетом организационных возможностей общества, на бумажном и электронном носителе и т. д. С позиций характеристики структуры содержания образования важен не конкретный механизм выделения элементов и их группировки, а их качественная характеристика (идентификация их индивидуальности), характерные масштабы, взаимное расположение (взаимодействие) и масштабы области, в которой они сгруппированы.

С этой точки зрения при описании структуры несущественно отличие общего образования от общеобразовательной школы. Просто *общеобразовательная школа* является одним из выделенных (*апикальных*, по собственной терминологии В. С. Леднева) элементов «сквозной отрасли» «общее образование». В результате при описании структуры содержания образования мы должны будем указать, что один из его элементов, *средняя общеобразовательная школа*, охватывает такую-то область содержания образования (перечень предметов), такие-то (перечень) предметы имеют в основном общеобразовательный характер, время обучения в школе равняется (срок обучения), среднее число учащихся достигает (территориальная характеристика); возможны распределение предметов по времени обучения и другие уточнения.

Из изложенного следует вывод: *структура содержания образования и его «сквозных отраслей» имеет характер «мозаики», состоящей из элементов с различными качествами (общее, профессиональное и политехническое образование), элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов носителей данного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет*

ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», составленного из элементов, которые сами образованы как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях.

Утверждаемые в данном выводе «мозаичный» характер элементов и зависимость их ведущего качества от их состава были обоснованы выше. Менее аргументировано заключение о наличии «лестницы» существенно различных масштабов элементов. Оно, впрочем, достаточно очевидно. Когда в государственном техническом университете читается курс «Общая физика», то мы говорим о включении элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне «учреждение профессиональной школы». Когда в курсе «Переходные процессы» используется «Электромагнетизм» – раздел курса «Общая физика», то следует говорить о включении элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне отдельного курса. И, наконец, когда в лекции на тему «Компрессоры» используется уравнение Бернулли, мы отмечаем включение элемента общего образования в профессиональное на масштабном уровне одной лекции. Таким образом, мы вправе говорить о включении элементов общего образования в профессиональное на трех различных масштабных уровнях: учреждение профессиональной школы, курс, тема лекции.

Приведем перечень структурных элементов с существенно различающимися уровнями масштабов:

«Первый уровень – содержание образования в целом.

Второй уровень – содержание образования соответственно основным ступеням обучения (базовая школа, профтехобразование, среднее специальное образование, высшее образование).

Третьим уровнем организации содержания образования являются циклы учебных курсов (предметов)...» [45, с. 38–39].

В. С. Леднев выделяет также четвертый уровень – это учебные курсы (предметы): математика, физика, химия, язык и др.

Пятый уровень – отдельные учебные дисциплины в рамках учебных уроков.

Шестой – восьмой уровни – это разделы, темы, уроки и другие компоненты отдельной дисциплины.

Иначе говоря, могут быть выделены, по крайней мере, еще три иерархических уровня организации содержания образования.

Ясно, что если мы рассмотрим элементы структуры содержания образования двух удаленных уровней, между которыми имеются, но не включены в текущую картину элементы нескольких промежуточных уровней (возможно, мы их не различаем по техническим или организационным причинам либо по сложившейся традиции описания), то мы окажемся в ситуации, когда в большом масштабе элементы малого масштаба станут неразличимы, но их наличие будет ощущаться как степень некоторого качества. Этим объясняются феномены имплицитного присутствия компонента и квазинепрерывности («сплошности») выделенного элемента большого масштаба, последнее порождает существование «сквозных линий» (компонентов, отраслей) как элементов структуры.

Для полноты картины рассмотрим, как обобщены В. С. Ледневым эмпирические данные по структуре общего образования. «Инвариантные виды деятельности и соответствующие стороны опыта личности являются взаимопересекающимися и взаимовключенными. Учитывая это, можно априорно предположить, что и соответствующие им компоненты содержания общего образования должны включаться в его систему двояко. Во-первых, каждый из них должен быть представлен самостоятельным учебным предметом (циклом учебных дисциплин), поскольку имеет особое содержание, в своей целостности “нерастворимое” в других предметах. Во-вторых, каждый из них включается в качестве составного элемента в содержание всех учебных предметов, поскольку инвариантные виды деятельности характеризуются взаимовключенностью. Чтобы убедиться в справедливости этого предположения, обратимся к практике общего образования и попытаемся выявить основную тенденцию практического решения рассматриваемого вопроса» [44, с. 120]. Здесь снова встречается уже отмеченное противоречие языка описания и природы объекта, заключенное в словах «взаимопересекающиеся» и «взаимовключенные». Инвариантным видам деятельности соответствуют в структуре общего образования познавательная деятельность, физическое воспитание, воспитание направленности личности, общение (коммуникативное воспитание), трудовое воспитание, эстетическое воспитание [44, с. 121–122].

Познавательной деятельности в содержании общего образования соответствует цикл предметов, которые нередко в практике именуется основами наук, – математики, физики, химии и других; в то же время зна-

ния, отнесенные к областям этих дисциплин, являются составным компонентом всех учебных предметов – от уроков труда и физкультуры до уроков родной речи. Аналогично невозможно изучать физику или математику, не пользуясь языком и не проводя эстетических оценок, т. е. не только алгеброй проверяют гармонию, но и наоборот, чувство гармонии является необходимым элементом восприятия алгебры.

Отметим еще один чрезвычайно важный момент, выделенный В. С. Ледневым: «Все перечисленные параллели учебного процесса “развертываются” соответственно логике учебного материала, возрастным особенностям учащихся и закономерностям усвоения опыта. Исследование этой проблемы не входило в задачи книги. Можем лишь отметить, что, как показывает *многовековой опыт*, с учетом возрастных особенностей младших школьников изучение отдельных циклов учебных предметов, соответствующих базисным компонентам содержания общего среднего образования, необходимо начинать с интегральных пропедевтических курсов. Согласно составу базисных компонентов образования, это начальные курсы языка, математики, природоведения, общественнонаучного образования, эстетического воспитания, трудового обучения и физкультуры (выделено нами. – *Авт.*)» [44, с. 231]. Данные интегральные пропедевтические курсы, очевидно, содержат в зародыше дисциплины соответствующих циклов, которые разворачиваются впоследствии. Это создает редкую, почти уникальную возможность зафиксировать элементы самоподобия в структуре содержания образования, что прямо выводит нас на возможный математический объект, обладающий данным свойством. Указанный объект известен в современной прикладной геометрии под названием «фрактал». Второе важное заключение, связанное с последней цитатой, – это указание на корреляцию логики построения структуры содержания образования с закономерностями усвоения опыта и развития интеллекта. В основе такой корреляции, на наш взгляд, лежит роль, которую играет иерархия симметрий в формировании общественного (структуры научного знания и ее эволюции) и индивидуального сознания. На это указывают работы Ж. Адамара, А. Пуанкаре, Ж. Пиаже, А. Б. Рыбакова [2; 58; 62; 63]. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в гл. 3. Там же мы приведем обоснование того, что оптимизация содержания образования должна опираться на идею использования иерархии симметрий, формирование которой начинается с Эрлангенской программы Феликса Клейна.

1.6. Проблемы, порожденные несоответствием языка, принятого при описании структуры содержания образования, природе объекта

Неточность языка описания структуры объектов, принятого в научно-педагогических исследованиях, как правило, не приводит к неверным выводам. Это связано с тем, что структура изучаемых объектов (личности, деятельности, научного знания, содержания образования и др.) имеет двойную природу. Этот вывод – важнейший результат исследований академика В. С. Леднева. Но в практике применения он абсолютизирует свойства одного из компонентов (апикального), а свойство другого компонента (имплицитного) использует для коррекции выводов. До определенных пределов этот подход оправдывает себя, но все-таки наступает момент, когда этого недостаточно, так как важным становится учет типов структуры, промежуточных между внешней структурой, составленной из апикальных элементов, и внутренней структурой, включающей элементы имплицитно. Другими словами, компоненты этой структуры могут выступать как имплицитные, присутствующие слитно с другими компонентами структуры, и как апикальные элементы, явно отделенные от других элементов структуры, которые преимущественно несут качества, свойственные другим компонентам. В последнем случае пригоден и применяется в практике исследований традиционный язык описания структуры, использующий понятия *границы множества, внутренности множества, непрерывности* и т. п. Полученные в таком случае выводы в основном правильно описывают объект исследований, но их не следует абсолютизировать, необходимо производить коррекцию, учитывая наличие имплицитной составляющей каждого компонента структуры. В противном случае возникают проблемы, иногда имеющие серьезные материальные и организационные последствия. Приведем в качестве примера две такие проблемы: одна связана с выстраиванием содержания политехнического образования, а другая – с построением содержания естественнонаучного образования.

Первой проблеме большое внимание уделено В. С. Ледневым. Поэтому вновь прибегнем к цитированию: «Политехническое образо-

вание человека начинается еще в начальных классах, продолжается на всех ступенях школьного обучения и в вузе... а затем и далее, в процессе трудовой деятельности. В этих условиях разработка содержания политехнического образования...неправомерна без учета всей системы политехнической подготовки... Иначе говоря, к проблеме следует подходить комплексно. В противном случае неизбежны необоснованные и даже ошибочные выводы и предложения, наносящие огромный ущерб делу народного образования в целом. Показательна в этом смысле история разработки содержания политехнического образования для средней общеобразовательной школы, особенно для ее старших классов. В течение многих лет (в тридцатые – сороковые, затем с семидесятых до начала восьмидесятых годов) из содержания политехнического образования старшеклассников была фактически исключена техническая подготовка – один из его основных компонентов. Сторонники этой позиции, ссылаясь на некоторые высказывания Н. К. Крупской, вырванные из контекста, трактовали политехнизм лишь как принцип преподавания школьных общеобразовательных дисциплин (физики, химии и др.), утверждая, что собственно политехнические дисциплины не только не нужны в школе, но и невозможны в принципе. В результате политехническое образование в старших классах школы, успешно развивавшееся в шестидесятые годы (С. Г. Шاپоваленко, М. А. Жиделев, В. П. Беспалько, И. С. Фиганов и др.), было затем отброшено назад» [44, с. 60].

И снова по тому же вопросу: «В течение длительного времени не прекращаются острейшие дискуссии по вопросу о сущности политехнического образования. Изложенная концепция предмета, структуры и путей осуществления политехнического образования если и не снимает предмет споров в целом, то, по крайней мере, отвечает на ряд возникавших ранее вопросов, в частности позволяет избежать абсолютизации отдельных сторон политехнического образования. Действительно, если рассматривать эту отрасль образования целостно, то легко видеть, что политехническое образование выступает одновременно и как трудовое обучение, и как политехническое воспитание и развитие; как средство, как путь соединения обучения с производительным трудом; как изучение основ техники и технологии; как изу-

чение важных аспектов производства; как важнейшая линия связи школы с жизнью; как средство подготовки человека к труду и подвижности трудовых функций и в то же время как “сквозной” компонент учебного процесса и как особый учебный курс и т. д. Иначе говоря, названные стороны политехнического образования являются взаимодополняющими, а не исключают одна другую, как представлялось многим исследователям еще сравнительно недавно» [44, с. 281]. Концепция, которая только частично, как подчеркивает сам В. С. Леднев, решила проблему структуры содержания политехнического образования, связана с необходимостью коррекции, учитывающей двойственный характер его структуры: «Политехническое образование относится к числу базисных компонентов становления личности. В связи с этим на него “распространяется” действие принципа двойного вхождения базисных компонентов в общую систему образования. Иначе говоря, политехническое образование, подчиняясь этой закономерности, осуществляется двояко: во-первых, имплицитно, т. е. во всех учебных предметах; во-вторых, в виде особой отрасли образования, начинающейся комплексным курсом трудового обучения (в общей школе), развертывающимся затем в систему политехнических предметов и практик» [44, с. 277].

Следует согласиться как с самим предложенным решением проблемы, так и с его оценкой, указывающей на неполноту данного решения. Сделаем попытку установить возможную причину этой неполноты, рассматривая логику, приводящую к представлению о политехническом образовании как о третьей «сквозной отрасли» образования. Первые две «сквозные отрасли», *общее образование* и *профессиональное образование*, имеют явные определения: «Под общим понимается образование, результатом которого является способность человека к выполнению его общекультурных, общечеловеческих функций и видов деятельности. Наоборот, специальное образование обеспечивает подготовку к специальным, прежде всего профессиональным, видам деятельности» [44, с. 60]. Эти определения строятся на основе характеристики деятельности как взаимодействия субъекта (общества, личности) и объекта (природы). При определении понятия «общее образование» внимание сосредоточено на субъекте деятель-

ности – личности, а при анализе – на описании структуры личности, которая порождает структуру деятельности, инвариантную ее предметной стороне. При определении понятия «профессиональное образование» внимание переносится на объект деятельности – природу, а при анализе – на описание ее структуры, которая порождает предметную структуру деятельности, лежащую в основе деления на профессии. Поскольку в любой деятельности неизбежно свой вклад имеют и личность (субъект), и природа (объект), то представляется естественным характеризовать общее и специальное образование как две «сквозные отрасли» образования.

Не так обстоит дело с политехническим образованием, его определение, данное В. С. Ледневым в начале гл. 8 монографии, апеллирует к соотношению общего и профессионального образования: «Собственно политехническим образованием будем называть подготовку человека в области преобразовательной технико-технологической деятельности как часть образования, представляющую собой область пересечения общего и профессионального образования» [44, с. 241]. Это определение по отношению к деятельности является вторичным, но главный его недостаток состоит в игнорировании двойственности характера структуры общего и профессионального образования (как и политехнического). Действительно, придерживаясь последовательной позиции относительно имплицитного присутствия всех компонентов в содержании образования, мы исключаем возможность говорить о пересечении областей общего и профессионального образования. То есть использовать представление о пересечении двух «сквозных отраслей» образования как аргумент существования третьей отрасли, также «сквозной», нельзя. Более последовательной, по нашим представлениям, является попытка дать характеристику третьей отрасли на тех же основаниях, что и двух первых и, исходя из этого, делать заключения о структуре этой отрасли.

Уже в работах К. Маркса и Ф. Энгельса в качестве фундаментального принципа содержится соображение, что между субъектом деятельности – обществом и ее объектом – преобразуемой природой возникает и развивается новая искусственная сфера, состоящая из орудий труда, средств производства, техники и технологий. Исполь-

зую современный модный термин, можно сказать, что эта сфера является *интерфейсом* между социумом и природой.

Та же схема используется при введении полевого описания взаимодействия в классической физике. Между субъектом (материальное тело) и объектом (другое материальное тело) воздействия располагается силовое поле. Для нас важно то, что, как это хорошо известно специалистам-физикам, введение поля (интерфейса) связано просто с соображениями удобства: поле в отличие от силы действия объекта на субъект зависит только от свойств источника и не зависит от свойств объекта. Использование затем принципа суперпозиции существенно облегчает решение задач. Но объективный характер, как принято считать, имеет все же сила – мера взаимодействия, характеризующая темп изменения состояния системы. В рассматриваемом нами случае можно принять по аналогии, что первичными сторонами деятельности являются социум (субъект) и природа (объект), а техника и технологии в принципе могут быть исключены из описания и включены отчасти в субъект, а отчасти в объект. Но область *искусственной природы* сейчас настолько велика, что без ее выделения анализ деятельности становится практически невозможным. Тем не менее существуют виды деятельности, почти не связанные с искусственной природой, которые реализуются в основном в быту (например, выкармливание младенца грудью). Поэтому политехническое образование является «сквозной отраслью», но несколько иной природы по сравнению с двумя другими. Оно имеет тенденцию к включению в две исходные «сквозные отрасли» что, по-видимому, и порождает непрекращающиеся дискуссии. На наш взгляд, для последовательного решения данной проблемы необходимо, прежде всего, последовательное описание структуры «сквозных отраслей» образования, оперирующее параметрами, характеризующими их «мозаичность», и только затем можно ставить вопрос о том, какие факторы влияют на эти параметры.

Вторая проблема связана с нашими исследованиями структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования, интерес к которой также инициирован академиком В. С. Ледневым. Нам выпала удача при беседе с ним затронуть вопрос о курсах «Естествозна-

ние», «Концепции современного естествознания». Тут же выяснилось, что В. С. Леднев является противником введения таких курсов. Разумеется, речь идет не об интегративном пропедевтическом курсе «Естествознание», включенном в содержание образования начальной школы, а о курсах, предназначенных для старших классов школы и высшего учебного заведения. В качестве аргументов были приведены следующие соображения.

Первое: проблема слитного или отдельного изложения естественнонаучных дисциплин имеет длительную историю. В странах германо-романской культуры в гимназиях принято за основу (как и в России) отдельное изложение естественнонаучных дисциплин, а в англоязычных странах эти дисциплины в школе предпочитают излагать слитно. В начале XX в. дед В. С. Леднева, также известный педагог, настаивал на переходе от дифференцированного изложения физики, химии, биологии и др. к их слитному изложению. В конце этого столетия сам В. С. Леднев пришел к прямо противоположной точке зрения и обосновал ее, для чего им и был развит деятельностно-личностный подход в теории содержания образования. В рамках этого подхода было установлено оптимальное число отдельных «сквозных предметных линий», к которым относятся, в частности, курсы физики, химии и биологии.

Второе соображение: В. С. Леднев рассказал нам о симпозиуме в Лондоне, на котором английские коллеги говорили ему: «Мы сейчас обсуждаем вопрос о переходе на вашу дискретную систему построения естественнонаучного цикла ввиду ее очевидной эффективности. У нас вызывает недоумение: почему вы собираетесь ее разрушить и перейти к нашей, менее удачной и вызывающей трудности при организации обучения и подготовке педагогов?». (Заметим, что этот симпозиум и наша беседа проходили в самом конце 90-х гг. XX в.)

Из приведенных аргументов нами были сделаны следующие выводы:

1. Проблема реальна и существенна, поскольку имеет широкие географические и временные рамки.
2. Она пока не нашла оптимального решения.

Дальнейший ее анализ привел к выводу, что мысль исследователей сосредоточена на двух крайних подходах к характеристике структуры: либо дифференцированная, либо слитная. Это характерно даже для В. С. Леднева, хотя он и упоминает о наличии промежуточных типов структуры, но в практике исследований он оперирует только этими двумя экстремальными типами. Все богатство возможных вариантов структуры, известных современной математике, выпадает, собственно, из-за «технического» момента: исследователи-педагоги не знакомы с ними. В результате искажается сама логика исследований: объекту навязываются не свойственные ему качества и важнейшие характеристики его структуры исчезают из внимания, что обедняет поиск адекватных эмпирических обобщений материала.

Затруднение вызывает даже введение адекватной терминологии. Так, наше первоначальное противоречие с В. С. Ледневым носило отчасти случайный характер, связанный с различным пониманием термина «курс». В его понимании речь идет о длительных элементах структуры содержания образования, таких как курс физики в школе. Мы же в этот термин вкладывали значение «локальный интегративный курс, существующий наряду с традиционными курсами, а не вместо них». Его целью является разгрузка традиционных курсов от не свойственных им задач широкой актуализации знаний (их систематической интеграции), пропедевтики последующих этапов, обобщения суммы накопленных знаний и их систематизации. То есть речь идет не об отдельном курсе, а о системе курсов, частью которой станут традиционные пропедевтические курсы. Иначе говоря, предлагаются новые элементы общей «мозаики» содержания образования с набором специфических функций. Но они не описываются в рамках двух традиционных подходов «слитное – дискретное изложение», а требуют нового языка описания. Этот вопрос становится актуальным, поскольку не прекращающиеся колебания между двумя экстремальными типами структуры содержания образования свидетельствуют о том, что возможности простых структур исчерпаны. Не исключено, что сам кризис, который испытывает образование, в значительной степени связан с необходимостью пересмотра его структуры и принципов ее организации.

1.7. Возможный вариант языка описания содержания образования, адекватного природе объекта

Принятый в практике язык описания содержания образования опирается на систему традиционных понятий, таких как «граница», «внутренняя часть множества», «непрерывность», которые позволяют применять графические иллюстрации, но не соответствуют реальной природе объекта. Нарушение соответствия языка описания структуры содержания образования природе описываемого объекта приносит существенный урон теоретическим исследованиям в педагогике и приводит к значительным потерям организационного и материального плана.

Из эмпирических данных, описывающих содержание образования, следует, что структура содержания образования и его «сквозных отраслей» имеет характер «мозаики», составленной из элементов с различными качествами. Элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов – носителей определенного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», состоящего из элементов, которые сами составлены как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях. Выделено около десяти иерархических уровней структуры, различающихся масштабами элементов. Указанные выше условия позволяют говорить о самоподобном характере структуры содержания образования. Прямым свидетельством самоподобности структуры содержания образования являются интегративные пропедевтические курсы и развернутые на их основе соответствующие циклы дисциплин.

При описании элементов содержания образования некоторого масштаба, составленных из различных по качеству элементов существенно меньшего масштаба (несколько промежуточных масштабных уровней по тем или иным причинам оказываются пропущены), возникает впечатление однородного элемента, наделенного равномерно распределенными качествами. В подобных случаях принято говорить

об имплицитном включении компонентов в данный апикальный элемент структуры.

Полученные результаты позволяют наполнить новым содержанием два важнейших принципа теории содержания образования, сформулированных В. С. Ледневым: принцип двойного вхождения базисных элементов в систему и принцип функциональной полноты системы. Иначе говоря, можно считать подтвержденной следующую гипотезу: базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях: как имплицитные и как апикальные. Общая картина структуры имеет принцип построения «мозаика в мозаике», возможно, на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.

Итак, укажем установленные качественные характеристики структуры содержания образования:

1. Слитное (имплицитное) присутствие структурных компонентов.
2. Отсутствие определенных границ между компонентами структуры.
3. Возможность разрежения и сгущения компонентов вплоть до почти полного преобладания одного из них в некотором элементе (апикальном) структуры.

4. Самоподобие в элементах структуры содержания образования.

Приведенные качественные особенности практически однозначно указывают на объект современной геометрии, топологическая природа которого им соответствует. Этот объект – мультифрактал. Таким образом, можно считать установленным, что подходящим языком, адекватным природе содержания образования и некоторых других объектов, связанных с ним (личность, деятельность, научное знание и его части и т. п.), является язык фрактальной геометрии. Можно полагать, что обращение к нему позволит не только сформулировать новые вопросы научной педагогики, но и решить некоторые ее проблемы.

2. ЯЗЫК ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

2.1. Фракталы: основные понятия и примеры

Понятие «фрактал» не имеет строгого математического определения. Его принято употреблять при описании геометрических фигур (тел), когда они:

1) являются самоподобными, т. е. имеют сложную структуру, повторяющуюся на всех уровнях масштаба. Это позволяет строить их посредством рекурсивной процедуры, в основе которой лежит преобразование подобия;

2) имеют дробную метрическую размерность, не совпадающую с топологической размерностью геометрического носителя, на котором построен фрактал.

Топологическая размерность привычной нам линии – 1, поверхность имеет топологическую размерность 2, топологическая размерность тела – 3. Эти размерности совпадают с числом независимых параметров (это всегда целое число), которые необходимо задать для описания геометрического объекта в евклидовом пространстве. У фрактала же значение размерности дробное, оно может лежать между 1 и 2 или между 2 и 3.

Геометрические объекты с целочисленными размерностями, которые совпадают с их топологическими размерностями, обладают свойством гладкости. Но природные объекты: ветвящееся дерево, лист папоротника, река со всеми своими притоками, рисунок вен, ломаная береговая линия и др. – часто не являются гладкими. Они ветвятся снова и снова или многократно изламываются на любом отрезке своей длины. Иначе говоря, такие геометрические фигуры имеют ломаные части, которые многократно повторяются, изменяясь в размерах.

На всех уровнях масштаба фракталы похожи сами на себя, но при этом на всех уровнях масштаба они имеют сложную структуру,

чем отличаются от гладкой линии, например, эллипса, спирали, логарифмической кривой и т. п. Любая из указанных кривых в увеличенном масштабе подобна прямой, т. е. она самоподобна, но имеет примитивную структуру. Поэтому неслучайно, что слово «фрактал», передающее свойства линий, ломаных на всех масштабах, происходит от латинского *fractus* – дробленный, сломанный, разбитый.

Термин «фрактал» был введен Бенуа Б. Мандельбротом в 1975 г. и получил широкую известность после выхода его книги «Фрактальная геометрия природы» в 1977 г. [49]. Фрактальная геометрия была разработана им в середине 1960-х гг. с целью анализа ломаных, морщинистых и нечетких форм. Так, изучая измерение длины береговой линии, Мандельброт определил, что фрактальная размерность береговой линии Англии составляет 1,25.

Первые примеры самоподобных множеств с необычными свойствами, патологическими с точки зрения классического анализа, появились в математике еще в XIX в. Это, например, множество Кантора, которое получают, вырезая среднюю часть отрезка, и затем бесконечно повторяют этот процесс по отношению к оставшимся частям (рис. 2.1). Возникающее в результате множество точек (канторова пыль) – это нигде не плотное несчетное совершенное множество. Аналог построения канторовой пыли в двумерном пространстве показан на рис. 2.2.

Выбрасывая среднюю часть у двумерных фигур, получают салфетку Серпинского и ковер Серпинского, в качестве геометрической основы-носителя берут плоский треугольник и плоский квадрат соответственно (см. рис. 2.2 и рис. 2.3). Губка Менгера – это аналог ковра Серпинского в трехмерном пространстве (рис. 2.4).

На рис. 2.5 показаны этапы построения кривой Серпинского, несамопересекающейся непрерывной кривой бесконечной длины, не имеющей касательной ни в одной точке. Эти этапы соответствуют простой рекурсивной процедуре получения фрактальных кривых на плоскости. Задается генератор – произвольная ломаная с конечным числом звеньев. Затем каждый отрезок генератора заменяется ломаной, подобной генератору. В получившейся ломаной процедура повторяется, и так до бесконечности. В пределе возникает фрактальная кривая.

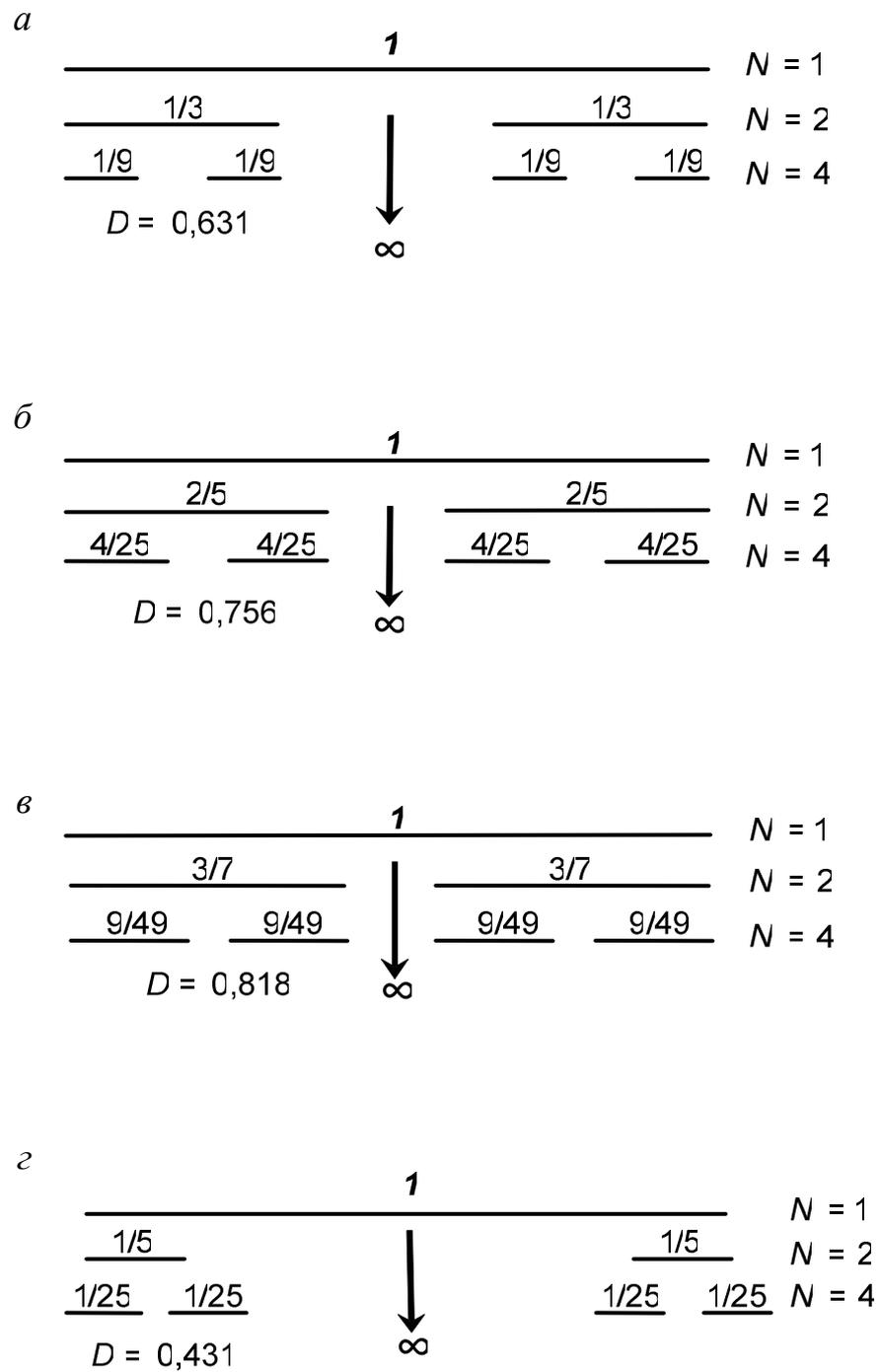


Рис. 2.1. Канторовское множество. Удаление из середины отрезка:
a – одной трети, *б* – одной пятой, *в* – одной седьмой; *г* – двух пятых;
D – фрактальная размерность канторовой пыли

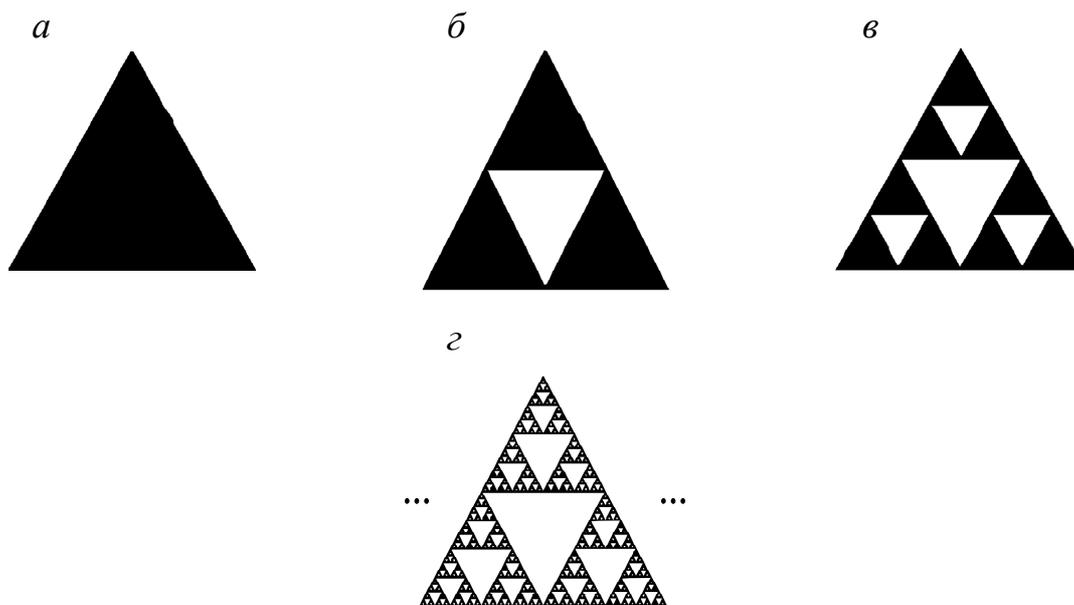


Рис. 2.2. Салфетка Серпинского [11, с. 20, 21]:

a – геометрическая основа-носитель фрактала; b – результат первой итерации;
 v – результат второй итерации, z – результат пятой итерации

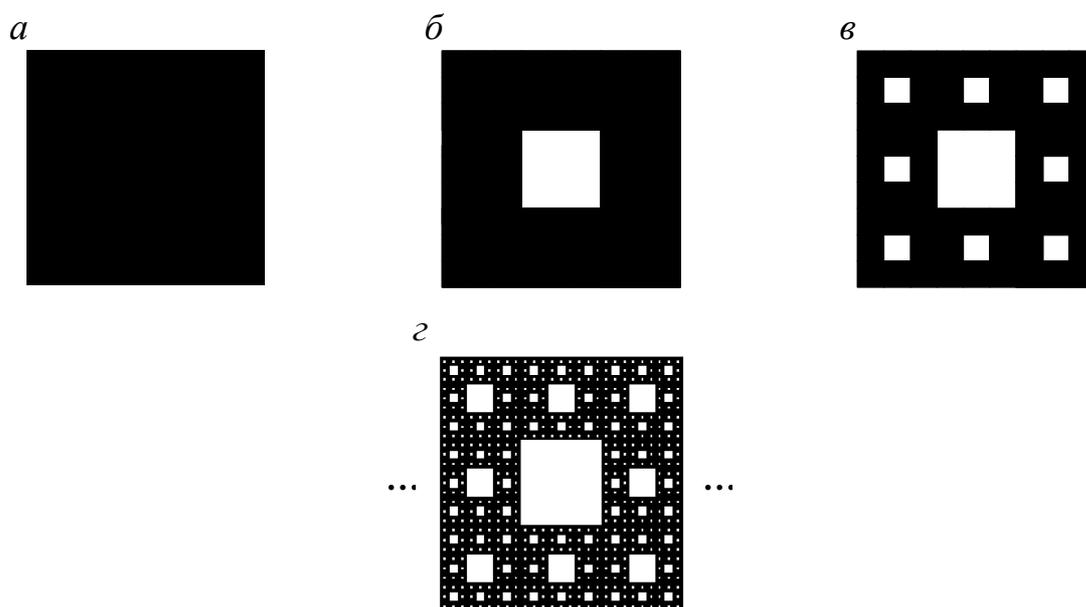


Рис. 2.3. Ковер Серпинского [11, с. 23]:

a – геометрическая основа-носитель фрактала; b – результат первой итерации;
 v – результат второй итерации; z – результат пятой итерации

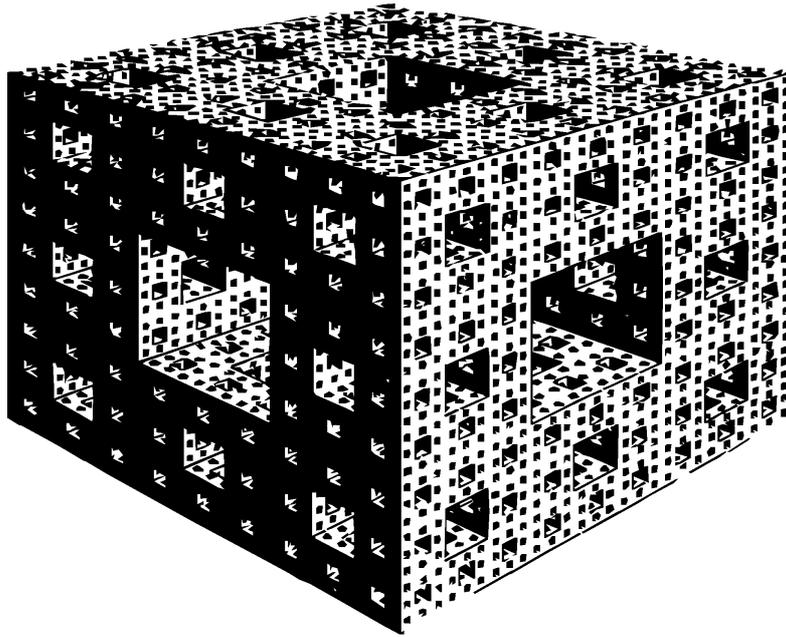


Рис. 2.4. Губка Менгера (результат четвертой итерации) [11, с. 24]

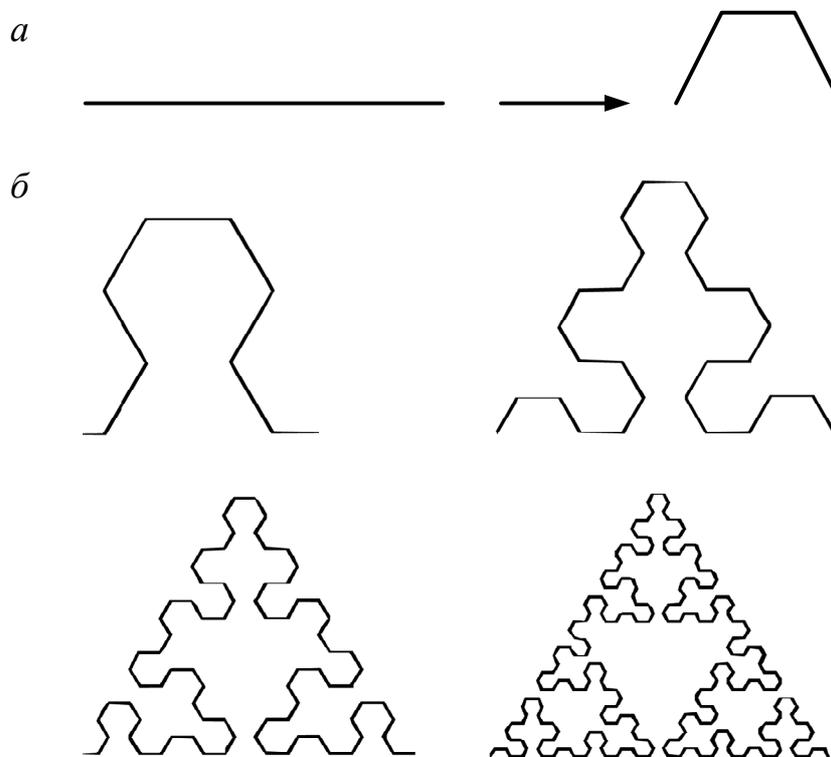


Рис. 2.5. Кривая Серпинского [11, с. 21, 22]:
a – генератор кривой; *б* – результаты первых четырех итераций

2.2. Природа фракталов

С одной стороны, фракталы являются довольно сложными геометрическими объектами, и их глубокое понимание требует владения аппаратом топологии. С другой стороны, они обладают высокой степенью наглядности, что позволяет оперировать ими даже тем, кто не владеет современным математическим аппаратом. В этом проявляется высокая степень симметрии, присущая фракталам, в первую очередь – симметрии подобия. Для иллюстрации этого положения приведем типичные фракталы (рис. 2.6–2.8). Как будет показано в следующей главе, симметрия и ее формы глубоко укоренены в индивидуальном сознании (имеют статус общего индуктивного понятия) и служат основой для построения дедуктивных систем (играют роль первичных дедуктивных понятий), т. е. формируют научное знание, часть общественного сознания. Именно это обуславливает легкость восприятия фракталов при глубине стоящего за ними содержания.

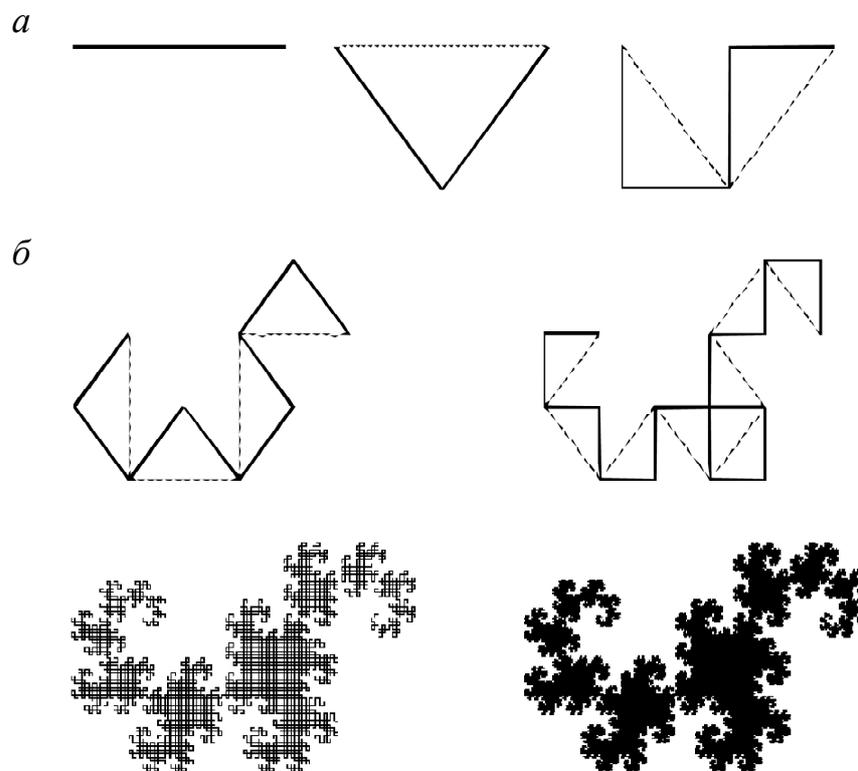


Рис. 2.6. Двойной дракон Хартера – Хейтуэя [11, с. 21, 20]:

a – алгоритм построения дракона Хартера – Хейтуэя;
б – 12-е и 16-е «поколения» дракона Хартера – Хейтуэя



Рис. 2.7. Лист папоротника [11, с. 55, 56]:

a – лист папоротника; *б* – увеличенный фрагмент листа папоротника;
 1 – 2000; 2 – 4000; 3 – 10000; 4 – 50000 и 5 – 200000 итераций

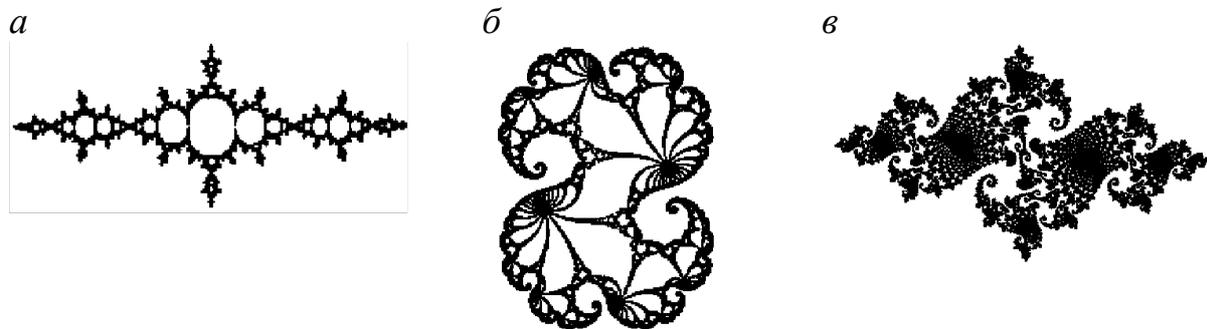


Рис. 2.8. Множества Жюлиа [11, с. 73, 76]:

a – притягивающий цикл периода 2; *б* – притягивающий цикл периода 20;
в – «долина морских коньков»

Рассмотрим подробно построение и свойства ковра Серпинского (см. рис. 2.3). Вначале вырезают среднюю часть базового квадрата, разделенного на девять равных квадратов со сторонами в три раза меньше, чем у исходного. Если длина стороны исходного квадрата обозначена a , то его площадь равна $S_0 = a^2$. Длина стороны вырезаемого на первом шаге центрального квадрата в три раза меньше длины исходного и равна $a/3$, а его площадь $S_1 = a^2/9$. На втором шаге вырезаются восемь квадратов из центральных частей квадратов, обрамляющих вырезанный квадрат, лежащий в центре исходного. Сторона каждого из этих восьми квадратов еще уменьшена в три раза и равна $a/9$. Суммарная площадь восьми маленьких квадратов составляет $S_2 = 8a^2/9^2$. На следующем шаге вырезаются $64 = 8^2$ квадрата со сторонами, равными $a/27$, и суммарной площадью $S_3 = a^2(8^2/9^3)$. Площадь, остающаяся под невырезанными частями исходного квадрата, равна нулю, так как площадь, занятая ковром Серпинского, – это разность площадей исходного квадрата и суммы всех площадей вырезанных квадратиков $S_{\text{серп}} = S_0 - (S_1 + S_2 + S_3 + \dots) = a^2(1 - (1/9)(1 + (8/9) + (8/9)^2 + \dots))$. Нетрудно видеть, что у нас появилась сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии с первым членом, равным единице, и знаменателем, равным $q = 8/9$. Как известно, эта сумма равна $1/(1 - q)$, т. е. равна $9a^2$. Тогда после подстановки мы неожиданно обнаруживаем, что $S_{\text{серп}} = 0$. Это тем более неожиданно, что на каждом шаге оставшаяся (зачерненная) часть исходного квадрата видится большей, чем вырезанная (белая) часть квадрата (см. рис. 2.3). На каждом шаге из каждого квадратика вырезается площадь, равная одной девятой его площади, и при любом конечном числе шагов остаток представляется значительным фрагментом исходного квадрата, что подтверждает вид результата пятой итерации, представленной на рис. 2.3, *г*. Тем не менее полученный в пределе фрактал – ковер Серпинского (невырезанный остаток исходного квадрата) – целиком расположен в пределах исходного квадрата (геометрической основы-носителя фрактала), но занимает площадь, равную нулю.

Точки ковра Серпинского на каждом шаге итераций принадлежат невырезанным частям исходного квадрата. Пусть мы нашли одну

из точек ковра Серпинского. Опишем вокруг нее окружность радиусом l , целиком уместяющуюся в исходный квадрат. При любом сколь угодно малом значении радиуса окрестности на некотором шаге итераций невырезанный квадрат с выделенной точкой фрактала целиком уместится в выбранную окрестность. Но на следующем шаге итераций из центра этого квадрата будет удалена середина. Поэтому в любой окрестности любой точки фрактала имеются точки, не принадлежащие ему. С другой стороны, если на некотором шаге итераций рассмотреть зачерненный квадрат (пока еще сплошной) с зафиксированной в нем точкой фрактала, то в силу симметрии можно утверждать, что этот квадрат содержит еще по крайней мере три точки фрактала. На каждом шаге процедура вырезания не нарушает поворотной, зеркальной и центральной симметрии. Следовательно, в любой окрестности любой точки фрактала имеются другие точки этого фрактала. То есть мы установили, что любая окрестность любой точки фрактала (ковра Серпинского) содержит точки как принадлежащие этому фракталу, так и не принадлежащие ему. Если мысленно переместить полученный фрактал на исходную геометрическую основу-носитель, то можно сказать, что в любой окрестности любой точки фрактала есть другие точки фрактала и точки геометрической основы-носителя. Причем, поскольку площадь, занятая фракталом равна нулю, мощность множества точек геометрической основы-носителя бесконечна по сравнению с мощностью множества точек фрактала.

Отметим также, что любая окрестность произвольной точки фрактала содержит области, структура которых идентична структуре всего фрактала. В этом проявляется свойство самоподобия регулярно-го фрактала. То есть структура зафиксирована в распределении точек фрактала, бесконечно сгущающихся к любой из них с сохранением самоподобия в своем распределении.

Точки, принадлежащие основе-носителю ковра Серпинского, не имеют свойств, аналогичных свойствам точек фрактала. Их окрестности могут быть выбраны достаточно малыми, так что в пределах этих окрестностей не окажется других точек, кроме точек самого носителя. Если взять точку в центре исходного квадрата, то в любой ее окрестности, целиком лежащей в пределах вырезанного на первом шаге квадрата, не окажется ни одной точки фрактала (см. рис. 2.3).

Выше мы использовали представления о некоторых свойствах геометрических основ-носителей, сейчас необходимо уточнить их. Молчаливо предполагалось, что в качестве геометрических основ-носителей берутся обычные объекты евклидова пространства: линии, поверхности и тела. Евклидово пространство – это частный случай топологического пространства, в котором задана метрика. Это значит, что определено расстояние между двумя любыми точками, которое выражается действительным числом, зависящим от взаиморасположения этих точек $l(a^*, b^*) = l_1$, $l(a, b) = l_2$ (рис. 2.9).

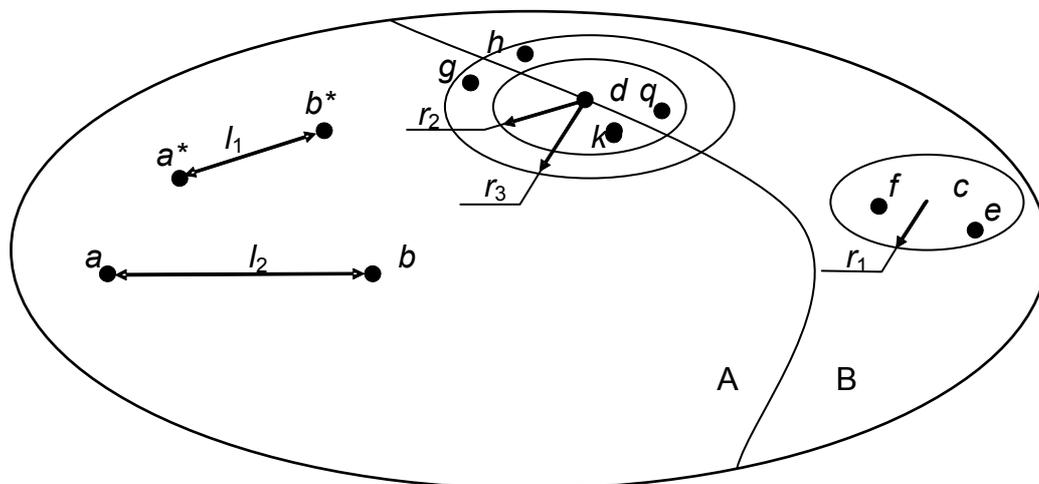


Рис. 2.9. Свойства метрических пространств, топологическая размерность которых совпадает с их фрактальной размерностью

Евклидово пространство является компактным и непрерывным метрическим пространством. Для такого пространства можно ввести понятия *окрестности точки пространства*, *внутренней части множества точек пространства*, *границы двух множеств точек пространства*. Под окрестностью точки евклидова пространства будем понимать область, включающую данную точку, в которой лежат точки пространства такие, что расстояния от них до данной точки меньше некоторой выбранной величины. Точку считают принадлежащей внутренней части множества точек евклидова пространства, если она имеет окрестность, в которой есть точки, принадлежащие только этому множеству. Точку называют принадлежащей границе множества точек евклидова пространства, если в любой ее окрестности есть точки, принадлежащие как этому множеству, так и другому множеству

точек того же пространства. Заметим, что поскольку евклидово пространство компактно и непрерывно, то любая окрестность любой его точки содержит другие точки пространства.

На рис. 2.9 точки f и e лежат в окрестности точки c – внутренней точки области B , а точки g , h , q и k лежат в окрестностях точки d , принадлежащей границе двух множеств A и B .

2.3. Фрактальная размерность

В Книге I Евклид (300 г. до н. э.) начинает построение геометрии с определений: точка – это то, что не имеет частей; линия – это длина без ширины; поверхность – это то, что имеет только длину и ширину. Позднее он добавил: объемное тело – это то, что имеет длину, ширину и высоту. В этих определениях подчеркивается привычное нам представление о размерности, согласно которому точка имеет 0 измерений, линия имеет размерность, равную 1, размерность плоской фигуры (например, квадрата) равна 2, а размерность объемного тела (например, куба) равна 3. Как уже указывалось, такая размерность называется топологической размерностью. П. С. Урысон и П. С. Александров в начале прошлого века дали топологической размерности точное определение, но для наших целей достаточно интуитивного представления о топологической размерности и знания того, что эта размерность всегда выражается целым положительным числом или нулем: 0, 1, 2, 3, 4 ...

Для характеристики фрактальных объектов, размещаемых в евклидовых пространствах с обычной топологической размерностью, оказалось недостаточно этой размерности. Более полную характеристику таких объектов дает размерность Хаусдорфа – Безиковича.

Необходимость уточнения понятия размерности связана с процедурами измерения длин, площадей и объемов сложных объектов, таких как береговая линия. В случае простых и привычных объектов, например гладких линий (прямая, окружность, парабола и т. п.), измерение длины сводится к применению мерных реек с уменьшающимся масштабом. В первом приближении длину измеряемого участка линии определяют как сумму длин реек, «плотно» приложенных к линии $L_1 = N_1 \times l_1$ (рис. 2.10).

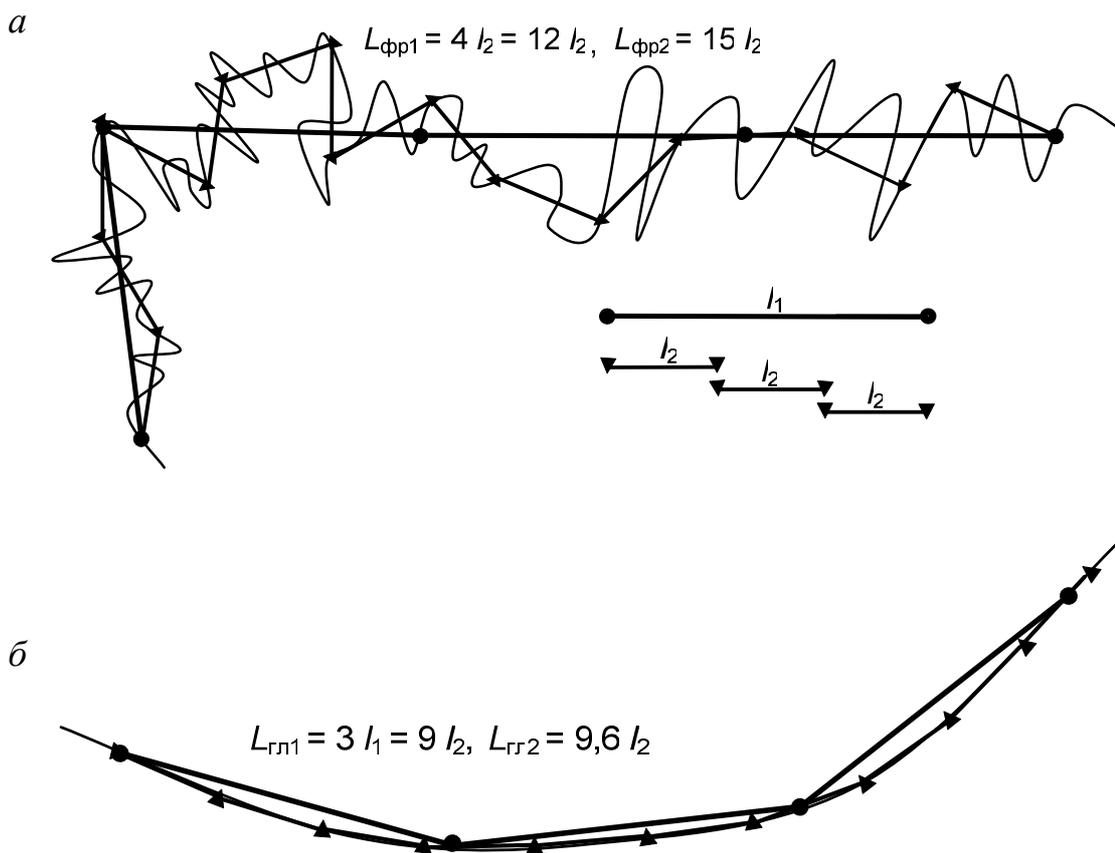


Рис. 2.10. Измерение мерными рейками двух разных масштабов:
a – фрактальной линии; *б* – гладкой кривой

Во втором приближении она равна сумме длин реек уменьшенного масштаба ($l_2 = l_1/m$). То есть $L_2 = N_2 \times l_2$ (см. рис. 2.10). Измеренная на каждом шаге длина отличается от прежней, но при бесконечном уменьшении масштаба она стремится к конечному пределу, который и называется длиной линии $L = (N(l) \times l)$; $l \rightarrow 0$. При измерении таким же способом сильно изрезанной береговой линии (рис. 2.11) результат оказывается неожиданным: при уменьшении масштаба мерной рейки длина измеренного участка растет до бесконечности. Это имеет достаточно простое объяснение: мерка большого масштаба сглаживает колебания береговой линии, а применение мерки меньшего масштаба позволяет вскрыть все большие подробности колебаний ломаной линии (подчеркнем: эта линия предстает как ломаная на всех масштабах мерной рейки при их неограниченном уменьшении). Можно формализовать процедуру измерений, если вместо мерной рейки взять окрестность, размер которой задается длиной рейки. Тогда на каждом шаге под длиной линии можно по-

нимать число таких окрестностей, которые целиком покрывают рассматриваемую линию. Очевидно, при уменьшении размеров окрестностей они будут все плотнее прилегать к линии и в пределе лягут на нее, если это гладкая линия. Возникает вопрос: что будет происходить, если перед нами не гладкая линия, а линия, похожая на береговую? Постановка такого вопроса и привела к обобщению понятия размерности.

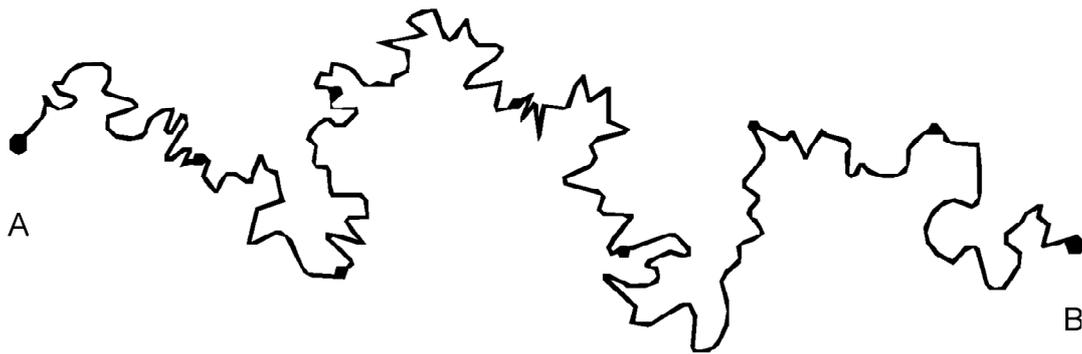


Рис. 2.11. Определение длины береговой линии между точками A и B [11, с. 13]

Именно такие объекты называются фракталами – это линии, поверхности, пространственные тела, имеющие сильно изрезанную форму и обладающие свойством самоподобия, т. е. они одинаково устроены (в идеале) в широком диапазоне масштабов. В идеальном случае имеем неизменность геометрических особенностей при изменении масштаба. Очевидно, что для природного фрактала существует минимальный масштаб длины l_{min} , меньше которого его основное свойство – самоподобие – пропадает. Существует также и такое наибольшее для данного объекта расстояние l_{max} , при превышении которого свойство самоподобия пропадает. Поэтому свойства природных фракталов рассматриваются лишь в таких масштабах l , которые удовлетворяют соотношению $l_{min} \leq l \leq l_{max}$. Эти ограничения естественны, так как, например, при рассмотрении длины береговой линии в качестве l_{min} может рассматриваться тот минимальный масштаб, меньше которого реальные измерения не имеют смысла, а в качестве l_{max} выступает фактическая длина береговой линии. От-

метим, что свойством точного самоподобия обладают лишь идеальные фракталы, называемые также регулярными.

Введем понятие размерности Хаусдорфа – Безиковича. Покроем фрактальный объект d – мерными «шарами» радиуса l . Здесь d – топологическая размерность пространства геометрической основы-носителя фрактала, а под шаром будем понимать также и куб, и квадрат, и просто отрезок прямой – в зависимости от природы покрываемого элемента объекта, т. е. это просто окрестность точек покрываемого элемента. Пусть соответствующих шаров понадобилось не менее чем $N(l)$. Тогда если при достаточно малых l величина $N(l)$ меняется с изменением l по степенному закону

$$N(l) \sim 1/l^D, \quad (1)$$

то D называется фрактальной размерностью или размерностью Хаусдорфа – Безиковича. Последнюю формулу можно переписать, переходя к пределу

$$D = -\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln l}, \quad (2)$$

Эта формула служит общим определением фрактальной размерности D .

Покажем, что фрактальная размерность имеет привычные значения для обычных евклидовых объектов:

1. Для множества, состоящего из конечного числа изолированных точек n , минимальное число d – мерных «шаров», с помощью которых можно покрыть это множество при достаточно малых l , совпадает с количеством точек; иначе говоря, $n(l) = n = \text{const}$, т. е. не зависит от l . По формуле (2) получаем $D = 0$, что совпадает с топологической размерностью точки $d = 0$.

2. Отрезок прямой линии длиной L можно покрыть одномерными отрезками длины l , при этом их понадобится $N(l) = L/l$. В данном случае фрактальная размерность по формуле получается равной $D = 1$, т. е. совпадает с топологической размерностью линии $d = 1$.

3. Область площадью S гладкой двумерной поверхности можно покрыть $N(l) = S/l^2$ квадратиками со стороной l (при достаточно ма-

лых l). Фрактальная размерность такой поверхности $D = 2$ совпадает с топологической $d = 2$.

4. Наконец, для покрытия конечного объема V необходимо $N(l) = V/l^3$ трехмерных «шаров» – кубиков с ребром l . Фрактальная размерность этого множества $D = 3$, т. е. совпадает с топологической размерностью трехмерного евклидова пространства.

Рассмотрим регулярные фракталы, обладающие свойством идеального самоподобия (см. рис. 2.1–2.8). Это значит, что их покрытие осуществляется элементами, которые используются при построении данного фрактала. В этом случае формулу фрактальной размерности можно записать иначе. Предположим, что на некотором этапе покрытия нам пришлось использовать $N(l)$ элементарных «шаров» размера l , а на другом – $N(l')$ элементарных шаров размера l' . Тогда фрактальную размерность можно вычислять по формуле

$$D = -\frac{\ln\left(\frac{N(l)}{N(l')}\right)}{\ln\left(\frac{l}{l'}\right)}. \quad (3)$$

Вычислим длины, занятые множествами Кантора (см. рис. 2.1), площади, занимаемые салфеткой Серпинского (см. рис. 2.2) и ковром Серпинского (см. рис. 2.3), а также объем, занятый губкой Менгера (см. рис. 2.4). Для сопоставления с видом этих фракталов вычислим их фрактальные размерности по формуле (3).

Множество Кантора. Случай а

Из рис. 2.1, а видно, что если за основу канторовой пыли берет-ся единичный отрезок и из его середины вырезается одна треть, то сумма длин вырезанных отрезков вычисляется следующим образом (сосчитана сумма убывающей бесконечной геометрической прогрес-сии с единичным первым членом и знаменателем $2/3$):

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \cdot 2^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots = \frac{1}{3} \left(1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1.$$

Как и ранее, в случае с ковром Серпинского, мы получаем неожиданный результат: сумма вырезанных частей геометрической основы-носителя в точности равна ее площади. Следовательно, канторова пыль размещается на единичном отрезке, но занимает нулевую длину.

Рассчитаем фрактальную размерность по формуле (3) для данного случая канторовой пыли. На n -м шаге (в результате n -й итерации) имеем 2^n отрезков длиной $(1/3)^n$ каждый. Поэтому $N(l) = 2^n$, $l = (1/3)^n$. Предел при $l \rightarrow 0$ соответствует, очевидно, пределу при $n \rightarrow \infty$. Подставляя в формулу (3), получим:

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (1/3)^n} = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0,6309. \quad (4)$$

Множество Кантора. Случай б

В этом случае, представленном на рис. 2.1, б, из середин вырезаем одну пятую часть и, соответственно, получаем для суммы длин вырезанных частей выражение

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{5} \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots = \frac{1}{5} \left(1 + \left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{1 - \frac{4}{5}} = 1.$$

Снова результат кажется неожиданным: вырезая меньшую часть, чем в первом случае, в пределе мы вновь вырезаем весь исходный отрезок целиком и этот сорт канторовой пыли занимает нулевую длину. Поэтому достаточно очевидно, что оба облака канторовой пыли можно разместить на одном и том же отрезке – геометрическом носителе обоих фракталов.

Расчет по формуле (3) фрактальной размерности дает в этом случае

$$D = -\lim \frac{\ln 2^n}{\ln (2/5)^n} = \frac{\ln 2}{\ln (5/2)} = 0,7565. \quad (5)$$

Множество Кантора. Случай в

Теперь мы вырезаем из середин еще меньшую долю – одну седьмую часть (см. рис. 2.1, в). И мы уже не удивляемся, когда обнаруживаем, что и в этом случае сумма длин вырезанных частей в точности равна длине исходного отрезка:

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} \cdot 2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right) + \frac{1}{7} \cdot 2^2 \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \dots = \frac{1}{7} \left(1 + \left(\frac{6}{7}\right) + \left(\frac{6}{7}\right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{1 - \frac{6}{7}} = 1.$$

Для фрактальной размерности теперь получаем

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (3/7)^n} = \frac{\ln 2}{\ln (7/3)} = 0,8181. \quad (6)$$

Итак, здесь множество Кантора также занимает нулевую длину и лежит в пределах того же единичного отрезка-носителя фрактала. Отличие заключается в том, что чем меньше вырезаемая доля, тем ближе значение фрактальной размерности к топологической размерности отрезка-носителя фрактала, равной единице. Возникает мысль, что если вырезаемая доля будет возрастать, то фрактальная размерность будет падать до значения, равного нулю, т. е. топологической размерности изолированной точки. Проверим это предположение.

Множество Кантора. Случай г

Теперь мы вырезаем из средних частей долю, равную трем пятым (см. рис. 2.1, г). Вырезанным оказывается весь отрезок:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) + \frac{3}{5} \cdot 2^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \dots = \frac{3}{5} \left(1 + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots \right) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{5}} = 1.$$

Вычислим фрактальную размерность:

$$D = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln (1/5)^n} = \frac{\ln 2}{\ln 5} = 0,4307. \quad (7)$$

Действительно, с ростом «пористости» фрактала его фрактальная размерность падает, причем из методологии счета видно, что пре-

дельное значение фрактальной размерности равно нулю, т. е. размерности изолированной точки.

Салфетка Серпинского

Ранее нами получено, что при построении ковра Серпинского суммарная площадь вырезанных частей в точности равна площади исходного квадрата. Аналогичные результаты получены для всех рассмотренных вариантов канторовой пыли. Нет особой необходимости приводить выкладки для салфетки Серпинского (см. рис. 2.2), результат остается прежним – сумма вырезанных частей имеет площадь (длину, объем), в точности равную площади (длине, объему) геометрической основы-носителя фрактала. Образно говоря, фрактал располагается в пределах основы-носителя, но при этом не занимает на нем никакого места.

Фрактальная размерность салфетки Серпинского, вычисленная по формуле (3), определяется как

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,5849. \quad (8)$$

Ковер Серпинского

Как было показано выше, ковер Серпинского места на квадрате, геометрической основе-носителе, не занимает, но располагается в его пределах. Он имеет следующую фрактальную размерность (3):

$$D = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1,8928. \quad (9)$$

Фрактальная размерность ковра Серпинского больше фрактальной размерности салфетки Серпинского, что соответствует интуитивному ожиданию: «пористость» ковра Серпинского ниже «пористости» салфетки Серпинского (ср. рис. 2.2 и 2.3). Исходя из приведенных примеров следует ожидать, что фракталы, построенные вырезанием частей на геометрической основе-носителе с топологической размерностью $n = 1, 2, 3, \dots$, имеют значение фрактальной размерности, лежащее между целыми числами $(n - 1)$ и n . По крайней мере, это подтверждает следующий пример.

Губка Менгера

Пространственным аналогом квадратного ковра Серпинского является губка Менгера (см. рис. 2.4). Исходным телом для ее построения служит куб с ребром, равным 1.

Первая итерация: каждую грань кубика делят на 9 квадратов со стороной $1/3$, в результате исходный куб делится на 27 кубиков с ребром $1/3$. Затем вынимают 7 кубиков: по одному из каждой грани и один центральный. Вторая итерация во всем подобна первой: с каждым из оставшихся 20 кубиков проделывают ту же операцию, что с исходным. При этом от каждого маленького кубика остается 20 кубиков с ребром $1/9$. Операция с делением и вырезанием продолжается до бесконечности, в результате получается губка Менгера. Каждая грань полученного «дырявого» куба выглядит как квадратный ковер Серпинского. Как и ранее, легко показать, что при построении губки Менгера суммарный объем вырезанных частей в точности равен объему исходного куба.

Фрактальная размерность губки Менгера (3) вычисляется как

$$D = \frac{\ln 20}{\ln 3} = 2,7268. \quad (10)$$

Так как $2 < D < 3$, то можно утверждать, что губка имеет нулевой объем, но обладает бесконечной площадью поверхности.

Заметим, что для всех приведенных примеров фрактальная размерность D оказалась меньше топологической размерности d пространства, в котором находится данный фрактал, но больше топологической размерности подпространства с размерностью $(d - 1)$. Причем чем больше отличаются D и d , тем более «пористым» является фрактал.

2.4. Мультифракталы

Рассмотрев ряд примеров регулярных фракталов, можно заметить, что все они имеют дробную фрактальную размерность, значение которой меньше значения топологической размерности основы-носителя. Исключением из этого правила является кривая Пеано – это кривая без самопересечений, сплошь заполняющая квадрат. Ее фрак-

тальная размерность равна размерности самого квадрата, т. е. ее значение равняется двум [9; 20]. Это означает, что такие фракталы расположены в пределах соответствующего геометрического носителя, но не занимают на нем «места». Это наводит на мысль, что в пределах одного и того же геометрического носителя можно разместить несколько и, в принципе, бесконечно много фракталов. Способов реализовать эту идею много. Например, можно провести непрерывную деформацию геометрического носителя при фиксированном положении его границ вместе со сформированным на нем фракталом. Точки фрактала сдвинутся относительно прежних положений. Затем можно перенести новый фрактал на прежний геометрический носитель с размещенным на нем старым фракталом. В этом случае на носителе окажутся два фрактала, различающихся положением своих точек, но с одинаковым «числом» этих точек, точнее, с одинаковой мощностью множеств точек фракталов. Кроме того, непрерывная деформация сохраняет отношения принадлежности точки и подмножества и, в частности, сохраняет все окрестности (см. гл. 3). То есть непрерывная деформация сохраняет структуру, заданную на геометрическом носителе. Значит, два разных фрактала, полученных на одном геометрическом носителе, как описано выше, будут иметь одинаковую мощность и одинаковую структуру. Тем не менее области геометрического носителя, в которых раньше не было элементов фрактала, теперь могут быть заполненными точками одного из фракталов. С другой стороны, на геометрическом носителе могут появиться области, где будут присутствовать точки разных фракталов.

В более общем случае можно произвести непрерывную деформацию геометрического носителя с размещенным на нем фракталом, включая изменение формы границ. Например, можно геометрическую основу салфетки Серпинского деформировать, придав ей форму квадрата – геометрической основы ковра Серпинского, а затем перенести оба фрактала на одну геометрическую основу. В этом случае мы разместим на одной геометрической основе два фрактала с разной мощностью и с различной структурой. Описанные построения можно осуществлять с любым количеством различных исходных регулярных фракталов с фрактальными размерностями, меньшими чем топологи-

ческая размерность их геометрических основ. В итоге мы получим на одном геометрическом носителе сложную «мозаичную картину». При этом самоподобие структуры исходных регулярных фракталов сохранится и можно ожидать образования «мозаичной картины», в которой элементы «мозаики» сами составлены как «мозаика».

Описанные выше процедуры используют свойства взаимно однозначного непрерывного отображения одного множества на другое и, в силу наглядности, удобны для выработки общего представления. Они не позволяют развить алгоритмы построения фракталов и описать их свойства на регулярной основе, но позволяют делать общие выводы. Например, на рис. 2.12 изображено наложение вытянутой по высоте салфетки Серпинского на ковер Серпинского. Точнее, здесь показано наложение геометрической основы-носителя одного фрактала на геометрическую основу-носитель другого фрактала с учетом вырезанных после первой итерации частей обеих фигур. Цифрами обозначены области, где происходит (не происходит) наложение элементов двух фракталов: 1 – области, несущие элементы как одного, так и второго фрактала, 4 – области, несущие элементы только ковра Серпинского, 2 – область, несущая элементы только салфетки Серпинского и 3 – область, где отсутствуют элементы как одного, так и второго фрактала. Размерность Хаусдорфа – Безиковича определена как предел при стремлении длины масштаба к нулю (см. выражение (2)). Это означает, что фрактальную размерность регулярного фрактала можно рассчитать в любой области, содержащей только точки этого фрактала, и она совпадет с фрактальной размерностью, вычисленной для всего фрактала. Следовательно, в областях 2 и 4 на рис. 2.12 фрактальные размерности имеют разные значения: 1,5849 и 1,8928 соответственно. То есть сформированный таким способом фрактал является неоднородным, он отличается от регулярных фракталов тем, что в разных областях основы-носителя фрактальная размерность имеет разные значения.

Неоднородные фракталы были сконструированы для описания систем с распределенными в пространстве свойствами. Об этом сказано, например, в монографии Е. Федера «Фракталы»: «С исследованием распределения физических или каких-нибудь других величин на геометрическом носителе связаны мультифрактальные меры» [77, с. 73]. Сущность этого объекта – в наложении друг на друга фракталов с различны-

ми фрактальными размерностями, как это описано выше и как это следует из той же монографии Е. Федера: «Мера $M(x)$ популяции, распределенной по единичному отрезку, полностью характеризуется объединением фрактальных множеств. Каждое слагаемое в объединении фрактально и имеет свою фрактальную размерность. Это одна из причин, обусловивших выбор термина – мультифрактал» [77, с. 80]. Наложение фракталов позволяет сформировать объект, характеризующийся не единственным значением, а целым спектром фрактальных размерностей. Такой спектр показан на рис. 2.13. Геометрической основой канторовой пыли является отрезок прямой. Топологическая размерность отрезка прямой равна единице. Из рис. 2.13. видно, что фрактальная размерность рассматриваемого мультифрактала непрерывно меняется и приближается к единице, т. е. она может приближаться к топологической размерности геометрического объекта (отрезка), на котором размещен мультифрактал. При стремлении в некоторой области фрактальной размерности к единице свойства мультифрактала в этой области приближаются к свойствам геометрического объекта с обычной топологией.

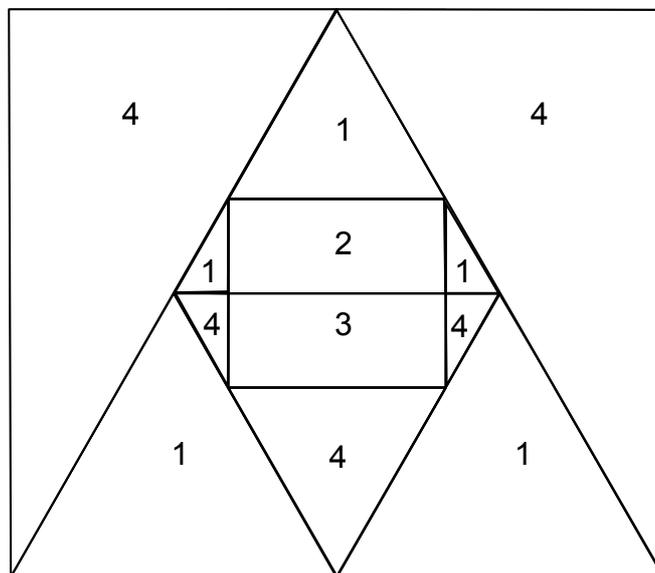


Рис. 2.12. Построение мультифрактала наложением фракталов ковра и салфетки Серпинского

Если принять во внимание, что в общем случае фрактальная размерность может быть различной в различных частях мультифрактала, т. е. может зависеть от положения участка мультифрактала на геометрической основе, то в нашем распоряжении оказываются геометрические

объекты, в одной части которых их свойства близки к свойствам привычных нам геометрических фигур, а в другой части эти свойства аналогичны свойствам однородного фрактала. На возможность этого указывает способ определения фрактальной размерности, как отмечено Е. Федером: «Заметим, что в приведенном выше определении размерность Хаусдорфа – Безиковича фигурирует как локальное свойство в том смысле, что эта размерность характеризует множество точек в пределе при исчезающе малом диаметре, или размере, l пробной функции, используемой для покрытия множества. Следовательно, фрактальная размерность D может также быть локальной характеристикой множества» [77, с. 22]. Еще более отчетливо такая возможность указана в монографии Б. Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы»: «В настоящей главе обсуждаются нитевидные фрактальные деревья и другие почти масштабно-инвариантные фракталы... Эти фракталы оказываются неоднородными в том смысле, что для разных частей таких множеств размерности D ... принимают различные значения» [49, с. 217].

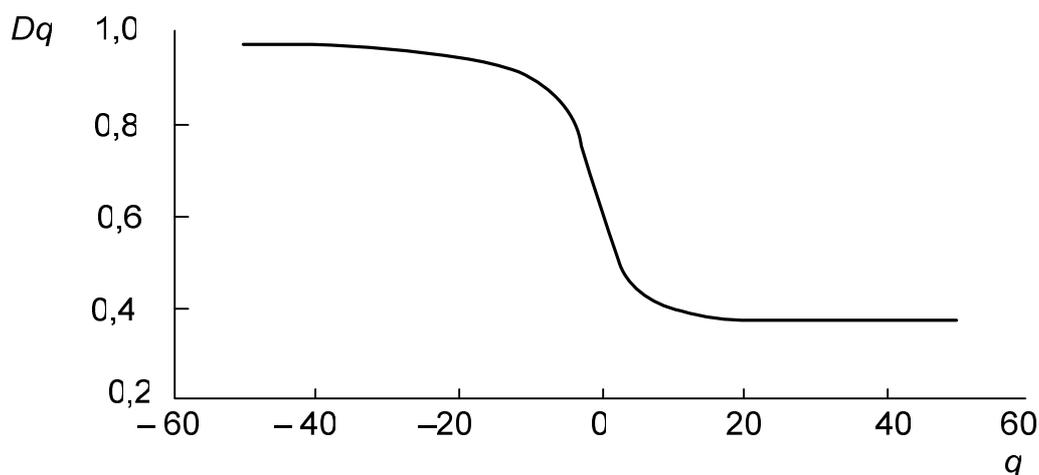


Рис. 2.13. Спектр фрактальных размерностей D_q как функция порядка q момента для триадной канторовой пыли [77, с. 93]

Выяснилось, что для описания неоднородных фракталов (мультифракталов) недостаточно фрактальной размерности D , которая является чисто геометрической характеристикой, так как мультифракталы обладают некоторыми статистическими свойствами. Примером мультифрактала является салфетка Серпинского, если она получена методом случайной генерации положения точек со «сгущением» их возле одной из вершин (рис. 2.14).

На этом рисунке показан треугольник Серпинского, у которого с вероятностью 90% отдали предпочтение вершине A по сравнению с двумя другими вершинами. На вершины B и C осталось в сумме 10% вероятности попадания. Распределение точек по треугольнику Серпинского, представленному на рис. 2.14, в этом случае более схематично показано на рис. 2.15. Цифры означают относительную заселенность каждого маленького треугольника. Но, несмотря на неравномерность распределения точек, фрактальная размерность осталась прежней. Это заставляет искать новые количественные характеристики, с помощью которых можно описывать плотность заселения точками разных участков мультифракталов. Такие характеристики были найдены; это *фрактальная размерность*, *информационная размерность*, *корреляционная размерность*. Все вместе они представляют спектр фрактальных размерностей.

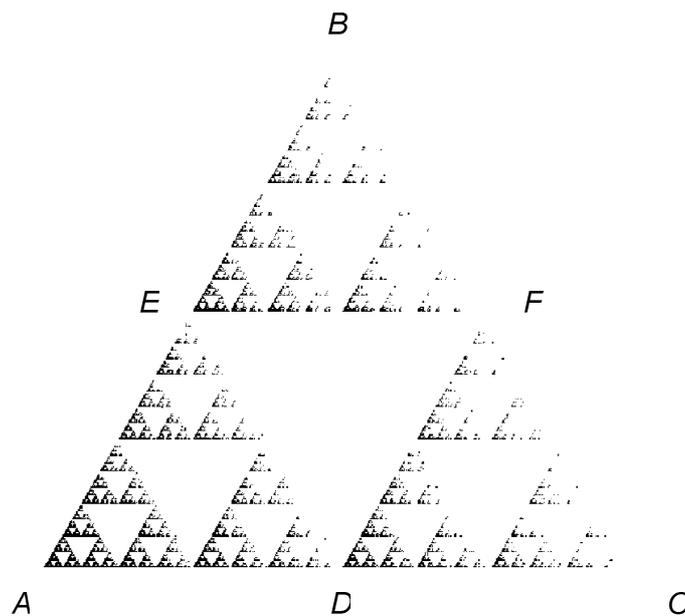


Рис. 2.14. Неоднородный фрактал (мультифрактал) [11, с. 83]

Сложившаяся практика построения неоднородных фракталов ориентирована не на общий способ, использующий произвольные непрерывные деформации, а на более частные приемы, допускающие создание алгоритмов, приспособленных к компьютерам. Этим приемам соответствует такое определение: мультифрактал – это фрактал, который может детерминироваться не одним единственным алгоритмом построения, а несколькими, последовательно сменяющимися друг друга алгоритмами. Каждый из них генерирует паттерн со своей фрак-

тальной размерностью. Паттерн (англ. *pattern*) – английское слово, значение которого передается по-русски словами «шаблон», «система», «структура», «принцип», «модель», «узор». Паттерны, или *шаблоны проектирования*, в информатике – это эффективные способы решения характерных задач проектирования, в частности проектирования компьютерных программ.

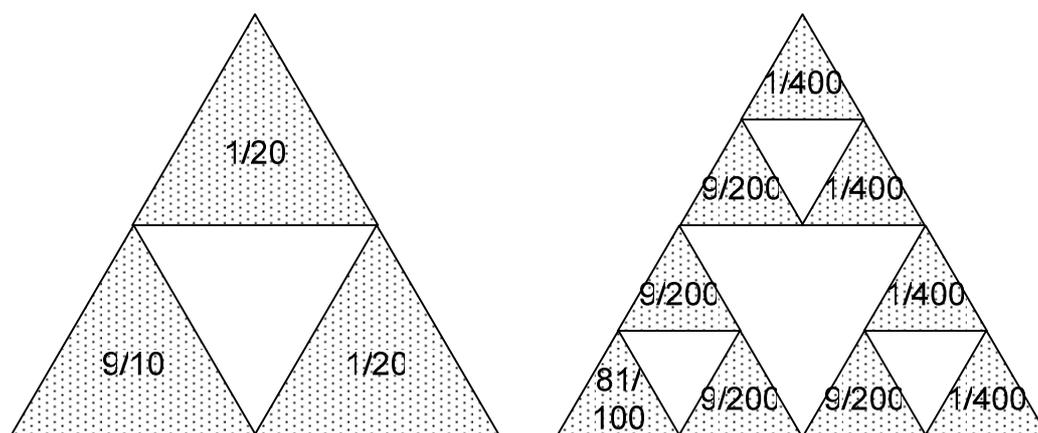


Рис. 2.15. Распределение точек по треугольнику Серпинского (неоднородный фрактал) [11, с. 84]

Для описания мультифрактала вычисляют мультифрактальный спектр, включающий в себя ряд фрактальных размерностей, присущих элементам данного мультифрактала.

2.5. Сопоставление свойств фракталов со свойствами объектов педагогики.

Фрактальный характер структуры деятельности

Проведенный в первой главе анализ представлений о структуре содержания образования и научного знания как детерминанты содержания общего образования, сложившихся в педагогике (обобщенных В. С. Ледневым), позволяет сделать следующий вывод: структура этих объектов педагогики имеет характер «мозаики в мозаике» на нескольких уровнях масштаба. Можно считать установленными следующие качественные характеристики структур: 1) компоненты структур присутствуют слитно (имплицитно), 2) границы между компонентами структуры отсутствуют, 3) наблюдается разрежение и сгущение компонентов структуры вплоть до почти полного отсутствия или преоб-

ладания (апикальные элементы структуры) одного из них в некотором элементе структуры, 4) в некоторых случаях можно говорить о наличии свойства самоподобия структуры содержания образования.

Здесь разведены понятия «компонент структуры» и «элемент структуры». Их различие обеспечивается способностью компонентов разрезаться и сгущаться. С одной стороны, в состоянии сгущения компонент позволяет выделить в явной (автономной) форме апикальный элемент структуры. С другой – апикальный элемент структуры с преобладанием данного компонента позволяет зафиксировать существование этого компонента, присутствие которого затем обнаруживается в других апикальных элементах структуры (в которых преобладает другой компонент). Обнаружение в некотором элементе структуры не характерных для него компонентов связано с более подробным анализом данного элемента, с уменьшением масштаба детализации его частей, т. е. с «мозаичностью» структуры на всех уровнях.

Анализируя в этой главе свойства структуры фрактальных объектов геометрии, мы можем констатировать их соответствие свойствам структуры рассмотренных объектов педагогики. Действительно:

1) точки, принадлежащие регулярному фракталу, невозможно отделить от точек геометрической основы-носителя (т. е. они присутствуют имплицитно);

2) два фрактала, помещенные на одну геометрическую основу-носитель, в общем случае невозможно разделить границами;

3) точки мультифракталов могут разрезаться и сгущаться (см. рис. 2.14, 2.15); в последнем случае в некоторых областях геометрической основы-носителя «плотность» точек мультифрактала может приближаться к «плотности» точек геометрической основы (локальная фрактальная размерность стремится к топологической размерности геометрической основы);

4) регулярные фракталы, из которых составлен мультифрактал, имеют свойство самоподобия структуры на различных масштабных уровнях; это свойство при определенных условиях наследуется мультифракталом.

Мы не можем выделить точки регулярного фрактала без примеси точек основы-носителя. Но точки фрактала имеют различную плотность распределения на геометрическом носителе, и если мы ограничены в масштабе детализации (если у нас имеется собственный фикс-

сированный масштаб (или диапазон масштабов), являющийся внешним по отношению к фракталу) и максимальном масштабе, то мы будем воспринимать регулярный фрактал огрубленно и не сможем различать его детали меньше определенного масштаба. Это означает, что мы не можем видеть картину этого фрактала в области больше определенного масштаба. В этом случае регулярный фрактал предстанет перед нами в виде упорядоченного набора однородных пятен, которые при большей детализации сами распадаются на упорядоченные наборы однородных пятен. То есть перед нами будет картина упорядоченной «мозаики в мозаике». Наилучшее представление об этой картине дают изображения геометрической основы-носителя на некотором шаге итераций, например, рис. 2.1–2.4.

При переходе к мультифракталу эта картина перестает быть столь упорядоченной, но сохраняется ее характерная особенность – она имеет вид «мозаики», составленной из «мозаичных элементов». При этом в последнем случае «мозаичные элементы» могут совпадать по «внутренней» структуре друг с другом (если элементы принадлежат одному регулярному фракталу из состава данного мультифрактала) и различаться по «внутренней» структуре друг от друга (если элементы принадлежат разным регулярным фракталам из состава данного мультифрактала). Именно «внутренняя» структура элементов «мозаики» мультифрактала и позволяет говорить о наличии в его составе различных фракталов. В случае содержания образования прямым аналогом регулярного фрактала в составе мультифрактала является имплицитный компонент в содержании образования. В результате элементы «мозаики», в виде которой предстает мультифрактал, сами состоят из элементов различной природы.

В основе установленного выше соответствия структуры объектов педагогики и фракталов должна лежать фундаментальная причина. Ей может быть внутреннее диалектическое противоречие, присущее понятию «деятельность личности». Стороны деятельности выступают как детерминанты содержания образования, деятельность социума формирует структуру научного знания, поэтому внутренние противоречия деятельности должны проявляться в структуре содержания образования и научного знания.

Противоречие, о котором идет речь, отчетливо зафиксировано в следующей двойной цитате: «Для нас особое значение имеет струк-

тура индивидуальной деятельности человека в условиях, конечно, социальной кооперации ее субъектов. В основе решения этой проблемы лежит подход, связанный с вычленением двух основных сторон деятельности – субъекта и объекта. “Для понимания деятельности как реального процесса функционирования системы, – пишет Э. С. Маркарян, – необходимо прежде всего абстрагирование двух качественно различных аспектов ее рассмотрения. Во-первых, аспекта актуализации механизмов, благодаря которым стимулируется, программируется и осуществляется активность субъектов действия, и, во-вторых, аспекта, выделяющего различные целостные участки направленных усилий этих субъектов...”. Э. С. Маркарян подчеркивает при этом, что четкое различие этих двух планов феномена деятельности является принципиально важным для правильной постановки и решения многих сложных теоретических проблем в биологических и социальных науках» [50, с. 41].

Упрощая сказанное выше, можно принять за основу следующее положение: одним из аспектов деятельности является поддержка ее продолжения в выбранном направлении, а другим аспектом деятельности является выбор направления приложения усилий. Еще точнее: деятельность – это выбор направления движения и движение в определенном направлении. Существенным, с нашей точки зрения, является то, что выбор направления движения сам может быть осуществлен только посредством серии движений в различных направлениях. Поддержание движения в нужном направлении требует непрерывной коррекции (в изменяющихся условиях), которая опять-таки осуществляется как новый, исправленный, выбор направления. В силу этой логики и выбор направления движения, и направленное движение должны осуществляться одновременно. Но это значит, что одновременно должно происходить и направленное движение, и движение в различных направлениях. Это противоречие сродни парадоксу Зенона о стреле, одновременно движущейся и покоящейся в каждый данный момент времени.

Понятие фрактала, возможно, дает новые средства для снятия этих парадоксов, поскольку с этим понятием неразрывно связано представление об иерархии вложенных масштабов, в которых структура остается однотипной. Операции в пределах элемента с меньшим

масштабом в силу одинаковости структуры могут служить для прогноза хода операций в пределах подобного ему элемента большего масштаба. Операции в меньших масштабах требуют меньших затрат времени, и если один масштаб несоизмеримо велик по отношению ко второму масштабу, то можно ввести представление об *одновременности*, отличающееся от представления об *одномоментности*. Имеется в виду следующее: в ходе медленного изменения состояния при описании направленного движения в большом масштабе времени каждый малый отрезок времени (события, связанные с описанием направленного движения, произошедшие в течение этого интервала времени, будем называть одновременными) будем рассматривать тем не менее как состоящий из огромного числа отдельных моментов, в каждый из которых движение происходит в своем особом фиксированном направлении. Это позволяет «прощупывать» последствия различных возможных вариантов движения и «выбирать» тот, который наилучшим образом реализует цель направленного движения в «медленном» времени. Но теперь та же проблема выбора и корректировки направления переносится на движения в фиксированных направлениях, происходящие в «быстром» времени, т. е. разворачивающиеся в отдельные моменты (моментами они являются только по отношению к движению в «медленном» времени). Она может быть решена точно так же, если допустить существование еще более мелкого масштаба (при сохранении структуры!), по отношению к которому прежний мелкий масштаб является несоизмеримо большим. Если таких уменьшающихся масштабов существует бесконечно много, то на любом масштабном уровне непрерывно осуществляется направленное движение и «одновременно» непрерывно производится его корректировка посредством «быстрых» разнонаправленных движений. Таким образом, разрешение внутреннего противоречия, присущего движению (и деятельности, которая является особым случаем движения), в идеале требует, чтобы движение разворачивалось на регулярном фрактале, точнее, на всех уровнях фрактальной структуры. В эти представления заложена та же идея, что и в представлении о физически бесконечно малом макроскопическом объеме, который тем не менее содержит огромное число атомов.

Мы не рассматриваем конкретные механизмы реализации медленных и быстрых движений. Они могут иметь различную природу в зависимости от субъекта и объекта деятельности. Ограничимся несколькими примерами. При движении самонаводящейся ракеты к движущейся по неопределенной траектории цели выбор и корректировка направления осуществляются с помощью некоторых механизмов, фиксирующих положение цели и меняющих направление движения ракеты. Но сами эти механизмы осуществляют серии мелких и быстрых движений, которые в ходе их осуществления также требуют коррекции. Другой пример дает схема развития интеллекта личности, предложенная Жаном Пиаже [58]. В ее основе лежит представление о формировании идеальных моделей действительности, обладающих свойством обратимости и обеспечивающих установление соответствия между действием, осуществленным в рамках модели, и реальным действием. Процесс формирования такой модели производится посредством ряда коррекций модели при сопоставлении действий в ее рамках с действиями в реальных условиях. При формировании подобных моделей и при их использовании происходит чередование медленных реальных действий и быстрых действий в сознании индивидуума. Если в качестве объекта деятельности выступает общество, а как ее субъект рассматривается окружающая природа, то большой масштаб (медленные процессы) задается окружающими материальными объектами. Более мелкий масштаб может представлять деятельность научного сообщества (или его части) по разработке моделей процессов. Еще меньший масштаб (и еще большая скорость процессов) связан с мышлением отдельного ученого, разрабатывающего проблему. Наконец, процессы в компьютере, осуществляющем моделирование по разработанному алгоритму, происходят еще быстрее, так как электроны имеют маленькую массу и их движение почти безынерционно.

Может быть, наиболее убедительное свидетельство в пользу разумности представления о фрактальном характере структуры деятельности дает изобретатель фрактальной геометрии Бенуа Б. Мандельброт, который говорит о мультифрактальной природе торгового времени в своей новой книге «(Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах» (напомним, что торговля – это, прежде всего, вид деятельности).

Согласно теории содержания образования В. С. Леднева структура деятельности детерминирует структуру содержания образования, поэтому становится ясной причина того, что структура содержания образования имеет качественный характер огрубленного фрактального объекта.

2.6. Проблема формирования тезауруса фундаментальных научных дисциплин

Нашей задачей является разработка методики оптимизации соотношения общего и специального образования. Для ее решения требуется проведение интеграции циклов математических, естественнонаучных и, по возможности, гуманитарных дисциплин.

Наиболее последовательный анализ интеграции, учитывающий степень близости элементов, проведен Ю. Н. Семиным с опорой на тезаурусный метод и метод групповых экспертных оценок, описанный В. С. Черепановым [64; 65; 81]. При этом им использован метод «наложения» тезаурусов для оценки пересеканности множеств дескрипторов и междисциплинарной связанности теорий интегрируемых монодисциплин. То есть в этих построениях множества дескрипторов трактовались как обычные множества евклидова пространства, для описания которых пригодны понятия границы и иллюстрации того же вида, что и, например, на рис. 1.1–1.3. Это действительно возможно, поскольку Ю. Н. Семин проводил интеграцию близких учебных дисциплин «Теоретическая механика», «Теория машин и механизмов» и «Сопротивление материалов».

В случае применения этого подхода к циклу естественнонаучных и математических дисциплин ситуация усложняется, так как полем установления интегративных связей являются математика, физика, химия, биология и т. д. В частности, возникает проблема при использовании метода экспертных оценок для ранжирования дескрипторов. Действительно, для данных дисциплин в роли экспертов фактически выступают многие поколения ученых, формировавшие их тезаурусы в течение всей истории существования каждой из этих дисциплин. При этом (также исторически) сложилась иерархия дескрипторов, состав-

ляющих тезаурус той или иной научной, а значит и учебной, дисциплины. Казалось бы, это упрощает ситуацию, поскольку, на первый взгляд, достаточно использовать сформированные исторически тезаурусы фундаментальных дисциплин (включая математические), взяв их из энциклопедий и других общепризнанных всем научным сообществом источников. Однако при более пристальном внимании к проблеме интеграции фундаментальных дисциплин на основе их тезаурусов обнаруживаются принципиальные трудности. На промежуточном этапе формирования междисциплинарного тезауруса строится «пересечение» тезаурусов интегрируемых дисциплин, которое позволяет выделить области попарного «пересечения» и ядро – область наложения всех частных тезаурусов. Возможность такого построения кажется очевидной, но она зависит от природы множеств элементов тезаурусов. Она реализуется в том случае, когда можно оперировать такими понятиями, как «граница множества» и «внутренность множества». Подобного рода построение, безусловно, можно выполнить, если это множества элементов тезаурусов определенного типа и их топологическая размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа – Безиковича. В других случаях не исключена ситуация, когда построение тезауруса окажется неоднозначным, поскольку связь элементов множества (в нашем случае понятий, которые включены в тезаурусы) и степень их близости могут быть неопределенными, если соответствующие множества имеют фрактальную природу.

Построение, аналогичное в плане идеологии подходу Ю. Н. Семина, было предложено нами для определения характера междисциплинарного тезауруса точных наук (математики и естественнонаучных дисциплин) [22]. Но нами не было учтено, что в случае фундаментальных научных дисциплин сомнение в природе множеств понятий, которыми они оперируют, становится обоснованным. Считается, что фундаментальные дисциплины образуют иерархическую систему, причем дисциплины более высокого уровня не требуют использования понятий дисциплин более низкого уровня. Так, биологию можно строить на основе понятий химии и физики, а химию – на основе понятий физики. Как выяснилось при создании квантовой механики и теории относительности, сказанное верно только при некотором огруб-

лении. В этих научных дисциплинах проявилось нетривиальное знание того, что результаты определения состояния исследуемых объектов (микрообъектов и тел, движущихся с большими скоростями) должны выражаться в терминах состояния макроскопических систем, при помощи которых производится измерение. Макроскопические системы – это системы, соразмерные привычным для нас масштабам (без большой натяжки их масштаб можно отождествить с масштабом биологических объектов). Альберт Эйнштейн свои лекции об основах теории относительности, прочитанные в 1921 г. в Принстонском университете, начинает с утверждений, связанных с проблемой измерения (точнее, с проблемой фиксации нами состояний окружающего мира): «Всякая наука, будь то наука о природе или психология, стремится систематизировать наши переживания и уложить их в логическую схему»; «Понятия и системы понятий ценны для нас лишь постольку, поскольку они облегчают нам обозрение комплексов наших переживаний; другого оправдания они не имеют» [83, с. 7]. Этим признано, что любое измерение состояния физической или химической системы сводится к фиксации состояний биологической системы и что понятия физики и химии не могут быть исчерпывающе определены без опоры на понятия биологии и психологии. Фактически об этом и говорит А. Эйнштейн: «На мой взгляд, величайшее преступление философов состоит именно в том, что они перемещают некоторые основные понятия наук о природе из доступной контролю области эмпирически целесообразного на недоступные высоты мысленно-необходимого (априорного); ибо если и показано, что мир понятий не может быть построен при помощи логики или каким-либо иным путем из наших переживаний, но представляет в известном смысле свободное творение человеческого духа, тем не менее он столь же мало независим от наших переживаний, как, например, платье от формы человеческого тела.

В особенности это верно по отношению к нашим понятиям времени и пространства...» [83, с. 7]. Следуя логике Эйнштейна, можно утверждать, что основные понятия фундаментальных наук детерминированы нашими психологическими и биологическими свойствами, хотя выразить эту связь логически затруднительно. Это затруднение,

по-видимому, обусловлено тем, что, в свою очередь, понятия биологии и психологии нельзя исчерпывающе определить, не опираясь на понятия физики и химии. Наиболее фундаментальное выражение этой проблемы дает знаменитая теорема Геделя о неполноте аксиоматической системы [75]. Ее смысл заключается в том, что невозможно в рамках любой аксиоматической системы дать критерии истинности всех ее суждений, т. е. неизбежным становится выход за пределы всякой аксиоматической системы. Другой стороной той же проблемы является использование индуктивных понятий в рамках формальной логики. Всякое индуктивное понятие характеризуется объемом и содержанием [80]. Определение логического понятия строится на основе указания его связей с другими понятиями, которые фигурируют в качестве существенных признаков данного понятия, т. е. формируют содержание определяемого понятия. При этом нет однозначного критерия, согласно которому выбранные признаки относятся к существенным. В пределе исчерпывающее определение логического понятия требует установления его связей со всеми остальными понятиями. При этом пределе элементы любого тезауруса связаны между собой, поскольку основой всех тезаурусов являются индуктивные понятия. Разумеется, в реальной практике любое понятие определяется с некоторым огрублением. Практически это огрубление производится в ситуации некоторого произвола при отборе существенных признаков логического понятия. Обычно их отбор диктуется сложившейся традицией, т. е. не поддается строгому контролю и допускает произвол. Степень этого произвола можно признать низкой при рассмотрении близких инженерных дисциплин, что и демонстрирует эффективность построения междисциплинарного тезауруса Ю. Н. Семиным. Но история появления квантовой механики и теории относительности показывает, что приложение этого подхода к фундаментальным естественнонаучным дисциплинам требует более тщательного определения связей элементов и характеристики их множеств. Для более ясной формулировки возникающей проблемы допустим, что в качестве интегрируемых монодисциплин взяты физика, химия и биология. Но для определения любого понятия каждой из этих дисциплин используются представления о пространстве и времени. Это делает невозможным

строгое отнесение какого-либо понятия только к области биологии или только к области физики или химии. Это означает, что все дескрипторы в явной или скрытой форме, с большим или меньшим «весом» присутствуют во всех частях множеств. Возникает, следовательно, не просто проблема отнесения данного дескриптора к той или иной части объединения множеств, а проблема разработки подхода, позволяющего характеризовать «вес» присутствия данного дескриптора (понятия) в другом дескрипторе (понятии). Это подводит к необходимости отождествлять дескриптор (понятие) не с элементом, который можно изобразить точкой, локализованной в некотором пространстве, а с множеством элементов, распределенных в пространстве с переменной плотностью. Степень связи дескрипторов (понятий) можно выразить с помощью «перекрытия» множеств элементов, соответствующих двум дескрипторам (понятиям), причем возможны такие способы введения этой связи, при которых рост степени «перекрытия» множеств приводит к росту взаимной связи, но «вес» первого понятия во втором и «вес» второго в первом не одинаковы. Например, «вес» понятия можно отождествить со средней вероятностью попадания элементов множества, изображающего это понятие, между элементами множества, изображающего второе понятие.

Исходя из принципа соответствия предлагаемый подход к построению тезаурусов в общем случае должен опираться на множества, которые в одном пределе имеют размерность Хаусдорфа – Безиковича, равную топологической размерности (т. е. на множества типа, положенного Ю. Н. Семиным в основу его методики), а в другом пределе они имеют свойства, при которых в произвольной окрестности элемента с определенной характеристикой находятся элементы с другими характеристиками (что лучше соответствует потребностям анализа интеграции фундаментальных дисциплин, имплицитно присутствующих во всех частях научного знания). Для создания такой возможности целесообразно использовать понятие неоднородного фрактала, или мультифрактала.

Это позволяет объяснить некоторые моменты в эволюции научного знания и развертывании содержания образования. На индуктивном этапе развития научного знания, т. е. до отделения от общего

ствола научного знания математики (и логики), безусловно, существовали элементы математических, физических, химических и других знаний, но они сливались в одно целое. Это слитное существование можно трактовать различными способами, например, так: один и тот же человек в процессе своей деятельности свободно переходил от одних фрагментов знания к другим, т. е. отсутствовала специализация. Поэтому с точки зрения «большого масштаба», заданного временем профессиональной деятельности, все эти фрагменты знания сливались просто в знание. Аналогичная ситуация имеет место и сейчас, когда воспитатель в старшей группе детского сада или учитель младших классов школы свободно чередует в процессе занятий элементы арифметики с элементами физических и биологических представлений. На дедуктивном этапе развития научного знания происходит быстрый рост числа понятий в каждой области научного знания. Рост содержания области научного знания, в конце концов, превосходит масштаб профессиональной деятельности личности. Это, по-видимому, произошло в период исчезновения энциклопедистов. Появились специалисты в отдельных областях знания, а само знание стало выглядеть как набор элементов «мозаики». При дальнейшей дифференциации эти элементы распались на множество более мелких. Аналогию описанному нетрудно отыскать в области педагогики: учебные дисциплины, соответствующие научным, в целом повторяют их структуру.

Образно говоря, формируется «мозаика», каждый элемент которой сам является отдельной «мозаикой», и т. д. Рассматривая ее с различных расстояний, мы можем видеть на малом удалении одну «мозаику» в деталях, а на большом расстоянии перед нами предстанет «мозаичная картина» в целом. Фракталы (и порожденные ими мультифракталы) являются объектами, очень удобными с точки зрения формализации рассмотренных выше явлений. Это связано с тем, что фракталы имеют самоподобную структуру, характерной особенностью которой является циклическая зависимость средних параметров от плавно изменяющегося масштаба выделенной области. Если можно так выразиться, собственный масштаб «вшит» в природу фракталов в процессе построения. Поэтому, имея дело с одним мультифракталом, уже можно говорить о зависимости вклада составляющих его

фракталов от выбора масштаба и положения выделенной области. В одном случае основной вклад даст один фрактал, в другом – второй, а в третьем случае их вклады окажутся равными.

В заключение необходимо отметить неподготовленность базы педагогики к немедленному переходу на новый язык описания и отсутствие соответствующих математических моделей. Так, в случае уже ставшего привычным применения фракталов в географии, физике и т. п., например при изучении свойств береговой линии, установление свойств геометрического носителя фрактала или мультифрактала не вызывает проблем. В случае объектов теории научного знания и педагогики (логические понятия, личность, деятельность личности и их характеристики) неясно, что является пространством, в которое они вложены. Это обуславливает необходимость при интерпретации наблюдаемых в этих областях явлений ставить не только задачу поиска подходящих фракталов, но и, одновременно, задачу поиска подходящего геометрического носителя. Тем не менее этап качественного описания явлений педагогики и научного знания на уровне применения новых математических понятий необходим и продуктивен, поскольку:

1) прежде полномасштабного построения моделей необходимо получить подтверждение действенности предлагаемого подхода на доступном уровне описания;

2) должна произойти взаимная притирка (аккомодация) современных математических методов и способов описания, применяемых в педагогике (в теории содержания естественнонаучного образования и эмпирической основе этой теории – педагогической практике);

3) уже на этом этапе можно рассчитывать получить полезные для педагогики результаты.

Представление о фрактальном характере объектов педагогики может привести и к выводам более принципиального характера. Действительно, формирование нового мультифрактала можно представить как наложение на одну геометрическую основу-носитель мультифракталов, составленных из элементов разного цвета (различного качества). В этом новом неоднородном мультифрактале будут присутствовать области сгущения элементов с заданным качеством – это, в терминологии В. С. Леднева, апикальные компоненты структуры, но

присутствуют и области сгущения элементов с другими качествами – иные апикальные компоненты, в которых имплицитно присутствуют элементы, характерные для всех прочих апикальных компонентов. На рис. 2.16 приведена схема, описывающая ситуацию неоднородного мультифрактала, построенного из элементов трех различных цветов (качеств). Интенсивность данного цвета в некоторой области подложки пропорциональна плотности элементов с этим качеством, или локальной размерности Хаусдорфа неоднородного мультифрактала из элементов соответствующего цвета. Если различным цветам соответствуют «усвоение», «развитие» и «воспитание», то рис. 2.16 более точно передает смысл понятия «структура образования» [56]. В вершинах расположены апикальные компоненты из элементов с данным качеством, но эти же элементы имплицитно присутствуют во всей остальной области подложки. Здесь цвета могут соответствовать следующим качествам: синий – общее образование, красный – специальное образование и желтый – общественно полезный труд. В другом варианте: синий – элементы математических, красный – элементы естественнонаучных и желтый – элементы гуманитарных дисциплин и т. п. Во втором случае – это схематическое изображение сечения сквозной линии «общее образование». Следовательно, в любой части сечения этой сквозной линии присутствуют элементы всех трех видов, принадлежащие как к математическим, так и к естественнонаучным, так и к гуманитарным дисциплинам в различных соотношениях между собой.

Ясно, что прямая попытка качественно и количественно охарактеризовать описанную выше структуру содержания образования сталкивается с большими трудностями, хотя бы потому, что ее реализация требует систематической обработки и анализа эмпирического материала, относящегося к различным уровням. Эти уровни отличаются пространственно-временными масштабами. Так характерные масштабы инженерного цикла дисциплин (время изложения и контингент) существенно больше, чем соответствующие характерные масштабы одной из дисциплин этого курса, а тем более отдельной конкретной темы. Тем не менее, сами характерные масштабы в традиционных технологиях обучения фиксированы, в том числе на уровне норматив-

ных материалов. Но необходимо иметь в виду, что в настоящее время бурно развивается сегмент образования, опирающийся на компьютерные технологии, который содержит новые уровни и новые пространственно-временные масштабы.

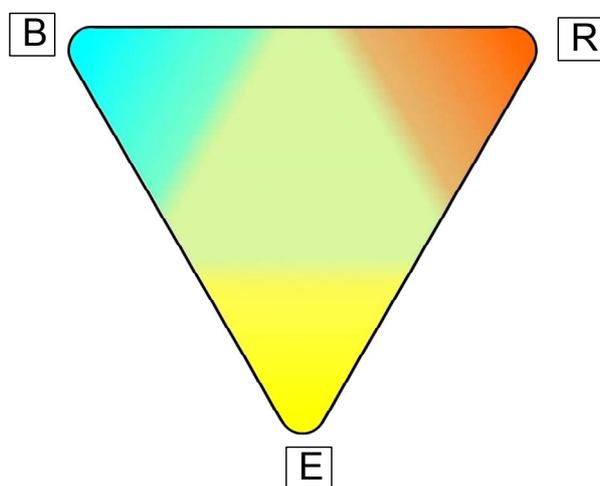


Рис. 2.16. Распределение плотностей элементов (или локальных значений размерностей Хаусдорфа) мультифрактала составленного из трех неоднородных мультифракталов, элементы которых имеют качественные отличия

В результате, следует отметить, что непосредственное использование методов фрактальной геометрии для описания содержания образования и его структуры будет возможным только в отдаленной перспективе и в настоящий момент представляется преждевременным. Но, проведенный анализ позволяет указать на еще одну перспективную возможность. Она связана с тем, что описание неоднородных мультифракталов фактически использует язык теории вероятностей для характеристики наличия, или отсутствия элемента мультифрактала в данной области подложки. Когда же речь идет о мультифрактале, составленном из элементов с различными качествами (элементов различного цвета), как в случае, проиллюстрированном на рис. 2.16, то вероятностное описание должно учитывать и возможность вариации «цвета». В обоих случаях вероятность обнаружения элемента можно трактовать как функцию принадлежности элемента к нечеткому множеству [47]. Это естественным образом приводит к возможности описания содержания образования на основе использования нечеткой ло-

гики [53]. Ее основное отличие от классической формальной логики связано с отсутствием в ней принципа исключенного третьего [52], что позволяет расширить применение методов логики для описания ситуаций, характеризующихся размытым характером представленных данных [38], к которым относится большинство ситуаций, рассматриваемых в педагогической науке. Теория нечетких множеств и нечеткая логика имеют развитый математический аппарат, но в то же время уже нашли широкое применение в автомобильной, аэрокосмической и транспортной промышленности, анализе и принятии управленческих решений и многих других. В бизнесе и финансах нечеткая логика получила признание после того, как экспертная система на основе нечетких правил единственная предсказала биржевой крах. Это дает основание рассматривать нечеткую логику как перспективный инструмент для анализа и планирования содержания образования.

2.7. Проблемы применения фрактального описания к объектам педагогики

Сопоставление языков описания структуры объектов фрактальной геометрии и описания структуры содержания образования и научного знания позволяет утверждать, что содержание образования и научное знание имеют фрактальную природу. К тому же выводу приводит анализ внутренних противоречий в процессе деятельности и связи понятий фундаментальных научных дисциплин, а также исследование характера индуктивных понятий.

В огрубленном виде мультифрактал представляет «мозаичное панно», каждый элемент которого сам является «мозаикой». И так на нескольких уровнях масштаба. Именно такую «мозаику» представляют собой научное знание и содержание образования.

Для определения параметров подобной «мозаики» требуется повторное исследование широкого эмпирического материала, предоставляемого практикой педагогики, с позиций фрактальной природы объектов. Имеется принципиальная трудность, связанная с тем, что математический аппарат фрактальной геометрии предполагает знание свойств геометрической основы-носителя, которая для реальных объектов неизвестна (неясно, например, сколько измерений имеет про-

странство геометрической основы-носителя, является ли оно евклидовым и т. п.).

Но, возможно, промежуточный приемлемый выход может подсказать анализ эволюции научного знания, поскольку фактически эта эволюция и оказывается исторической реализацией деятельности общества, направленной на расшифровку сложной «мозаики», которой является окружающая действительность. То есть оптимальный путь состоит в том, чтобы следовать апробированным решениям, реализованным исторически при развитии научного знания, но с учетом корреляции, связанной с фрактальным характером его структуры и структуры содержания образования.

Следует иметь в виду, что возможно одним из наиболее перспективных направлений математического описания объектов теоретической педагогики может быть применение в ней аппарата нечетких множеств и методов нечеткой логики.

Отметим, что в развитии и систематизации научного знания все большую роль играет понятие *симметрии*, что приводит к необходимости обратиться к анализу этого понятия и его роли в эволюции научного знания.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ НАУЧНОГО ЗНАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

3.1. Схема деления области научного знания Е. Вигнера

Вопросу классификации научного знания посвящено большое количество работ [33; 36; 37; 69; 84]. Их общая характерная особенность состоит в том, что они выполнены в основном специалистами в областях, далеких от точных научных дисциплин. Идеи, связанные с систематизацией научных дисциплин, возникающие в рамках самих научных дисциплин, представляют особый интерес, поскольку они сохраняют оптимальный баланс общности и конструктивности и, что важно, ориентированы не на обобщение хорошо установленных фактов и принципов, а на практические потребности, обращенные в будущее. Пример, подтверждающий эту мысль, дает схема деления области научных знаний, предположенная известным физиком-теоретиком середины прошлого века Е. Вигнером [14]. Ее разработка обусловлена конкретной проблемой, появившейся в ходе работы самого Е. Вигнера. В рамках квантовой теории поля, которой он занимался, были сформулированы новые принципы симметрии (инвариантности), названные динамическими, отличные от установленных ранее классических или, иначе, геометрических принципов симметрии. Вигнеру было необходимо охарактеризовать место динамических принципов симметрии среди прочих. Для этого он предложил различать три уровня в области научного знания: I – уровень явлений природы, II – уровень законов природы и III – уровень принципов симметрии (инвариантности). Третий уровень делится на два подуровня: III.1 – подуровень геометрических (классических) принципов симметрии и III.2 – подуровень динамических принципов симметрии. Последнее деление проведено Е. Вигнером по такому признаку: классические принципы симметрии сформулированы на языке явлений природы,

т. е. языке первого уровня научного знания, а динамические принципы симметрии сформулированы на языке законов природы, т. е. языке второго уровня научного знания. Одновременно становится понятно, почему динамические принципы симметрии возникают позже, чем классические: уровень «законы природы» входит в общественную практику позднее, чем уровень «явления природы» и, соответственно, его обобщение наступает позднее. Нам этот факт важно отметить, поскольку он характеризует один из аспектов эволюции научного знания. Этим самым Е. Вигнер решил стоящую перед ним конкретную проблему, не уделяя внимания детализации схемы. Нас будут интересовать как раз опущенные им детали, в связи с чем постараемся провести их реконструкцию.

Первый уровень. Явлением природы называется все то, что можно наблюдать непосредственно, с помощью органов чувств, или опосредованно, с помощью приборов. Анализ содержания этого краткого определения начнем с уточнения роли определений. Любое из них делит некоторую группу объектов на две части и только поэтому определение является конструктивным и полезным. Так, из определения «деревья – это растения, которые обладают корневой системой, стволом, делящимся на ветви, образующие крону, листвою, в которой происходит реакция фотосинтеза» немедленно вытекает деление группы «растения» на подгруппы «деревья» и «другие растения: кустарники, травы, мхи, водоросли и т. д.». В определении понятия «явление природы» не указано, где производится наблюдение, когда оно производится и кто его производит. Возникает впечатление, что явлением природы можно признать все в принципе существующее, но тогда это определение не конструктивно. Конструктивный смысл ему придает признание того, что с точки зрения научного знания в принципе существовать могут Бог, дух, душа, потусторонний мир. Но при этом они не относятся к области научного знания, наука не отрицает возможности их существования, она лишь ограничивает область своей деятельности. Такое ограничение имеет смысл, только если мы можем указать существенные признаки как явлений природы, так и объектов, отличных от них. К существенным признакам группы «явления природы» следует отнести наличие ал-

горитма, позволяющего осуществить наблюдение. В этот алгоритм должно входить указание на место и время наблюдения, т. е. всякое явление природы локализовано в пространстве и времени и потому, в определенном смысле, «подчинено» нам. Степень локализации и подчинения различна в зависимости от того, идет ли речь о неодушевленном предмете (дерево, стол), одушевленном (волк) или одушевленном и наделенном сознанием и свободой воли (человек). Согласно общепринятым определениям объекты, не относящиеся к явлениям природы, имеют принципиально иную степень локализации или вполне нелокальны (Бог) и при этом обладают свободой воли. Это выводит их из области «подчиненного» нам, поэтому научное знание корректно и конструктивно указывает, что к его области эти явления не могут относиться.

Явлений природы бесконечно много, во всяком случае, много больше, чем то число явлений природы, которое может зафиксировать отдельный человек за свою жизнь, или даже то, которое в состоянии зафиксировать человечество в целом. Если бы нам были известны все явления природы независимо от места и времени, то необходимость в научном знании отпала бы. Но всезнание по определению является атрибутом Творца мироздания, нам же его заменяет отчасти научное знание. Компенсацию отсутствия всезнания осуществляют законы природы.

Второй уровень научного знания. Закон природы – это корреляционная связь между двумя рядами явлений природы, реализующаяся всякий раз, когда осуществляется заранее оговоренный комплекс условий. Приведем пример. На столе лежат несколько предметов: ложка, ластик, карандаш и тряпка. Это четыре явления природы, принадлежащие одному ряду, так как их можно наблюдать и они объединены общим признаком. Другой ряд явлений природы: те же четыре предмета подвешены над столом на одинаковой высоте на тонких нитях. Комплекс условий, создающий связь этих двух рядов явлений природы: стол неподвижен относительно поверхности земли и расположен недалеко от нее; предметы, подвешенные над столом, неподвижны относительно него, они плотнее воздуха; наконец, нити обрезают. Предметы падают, и явления второго ряда преобразуются в явления первого ряда.

Функции законов природы: 1) прогнозирование; 2) сокращение описания; 3) реконструкция.

1. Прогнозирование хода событий возможно только потому, что мы уверены в неизбежности действия законов природы включая данный. Поэтому мы полагаем, что если завтра будут повторены *все* условия опыта, то его результат тоже повторится. При этом мы неявно опираемся на принцип, лежащий в основе логики и всего эмпирического знания: будущее подобно прошедшему. Этот принцип был сформулирован еще в Ветхом Завете. В книге Экклезиаста эта мысль аллегорически выражена так: что было, то и будет; что делалось, то и будет делаться, и нет ничего нового под солнцем. Ограничение только в том, что мы не знаем и не можем знать всех событий прошедшего. Да и расчет на повторение хода событий в будущем является только лишь нашей надеждой. Кроме того, мы не можем проконтролировать *все* условия как исходного, так и повторного опыта.

2. По выражению Е. Вигнера, законы природы наделяют структурой множество явлений природы. На рис. 3.1 в некоторой части плоскости бесконечное множество точек изображает бесконечное множество явлений природы.



Рис. 3.1. Деление области явлений природы законами природы на части:

1 – закон Кулона; 2 – закон всемирного тяготения Ньютона;
3 – II закон Ньютона

Каждое явление природы по отношению к некоторому закону природы может находиться в двух отношениях: либо оно связано с ним, либо не имеет к нему отношения. Предполагается, что действует принцип исключенного третьего, а множества непрерывны, т. е. не имеют фрактальной природы, и их подмножества могут характеризоваться в терминах «граница», «внутренняя часть множества» и т. п.

Например, свечение лампы накаливания связано с законом Ома, а падение тела на землю не относится к нему. Поэтому явления природы, относящиеся к закону Ома, можно выделить в область, отмеченную на рис. 3.1 цифрой 1. Явления природы, подчиненные закону всемирного тяготения, собраны в области, отмеченной цифрой 2, а явления природы, связанные со II законом Ньютона, показаны на рис. 3.1 в области, отмеченной цифрой 3. Две последние области очевидно пересекаются.

В результате три закона природы порождают разбиение области явлений природы на пять частей, расположенных определенным образом относительно друг друга. Это и означает, что законы природы наделяют структурой множество явлений природы. С точки зрения функционирования научного знания важнее другое: частей, на которые законы природы разбивают множество явлений природы, относительно «меньше», чем явлений природы. Кавычки стоят потому, что законов природы в принципе бесконечно много, как и явлений природы, но, во-первых, это разные бесконечности, а во-вторых, можно говорить о том, что в нашем огрубленном видении число известных нам законов природы много меньше числа явлений природы, с которыми мы сталкиваемся. Меньшим количеством объектов оперировать легче, и это определяет эффективность научного знания.

3. Знание всего двух законов природы и одного явления природы позволяет восстановить бесконечное множество других явлений природы. Пусть эти два закона природы – II закон Ньютона и закон всемирного тяготения, а явление природы – положение и скорость движения планеты Марс в некоторый момент времени. Эти данные позволяют рассчитать положение Марса и его скорость во все моменты прошлого и будущего, т. е. реконструировать бесконечное множество явлений природы.

Третий уровень научного знания. Данный уровень Е. Вигнер характеризует описательно, утверждая, что принципы симметрии играют по отношению к законам природы ту же роль, что и законы природы по отношению к явлениям природы. Такое описательное определение принципов симметрии и их роли, по-видимому, связано с тем, что опыт работы с принципами симметрии общества значительно более скуден, чем опыт работы с законами природы и тем бо-

лее явлениями природы; кроме того, он является принадлежностью узкого круга людей даже среди членов научного сообщества. Сделать его доступным возможно более широкому кругу людей означает сформировать у них целостную научную картину мира. Это становится понятным при взгляде на рис. 3.2, иллюстрирующий деление области научных знаний по схеме Е. Вигнера.

В схеме учтено, что в силу сокращения описания каждый последующий уровень *уже* предшествующего, но при этом он структурирует предшествующий уровень, т. е. дает его сокращенное описание.

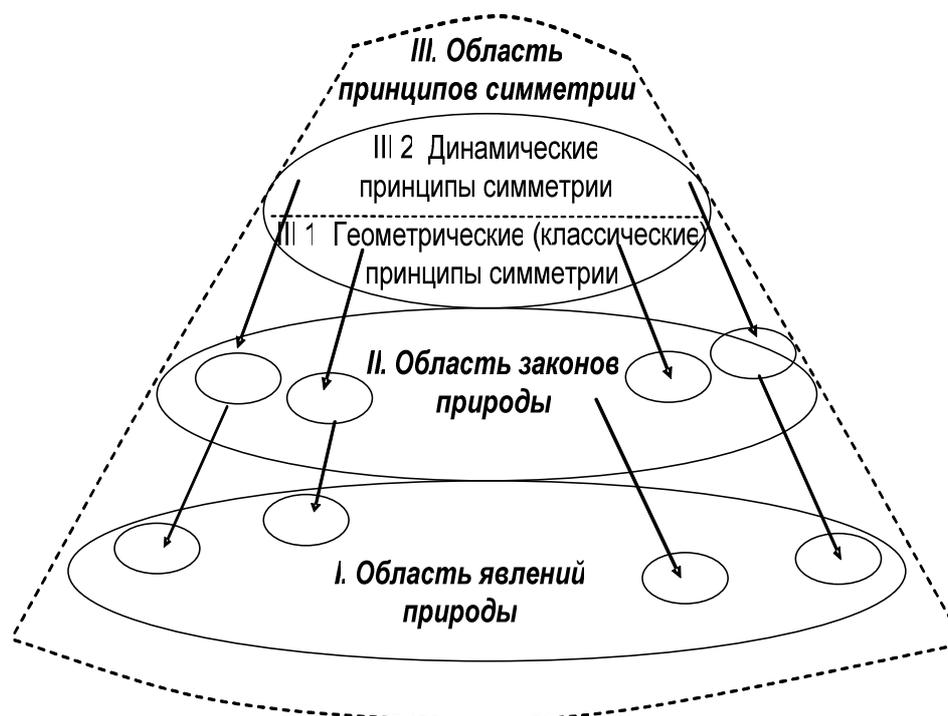


Рис. 3.2. Схема деления области научного знания по Е. Вигнеру

Именно эта схема может служить основой целостной и стройной научной картины мира. Перефразировав высказывание Анри Пуанкаре о математическом рассуждении из его известного доклада «О математическом творчестве», можно сказать: научная картина мира не беспорядочная груда явлений и законов природы, а их упорядоченная цепь. Это позволяет владеющему ей видеть ее в целом и в то же время свободно обращаться к любому ее фрагменту. Таких возможностей не создают те научные картины мира, которые зачастую предлагаются в курсах «Концепции современного естествознания», – механическая, электромагнитная, квантово-релятивистская и др.

3.2. Общая идея симметрии и иерархия симметрий

Объект обладает свойствами симметрии относительно некоторой группы преобразований, если при действии на него преобразований этой группы некоторые свойства (стороны, отношения...) остаются инвариантными [12]. Свойствами группы преобразований кроме требования замкнутости относительно операции композиции являются еще два: 1. Любая группа должна содержать единичное (тождественное) преобразование. Его композиция с любым преобразованием группы тождественна этому последнему. 2. Каждое преобразование группы должно иметь обратное. Композиция прямого и обратного преобразования тождественна единичному. В нашем примере в качестве единичного преобразования выступает поворот на 0° , а взаимно обратными преобразованиями являются повороты на одинаковый по величине угол по и против часовой стрелки, например на углы 240° и -240° .

В качестве примера приведем правильные многоугольники с числом сторон, кратным трем: равносторонний треугольник, правильный шестиугольник, правильный девятиугольник и т. д.

Все эти многоугольники не меняют своего вида при поворотах относительно центров фигур по или против часовой стрелки на любой угол, кратный базовому углу $\varphi_3 = 120^\circ$. Остаются неизменными сами фигуры, длины сторон, площади фигур, углы. Произвольный угол поворота, кратный базовому, можно задать соотношением $\varphi_{3m} = m \cdot 120^\circ$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$. Базовый угол вычисляется по правилу $\varphi_n = 120^\circ/n$, где $n = 1, 2, 3 \dots$. При $n = 3$ (наш случай) мы говорим о группе вращений вокруг оси третьего порядка l_3 , проходящей через центр правильного многоугольника перпендикулярно его плоскости (рис. 3.3, а); набор правильных многоугольников, являющихся инвариантами этой группы, показан на рис. 3.3, б.

Здесь используется понятие *группы преобразований*. Она характеризуется свойством замкнутости: последовательное выполнение двух преобразований группы (композиция преобразований) снова является преобразованием этой же группы. Выпишем в явном виде перечень поворотов группы l_3 : $\dots 720^\circ, 600^\circ, 480^\circ, 360^\circ, 240^\circ, 120^\circ, 0^\circ, -120^\circ, -240^\circ, -360^\circ, -480^\circ, -600^\circ, -720^\circ, -840^\circ \dots$ Легко видеть, любая композиция двух поворотов дает поворот этой же группы:

$S(-720^\circ) \times S(240^\circ) = S(480^\circ)$. Не всякий, даже упорядоченный, набор поворотов имеет такое свойство. Например, его не имеет набор: $\dots 110^\circ, 60^\circ, 10^\circ, -40^\circ, -90^\circ, -140^\circ, -190^\circ \dots$. Действительно, композиция поворотов на 60° и 10° приводит к повороту на 70° , которого нет в исходном списке. Если его пополнить этим поворотом, то новый вариант списка снова придется пополнять по тому же принципу. Именно поэтому такой незамкнутый набор преобразований не принято называть группой.

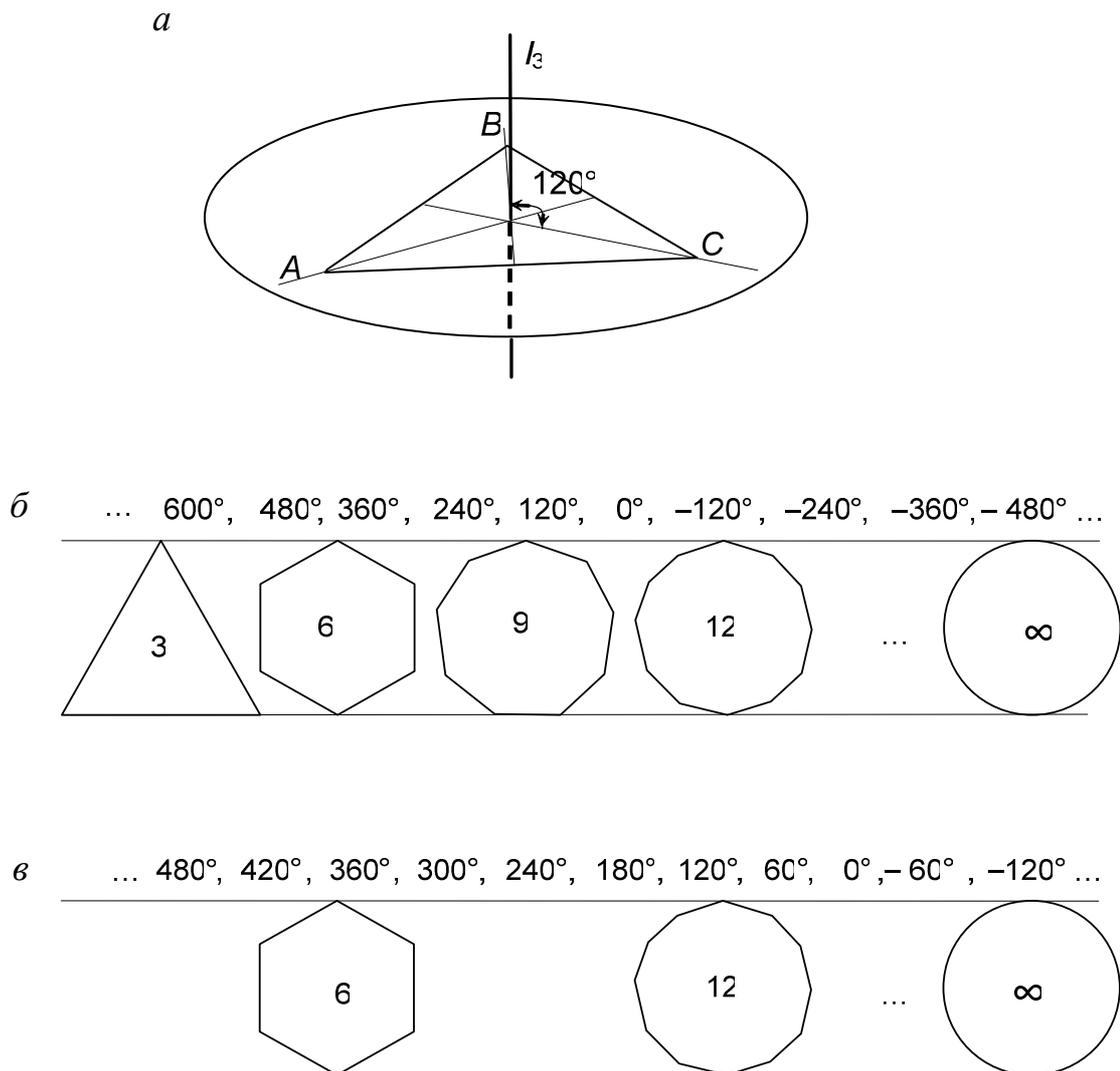


Рис. 3.3. Группы вращений третьего и шестого порядков:
a – вращения равностороннего треугольника ABC вокруг оси третьего порядка l_3 ;
б – инварианты группы поворотов третьего порядка подгруппы группы поворотов шестого порядка; *в* – инварианты группы поворотов шестого порядка

Очевидно, нельзя говорить о свойствах симметрии объектов относительно неопределенного набора преобразований, не образующего замкнутой группы.

Рассмотрим теперь группу поворотов шестого порядка с осью l_6 и базовым углом $\varphi_6 = 60^\circ$. Построим перечень углов поворота этой группы преобразований: $\dots 720^\circ, 660^\circ, 600^\circ, 540^\circ, 480^\circ, 420^\circ, 360^\circ, 300^\circ, 240^\circ, 180^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 0^\circ, -60^\circ, -120^\circ, -180^\circ \dots$

Нетрудно видеть, что в перечень углов поворота группы l_6 входят все углы поворотов группы l_3 . Говорят, что группа l_3 является подгруппой группы l_6 . Отметим, что перечень инвариантов подгруппы l_3 , приведенный на рис. 3.3, б, *шире* перечня инвариантов группы l_6 , включающей ее (рис. 3.3, в), в отличие от перечня углов поворота, который *уже* для подгруппы l_3 , включенной в группу l_6 . Тем не менее группа и ее подгруппа обязательно имеют общие инварианты.

Можно показать, что группа l_6 имеет еще две подгруппы: одна – это группа поворотов с осью l_2 и базовым углом $\varphi_2 = 180^\circ$ и вторая – группа тождественных преобразований, которая является подгруппой любой группы. В нашем случае это группа поворотов l_1 с базовым углом $\varphi_1 = 180^\circ$, так как все углы поворота группы тождественных преобразований эквивалентны повороту на угол 0° , т. е. отсутствию поворота. Список инвариантов группы тождественных преобразований наиболее широк, так как включает произвольные геометрические фигуры. В результате группа поворотов l_6 расщепляется на три подгруппы l_3, l_2 и l_1 . Схематически это показано на рис. 3.4.

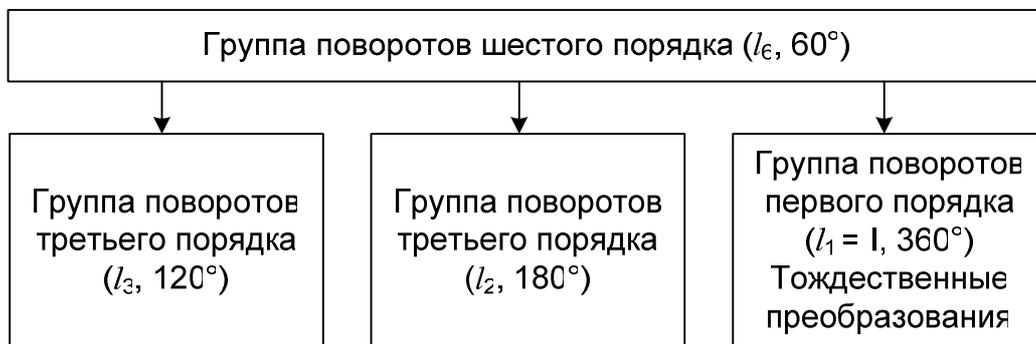


Рис. 3.4. Расщепление группы поворотов шестого порядка на три подгруппы

Кроме группы поворотов существуют и другие группы, например группа трансляций относительно выделенного направления. Это группа параллельных переносов на отрезок с длиной, кратной длине некоторого базового отрезка: $b_m = m \cdot a$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$; a – длина базового отрезка. Инвариантами этой группы являются узоры любого орнамента, повторяющегося со сдвигом на шаг a вдоль выбранной оси. Фрагмент такого орнамента показан на рис. 3.5.

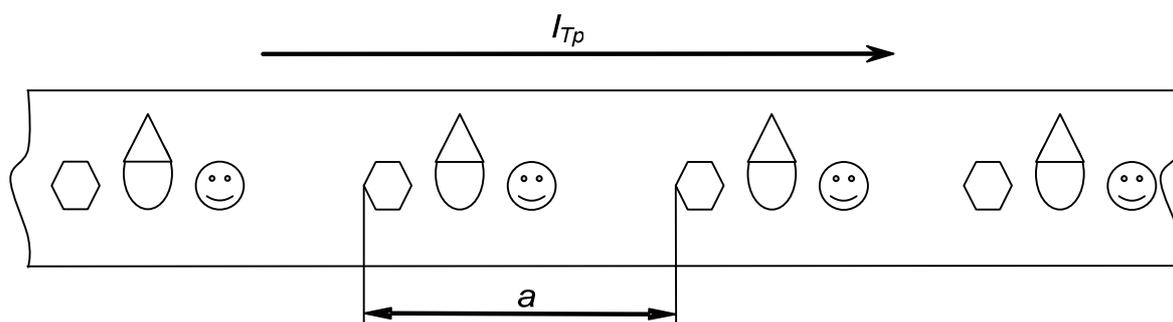


Рис. 3.5. Фрагмент фигуры – инварианта преобразования параллельного переноса вдоль оси трансляции l_{Tp} на любой отрезок с длиной, кратной шагу a

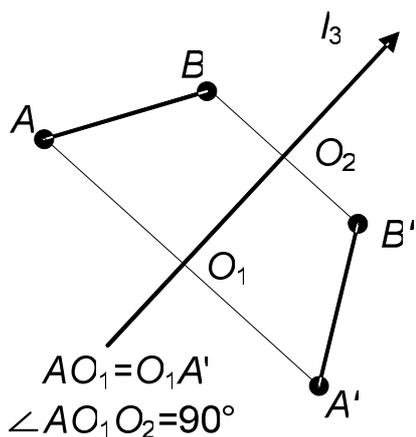
Группы поворотов на различные базовые углы $\varphi_n = 360^\circ/n$, $m = 1, 2, 3$ объединены в общую группу вращений так же, как и группы трансляций с шагами различной длины объединены в общую группу параллельных переносов вдоль выделенного направления l_{Tp} . Характерной особенностью группы вращений и группы параллельных переносов является наличие у них общих инвариантов. Общими инвариантами являются длины и углы.

Действительно, при любом повороте и любом параллельном переносе длины сторон, совмещающихся при любом преобразовании данной группы, равны, как равны и углы, стороны которых совмещаются в результате преобразования (см. рис. 3.3 и рис. 3.5). Поэтому группу вращений и группу параллельных переносов, имеющих общие инварианты, объединяют как подгруппы группы движений.

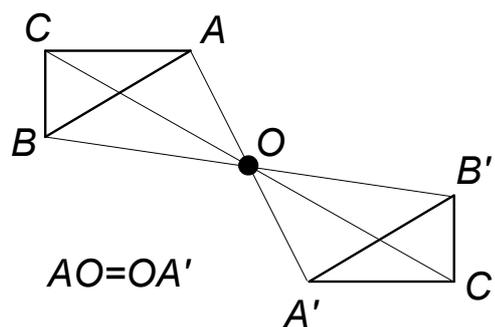
Двумя другими подгруппами группы движений являются группа зеркальных отражений и группа центральных симметрий. Преобразования отражения относительно оси (плоскости) и инверсии относительно точки, которые порождают эти группы, показаны на рис. 3.6,

a , b , а примеры инвариантов этих групп – на рис. 3.6, $в$, $г$. Фигура является инвариантом группы зеркальных отражений, если она имеет хотя бы одну ось зеркальной симметрии; фигура является инвариантом группы центральной симметрии, если она имеет точку – центр симметрии.

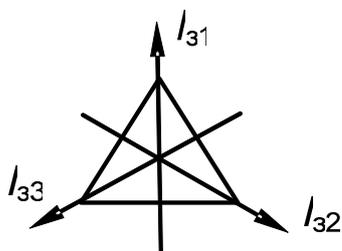
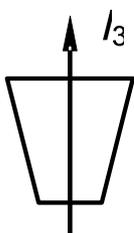
a



b



$в$



$г$



Рис. 3.6. Зеркальная и центральная симметрии:

a – преобразование зеркальной симметрии как инверсия относительно прямой (следа зеркальной плоскости) – оси зеркальной симметрии l_3 ; b – преобразование центральной симметрии как инверсия относительно точки – центра инверсии O ; $в$ – фигуры – инварианты преобразования зеркальной симметрии (совмещаются с собой при отражении относительно осей зеркальной симметрии); $г$ – фигуры – инварианты преобразования центральной симметрии (совмещаются с собой при инверсии относительно центра)

В свою очередь, группа движений является подгруппой группы преобразований подобия, которую порождают параллельные переносы

сы в пространстве или повороты, сопровождаемые равномерным растяжением (сжатием), пропорциональным величине переноса или углу поворота соответственно.

Примеры фрагментов фигур-инвариантов группы преобразований подобия приведены на рис. 3.7. Как и в случае группы трансляций, приводятся фрагменты фигур-инвариантов, поскольку сами фигуры потенциально бесконечны.

Общими инвариантами всех преобразований подобия являются углы и отношения сторон (площадей) соответственных элементов, совмещающихся при выполнении преобразований группы. При значении коэффициента растяжения, равном единице, мы получаем равные длины соответственных сторон. То есть в этом случае преобразование сохраняет длины и является движением, а значит, группа движений – это подгруппа группы подобия.

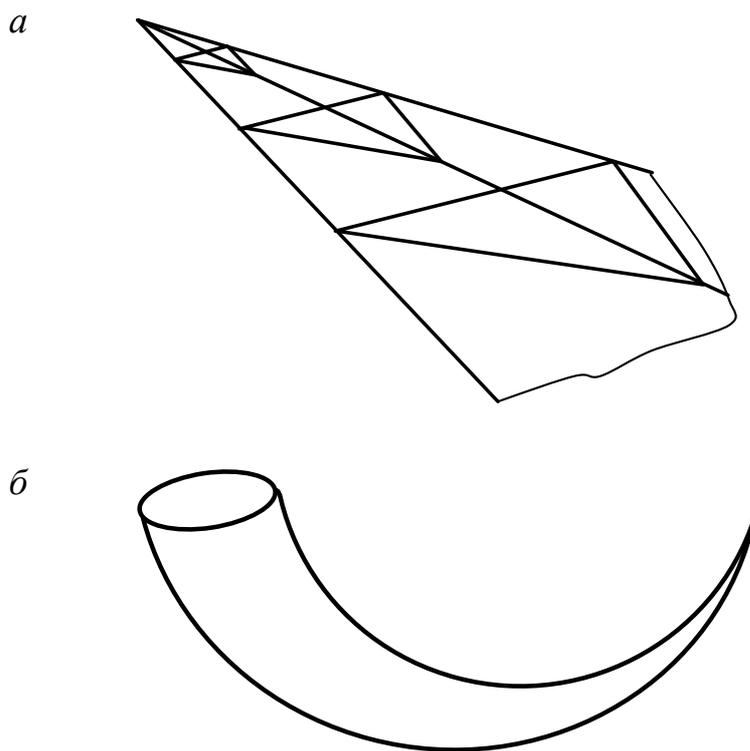


Рис. 3.7. Фигуры-инварианты преобразования подобия
(проективная симметрия):

a – параллельный перенос и пропорциональное равномерное растяжение;
б – поворот и пропорциональное углу поворота равномерное растяжение

Группа подобия является подгруппой группы произвольных непрерывных деформаций. Преобразование, порождающее эту группу, – это неравномерное произвольное растяжение (сжатие) плоскости или пространства. При этом запрещено производить любые разрезы и склейку частей. Наглядное изображение такого преобразования можно получить, произвольно и неравномерно растягивая тонкий упругий лист резины с нанесенным на него узором, как показано на рис. 3.8.

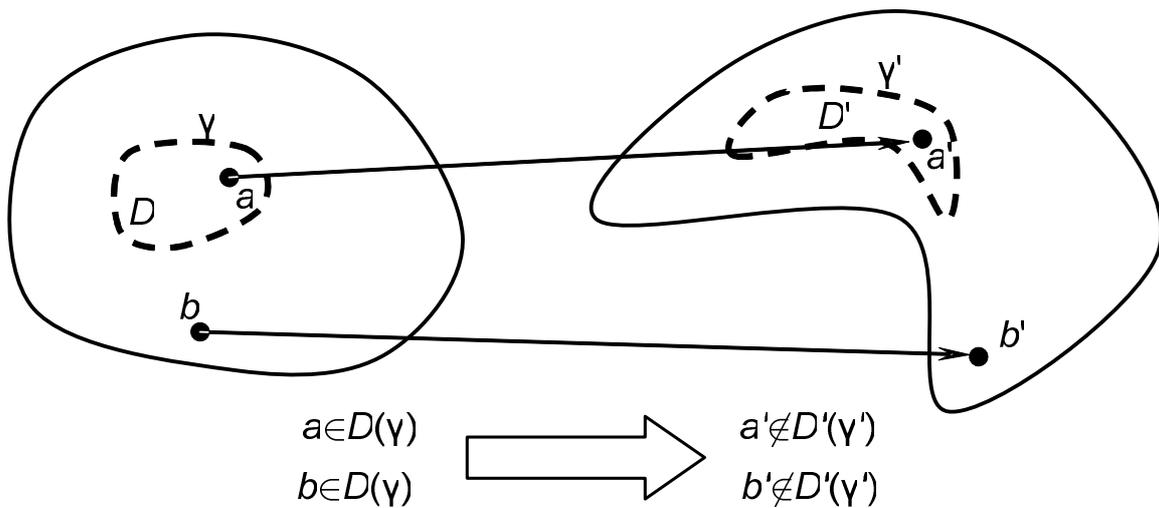


Рис. 3.8. Преобразование непрерывной неравномерной деформации

Характерной особенностью преобразования непрерывной деформации является то, что если прообраз элемента (точка) – принадлежит (не принадлежит) прообразу некоторой области, то изображение этого элемента (точка) принадлежит (не принадлежит) изображению исходной области (см. рис. 3.8).

Иначе говоря, инвариантами преобразования непрерывной деформации являются отношения принадлежности элемента к множеству: если $a \in D$, $b \notin D$, то $a' \in D'$, $b' \notin D'$ (см. рис. 3.8). Здесь a , b , D , – прообразы, a' , b' , D' – образы точек и области, которой они принадлежат. Непрерывные деформации образуют группу, поскольку последовательное выполнение двух произвольных непрерывных деформаций само является непрерывной деформацией. Если непрерывная деформация является однородной, то мы получаем преобразование

подобия. Это означает, что группа подобий является подгруппой группы непрерывных деформаций.

Симметрия, порожденная группой непрерывных деформаций, лежит в основе распознавания образов. Мы в комнате кривых зеркал отличаем изображение руки от изображения лица потому, что пальцев остается столько же и расположены они в том же порядке, а нос у изображения расположен между глаз, несмотря на существенное искажение. Именно в этом и состоит элемент неожиданности, в силу которого комната имеет второе название – «комната смеха». Несмотря на всевозможные варианты почерка, мы отличаем букву А от буквы В практически в любом начертании. Различение в обоих случаях связано с наличием топологических инвариантов преобразования произвольной непрерывной деформации.

Наконец, отметим, что группа непрерывных деформаций является подгруппой группы автоморфизмов. Преобразование, порождающее группу автоморфизмов, – это любое преобразование множества, сохраняющее заданную на нем структуру. Наглядное представление дает следующий образ. Пусть имеется тонкий резиновый коврик, разрисованный несколькими различными цветами. Мы допускаем его произвольную деформацию, а также вырезание кусков, склеивание краев разрезов и вклеивание вырезанных кусков в другие разрезы, если при этом не возникает новых границ с областями разного цвета. То есть синий кусок можно вклеивать только в синюю область и нельзя вклеивать его в красную область или между красной и зеленой областями. При таком преобразовании число исходных областей и их взаимное расположение, т. е. характеристики структуры, остаются инвариантными.

На рис. 3.9 показана общая схема иерархии геометрических (топологических) групп симметрии, порождаемая группами преобразования плоскости, описанными выше. Для нас важно, что эта схема лежит в основе всех систем ориентации от систематического и алфавитного каталогов библиотек до указания любого адреса и, шире, любого способа пространственно-временной локализации любого явления природы. Она также лежит в основе классификации всех областей научного знания.



Рис. 3.9. Иерархия групп преобразований плоскости и соответствующих им симметрий:

l_n – ось поворотов n -го порядка ($n = 1, 2, 3, \dots$); E – группа тождественных преобразований

Эта схема иерархии топологических (геометрических) симметрий, возможно, нуждается в коррекции, связанной с учетом нелокальности характеристик объектов фрактальной, точнее, мультифрактальной природы.

3.3. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Ее перенос на другие области научного знания

Наибольшие надежды в плане систематизации научного знания вот уже около 140 лет специалисты в области математики и теоретической физики связывают с реализацией идей Эрлангенской программы Феликса Клейна и их переносом в новые области научного знания. В основе этой программы лежит простая мысль: в рамках любого раздела математики изучению подлежат не все возможные объекты (соотношения, связи), а только те, которые остаются неизменными при действии некоторой группы преобразований или, говоря иначе, в фундаменте каждого раздела математики лежит своя группа симметрий. Так, в основе геометрии Евклида лежит группа метрических симметрий (центральная, зеркальная, поворотная и трансляционная), связанная с группой преобразований движения.

Это придает неожиданный поворот обвинению основателя геометрии (и логики) Фалеса Милетского (585 г. до н. э.) в том, что он в основу своей аксиоматики геометрии (точнее, ее зародыша) положил «неопределенные и расплывчатые» представления о формах симметрии, в частности зеркальной: две первые теоремы о делении круга и равнобедренного треугольника на две равные части. Сторонникам позднее возникшего варианта аксиоматики геометрии (варианта Евклида) более обоснованным набором первичных дедуктивных понятий представлялись «тело», «поверхность», «линия», «точка», связанные отношением принадлежности элемента к множеству, которое через две тысячи лет привело к Канторовой теории множеств – основе современной математики и, соответственно, ко всем парадоксам теории множеств, т. е. к тому, что было названо кризисом оснований математики. Возвращение в 1872 г. *симметрии* статуса понятия, лежащего в основании геометрии, отчасти разрешило «спор», длившийся 2457 лет.

Евклидова геометрия изучает те свойства фигур, которые не меняются при движении, поскольку принимается, что равные фигуры – это фигуры, которые можно перевести друг в друга движением. Если роль движений передается другой совокупности геометрических преобразований и фигуры, преобразующиеся при этих преобразованиях, признаются «равными», то мы получаем новую «геометрию», изучающую свойства фигур, инвариантные относительно выбранной группы преобразований. Теория этих инвариантов называется геометрией этой группы. Поскольку существует иерархия симметрий (см. рис. 3.9), то возникает и соответствующая ей иерархия геометрий. Если в качестве порождающей группы берутся аффинные преобразования (преобразования подобия или проективные преобразования), возникает аффинная или проективная геометрия. В рамках этого подхода Ф. Клейн рассмотрел широкий круг других геометрий, включая геометрию Лобачевского. Развитием идеи Эрлангенской программы по установлению структуры геометрии путем ее алгебраизации и ее переносом на всю область математики можно считать представление математики как иерархии структур. Порождающими структурами являются структуры порядка, алгебраические, топологические и логические структуры. Это представление разрабатывается группой математиков, объединившихся под псевдонимом Николя Бурбаки. Они предприняли последовательное систематическое изложение всех основных разделов математики в многотомном собрании сочинений. К настоящему времени вышло тридцать четыре тома, но работа пока не завершена. Тем понятнее, что формирование на основе некоторой иерархии симметрий классификации других научных дисциплин находится в самых начальных стадиях. Только в теоретической физике явно просматривается систематизирующая роль различных форм симметрии. Ее можно видеть в связи законов сохранения энергии с симметриями пространства-времени, которую устанавливает теорема Эмми Нетер [59], в инвариантности уравнений движения и уравнений электродинамики относительно преобразований Галилея и Лоренца, а также в динамических принципах инвариантности (симметрии), определяющих характер четырех фундаментальных взаимодействий: сильного, слабого, электромагнитного и гравитационного. Характер этих взаимодействий

определяет свойства всех силовых полей и тем самым формирует структурные уровни состояния вещества на всех известных масштабах – от элементарных частиц до галактик и их скоплений.

Очевидна роль симметрии в новейшем разделе физики – синергетике, связанном с исследованием процессов самоорганизации в открытых термодинамических и некоторых других (биологических, экономических и социальных) системах, для которых можно записать нелинейные уравнения кинетики определенного вида. Синергетику только условно можно считать частью физики, поскольку изначально она возникла в рамках неравновесной термодинамики [48; 64], но затем была перенесена в другие научные дисциплины [38; 61]. Сейчас ее рассматривают как междисциплинарную. Основная роль симметрии связана с тем, что самоорганизация в процессе эволюции системы – это изменение структуры системы, т. е. понижение степени ее симметрии. Это наглядно видно, например, при изучении явления Бенара и реакции Белоусова – Жаботинского. В обоих случаях однородная в исходном состоянии жидкость после достижения внешними параметрами критических значений разбивается на подобласти – на шестигранные конвективные ячейки или на чередующиеся слои разного цвета (рис. 3.10). В исходном состоянии любое преобразование группы движений не изменяет вид жидкости, а после точки бифуркации вид жидкости инвариантен только относительно преобразований трансляции с определенным базисным вектором трансляции. То есть степень симметрии уменьшается. В случае ячеек Бенара в ядре каждой ячейки жидкость движется вверх, а на границах – вниз и потому границы ячеек образованы тонкой пудрой, распыленной на поверхности жидкости, а в случае реакции Белоусова – Жаботинского границы областей – это границы слоев растворов разного цвета. На более глубоком уровне можно говорить об изменении топологических характеристик фазового портрета системы при изменении ее структуры. Сохранение структуры является следствием инвариантности топологических характеристик фазового портрета в некоторой области параметров относительно бесконечно малых возмущений параметров и начальных условий. В этой области систему называют грубой [3].

Заметим, что структурные уровни вещества и силовые поля лежат в основе классификации наук, отнесенных, по терминологии В. С. Леднева, к линии вещественно-энергетических, а синергетика охватывает все науки, отнесенные к линии антиэнтропийных [44].

В результате оказывается, что даже в далеком от завершения виде идея иерархии симметрий позволяет с единых позиций провести (наметить) классификацию наук математического и естественнонаучного циклов. Отметим, что эта классификация не расходится с традиционной, восходящей еще к Ф. Энгельсу и описанной В. С. Ледневым [44], но она позволяет уточнить некоторые детали. Например, к линии антиэнтропийных наук, как выяснилось, следует отнести не только науки о живой природе и обществе, но и науки о процессах в неорганической природе (ячейки Бенара и т. п.), которые сопровождаются уменьшением энтропии.

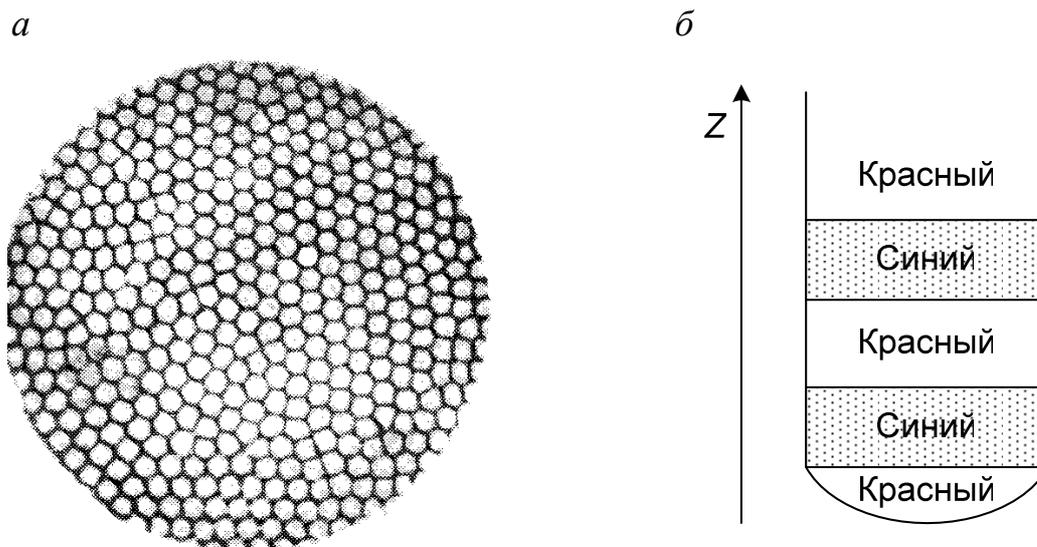


Рис. 3.10. Диссипативные структуры [82, с. 33, 37]:

a – ячейки Бенара, вид сверху (по Чандрасекару); *б* – спонтанные волны концентрации в системе Белоусова – Жаботинского

Таким образом, иерархию принципов симметрии, просматриваемую в схеме деления области научных знаний Е. Вигнера, Эрлангенской программе Ф. Клейна, современной квантово-релятивистской теории поля и синергетике, нельзя рассматривать как завершенную дедуктивную систему, но ее можно взять как основу классификации структур научного знания.

3.4. Роль системы симметрий в эволюции научного знания

Эволюция научного знания важна для нас в двух отношениях: во-первых, она дает возможность охарактеризовать роль симметрий в развитии общественного сознания, во-вторых, научное знание является детерминантой содержания общего образования. Значение структуры научного знания в формировании структуры содержания общего образования раскрыто В. С. Ледневым через учет предметной структуры общественной деятельности [44], но при этом внимание ученого было сосредоточено на статическом разрезе структуры содержания общего образования, а временная развертка содержания образования не рассматривалась. Характеристика этапов и ступеней содержания образования дана как простая констатация сложившейся структуры содержания образования. Упоминается лишь о связи временных этапов и ступеней содержания образования с характерными этапами развития личности. Но даже беглое сопоставление развертывания общего образования и эволюции научного знания позволяет усмотреть их корреляцию. Иначе говоря, научное знание как детерминанта содержания образования имеет кроме статического еще и динамический аспект [23].

Зарождение научного знания произошло не позднее периода, когда орудия труда приобрели устойчивую форму, т. е. не позднее мезолита. Для изготовления орудий труда требовалось знание свойств материалов и приемов обработки, а устойчивость их формы предполагала передачу этого знания. Первый период развития научного знания называется *индуктивным*, или эмпирическим [71]. Считается, что все научные знания в этот период возникали опытным путем. Он характеризуется медленным темпом накопления научных знаний и их относительно малым объемом, что предопределяет отсутствие научной специализации. Говоря образно, весь объем накопленных знаний мог уместиться в одной голове. Длился индуктивный период до момента отделения математики от общего ствола научных знаний, что принято отождествлять с доказательством первых пяти теорем геометрии Фалесом Милетским в VI в. до н. э. В связи с систематичес-

ким использованием логики последующий период развития научного знания называют *дедуктивным* [85]. В этом периоде новые научные знания все чаще получают выведением их из накопленных ранее. Этот путь оказывается многократно эффективнее опытного. Быстрый рост количества новых знаний различного рода приводит к необходимости их деления на категории, а в последующем к специализации. Поэтому характерным признаком дедуктивного этапа развития научного знания является прогрессирующая дифференциация наук. Первой отделяется математика, затем физика (ее раздел механика), затем химия и биология. Оговоримся, здесь момент отделения научной дисциплины связывается с формированием раздела, который впоследствии становится первой основой систематического (квазидедуктивного) построения этой научной дисциплины в виде, близком к современному. Развитие научного знания на дедуктивном этапе выражается в эволюции его структуры (ветвлении дерева научного знания), что позволяет трактовать этот процесс с позиций синергетики [20].

Рассмотрим участие форм симметрии на индуктивном этапе эволюции научного знания и их проявление в основных «точках» ветвления дерева научного знания. К индуктивному периоду эволюции научного знания относится, в частности, создание определенных орнаментов и узоров, устойчиво закрепленных в общественном сознании, как показывают многолетние исследования известного археолога и этнографа академика Б. А. Рыбакова [63].

К ним относится меандровый орнамент – символ плодородия и благополучия, связываемый с богиней плодородия (рис. 3.11).

Этот орнамент имеет естественное происхождение: он проявляется как дендритный узор на срезах бивней мамонта и, соответственно, на статуэтках богини плодородия, вырезанных из бивней мамонта (для голодного племени столь крупная добыча была счастливым событием). После исчезновения мамонтов орнамент остался на керамических ритуальных сосудах (см. рис. 3.11) и наконец, был обнаружен на вышивке полотенец, найденных в этнографических экспедициях по Архангельской области (рис. 3.12). Трансляционная симметрия меандрического узора позволила ему закрепиться

в общественном сознании на очень долгое время – около двадцати тысяч лет.



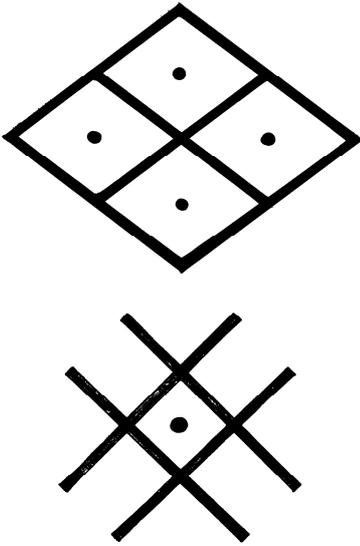
Рис. 3.11. Керамика энеолита с меандровым узором [63, с. 152]



Рис. 3.12. Полотенце. XIX в. Вышивка с меандровым узором [63, с. 89]

Более позднее происхождение, около семи тысяч лет, имеет земледельческий узор (рис. 3.13, *а*). Он также является символом плодородия: это зерно, брошенное на вспаханное поле и затем заборонованное. Его устойчивое повторение на ритуальной керамике и вышивках (рис. 3.13, *б*, 3.14), очевидно, связано с высокой степенью симметрии (трансляционная и поворотная), а также с формированием важного инварианта – устойчивой связи занятия земледелием и жизненного благополучия.

a



б

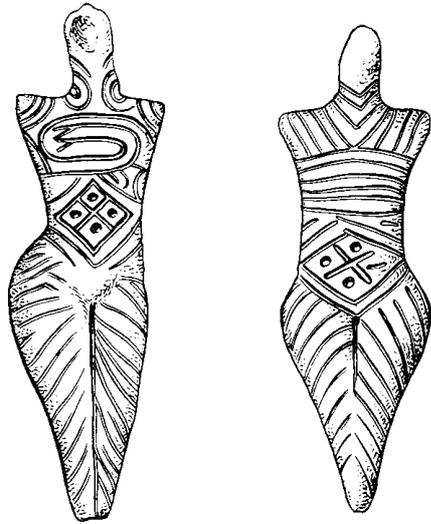


Рис. 3.13. Земледельческий узор [63, с. 182]:

a – знак засеянного и заборонованного поля; *б* – трипольские статуэтки со знаками засеянного поля

a



б

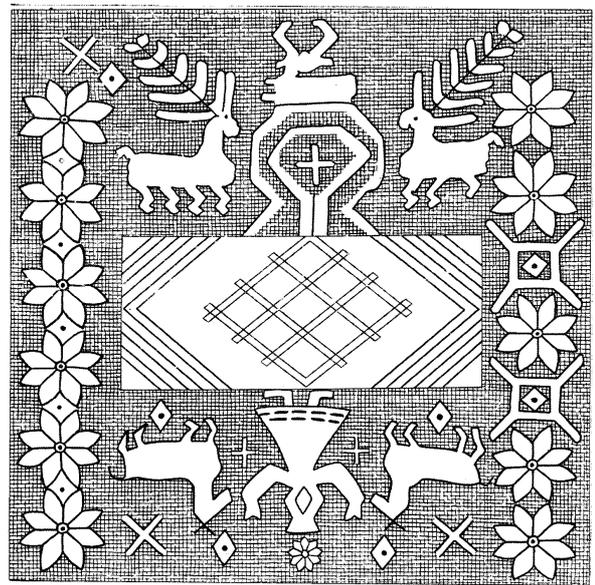


Рис. 3.14. Земледельческий узор на вышивках [63, с. 79, 88]:

a – полотенце XIX в.; *б* – северорусская вышивка XIX в.

Третий характерный узор – это громовой знак, символ верховного божества, сокровенной небесной мудрости (рис. 3.15). Его возраст – около пяти тысяч лет. Встречается на древней керамике (рис. 3.16), резьбе на деревянных прялках XIX в. и значительно более древних сарматских зеркалах (рис. 3.17). Символом сокровенных тайн этот знак является потому, что связан с исчислением времени, делением года на двенадцать месяцев (см. рис. 3.16, б) и длительности дня на двенадцать часов. Присутствие множителя три в числах шесть и двенадцать не случайно. Оно связано с числом измерений, два из которых обычные – земные, а третье – таинственное, небесное. В этом символе переданы устойчивые представления о времени и пространстве, осознание которых, возможно, более значимо, чем создание теории относительности.



Рис. 3.15. Донце прялки с громовым знаком XIX в. [63, с. 459]

а



б

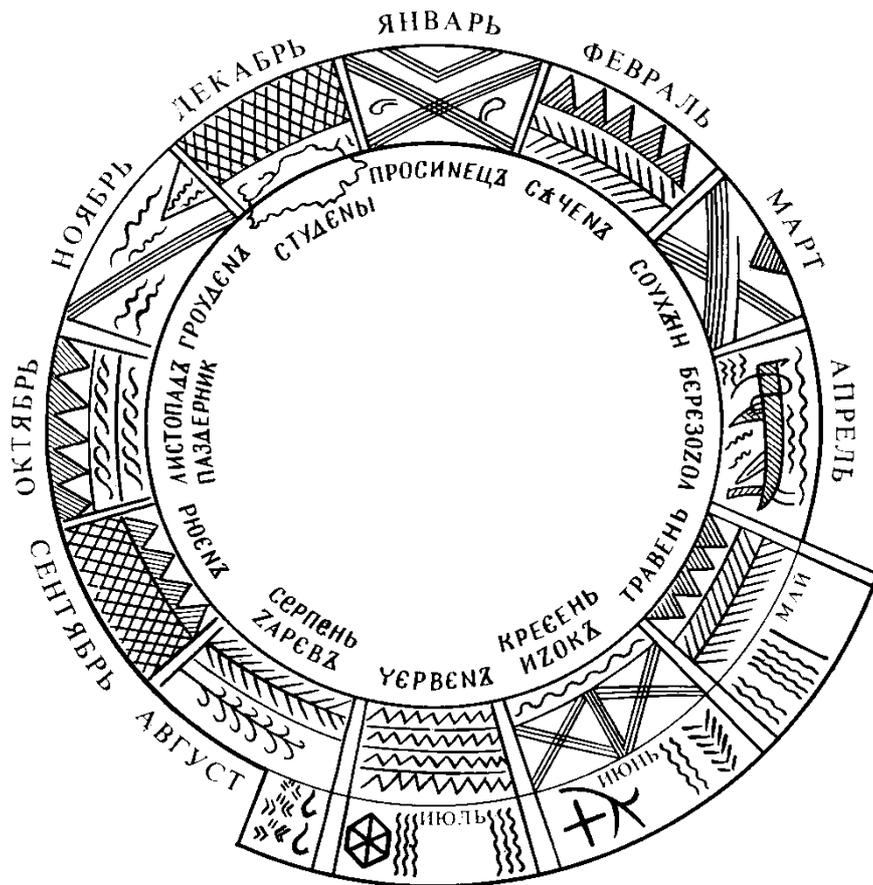


Рис. 3.16. Символика громового знака [63, с. 325]:
а – славянский керамический сосуд-календарь с громовым знаком;
б – схема календаря

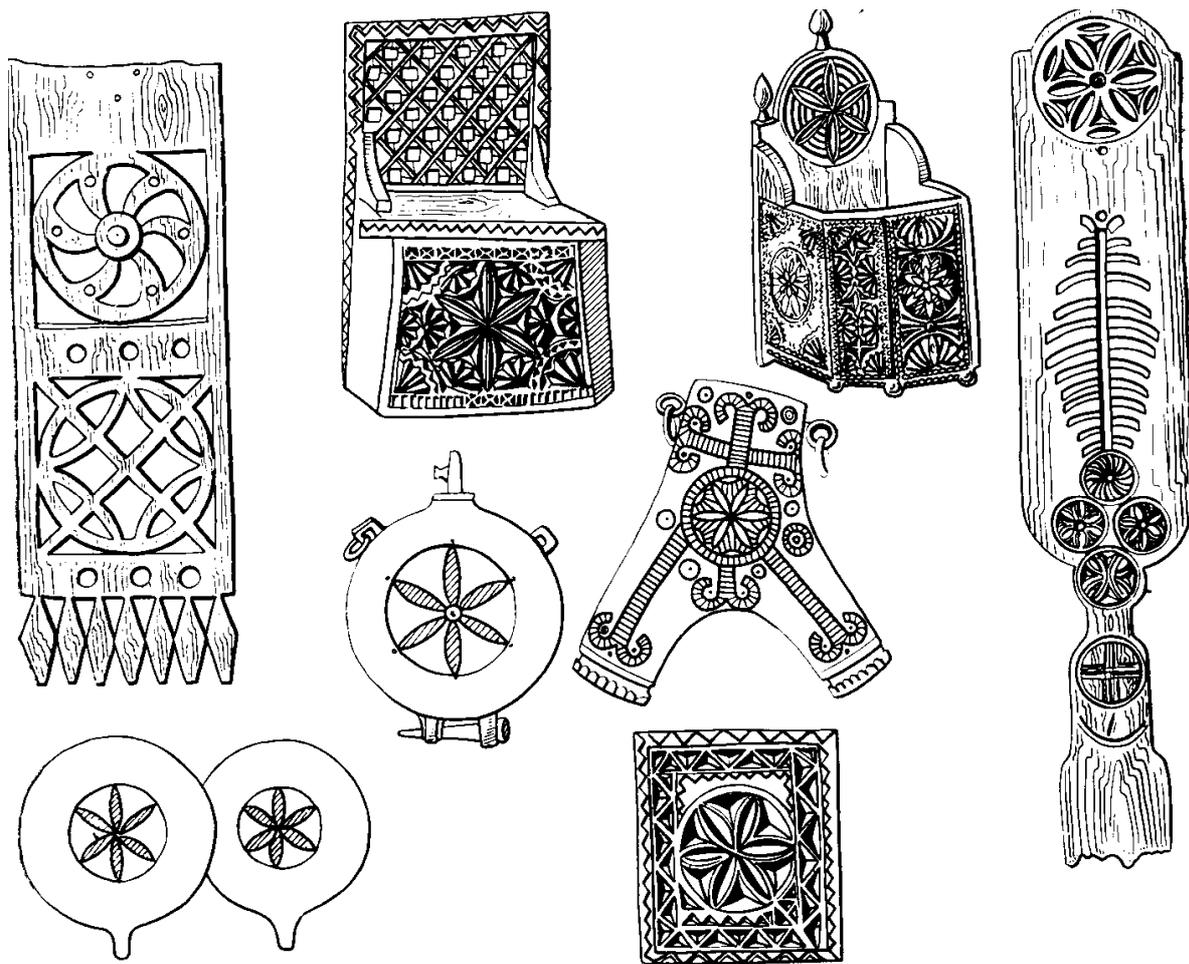


Рис. 3.17. Шестилучевой знак («колесо Юпитера», «громовый знак») на русских народных изделиях.
Внизу слева сарматские зеркала [63, с. 305]

Как уже указывалось, выделение математики в качестве науки связано с первыми теоремами геометрии, которые доказал Фалес Милетский (625–527 гг. до н. э.). И. М. Яглом отмечает, что теоремы Фалеса касаются простых математических утверждений, хотя уже были известны гораздо более сложные математические факты, например формула $a^2 + b^2 = c^2$, связывающая длины сторон прямоугольного треугольника [85]. На этом основании И. М. Яглом утверждает, что основное достижение Фалеса не доказательство конкретных пяти теорем, а систематическое применение логического вывода как составной части аксиоматической системы. В аксиоматической системе, которую наметили теоремы Фалеса, в качестве базиса использованы

свойства форм симметрии, в частности зеркальной. Первой завершённой аксиоматической системой является геометрия Евклида (365 – ок. 300 г. до н. э.), который взял от Фалеса все, кроме опоры на формы симметрии как на первичные дедуктивные понятия. Евклид считал представления о симметрии слишком неопределёнными и расплывчатыми для первичных понятий, за что он критиковал Фалеса. В качестве первичных дедуктивных понятий Евклид предложил следующие: «тело», «поверхность», «линия», «точка». Только в 1872 г. в рамках Эрлангенской программы Ф. Клейна симметрия группы движений была восстановлена в качестве основы геометрии Евклида.

Второй научной дисциплиной, отделившейся от общего ствола, является физика. Её отделение связывается с периодом формирования механики как целостного объекта. За начало этого периода можно принять время жизни и деятельности Галилео Галилея (1564–1642). Механика – это раздел современной физики, на котором строятся все остальные разделы. Например, термодинамика опирается на три начала. Первое начало: «Тепло, сообщаемое системе, затрачивается на совершение системой работы против внешних сил и изменение её внутренней энергии». Электростатика начинается с изложения закона Кулона о силе взаимодействия двух точечных зарядов. Изложение других разделов физики требует опоры на механику, термодинамику или электростатику. В основе самой механики (в современном понимании) лежит принцип относительности Галилея. Его значение заключается в утверждении инвариантности механических явлений и законов механики относительно преобразований Галилея и переноса во времени и пространстве. Группа преобразований Галилея описывает переход от одной инерциальной системы к другой, двигающейся с постоянной скоростью относительно первой. Таким образом, принцип относительности Галилея – это первый из классических (геометрических) принципов симметрии (инвариантности) современной физики. Следовательно, основу механики формирует особая группа симметрии, и это вполне согласуется с идеей Ф. Клейна.

Следующая научная дисциплина, отделившаяся от общего ствола научного знания, – химия. Первый раздел современной химии – это

стехиометрия, атомно-молекулярная основа химии. Данный раздел позволяет выстраивать изложение химии в дедуктивном ключе. Начало его формированию положил Роберт Бойль (1627–1691), согласно учению которого элементами следует считать те простейшие тела, из которых составлены сложные тела и к которым мы в конце концов приходим, разлагая последние. Завершение формирования стехиометрии связано с именами Дж. Дальтона (1766–1844), А. Авогадро (1776–1856) и др. В основе стехиометрии лежат представления об «абсолютной» устойчивости атомов и относительной устойчивости молекул при химических превращениях вещества. Точнее было бы говорить об «абсолютной» устойчивости ядер атомов, связанной с тем, что ядерные силы притяжения между нуклонами ядра в сотни тысяч раз превосходят силы электрической природы, связывающие атомы в молекулы. Если превращения вещества при химических взаимодействиях рассматривать как группу преобразований, то атомы следует признать инвариантами преобразований этой группы. То есть в духе общего представления о симметрии здесь можно говорить о новой форме симметрии. Нами было показано, что это позволяет развить аксиоматическое построение стехиометрии и записать элементарную химическую реакцию в виде уравнения с помощью символов химических элементов, обозначающих в данном случае атомы этих элементов [4; 5].

Возможность применения того же уравнения химической реакции к произвольным количествам вещества вместе с методом химических пропорций оказалась связанной с еще одним своеобразным принципом инвариантности (новой формой симметрии). Речь идет об инвариантности определенного рода отношений, характеризующих уравнение элементарной химической реакции относительно числа циклов (числа элементарных реакций). Свойство неизменности атомов в химических реакциях – это проявление соотношения двух фундаментальных взаимодействий: электромагнитного и сильного, которое является следствием принципов динамической инвариантности (симметрии). Таким образом, намечается связная цепочка принципов симметрии, охватывающих физику и химию. Она пока не позволяет строить

изложение в соответствии со строгой аксиоматической схемой, но иерархию принципов симметрии уже можно использовать в педагогике для уточнения структуры содержания общего образования.

Возникновение биологии, ассоциируемой с современной теоретической биологией, можно соотнести с формированием ее основы – биологической систематики. Первую известную нам попытку классифицировать формы жизни предпринял еще Аристотель (384–322 гг. до н. э.), но завершённую классификацию живых организмов, принятую с некоторыми поправками, предложил Карл Линней (1707–1778). Она построена по иерархическому принципу. Ученый разделил природный мир на три царства: минеральное, растительное и животное. Линней использовал четыре уровня иерархии: классы, отряды, роды и виды. В современной систематике различные уровни иерархии имеют названия: царство, тип, класс, отряд, семейство, род и, собственно, вид. Виды состоят уже из отдельных особей. Иерархическое построение систематики К. Линнея имеет тот же внешний вид, что и иерархия топологических (геометрических) симметрий. Это не случайное сходство, так как в обоих случаях каждому элементу данного уровня иерархии соответствует свой набор инвариантов. Устойчивость этих инвариантных признаков в процессе существования при различных вариациях условий существования означает наличие скрытой симметрии. Живые организмы и различные объединения их с современной точки зрения относятся к классу открытых систем, исследуемых синергетикой. Когда такие объекты допускают описание динамики в форме систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, то их устойчивость принято связывать со свойством грубости систем уравнений [3]. Оно выражается в том, что топологические характеристики фазовых портретов систем уравнений инвариантны относительно группы бесконечно малых возмущений параметров уравнений и их начальных условий. В этом случае принцип симметрии, лежащий в основе выделения данного элемента, выступает в явном виде.

Таким образом, в ходе эволюции научного знания как одного из элементов общественного сознания можно зафиксировать следующие моменты отделения научных дисциплин: математика – VI в. до н. э.,

физика – XVI в. н. э., химия – XVII в. н. э. и биология – XVIII в. н. э. Подчеркнем, здесь научные дисциплины рассматриваются как целостные, логически связанные системы, имеющие вид, близкий к современному. Отдельные не систематизированные факты из области этих дисциплин, разумеется, были известны гораздо раньше. Изложение соответствующих учебных дисциплин (или циклов дисциплин) в средней общеобразовательной школе начинается в 1-м классе (математика), 7-м классе (физика), 8-м классе (химия) и 5-м классе (биология). Соответствие порядка следования учебных и научных дисциплин практически не нарушается. Оно, разумеется, обусловлено логическими связями дисциплин, расположением уровней соподчиненности объектов исследования различных дисциплин, а также степенью готовности сознания (общественного и индивидуального) к различению деталей мозаичных фрагментов различных уровней, на которые распадается картина мира. Исключением кажется биология, но здесь следует учесть, что за момент отделения биологии был взят период формирования систематики – основы современной теоретической биологии. Изложение соответствующего предмета в школе можно отнести к 10–11-му классам. С другой стороны, первая попытка систематики принадлежит Аристотелю (IV в до н. э.), т. е. как раз между математикой и физикой. Кроме того, четкое разделение живого и неживого, т. е. формирование соответствующих инвариантов в общественном сознании, уходит вглубь индуктивного периода и может быть связано с переходом в религиозном сознании от анимистических представлений к представлениям о богах, наделенных индивидуальностью. С этими уточнениями можно принять, что эволюция структуры научного знания дублируется при разворачивании во времени соответствующих элементов содержания общего образования. Иначе говоря, научное знание как детерминанта содержания общего образования кроме статического имеет динамический аспект, с которым связаны длительность и порядок расположения этапов и стадий элементов структуры содержания общего образования. Можно предположить, что имеет место корреляция между развитием общественного и индивидуального сознания, связанная с возникновением условий для соответствующей детализации мозаичной картины, формирующейся под влиянием предметной стороны деятельности.

3.5. Роль симметрии в эволюции индивидуального сознания

В своем знаменитом докладе «О математическом творчестве», сделанном для Французской академии наук, крупнейший математик и физик современности Анри Пуанкаре говорил не о проблемах математики, а о психологии творчества [62]. Именно этот доклад положил начало обсуждению в рамках психологии проблемы подсознательного уровня индивидуального сознания человека. Своеобразие мышления А. Пуанкаре заключалось, в частности, в том, что он на уровне сознания мог в некоторых особых ситуациях предельного напряжения умственных сил воспринимать происходящее в подсознании. Описывая свои ощущения при работе, которая привела к открытию свойств определенных функций, он говорит, что перед его умственным взором мелькали хаотично двигающиеся странные символы и фигурки. В определенный момент они стали группироваться и сцепляться; наконец, движение прекратилось и возникла красивая и гармоничная картина. Именно в этот момент и было сделано открытие свойств исследуемых функций. В том же докладе А. Пуанкаре утверждает, что в подсознании находится огромное количество всех возможных и невозможных вариантов комбинаций отрывочных образов разыскиваемого решения. Они, как правило, не выходят на поверхность сознания, так как существует определенный барьер, предохраняющий человека от хаоса подсознательного. Преодолевают этот барьер те комбинации, которые вызывают наибольший эмоциональный отклик. То есть, красивые и гармоничные варианты комбинаций одновременно оказываются правильными ответами, адекватно описывающими реальность. Красоту и гармонию мы всегда связываем с представлением о симметрии. Согласно утверждению А. Пуанкаре, связь подсознательного уровня психики с осознаваемым уровнем регулируется формами симметрии. Наиболее отчетливо эту мысль он выразил в том же докладе при обсуждении вопроса о том, кто обладает математическими способностями. Они не принадлежность людей с хорошей памятью, способных безукоризненно помнить длинные и разветвленные цепи силлогизмов, которыми являются любые математические рассуждения. Способностью к математике обладают те, кому присуще чувство гармонии определенного вида, позволяю-

щее увидеть в сложном математическом рассуждении не беспорядочную грудю силлогизмов, а некоторую упорядоченную иерархическую структуру. В этом случае человек оказывается способен и видеть картину в целом, и рассматривать любой ее фрагмент по своему выбору. Вероятно это и есть та недостижимая мечта создателей многочисленных курсов «Концепции современного естествознания», которую они стремятся осуществить, пытаясь создать целостную естественнонаучную картину мира. В изложенном явно просматривается роль симметрии в работе индивидуального сознания.

О развитии индивидуального сознания на основе формирования системы инвариантов, связанных с различными формами симметрии, пишет в многочисленных работах основатель Женевской школы психологии Жан Пиаже. Так, работа «Генезис числа у ребенка» с первых строк апеллирует к этой системе понятий: «Всякое знание, независимо от того, является ли оно научным или просто вытекающим из здравого смысла, предполагает – явно или скрыто – систему принципов сохранения» [58, с. 243]. Используя методику опросов детей от четырех до семи лет, Ж. Пиаже с сотрудниками выясняют, как прогрессирует с возрастом умение ребенка оперировать непрерывными (жидкости) и дискретными (бусины) величинами, точнее, как формируется представление о том, что эти операции (переливание жидкостей в стаканы разной формы, в несколько стаканов; разбиение бусин на разные группы) не меняют общего количества. В итоге обосновывается вывод: «Множество (или совокупность) постигается лишь тогда, когда его общее значение остается неизменным вне зависимости от изменений, внесенных в отношения между элементами. Операции внутри одного и того же множества, которые называются “группой перестановок”, доказывают как раз возможность совершения любой перестановки элементов при сохранении инвариантности общей “мощности” множества. Число также может быть постигнуто интеллектом лишь в той мере, в какой оно остается тождественным самому себе, независимо от размещения составляющих его единиц; именно это свойство называется “инвариантностью” числа. Такая непрерывная величина, как длина или объем, может быть использована в деятельности разума лишь в той мере, в какой она образует постоянное целое, независимо от воз-

можных комбинаций и размещения ее частей» [58, с. 244]. Описанные выше формирующиеся свойства являются формами симметрии: речь идет об инвариантности «мощности» множеств при действии группы перестановок. Когда эти формы симметрии закрепляются в сознании (5–7 лет), принято говорить о первой границе Пиаже, после достижения которой ребенок осваивает действие вычитания. Действие сложения осваивается до прохождения этой границы, поскольку сложение подразумевает объединение двух явно присутствующих групп объектов, а не выделение из целого некоторой части, «скрытой» в нем. Формирование элементов системы инвариантов (симметрий) описано Ж. Пиаже и при исследовании возникновения образа предмета у ребенка до года в процессе сенсомоторной деятельности: «Обратимся к младенцу, лежащему в своей колыбельке. Верх колыбельки поднят и на нем висит ряд погремушек и свободный шнур. Ребенок хватает этот шнур и с его помощью раскачивает все устройство, не разбираясь, естественно, в деталях пространственных или причинных отношений. Удивленный результатом, он вновь отыскивает шнур и повторяет все сначала, и так несколько раз. Это активное воспроизведение результата, первый раз достигнутого случайно...» [58, с. 156–157].

О связи формирования интеллекта с понятием симметрии, установленной Ж. Пиаже, прямо говорит цитата из предисловия к сборнику его работ: «Важнейшую роль в этих исследованиях Ж. Пиаже играет понятие группировки, производное от понятия группы» [58, с. 33]. Из приведенных выше цитат видно, что Ж. Пиаже изучал своеобразные формы симметрии, так как понятия «группа» и «группа преобразований» в математике эквивалентны понятию «группа симметрии». Таким образом, можно допустить, что эволюция индивидуального сознания происходит как постепенное выделение различных форм симметрии и выстраивание иерархии симметрий.

3.6. Симметрия как общее понятие с двойным логическим статусом

Выявленная выше роль понятия «симметрия» в классификации и эволюции научного знания, а также в развитии индивидуального сознания личности приводит к мысли о целесообразности его исполь-

зования для организации содержания общего образования и, в частности, непрерывного естественнонаучного образования. Но в этом случае необходимо предварительно охарактеризовать свойства этого понятия с точки зрения его логического статуса. Как мы видели выше, понятие «симметрия» и представление о формах симметрии проникают во все области сознания от уровня общественного сознания (научное знание есть часть общественного сознания) до уровня индивидуального сознания. Поэтому понятие «симметрия» следует отнести к общим понятиям.

Необходимо уточнить: следует рассматривать симметрию как общее индуктивное или как общее дедуктивное понятие? К общим индуктивным понятиям относятся такие понятия, как «феномен», «явление». Индуктивные понятия – это понятия эмпирические, их отличает привычность и легкость восприятия, так как они обобщают наши непосредственные ощущения. Из классической логики известно, что такие понятия характеризуются объемом и содержанием [80]. Под объемом индуктивного понятия понимают все те объекты, которые оно описывает. Содержание индуктивного понятия – это перечень существенных признаков, которые его характеризуют. Согласно схеме абстрагирования, отбрасывая часть признаков в содержании некоторого частного понятия, мы получаем более общее, имеющее больший объем. Поэтому наиболее общие индуктивные понятия имеют малое содержание. Относительная бессодержательность таких понятий делает их бесполезными для организации содержания образования (например, при построении интегративного курса). Использование в качестве структурообразующих чисто индуктивных общих понятий приводит к формальному объединению различных дисциплин, не имеющему полезного содержания. Примером такого формального подхода является комплект программ дисциплины «Естествознание» версии 1992 г. [61]. Там в качестве интегрирующего предлагалось понятие «феномен».

Анализируя понятие «атом» в первом томе собрания сочинений, академик Н. С. Курнаков обратил внимание на то, что общие дедуктивные понятия имеют связь содержания и объема, отличную от характерной для общих индуктивных понятий [41]. Чем больше объем

общего дедуктивного понятия, тем шире и его содержание. Необходимо уточнить: под общими дедуктивными понятиями следует понимать первичные дедуктивные понятия, которые служат для построения широких дедуктивных систем. Именно это имел в виду Н. С. Курнаков, говоря об атоме как об общем дедуктивном понятии, используемом при построении многих моделей физики, химии и биологии (молекулярной генетики). На первый взгляд представляется, что использовать в качестве структурообразующих те первичные дедуктивные понятия, которые являются общими для разных дисциплин, наиболее целесообразно. Они лежат в основе планомерно развертывающихся дедуктивных (аксиоматических) систем. Но при более близком рассмотрении видно, что, как правило, первичные дедуктивные понятия не наглядны и мало привычны, а строгие логические построения с большим трудом воспринимаются подавляющим большинством людей. Это наглядно продемонстрировала неэффективность применения в школьной практике учебников по математике для школы, написанных академиком А. Н. Колмогоровым с соавторами [35]. В них в качестве базовых понятий взяты первичные дедуктивные понятия теории множеств, лежащей в основе всей математики. Оказалось, что эти учебники предъявляют нереально завышенные требования к логическим способностям учащихся.

Особняком стоят такие общие понятия, как «преобразование», «инвариант», «симметрия». Их следует рассматривать одновременно как общие индуктивные и как первичные дедуктивные понятия. Характеристика этих понятий как индуктивных очевидно связана с тем, что они участвуют в формировании индивидуального сознания. Действительно, нам нет необходимости договариваться между собой о понимании того, что представляет собой, например, зеркальная симметрия. Опыт частого «общения» с зеркалом приводит к единообразному представлению о свойствах зеркальной симметрии. Именно поэтому когда любой группе людей демонстрируется набор фигур, часть которых имеет свойство зеркальной симметрии, то подавляющее большинство безошибочно отбирает эти фигуры из произвольного перечня. Таким образом, Фалес Милетский имел все основания принять

зеркальную симметрию в качестве аксиомы, так как аксиома – это суждение, истинность которого не требует доказательства ввиду его самоочевидности. Но, как показал через две с половиной тысячи лет Феликс Клейн, метрические симметрии, включая зеркальную, действительно лежат в основе геометрии Евклида, что придает этим симметриям статус первичных дедуктивных понятий широких аксиоматических построений.

Индуктивный характер понятия «симметрия» позволяет опираться на наглядность ее форм при их использовании в учебном процессе, что особенно важно на первых этапах. А статус форм симметрии как первичных дедуктивных понятий и иерархические системы, которые они образуют, позволяют строить изложение, исходя из строгих дедуктивных схем, и поэтапно наполнять его содержанием. Образно говоря, использование понятия «симметрия» делает возможным движение от картинок, множество примеров которых имеется у Г. Вейля, А. В. Волошинова, Б. А. Рыбакова [12; 16; 63], к строгим моделям современной квантово-релятивистской теории поля.

3.7. Использование симметрии для оптимизации структуры содержания образования. Система локальных интегративных курсов

Следствием бурной дифференциации научного знания в дедуктивный период его развития (с IV в. до н. э.) является быстро прогрессирующая специализация. Ее рост привел к исчезновению к XIX в. ученых-энциклопедистов, а в дальнейшем к возникновению проблемы «двух культур» – гуманитарной и естественнонаучной. В своем крайнем выражении узкая специализация оборачивается тем, что грубо, но точно называют «профессиональным идиотизмом». С позиций содержания образования все эти отрицательные явления связаны с соотношением общего и специального образования, которое показано на рис. 1.3, точно воспроизводящем рис. 2.3.1 из монографии В. С. Леднева [44]. На этом рисунке показано уменьшение доли общего образования по отношению к специальному образованию по мере развертывания содержания образования во времени. В процессе формирования специалиста его

возможность ориентироваться в широком круге проблем, выходящих за его узкую специальность, сокращается. Возникает необходимость коррекции соотношения общего и специального образования, его оптимизации. Стихийно функцию такой коррекции берет на себя научно-популярная литература, но этот элемент не фигурирует в отчетливых организационных формах в структуре содержания образования. В ней представлены другие элементы с той же (в основном) функцией – это курсы «Естествознание» и «Концепции современного естествознания», преподаваемые в начальных классах общеобразовательной средней школы и в первые годы обучения в высших учебных заведениях соответственно. Поскольку эти дисциплины также складывались (по существу) стихийно, то нет и явной направленности их функций на коррекцию соотношения общего и специального образования. Они относятся к более узкому элементу, чем общее образование, – к циклу естественнонаучных дисциплин и потому не могут выполнять корректирующую роль в отношении общего и специального образования. «Естествознание» имеет в основном пропедевтический характер, и на момент его изучения (начальная школа) специальное образование существует лишь в зародышевых формах, поэтому его возможности коррекции соотношения общего и специального образования минимальны. Практика применения «Концепции современного естествознания» и ее место в государственных образовательных стандартах [18] таковы, что ее основной функцией является замена цикла естественнонаучных дисциплин для непрофильных специальностей в высших учебных заведениях. Поэтому нельзя говорить об оптимизации соотношения общего и специального образования в целом, имея в виду эти курсы из-за их частного характера.

Сейчас, как нам кажется, назрела потребность в выделении специального элемента (или системы элементов) в структуре содержания образования, основной функцией которого на всех этапах «сквозных» отраслей общего и специального образования будет оптимизация соотношения этих отраслей. Здесь возникают две проблемы: первая – какие параметры должен иметь этот элемент содержания образования? И вторая – на основе каких критериев формировать его собственное содержание? Ответ на первый вопрос связан с понятием «сквозных от-

раслей» содержания образования, которые изображены на рис. 1.3. Поскольку речь идет об оптимизации соотношения этих отраслей на всем их протяжении, то и компонент содержания образования, осуществляющий эту функцию, должен не только присутствовать в начальной школе («Естествознание») или завершать обучение естественнонаучным дисциплинам студентов непрофильных специальностей (курс «Концепции современного естествознания»). Тем не менее тенденция, намеченная этими двумя курсами, по-видимому, объективна, она согласуется с принципом двойного вхождения базисных компонентов в структуру содержания образования, предложенным В. С. Ледневым. В случае упомянутых курсов речь идет о вхождении компонента в виде явно выделенных апикальных элементов (по терминологии В. С. Леднева). Вопрос о том, сколько таких элементов необходимо и когда они должны размещаться, тесно связан с вопросом об их функциях и критериях отбора их содержания.

Для решения этих вопросов необходимо обратиться вновь к деятельностно-личностному подходу в теории содержания образования. В рамках этого подхода в качестве детерминанты содержания общего образования выступает научное знание. Выше было показано, что структуру научного знания формирует иерархия симметрий. Более того, сама эта структура образуется при развитии общественного сознания как фиксация элементов этой иерархии симметрий. Каждый новый апикальный элемент (математика, физика, химия, биология и др.) возникает, когда накапливается и осознается соответствующий ему набор преобразований и их инвариантов, или, переходя на язык фрактальной геометрии, можно утверждать, что выделение нового апикального элемента «мозаики» происходит, когда сознание оказывается готовым к различению нового масштабного уровня структуры, детали которого были скрыты при более высокой степени огрубления структуры мультифрактала. Порядок расположения этих элементов отображается в порядке соответствующих им учебных дисциплин (циклов учебных дисциплин) в содержании общего образования. Это естественно, поскольку формирование индивидуального сознания личности тоже проходит как выстраивание иерархии симметрий. То

есть при развитии общественного и индивидуального сознания происходит выстраивание общей картины мира в форме иерархии симметрий. Поскольку именно эта задача является основной целью общего образования, то, не изобретая искусственных схем, в основу системы локальных интегративных курсов, оптимизирующих соотношение общего и специального образования, на наш взгляд, следует положить иерархию симметрий, формы которых заполнены в соответствии с достигнутым уровнем специального образования. Такие курсы, очевидно, следует приурочить к переходу от одного этапа образования к другому, когда возникают условия для проведения обобщения завершённого этапа и необходимость пропедевтики следующего этапа в различных вариантах развертывания содержания образования.

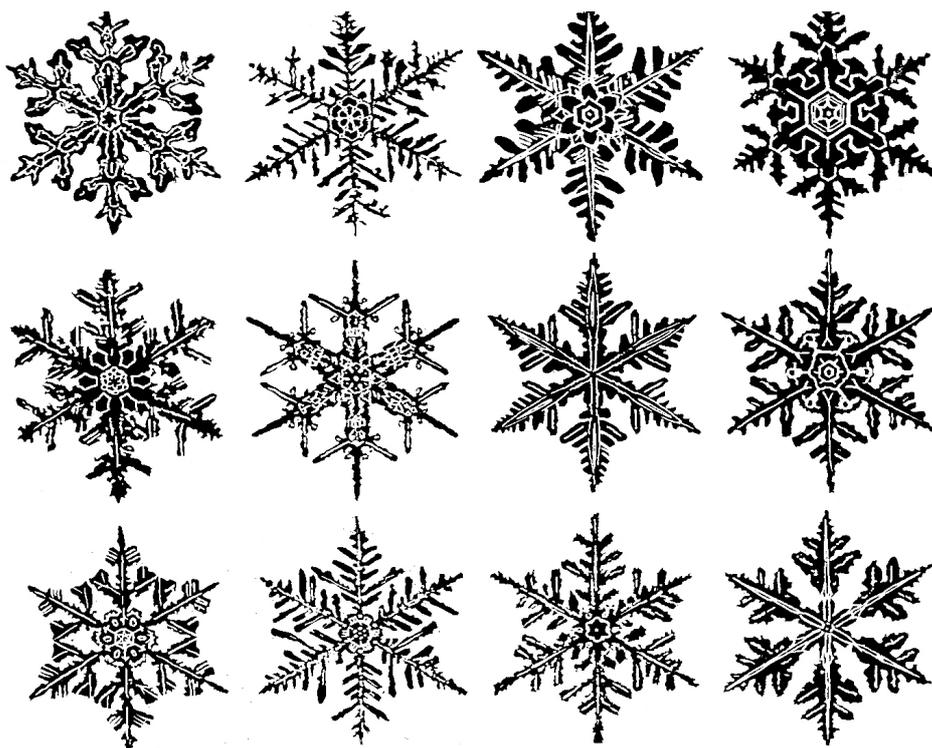
Укажем на одну важную особенность сложившегося традиционно содержания образования: если исходить из схемы классификации научных знаний, предложенной Е. Вигнером (см. рис. 3.2), то совершенно очевидно, что в содержании образования отражены два первых (нижних) уровня (явления природы и законы природы) и не отражен высший уровень, который их структурирует, т. е. формирует целостную научную картину мира (принципы симметрии). Это естественно, поскольку понятие симметрии, согласно мнению В. И. Вернадского, является более глубоким, чем понятия «времени, пространства, атомов, материи, движения...» [13, с. 220] и, добавим, энергии. Доказательством этого утверждения является тот факт, что в период возникновения теории относительности и квантовой механики появилось огромное число работ, в которых обсуждались указанные понятия. Но при этом была только одна работа Пьера Кюри, посвященная принципу симметрии в термодинамическом описании кристаллических тел. Принцип симметрии вошел в научное сознание незаметно: «Между тем бессознательность этого вхождения – эмпирический факт» [13, с. 221]. В. И. Вернадский находил данный факт тем более удивительным, что вопросы симметрии неразрывно связаны с проблемами теории относительности и квантовой механики и обсуждаемыми вопросами пространства, времени, энергии. Последующее развитие науки полностью подтвердило эту мысль В. И. Вернадского. Объяснение рассматриваемому парадоксу В. И. Вернадский находил в том, что чем более глубокая эмпирическая истина

находит свое выражение, тем больший объем материала требует обработки для обобщения тенденции и тем медленнее и незаметнее она входит в общественное сознание. Со времени цикла лекций, прочитанного В. И. Вернадским, прошло почти сто лет, и теперь нет сомнений в прочном вхождении принципа симметрии (по терминологии В. И. Вернадского) в систему научных знаний. Но попытки строго аксиоматического построения научных дисциплин на основе понятия симметрии не были реализованы. Тем не менее можно говорить об иерархии симметрий как о принципе симметрии в области классификации научного знания и его применении при формировании содержания образования в виде системы локальных интегративных курсов, содержание которых посвящено изложению идей, связанных с третьим уровнем научного знания – принципами симметрии.

Проблемой является способ, позволяющий оптимально построить знакомство с третьим (по Е. Вигнеру) уровнем научного знания. Сейчас он доступен только узкой группе специалистов математиков и физиков-теоретиков. Выход подсказывает следующее соображение: развитие научного знания – это и есть последовательное выстраивание иерархии симметрий, упорядочивающих «мозаику» картины мира (фрактальную по своей природе). Поэтому оптимальный путь знакомства с третьим уровнем научного знания – это знакомство с историей науки, рассматриваемой с позиций эволюции ее структуры и роли форм симметрии. Глубина наполнения рассматриваемых форм симметрии определяется подготовленностью учащихся, т. е. уровнем их общих и специальных знаний. Такой подход позволяет в рамках одной и той же схемы, но на различных уровнях, представить общую систему научных знаний и целостную научную картину мира.

Например, о роли симметрии в живой и неживой природе можно говорить на образном уровне, отметив, что для живой природы характерна поворотная симметрия с осью пятого порядка, а для неорганических кристаллических тел типичны оси симметрии третьего, четвертого и шестого порядков. Данное утверждение можно проиллюстрировать изображениями снежинок и морских звезд, приведенными на рис. 3.18.

a



б

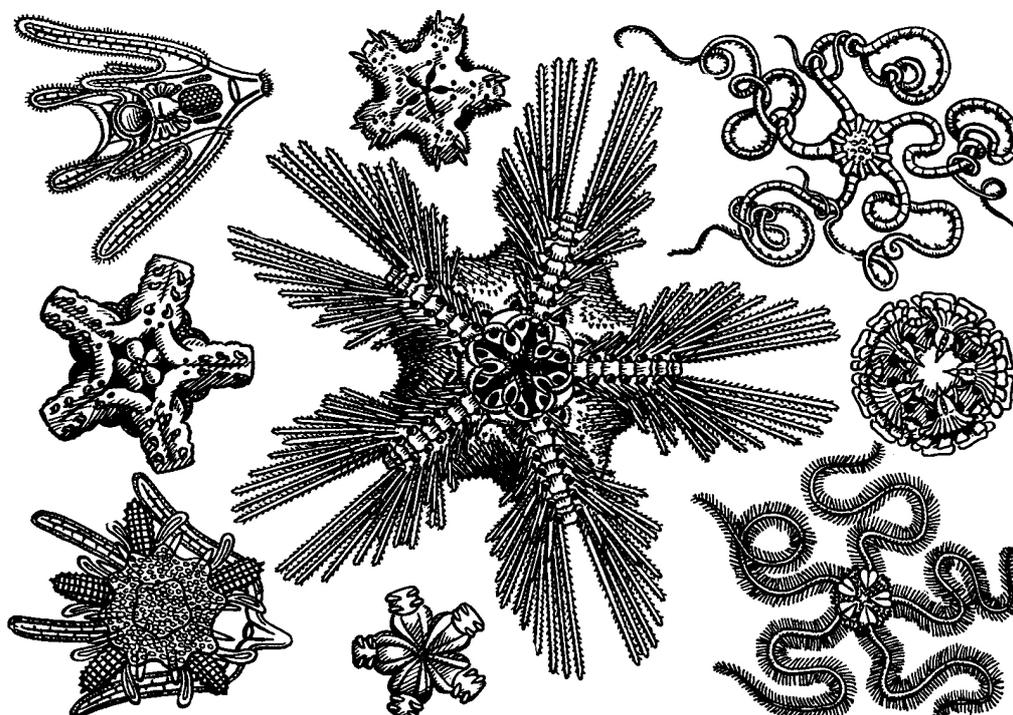


Рис. 3.18. Примеры инвариантов поворотной симметрии [12, с. 85, 86]:
a – снежинки: поворотная симметрия с осью шестого порядка;
б – морские звезды: поворотная симметрия с осью пятого порядка

Это будет соответствовать первому уровню знакомства, ориентированному на индуктивную составляющую понятия «поворотная симметрия». На более глубоком уровне можно опереться на модель строения жидкости и аморфного тела Дж. Д. Бернала. Она возникла на основе изучения формы, которую приобретают пластичные шарики, помещенные в емкость и подвергнутые сжатию. При полном сжатии, когда все полости исчезают, поперечные сечения деформированных шариков имеют форму, близкую к правильному шестиугольнику. При меньшей степени сжатия поперечные сечения в среднем имеют форму пятиугольника. Что интересно, структура, наблюдаемая в произвольном сечении при невысокой степени сжатия, близка к клеточной структуре живой ткани, например клеточной структуре, которую видно на срезе арбуза.

Следующий уровень требует знания элементов топологии – теорем о сплошном, без изъятия, заполнении плоскости (объема) одинаковыми элементами посредством их трансляции и поворотов. На плоскости такое заполнение можно осуществить с помощью правильных треугольников, четырехугольников, шестиугольников, но невозможно заполнить плоскость без изъятий правильными пятиугольниками. Заполнение без изъятий реализует более плотную упаковку, чем заполнение с пустотами, и энергетически более выгодно, поэтому кристаллические тела имеют оси вращения третьего, четвертого и шестого порядков, но не имеют осей вращения пятого порядка.

Основным отличием живого вещества от неживого является его способность к эволюции, т. е. изменению. Но изменение кристалла невозможно без нарушения симметрии его элементов, что нельзя представить себе при отсутствии «несплошностей». Поэтому живое вещество не может иметь идеальную кристаллическую структуру, но поскольку оно тяготеет к ближайшим устойчивым элементам с осью поворота третьего, четвертого и шестого порядков, то в среднем оно реализует элемент с поворотной осью пятого порядка. Иначе говоря, для жизни необходима определенная свобода и ее признаком является пятилучевая симметрия. Еще более глубокий уровень освещения этой проблемы связан с применением римановой геометрии для описания кристаллических тел с линейными и объемными дефектами структуры для конструирования перехода от идеального кристалла к аморф-

ному телу, у которого отсутствует дальний порядок. Таким образом, двойной логический статус понятия «симметрия» позволяет гибко подстраиваться к любому уровню знаний и любой профессиональной области.

В качестве примера реализации предложенного подхода можно рассматривать содержание данной главы этой монографии, посвященной симметрии. Другой пример дает программа, предложенная для повышения квалификации учителей-естественников средней общеобразовательной школы (приложение).

3.8. Принцип симметрии в педагогике

Понятие «принцип симметрии» (не путать с понятием «система принципов симметрии») было введено В. И. Вернадским в работе «Принцип симметрии в науке и философии» [13].

На данный момент наши знания форм симметрии и их иерархии недостаточны для строго дедуктивного построения комплекса различных научных дисциплин, но их достаточно для использования «принципа симметрии», формирующего структуру как научного знания, так и содержания образования. В основу классификации научного знания можно положить симметрию и иерархию ее форм. Эволюция научного знания и развитие индивидуального сознания разворачиваются как формирование системы симметрий. Этапы эволюции научного знания коррелируют с порядком развертывания элементов содержания общего образования – дисциплин математического и естественнонаучного циклов. Симметрия и иерархия ее форм образуют систему понятий, являющихся одновременно общими индуктивными и первичными дедуктивными. Поэтому может оказаться продуктивным их использование для оптимальной организации элементов «мозаики» структуры содержания общего образования и выравнивания соотношения общего и профессионального образования, которое имеет тенденцию нарушаться в пользу профессионального. Наиболее эффективно эту задачу может решить система локальных интегративных курсов, приуроченных к переходу от одного этапа содержания образования к другому. Содержание этих курсов должно строиться на основе возможного на данный момент выстраивания иерархии симмет-

рий и наполнения конкретных форм симметрии. Общая тенденция должна соответствовать переходу от симметрии как общего индуктивного понятия, воспринимаемого на уровне образов, к симметрии как первичному дедуктивному понятию, описываемому на языке точных наук. Последний уровень должен коррелировать с достигнутым уровнем профессионального образования. Целью является формирование целостной общей картины мира, охватывающей все области знания от гуманитарных наук до точных дисциплин, насколько это вообще возможно на данном этапе развития научного знания и для данной конкретной группы специальностей, т. е. данной области содержания специального образования. Наличие такой картины позволит оптимально реализовать цели общего образования для каждой области содержания специального образования. Иначе говоря, позволит видеть необходимый фрагмент мозаичной картины (фрактальной по своей природе) и видеть место этого фрагмента в общей картине.

4. ЗНАЧЕНИЕ ПРИНЦИПА СИММЕТРИИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЕДИНОЙ КАРТИНЫ МИРА

Выше был проведен анализ возможности использования языка и представлений современной математики для описания структуры содержания образования. Было показано, что эта структура имеет сложный вид, который в наглядной форме можно представить многоуровневой мозаикой так, что каждый элемент мозаики сам представляет собой ту же мозаику в сжатом масштабе. С точки зрения современной геометрии такой объект обладает структурой мультифрактала. Перераспределение веса и плотности элементов разного качества (элементов мозаики разного цвета), формирующих мультифрактал в некоторой области, приводит к превалированию в этой области некоторого качества. В результате в отношении этого качества мультифрактал разбивается на области, где оно преобладает, и области, где оно присутствует в рассеянном виде. Развернутый во времени (обучения) процесс чередования этих областей сгущения и разрежения образует элемент структуры, который называется сквозной линией.

Выше было предложено сформировать новую сквозную линию содержания образования для реализации идей высказанных в виде принципа симметрии. Основной задачей должен быть наивысший уровень интеграции научного знания в сквозной линии «симметрия».

Впервые идею о принципе симметрии как об общенаучном принципе, по-видимому, высказал В. И. Вернадский [13, с. 215–222]. Эта идея изложена им в работе с характерным названием «Принцип симметрии в науке и философии». Но свои рассуждения В. И. Вернадский строил на общих соображениях и не сформулировал конкретного содержания предложеного им общенаучного принципа. В предыдущих разделах мы раскрыли содержание этого принципа, связав его с идеями эрлангенской программы Ф. Клейна и предложенной Е. Вигнером схемы деления области научных знаний. В силу специфики поставленной задачи основное внимание мы уделили роли принципа симметрии в формировании структуры научного знания и формировании структуры содержания образования. Таким образом, остался не-

рассмотренным вопрос о роли принципа симметрии в философии, хотя на это прямо указывает приведенное выше название работы В. И. Вернадского.

Не являясь специалистами в области философии, мы не можем претендовать на последовательное и полное освещение роли принципа симметрии в философии. Сейчас научная общественность признает, что идеи эрлангенской программы относятся не только к области математики, а имеют общенаучное значение. Отметим, что и схема деления области научных знаний Е. Вигнера сформулирована так, что она не опирается на конкретные разделы науки, а имеет общий характер. Это позволяет предположить, что, опираясь на общее представление о симметрии, и ее конкретных формах, мы можем естественным образом прийти к результатам, имеющим философское значение. Поэтому, не касаясь вопроса об общей роли принципа симметрии в философии, мы приведем несколько примеров, связанных с возможностью сближения представлений современной науки и религиозных представлений. Этим мы надеемся показать принципиальную возможность сформировать целостную картину мира на основе идей симметрии, включающую как современные научные представления, так и элементы религиозного содержания.

4.1. Понятие «явление природы» как граница между научным и религиозным знанием

Наиболее адекватно содержание принципа симметрии передает схема деления области научного знания Е. Вигнера. Верхний уровень в его схеме отведен «принципам симметрии», средний уровень формируют «законы природы», а ее нижний уровень составляют «явления природы».

Проведем анализ содержания понятия «явление природы». По определению самого Е. Вигнера: «Явления природы – это все то, что можно наблюдать непосредственно с помощью органов чувств или опосредовано с помощью приборов». На наш взгляд, это определение не является конструктивным. Во-первых, оно содержит ненужное утверждение «непосредственно с помощью органов чувств или опосредовано с помощью приборов». Других способов наблюдения, помимо

указанных в определении, не существует, поэтому приведенное определение можно заменить на следующее эквивалентное: «Явления природы это все то, что можно наблюдать». Но при таком упрощении немедленно возникает проблема содержания термина «наблюдать». С другой стороны, любое конструктивное определение позволяет провести деление объектов на две части. Например, дав определение понятию «сосна» на основе существенных признаков этого растения, мы получаем возможность отличить сосны от берез, кленов, малины и т. п. То есть при наличии конструктивного определения всегда можно дать пример объекта, не удовлетворяющего определению. Какие объекты не удовлетворяют определению: «Явления природы – это все то, что можно наблюдать»? Такие объекты – это явления духовного мира: души, духи, Бог. Таким образом, это определение призвано отделить область научного знания от области религиозного знания. Но при этом возникает сложный и деликатный вопрос: как мы узнаём о существовании объектов духовного мира? Ответ очевиден – они проявляются в нашем окружении, и мы их можем наблюдать: мироточение, нисхождение благодатного огня, личное ощущение благодати Божией... Чем же отличается наблюдение явлений духовного мира от наблюдения явлений природы?

По нашему мнению, разница связана с тем, что явления природы в определенном смысле подконтрольны нам. Действительно, любые эксперименты проводят в контролируемых условиях. Напротив, явления духовного мира для нас абсолютно неподконтрольны. Эти обстоятельства связаны с наличием у любого явления природы «адреса», т. е. локализации в пространстве, времени и принципиальным отсутствием возможности указать такой «адрес» для явлений духовного мира. Тем не менее, и для различных категорий явлений природы наши возможности по их локализации различны. Эти различия связаны со способом описания локализации и манерой изменения локализации.

По способу локализации явления природы можно разбить на следующие классы: макроскопические тела, силовые поля и элементарные частицы. Для локализации макроскопических тел достаточно указать их расположение в пространстве в данный момент времени. Локализация силового поля требует описания распределения его ин-

тенсивности в пространстве в некоторый момент времени. Локализация элементарной частицы сводится к описанию распределения вероятности ее возможных расположений в пространстве в определенный момент времени.

По манере изменения локализации удобно рассмотреть макроскопические тела. Неорганические твердые тела (гора, здание, камень) – достаточно указать их положение в пространстве и интервал времени, в течение которого оно не меняется, или же указать траекторию движения, однозначно заданную законами механики. Живые неодушевленные организмы (не обладающие сознанием, например, растения) – необходимо указать положение в пространстве и время существования. Живые одушевленные организмы (обладающие сознанием, например, животные) – требуется указать типичную манеру поведения, т. е. манеру изменения положения в пространстве, связанную с особенностями жизнедеятельности и инстинктами. И, наконец, живые одушевленные организмы, обладающие сознанием и свободой воли (человек) – только детальное исследование в конкретных условиях существования позволяет локализовать определенного человека, да и то если он не ставит задачи уклониться от встречи.

Таким образом, по мере изменения способа описания локализации от макротел к силовым полям и элементарным частицам, возрастают трудности реализации осуществления наблюдения объекта. Аналогичная тенденция имеет место в отношении манеры изменения локализации для макрообъектов при переходе от неорганических неодушевленных к живым неодушевленным, далее, к живым одушевленным и, наконец, к живым существам, обладающим свободой воли. Образно можно представить эти две тенденции как «не параллельные» линии, на которых расположены соответствующие объекты. Линии «не параллельны», поскольку сформированы по различным принципам. В точке мысленного пересечения этих линий находятся сущности, которые одновременно так же плохо локализуемы как поля и элементарные частицы и в то же время, могут изменять свою локализацию так, как им диктует их свободная воля.

Для такого рода сущностей в Святоотеческом предании уже давно, задолго до формирования представлений о силовых полях

и элементарных частицах, принят термин «умные Силы». Его использовал в своем сочинении «О небесной иерархии» Дионисий Ареопагит – ученик св. апостола Павла [26]. Удивительно, но в этом термине присутствует указание на обе рассмотренные выше тенденции: умные – обладающие свободой воли, силы – поля, локализованные не так как вещественные тела.

Научное знание отступает от границы, за которой пребывают сущности духовного мира, поскольку они не поддаются контролю на основе методов локализации объектов материального мира, поэтому они молчаливо выносятся за пределы научного знания.

Проблемы локализации в пространстве и времени пронизывают все религиозное мировоззрение христианства и иудаизма. Так, среди других свойств Бога имеются следующие [30]: Богъ вечный (Псал. **89**, 3; Ис. **40**, 28), Богъ вездесущий (Псал. **138**, 7–12), Богъ всемогущий (Быт. **17**, 1; Лук. **1**, 37) и Богъ всеведущий (1 Иоан. **3**, 20; Евр. **4**, 13). В терминах современной науки эти свойства Бога можно сформулировать так: Он абсолютно нелокален и обладает абсолютной свободой воли, поэтому Он не наблюдаем и непознаваем методами науки. Ясно, что по своей воле Бог может быть как наблюдаем, так и не наблюдаем. Согласно Ветхому Завету Моисей видел Бога. Бог принципиально не наблюдаем по нашей воле, т. е. нашими способами, и потому находится вне границ научного знания. Здесь нет противоречия с тем, что Бог может быть наблюдаем, но только в согласии с Его волей.

4.2. Пространство – время, вещество – поле и понятия «твердь» и «вода» в Книге Бытия

Закон сохранения четности волновой функции связан с симметрией уравнений квантовой механики относительно инверсии времени. Не вдаваясь в лишние подробности, скажем, что этот закон лежит в основе деления материи на вещество и поле. В описании Творения в Книге Бытия используются понятия «твердь» и «свет». На первый взгляд, можно отождествить твердь с веществом, а свет с полем. Действительно, мы привыкли к словосочетанию «твердое вещество». Кроме того, многим сейчас известно, что свет – это вид электромагнитного поля. Но эти отождествления являются поспешными, они

разрушаются использованием в Книге Бытия словосочетания «твердь небесная». Эти противоречия между текстом Священного Писания и представлениями современной физики можно устранить. Для этого необходимо принять во внимание модель, предложенную в качестве альтернативы Стандартной космологической модели. Это так называемая модель Мирового кристалла или модель Кляйнерта – Планка.

Рассмотрим соотношение представлений о пространстве и веществе, принятых при описании Творения в Книге Бытия, с современными представлениями о них.

На заре истории содержание понятия «твердь небесная» включало в себя ряд признаков: купол небес как хрустальная сфера, к которой механически прикреплены звезды. Среди них присутствуют *фантастические* признаки: а) материал небес – прозрачное твердое вещество, б) к нему механически прикреплены светящиеся шарики. Но присутствуют и *реалистические* признаки, вполне приемлемые и в настоящее время: а) видимое положение звезд фиксировано относительно друг друга и б) свет свободно распространяется между небесами и Землей.

Эта картина не противоречила опыту людей 3500 лет назад и передавала детали, смысл которых проясняется сейчас на основе данных современной науки. Модель Мирового кристалла, которая описывает трехмерное пространство, была предложена Хагеном Кляйнертом на основе сходства уравнений общей теории относительности Альберта Эйнштейна и уравнений, описывающих напряженное состояние твердого кристаллического тела при наличии в нем дефектов (к такого рода дефектам относятся дислокации и дисклинации). В основе модели лежит представление о трехмерном пространстве как о кристалле с кубической объемноцентрированной решеткой, ячейки которой имеют размеры, определяемые планковскими квантами длины ($1,6 \cdot 10^{-35}$ м). В узлах решетки располагаются частицы, имеющие планковскую массу ($2.17645(16) \cdot 10^{-8}$ кг). В такой решетке могут происходить процессы рождения точечных дефектов – пар Френкеля: вакансий и межузельных частиц. Скопления точечных дефектов можно ассоциировать с веществом.

Скорость распространения колебаний в обычном твердом кристаллическом теле тем выше, чем выше его твердость, т. е. в алмазе скорость звуковых волн выше, чем в меди. Скорость распространения возмущений в Мировом кристалле (скорость звука в кристалле Кляйнерта – Планка) – это максимальная известная нам скорость – скорость света в вакууме, равная 300 000 км/с. С этой точки зрения, тверже чем Мировой кристалл в природе нет ничего, поэтому с позиций современной физики оказывается вполне оправданным выражение «твердь небесная».

В современной квантовой теории поля известен процесс возникновения частиц материи – вещества и поля в вакууме при создании высокой плотности энергии – это процесс рождения частиц из вакуума. В теории сильной пластической деформации и теории радиационного воздействия хорошо известны процессы возникновения вакансий и пар Френкеля (вакансия – межузельный атом) при создании высокой плотности энергии в кристаллической решетке. Из вакансий затем формируются дислокации и дисклинации и поры – линейные и пространственные дефекты кристаллической решетки.

Если отождествить обычное вещество с дефектами кристаллической решетки Мирового кристалла и учесть, что скорость перемещения дефектов в любом кристалле много меньше скорости переноса колебаний (скорость света в вакууме в случае Мирового кристалла), то мы получим ту самую картину, которую передают образы «твердь небесная» и «воды под твердью». «Дефекты» решетки Мирового кристалла, в том числе звезды и галактики, создающие картину ночного неба, практически неподвижны относительно друг друга. Они «прикреплены» к ткани Мирового кристалла

Образ «воды под твердью» соответствует тому, что вещество (с рассматриваемой точки зрения, это дефекты решетки Мирового кристалла) находится внутри кристалла, т. е. «...под твердью». То, что привычное для нас вещество (даже твердое) можно рассматривать как «воды» можно принять, если учесть, что твердое вещество в условиях длительных или очень интенсивных воздействий ведет себя как жидкость. Примерами текучести твердого вещества могут служить следующие факты: 1) течение ледников, 2) модель течения идеальной

невязкой жидкости, которая легла в основу описания пробоя брони танков кумулятивным зарядом. Эти свойства твердого вещества связаны с тем, что твердые тела состоят из частиц вещества, «подвешенных» в пространстве на силовых полях и разделенных огромными промежутками пустоты. Поэтому некоторые свойства твердых тел и, тем более, свойства жидкостей и газов подобны свойствам самих силовых полей.

Отметим, что основное свойство жидкости (воды) – быть текучей и легко делимой твердыми телами, что связано с фундаментальными свойствами силового поля, осуществляющего взаимодействие между частицами вещества. Носители полей – это бозоны, т. е. частицы с четной волновой функцией, для которых не справедлив принцип запрета Паули. Принцип Паули запрещает частицам – носителям вещества фермионам (нейтрино, электронам, нейтронам, протонам и составным частицам – атомам, молекулам и т. д.) иметь одно и то же квантовое состояние и занимать одно место в пространстве. Напомним, что фундаментальное свойство вещественного тела заключается в том, чтобы занимать некоторое место в пространстве и не допускать в эту область другие вещественные объекты. В случае бозонов – частиц носителей силовых полей – этот принцип не выполняется, и они могут занимать одно и то же место в пространстве. В итоге, поля пронизаемы и делимы, как вода, друг для друга и для вещества, но, с другой стороны, в любом объеме можно накопить произвольно большое количество энергии поля. Энергии и поля, и вещества пропорциональны числу элементарных частиц носителей. Но в случае силового поля носителями являются бозоны, а их можно собрать неограниченно много в любой точке пространства, так как для них не действует принцип запрета Паули. Для фермионов (частиц – носителей вещества) принцип запрета действует, и каждый фермион занимает свой минимальный объем, где не может расположиться другой такой же фермион. Поэтому количество энергии, заключенное в определенном объеме вещества, не может превосходить некоторого максимального значения. Таким образом, в отличие от вещества, силовое поле «неощутимо», но его энергия может быть значительно больше энергии вещества, заключенного в том же объеме.

Перед нами возникает удивительная картина, когда всего в пару понятий – «твердь небесная» и «воды под твердью» – вложен смысл, неизменный в своей основе на протяжении 3500 лет, но для усвоения которого в относительной полноте оказалась необходима работа ста поколений.

4.3. Понижение степени симметрии в ходе эволюции Вселенной и относительность характера понятий «жизнь» и «смерть»

После появления Вселенной в ходе Большого взрыва имеет место понижение степени симметрии материи. Ниже приведено перефразированное описание начальных этапов эволюции Вселенной. Согласно Стандартной космологической модели в момент времени, отстоящий от начала существования Вселенной на время, равное длительности кванта времени $5,4 \cdot 10^{-44}$ с, температура Вселенной была равна 10^{32} К, а средняя энергия частиц $E = kT = 10^{28}$ эВ (где k постоянная Больцмана) при размере Вселенной порядка микрона. Согласно Стандартной модели при такой энергии частиц мир абсолютно симметричен, т. е. все элементарные частицы – носители материи обладают одинаковыми свойствами и еще не имеют массы. В частности, все известные фундаментальные взаимодействия (гравитационное, сильное, слабое и электромагнитное) слиты в одно силовое поле. Чуть позже произошло первое нарушение всеобщей симметрии и первоначальное силовое поле разделилось на гравитацию и остальные три взаимодействия, которые пока остаются слитыми. На 10^{-36} с от начала существования средняя энергия частиц снизилась до значения 10^{24} эВ, а размер Вселенной возрос до 10 см и очередное нарушение симметрии привело к появлению первых частиц (X- и Y-бозонов), которые приобрели массу. Они сразу же распались на безмассовые кварки (из которых построены протоны и нейтроны, образующие при объединении ядра атомов) и лептоны (электроны, формирующие оболочки атомов, нейтрино и др. и их античастицы). Лептоны участвуют в электрослабом взаимодействии (пока еще слитном электромагнитном и слабом взаимодействии). Таким образом, электрослабое взаимодействие отделилось от сильного, связывающего кварки, а также нейтро-

ны и протоны (их общее название – нуклоны), образованные из кварков. На интервале времени от 10^{-36} с до 10^{-10} с Вселенная состояла из смеси безмассовых кварков, лептонов и фотонов, возникших при взаимной аннигиляции частиц и их античастиц. К моменту времени, отстоящему от начала на 10^{-10} с размер Вселенной возрос до миллиарда километров, а плотность вещества и энергии упала, вместе с ними снизилась средняя температура и достигла значения 10^{15} К. При этом произошло очередное понижение степени симметрии: электрослабое взаимодействие распалось на электромагнитное и слабое. Таким образом, при средней энергии частиц 10^{11} эВ исходное силовое поле распадается на четыре фундаментальных взаимодействия: гравитационное, сильное, слабое и электромагнитное. К моменту времени существования 10^{-6} с Вселенная имела размер около 10^{11} км, а средняя энергия частиц упала до 10^9 эВ (температура материи 10^{13} К). Из кварков начали формироваться мезоны, затем протоны и нейтроны. Только через 100 с после начала существования, когда размеры Вселенной достигли сотен световых лет, а температура упала до $T = 10^9$ К (средняя энергия частиц приняла значение 10^5 эВ), протоны и нейтроны начали сливаться в легчайшие ядра водорода H, дейтерия D, гелия He и лития Li. Через 300 000 лет после начала существования диаметр Вселенной достиг размеров десятков миллионов световых лет, температура материи упала до 10 000 К, а средняя энергия частиц до 1 эВ, ядра стали удерживать электроны, и возникли первые легкие атомы водорода и гелия. На предшествующих этапах в результате аннигиляции частиц и античастиц родилось множество фотонов. При средней энергии порядка 1 эВ фотоны уже не могут разрушать атомы, и излучение отделяется от материи, продолжая остывать. С этого момента отсчитывается свою историю реликтовое излучение. Его температура понижалась и к настоящему времени достигла 2,7 К. Микроволновой фон с такой температурой обнаружен в 1964 г.

Из приведенного описания видно, что по мере понижения кинетической энергии частиц, т. е. при уменьшении интенсивности их движения, происходит понижение степени симметрии, что приводит к различию свойств частиц разных сортов и усложнению структуры материи.

Можно продемонстрировать, что процесс понижения степени симметрии – это часть общей тенденции, характеризующей материальный мир. Суть этой тенденции такова: с понижением интенсивности движения частиц материи растет уровень сложности структуры систем и число вариантов их поведения. Если принять, что характерный признак жизни – рост разнообразия вариантов поведения и рост возможностей выбора среди этих вариантов, то можно сказать, что с понижением интенсивности движения («умирания» движения) парадоксальным образом растут проявления элементов «жизни».

Эта тенденция реализуется и далее, по мере расширения Вселенной и, соответственно, по мере падения плотности материи, плотности энергии и температуры. На поверхности некоторых звезд температура падает настолько (до $6000\text{ }^{\circ}\text{C}$), что могут возникать ионы, состоящие из атомного ядра и неполной электронной оболочки. Дальнейшее понижение температуры происходит в межзвездном пространстве, заполненном газово-пылевыми облаками и сконденсировавшимися из них небесными телами: кометами, астероидами, малыми и большими планетами. Здесь при температурах ниже $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$ формируются различные агрегатные состояния вещества: газообразное, жидкое и твердое, и появляются простейшие химические соединения: CO , CO_2 , O_2 , H_2O и др. Наконец, понижение температуры до $100\text{--}200\text{ }^{\circ}\text{C}$ делает возможным возникновение сложных полимеров и органических молекул, а при температуре ниже температуры свертываемости белка органические молекулы приобретают возможность сформировать живые организмы на белковой основе.

Отмеченную общую тенденцию можно подытожить так: с момента начала Большого Взрыва по мере остывания материи формы ее существования и ее структура усложняются и появляется возможность для существования все большего разнообразия вариантов «движения» материи (вещества и поля) и выбора из этих вариантов. На вершине этой тенденции оказывается жизнь как форма существования белковых тел.

Смысл этой закономерности, наблюдаемой в видимой нами части мироздания, довольно прост. Он сводится к соотношению кинетической (средняя кинетическая энергия частиц пропорциональна тем-

пературе) и потенциальной энергий. Детали структуры материи связаны с характером потенциальной энергии (энергии взаимного расположения тел), и чем выше значение кинетической энергии, тем меньшую роль играют эти детали.

Образно эту закономерность можно сформулировать как «принцип шофера»: меньше скорость – больше ям. Если по неровной горизонтальной поверхности пустить шарик, то при очень большой скорости он не почувствует рельефа и пролетит по прямой. При меньшей скорости он споткнется о некоторые бугры и траектория его движения станет сложнее, увеличится и число возможных вариантов траектории. То есть, тонкие сложные движения становятся возможны, когда общая интенсивность движения уменьшается.

Для живого вещества указанная закономерность прерывается при температуре ниже точки замерзания воды. Но даже на уровне материи кроме вещества существуют поля. Уже поэтому нет оснований полагать, что непрерывная до этого момента тенденция к увеличению проявлений жизни по мере уменьшения интенсивности движения прекращается вместе с прекращением проявлений органической жизни (т. е. с физической смертью).

Опыт аскетики, переданный нам в Священном Предании, как раз и согласуется с указанной тенденцией. Он утверждает, что для достижения Жизни Вечной необходимо максимально отстраниться от интенсивных движений нашего мира (т. е. от бурления страстей).

Отметим одну важную деталь: этапы формирования Вселенной в первые мгновения после Большого Взрыва, их характеристика и, в значительной степени, их последовательность, согласно Стандартной модели имеют точки соприкосновения с описанием Творения, приведенным в первых стихах Книги Бытия [29]: «Вначале Бог сотворил небо и землю» (Быт. 1, 1), «небо» – мир ангельский и «землю», то есть мир материальный в целом: пространство-время и материю. «Земля была безвидна и пуста...» (Быт. 1, 2) – т. е. все качества материального мира одинаковы – полная симметрия. «И сказал Бог: да будет свет...» (Быт. 1, 2) – разделение материи на вещество и поле. «И создал Бог твердь, и отделил воду, которая под твердью, от воды, которая над твердью. И стало так. И назвал Бог твердь небом...»

(Быт. 1, 7,8) – согласно модели Планка – Кляйнерта пространство – время (небо) – это Мировой кристалл (твердь). «...и отделил воду, которая над твердью, от воды, которая под твердью...» (Быт. 1, 7,8) – материя – вещество и поле по отношению к тверди мирового кристалла – вода, и они находятся внутри Мирового кристалла, т. е. в пространстве, т. е. под твердью. Такое соприкосновение позиций современной науки с текстом Книги Бытия, написанным 3500 лет назад, заставляет задуматься. Другие примеры совпадений такого рода авторам не известны.

4.4. Принципы симметрии (принципы инвариантности) и их зависимость от концепции времени

В отличие от понятий «явления природы» и «законы природы» у Е. Вигнера нет характеристики содержания понятия «принципы симметрии». Нет также характеристики, детализирующей связь принципов симметрии с законами природы. Он ограничивается аналогией, говоря, что принципы симметрии играют ту же роль по отношению к законам природы, какую сами законы природы играют по отношению к явлениям природы. Эта краткость связана, очевидно, с описанным выше статусом понятия «симметрия» одновременно общего индуктивного и первичного дедуктивного. В результате оно доступно в полном объеме узкому кругу теоретиков, наделенных одновременно, поэтическим мышлением. К ним можно отнести, например, Анри Пуанкаре [62]. Строя грубую аналогию, можно сказать, что принципы симметрии – это законы над законами, устанавливающие общие правила игры, как над Гражданским и Уголовным кодексами есть конституционные законы, а над ними – сама Конституция. И в том, и в другом случае каждый последующий уровень «уже» предыдущего, т. е. имеется тенденция движения к некоторому единому принципу. В области религиозного мышления, очевидно, этот принцип называется Бог.

Есть еще одна сторона принципов симметрии, которую необходимо отметить. Они не случайно носят второе название – «принципы инвариантности» (неизменности некоторых свойств во времени) и, что не удивительно, они тесно связаны с законами сохранения. То

есть принципы симметрии детерминированы принятой в науке концепцией времени. Все наши опытные данные упорядочены во времени. В теоретических разделах общепринято описание, построенное на принципе причинности. Иначе говоря, все наши построения исходят из идеи неизбежности локального описания событий (явлений природы) во времени и пространстве. Но смысл Священного Писания, Священного Предания и Евангельской вести определенно говорит о том, что время и пространство – это только часть всей реальности, что не противоречит научному подходу, а указывает на ограниченность области его действия. Причем попытки более общего подхода в науке, связанные с нелокальным представлением о времени, известны со времен Древней Греции. Так одна из попыток объяснения известной апории Зенона о стреле, которая одновременно и летит, и покоится, заключалась в том, что, говоря современным языком, допускалось, что пространство–время состоит из «атомов», в пределах каждого из которых неправомочно представление о покое и движении. Перекрытие этих «атомов», относящихся к различным пространственно-временным состояниям приводит к возникновению свойства движения.

Такие попытки имеют место и в современной квантовой теории [12; 35; 89]. Описание, учитывающее нелокальность пространства и времени, особенно активно обсуждается в настоящее время в связи с феноменом квантовой запутанности. Суть этого феномена состоит в том, что состояние квантовой системы взаимодействующих частиц оказывается связанным даже после того, как частицы системы оказываются разделены в пространстве. Эксперимент подтвердил, что эта связь имеет мгновенную скорость передачи, превышающую скорость света в вакууме минимум в 100 000 раз [91; 98]. Для этого явления Эрвин Шредингер в 1935 г. предложил термин «квантовая запутанность», который принят в настоящее время [96]. Такие скорости передачи воздействия, превышающие скорость света, потенциально могут привести к нарушению принципа причинности, поскольку создают возможность влияния событий будущего на настоящее и прошлое. На возможность такого парадокса указывали в своей работе Альберт Эйнштейн с соавторами [90]. Эта работа была ответом А. Эйнштейна на возражения Нильса Бора по вопросам интерпретации квантовой

механики в дискуссии на Пятом Сольвеевском конгрессе в 1927 г. Он говорил, что нарушение принципа причинности недопустимо при описании реальности и, следовательно, недопустимо такое «жуткое» дальное действие. Альберт Эйнштейн считал феномен квантовой запутанности лишенным физического смысла. Тем не менее, в 1964 г. Д. Белл провел анализ, который привел к неравенствам, позволяющим экспериментально проверить существование явления квантовой запутанности [87]. В 2007 г. исследователи из Мичиганского университета обнаружили экспериментально это явление при расстоянии между частицами, равном 1 м, а годом позднее швейцарским исследователям из Университета Женевы удалось разнести два потока запутанных фотонов на расстояние 18 километров. и показать, что скорость передачи возмущения превышает скорость света в 100 000 раз [91; 98]. Таким образом, в настоящее время нет сомнений в существовании самого явления квантовой запутанности, и более того, изучению этого явления посвящены многочисленные исследования и реализованы возможности его практического использования в квантовых компьютерах [7; 86; 88; 91; 95].

Открытым остается вопрос об интерпретации результатов исследования явления квантовой запутанности. Основная трудность связана с попытками согласовать нелокальное пространственно-временное описание с принципом причинности, т. е. удовлетворить требования к описанию реальности, которые сформулировал еще Альберт Эйнштейн на Пятом Сольвеевском конгрессе в 1927 г. в дискуссии с Нильсом Бором.

Нельзя исключить, что в этом случае упускается возможность такого обобщения принципа причинности, учитывающего нелокальность, которое в пределе переходит в традиционный принцип причинности, соответствующий локальному описанию. Отсутствие движения в этом направлении, по-видимому, связано с тем, что для его последовательной и полной реализации требуется пересмотр всего накопленного знания как упорядоченного набора эмпирических фактов, и как фрагментов дедуктивной системы. Дополнительная трудность в том, что наше индивидуальное сознание сформировано на локальном описании реальности.

Привычные рациональные подходы, основанные на традиционном понимании причинности, много проще и эффективней до определенного предела. Тем не менее, в современной науке, как нам кажется, накапливается необходимость в построении нелокального пространственно-временного описания окружающей нас реальности. По-видимому, в случае такого изменения способа описания действительности ревизии подлежит и структура научного знания, поскольку ее детерминируют принципы симметрии.

Отметим, что в случае принятия концепции нелокального пространственно-временного описания явлений природы научное знание оказывается в другом отношении с истинами Священного Писания и Священного Предания. Это может быть иная система взаимоотношения религии и науки, не основанная на антагонизме. То, что представляется с привычной точки зрения чудом, в рамках более широкого описания может быть проявлением недоступных нам закономерностей.

4.5. Анализ возможности согласования религиозных взглядов на творение мира с позициями современной науки

Вопрос о принципиальной возможности согласования веры с принципами рационального мышления был сформулирован в предыдущем пункте. В этом пункте мы в качестве ключевого момента возьмем некоторые варианты интерпретации описания Творения в Шестоднев, рассматриваемые православной общественностью, и научный подход к проблемам формирования нашего мира.

I. Характеристика основных подходов к объяснению формирования окружающей нас реальности

В основном это три подхода, допускающие различные вариации:

А) Классический эволюционизм – окружающий мир сформировался естественным путем на основе закономерностей, изучаемых наукой, причем последовательность и длительность событий описаны верно.

Б) Православный эволюционизм – окружающий мир сформировался естественным путем на основе закономерностей, изучаемых

наукой, причем последовательность и длительность событий наукой описаны верно, что не исключает формирования условий протекания эволюции Творцом.

В) неокреационизм (или патрологический креационизм) – описание творения в Священном предании и Священном писании, в частности, Шестоднев следует принимать буквально как в отношении последовательности, так и длительности событий.

Каждая из трех точек зрения имеет сторонников и противников, но значительная часть православной и научной общественности не принимает в качестве окончательной ни одну из них.

Это позволяет допустить, что в сформулированном выше виде ни один из предложенных подходов нельзя принять без уточнений, но каждый из них необходим для адекватного описания реальности.

II. Развернутая характеристика каждого из трех подходов

А) Классический «научный» эволюционизм

Классический «научный» эволюционизм имеет две стороны:

- первая носит *метафизический характер* – это допущение того, что Вселенная способна к неограниченной эволюции структуры сама по себе в отсутствии внешнего источника;

- вторая имеет *эмпирический характер* – это наблюдаемая связанная система процессов усложнения структуры, развернутая во времени (*мегавремя* в терминологии С. А. Сошинского [68]).

Первая из указанных сторон в принципе не может быть подтверждена эмпирически и носит характер веры. Помимо этого, отметим еще два обстоятельства:

1. Согласно второму началу термодинамики, конечному состоянию изолированной системы соответствует максимальная деградация структуры фазового пространства системы. По современным космологическим теориям Вселенная ограничена *горизонтом событий* (скорость света в пустоте, умноженная на время, прошедшее с момента Большого взрыва). При этом никакие воздействия из области *за горизонтом событий* не могут оказывать влияния на текущее состояние Вселенной. Это же заключение справедливо и при учете наличия черных дыр. Иными словами, Вселенная – это, скорее всего, замкнутая

система и к ней применимо второе начало термодинамики, что ставит под сомнение возможность ее неограниченной эволюции.

2. Исследование конечных открытых нелинейных систем (ячейки Бенара, реакция Белоусова – Жаботинского) показывает, что в условиях стационарного внешнего воздействия структура системы достигает некоторой степени сложности и далее не меняется.

Опосредованно о том же свидетельствуют и следующие факты: в относительно неизменной среде (водной) эволюция почти прекратилась, а в относительно более лабильной среде (поверхность суши и атмосфера) она протекает более интенсивно.

Вторая сторона, как было отмечено выше, носит эмпирический характер. Она включает в себя эмпирические свидетельства об эволюции Метагалактики, звезд, биосферы Земли, отдельных популяций и др. Все это образует связанную глобальную *систему* фактов и моделей.

В нее включены:

- разбегание галактик (обнаруженное Хабблом);
- наличие реликтового излучения;
- геологическая летопись (стратификация);
- измерение скорости движения материковых плит и конфигурация материков;
- магнитная летопись, т. е. чередование намагниченности пород дна атлантического океана при смещении от срединного хребта;
- чередование слоев донных осадков;
- годовые кольца;
- баланс изотопного состава твердых веществ в породах и останках растений и животных и т. д.

Все эти «летописи» взаимопересекаются и образуют *единую связанную систему* с многочисленным внутренним контролем. Ее отрицание ведет к разрушению *всего научного знания*, созданного трудом многих поколений исследователей.

Из вышеупомянутого можно сделать следующий **вывод**: *если метафизическая составляющая «научного» эволюционизма основана целиком на вере, то эмпирическая сторона подтверждена множеством фактов, более того, образует единую связную систему, и отказ*

от нее есть отказ от всего научного знания. Для подавляющего большинства научных работников такой отказ невозможен.

Б) Православный эволюционизм

В основе православного эволюционизма лежит признание эволюции простым инструментом Бога, что не противоречит идее глобальной эволюции в метафизическом плане. Фактически вера в безграничную эволюцию бесконечной вселенной заменяется верой в эволюцию, управляемую Творцом.

Трудности возникают в отношении согласования эмпирических свидетельств об эволюции с описанием Шестоднева: во-первых, в отношении *длительности этапов* эволюции и, во-вторых, в отношении *последовательности этапов*.

Что касается *длительности этапов*, то в Священном Предании есть свидетельство о том, что эти длительности относительны: «...для Бога тысяча лет как один день и один день как тысяча лет...» (2Пет.3:8) [29].

Такая трактовка хорошо согласуется и с современными научными подходами, в частности, с результатами теории относительности: темп времени зависит от скорости движения и замедляется при приближении к скорости света, что имеет эмпирическое подтверждение в опытах на ускорителях частиц. В частности, было предсказано, что за несколько секунд падения тела к сфере Шварцшильда, окружающей черную дыру, для всей остальной Вселенной пройдет бесконечное время. Поэтому, в принципе (теоретически), *шесть дней вполне могут вместить 11,3 миллиарда лет, что не противоречит ни Священному Преданию и Священному Писанию, ни подходам современной науки*. При этом, конечно, необходимо допустить возможность того, что описание творения происходит в разных системах отсчета. А если «дни» понимать, как периоды деятельности Бога неуказанной длительности, то проблема просто отсутствует.

Сложнее обстоит дело с *последовательностью событий*. Наиболее остро вопрос стоит в отношении творения Адама и Евы. Согласно Шестодневу они сами, а также животные и растения, созданы *до* грехопадения, а смерть приходит в мир *после* грехопадения. Но

с точки зрения теории эволюции и геологической летописи смерть является необходимым фактором естественного отбора и возникновения биологических видов, *т. е., причинно-следственные связи в Шестоднев и теории эволюции противонаправлены.*

Одно из направлений православного эволюционизма видит решение проблемы в переопределении понятия «смерть». Предлагается считать, что смерть животных была и до грехопадения, но это была какая-то другая смерть, а не та смерть, которой стали умирать и люди и животные после грехопадения. Но, переопределяя понятия такого рода способом, можно утвердить любое положение, и логические построения просто теряют смысл.

Переопределение понятия «смерть», по-видимому, не соответствует и догматам церкви: 109-е правило Карфагенского Собора (поместного собора православной церкви) выразило и догматически закрепило богооткровенную истину о первоначальном бессмертии первозданного человека: «Аще кто речет, яко Адам, первозданный человек, сотворен смертным, так что, хотя бы согрешил, хотя бы не согрешил, умер бы телом, то есть вышел бы из тела не в наказании за грех, но по необходимости естества: да будет анафема». И так как мир и все твари были прокляты *вместе* с Адамом, то нет оснований разделять понятие о смерти для Адама и для них.

Вывод: *православный эволюционизм можно принять только при условии отказа от традиционной формы принципа причинности.*

В) Неокреационизм (патрологический креационизм)

Священное Предание и Священное Писание как прямое послание Бога не подлежат критическому *анализу, направленному на их изменение* (как дополнению, так и убавлению), как по букве, так и по смыслу. Таким образом, существенным признаком этого Послания является его *совершенство и вневременной характер* (оно дано для всех эпох и ситуаций).

Но послание Бога предназначено и направлено людям (как урок, эталон и т. п.). Поэтому неизбежным этапом исполнения этого предназначения является анализ Священного Предания и Священного Пи-

сания с целью спасения общего и личного спасения. Такой анализ производится в форме толкования текстов посланий. Толкование неизбежно делается с учетом уровня восприятия конкретных людей и, следовательно, не имеет совершенного вневременного характера.

Возникает противоречие между абсолютным характером послания Бога и неизбежно временным характером толкования.

Попытка разрешить это противоречие может строиться на том, что любая интерпретация опирается на понятия, но понятия могут иметь различную природу: следует различать индуктивные и дедуктивные понятия.

В свое время на это обстоятельство указал известный русский ученый академик Н. С. Курнаков при анализе логического статуса таких фундаментальных понятий, как «атом», «молекула» и т. п. Он отметил, что общие индуктивные понятия имеют широкую область приложения (большой объем), но малое содержание. Так понятие «материя» охватывает все объекты Вселенной, но его содержание ограничено единственным признаком: она существует в пространстве и времени, причем формой ее существования является изменение. Конструктивное использование общих индуктивных понятий практически невозможно из-за их бессодержательности. В отличие от них первичные дедуктивные понятия имеют тем больший объем, чем шире их содержание [41]. Например, такое понятие, как «атом» обладает широчайшей областью применения и в то же время позволяет давать конструктивные толкования, например, объяснить растворимость твердых веществ в воде, постоянство химического состава молекулярных веществ, устойчивость процесса передачи наследственных признаков как следствие относительной устойчивости молекул ДНК и т. п. Эти понятия имеют статус *первичных дедуктивных понятий*. К понятиям такого рода относятся, например, первичные дедуктивные понятия геометрии Евклида: тело, поверхность, линия, точка. В рамках аксиоматической системы на основе первичных дедуктивных понятий конструируются понятия следующего уровня: луч, отрезок, угол, треугольник и т. д. Для нас важно отметить, что *первичные дедуктивные понятия не сводятся ни к каким другим, а единствен-*

ным способом их определения является система аксиом (постулатов), связывающих эти понятия между собой. Причем, аксиомы рассматриваются как суждения, истинность которых не требует доказательств.

Необходимо отметить, что все известные нам аксиоматические системы являются результатом длительного формирования и анализа широких групп индуктивных понятий. К тому же, в силу теоремы Геделя «О неполноте» любая аксиоматическая система не является замкнутой, т. е. она опирается на фундамент, лежащий вне самой системы.

Можно допустить, что тексты Священного Предания и Священного Писания следует рассматривать как базис абсолютной аксиоматической системы, данной нам Творцом, и в этом его отличие от всех остальных известных нам аксиоматических систем. Задачу определения того, что относить к этому абсолютному базису решает Церковь. Связи между первичными понятиями такого базиса формируют границы, которым должны соответствовать эти понятия при их использовании вне рамок Откровения.

При таком подходе внутреннее совершенство Откровения можно связывать с его полнотой и непротиворечивостью, а внешнее совершенство естественно связать с тем, что *рано или поздно обнаруживается совпадение* содержания индуктивных понятий, используемых нами в жизни, и соответствующих им понятий Откровения. Примеры реализации такого подхода приведены в предыдущих пунктах этой главы.

С другой стороны, неокреационизм (протестантский) предлагает нам, например, «теорию космического пара», объясняющую климатические и другие изменения наличием водяного пара над и под вещественной твердью. Эти изменения проходят на протяжении ~ 7000 лет со дня сотворения мира, понятых буквально, т. е. на том же уровне представлений людей, который существовал 3500 лет назад. Примитивизм такого подхода очевиден и фактически дискредитирует сторонников такой трактовки текстов Священного Предания и Священного Писания.

При этом неявно предполагается, что содержание индуктивных понятий не меняется, и эти понятия, взятые в случайный момент времени, тождественны абсолютным понятиям Откровения. Фактически неокреационисты под словами «буквальное прочтение» понимают неизменность содержания индуктивных понятий, что с религиозных позиций можно расценить как навязывание Творцу своих частных представлений.

Итак, резюмируя вышесказанное, следует подчеркнуть, что обоснованной представляется такая точка зрения: ни один из трех традиционных подходов нельзя принять без уточнений, но каждый из них является частично верным. Необходимо проанализировать возможность их объединения.

III. Синтез подходов к объяснению формирования окружающей нас реальности

Позицию креационизма можно считать не противоречащей положениям научного и православного эволюционизма, если под буквальным смыслом терминов понимать их вечный неизменный смысл, отраженный в Откровении и постепенно проясняющийся в ходе истории.

Но при этом необходимы ревизия традиционного понимания принципа причинности и пересмотр представлений о пространстве и времени. В этом случае эволюцию можно рассматривать как инструмент Творца, а описание творения в Шестодневе как точное, но обобщенное описание. Отдельные детали этого описания становятся доступны нам с течением времени.

Нужно отметить особо, что традиционная формулировка принципа причинности связана со строго локальным представлением о времени: каждому событию предшествует во времени другое событие, являющееся его причиной.

Такое представление восходит к Аристотелю, но у него кроме трех типов причин, согласующихся с этим определением, имеется четвертый тип – телеологическая причина, или причина конечной цели. В настоящее время в биологии все чаще обращаются к телеологической причине при описании живых организмов.

Тем не менее, в научный обиход, как при интерпретации эмпирических данных, так и в математические модели, описывающие движение на основе дифференциальных уравнений, вошел лишь вариант принципа причинности, связанный с представлением о локальности времени. Эта форма принципа причинности тесно связана с представлением о детерминизме. Психологической основой массового принятия такой ограниченной трактовки принципа причинности является простота описания и удобство такого подхода и не более того.

Отметим, что во II–IV вв. было принято считать, что использование логики Аристотеля возможно при толковании Священного Писания и Священного Предания, причем исключительно на основе локального понимания времени и принципа причинности. Это, очевидно, противоречит провиденциальному характеру Откровения, что несколько смягчается оговоркой, что «...идеже бо хочет Бог, побеждается естества чин» (Догматик, глас 7). Но в VII в. отношение к использованию формальной логики для толкования Богооткровенных истин претерпело изменение, что отразилось в учении исихастов, развитом святителем Григорием Паламой [26].

Возможность интерпретации Шестоднева на основе новых представлений о времени

Известны следующие попытки трактовать с нетрадиционных позиций представления о времени в применении к Шестодневу:

1. Концепция «распада Вселенной» – при грехопадении (на меон – время регресса и эон – время прогресса). Этой модели придерживались еп. Василий (Родзянко) и свящ. Сергей Соколов. Она представлена в книге свящ. Сергия Соколова [67]. Ее центральный образ – два циферблата, вращающиеся в противоположных направлениях относительно неподвижной стрелки, характеризующие совместно существующие меон и эон. Это отвлеченная модель, не имеющая формально математического описания и не носящая конструктивного характера. Ее основная цель – попытка объяснения характера мира иного средствами нашего мира.

2. Концепция двух шкал времени: времени до грехопадения Адама (времени Шестоднева) и времени после грехопадения Адама (истори-

ческом времени). Начала шкал времен согласованы моментом грехопадения (см. прот. Александр Салтыков, д-р физ.-мат. наук А. Б. Ефимов, канд. геол.-мин. наук Н. С. Серебренников). Развернутый анализ такого подхода дал С. А. Сошинский [68, с. 162–243].

3. «Транспортная модель» (акад. РАН, д-р физ.-мат. наук А. Н. Паршина): система сопряженных циклов, а в пределе пучок изолированных линейных осей времени мощности континуума [71, с. 264–284].

Все перечисленные подходы направлены на *объяснение свойств мира иного* с помощью языковых понятий нашего мира и не могут представлять интереса с точки зрения позитивной науки.

Более конструктивным представляется движение противоположной направленности: *формирование новых подходов в науке, описывающей наш мир на основе использования той части положений Священного Предания и Священного Писания, которая становится сейчас доступной нашему сознанию*. При этом основной целью становится *демонстрация возможности непротиворечивого согласования религиозного и научного подходов при описании нашего мира*.

Такое согласование возможно построить на основе приемлемого расширения принципов рационального мышления с учетом представлений, заложенных в Священном Предании и Священном Писании. При этом необходимо избегать спекулятивных построений из-за их неконструктивности. Приемлемым представляется такое расширение, которое не приводит к отказу от сущностных основ, а именно, в случае *богословия от догматических принципов*, а в случае рационального мышления *от принципа соответствия* новой и старой моделей и *принципа фальсификации*, т. е. возможности опытной проверки утверждений.

Как отмечалось выше, общей особенностью подхода моделей двух шкал времени и «транспортной модели» является их направленность на объяснение свойств *мира иного* и, как следствие этого, *невозможность удовлетворить требованиям принципа соответствия и принципа фальсификации*.

Другой недостаток этих подходов – *отсутствие явного учета свидетельства Откровения о том, что историческое время, в кото-*

ром мы живем, существует все целиком от прошлого до будущего. Последнее утверждение – очевидное следствие принятия самой идеи пророчеств Библии, относящихся в том числе и к нашему миру.

Нелокальное пространственно-временное описание процессов

Сказанное выше при переводе на формальный язык означает следующее: необходимо рассмотреть возможность построения модели, дающей *нелокальное пространственно-временное описание макроскопических процессов в нашем мире. Это должно быть преимущественно описание термодинамического характера.*

Такие подходы уже существуют, но они, как правило, имеют не термодинамический характер. Они ориентированы на специфическую область квантовой теории поля (феномен квантовой запутанности).

Тем не менее, в сферу научных интересов уже попадают и другие вопросы, подводящие к необходимости анализа возможности нелокального описания явлений макроскопического уровня, например:

- применение метода функционала свободной энергии при описании явлений сверхпроводимости и сверхтекучести;
- применение метода функционала свободной энергии при описании явления спиноподобного распада;
- описание явлений нелинейной кинетики, в частности, реакций типа реакции Белоусова-Жаботинского, формирования ячеек Бенара и описания бифуркаций в социуме и экономике, системах на основе системы Гинзбурга-Ландау.

Отметим, что перечисленные выше явления имеют эксклюзивный характер, они не охватывают широкий круг ситуаций, описываемых термодинамикой. Этого недостатка, по-видимому, лишен подход, опирающийся на «гипотезу слабой нелокальности», использованную для описания термодинамики сплавов замещения [18; 20; 21; 94]. Отметим, что эта гипотеза предложена в качестве альтернативы широко используемой в настоящее время в термодинамике «гипотезы локального равновесия». Подход опирающийся на «гипотезу слабой нелокальности» характеризуется следующим:

- имеет общетермодинамический характер;
- для него соблюдается принцип соответствия, так как присутствуют малые параметры, при стремлении которых к нулю реализуется предел классической термодинамики;
- соблюдается принцип фальсификации, т. е. существует принципиальная возможность экспериментально подтвердить или опровергнуть предсказываемые эффекты;
- он позволяет в явной форме учесть нелокальность пространства-времени и дает принципиальную возможность учета того, что *не только события прошедшего влияют на будущие события, но и события будущего могут влиять на события прошлого*. Точнее, что деление на события прошедшего, настоящего и будущего является идеализацией реальности, в которой все эти события существуют совместно. Это, безусловно, предполагает необходимость ревизии традиционной формы принципа причинности.

В ходе дальнейшего развития предложенного подхода можно надеяться на снятие противоречий между позитивной наукой и религиозными представлениями.

Отметим, что при написании этого пункта были использованы выводы, сделанные в предыдущих пунктах данной главы, полученные на основе применения принципа симметрии. Отметим также, что приведенные соображения дают основание рассматривать принцип симметрии в виде основы формирования целостной картины реальности, включающей как научные, так и религиозные представления.

4.6. Структура индуктивного понятия

Выше уже был затронут вопрос о недостаточности индуктивных понятий, на которых строится формальная логика для реализации последовательного сближения представлений современной науки и религиозных представлений. В данном пункте мы проведем анализ структуры индуктивного понятия с позиций фрактальной геометрии. Напомним, что в основе фрактальной геометрии лежит идея самоподобия структуры объекта при преобразовании масштаба, а это одна из форм симметрии, что вполне укладывается в наше представление

о роли принципа симметрии в науке, образовании и философии. Фактически на основе такого анализа построены 1-я и 2-я главы нашей монографии. Этот анализ показал, что объекты теоретической педагогики на основе которых построено содержание образования, такие как, например, «общее образование», «специальное образование», «политехническое образование», или «математические дисциплины», «естественнонаучные дисциплины», «гуманитарные дисциплины» и т. п. в рамках математического описания их структуры следует рассматривать с позиций фрактальной геометрии. При этом одним из наиболее важных свойств этих объектов является то, что области их существования полностью пересекаются. Но рассматриваемые объекты с точки зрения формальной логики являются частными примерами индуктивных понятий. В соответствии с классической логикой области, занятые объемами различающихся индуктивных понятий, не могут совпадать [80]. На этом утверждении строится как схема абстрагирования, так и построение категорического силлогизма – два основных элемента формальной логики. В случае индуктивных понятий, соответствующих объектам теоретической педагогики, базовые принципы формальной логики, основанные на соотношениях объемов понятий, оказываются нарушенными.

Приведенные выше примеры, связанные с понятиями, характеризующими объекты педагогики, позволяют предположить, что и сами эти объекты могут иметь фрактальную структуру.

Такое допущение кажется не слишком обоснованным в нашем мире, состоящем в основном из отдельных относительно автономных объектов с устойчивым набором существенных признаков, определяющих их свойства. Но это справедливо до тех пор, пока мы не сталкиваемся с объектами, претерпевающими качественные изменения, но все же сохраняющими определенные свойства, позволяющие идентифицировать их как один и тот же объект. К ним относится биологический вид, превращающийся в другой вид, например, ящеры, превращающиеся в птиц, или гусеница в процессе метаморфозы превращающаяся в куколку, а затем бабочку. Или известный пример из Евангелия: зерно должно умереть, для того чтобы принести плоды,

превратившись в растение. При этом сохраняется определенная преемственность между зерном и вырастающим растением: из зерна горчицы не вырастет пшеничный колос. Эти примеры, как принято считать, относятся к области диалектической логики. Но это не исключает, что ту же проблему можно трактовать с позиций фрактальной геометрии.

В устойчивом состоянии элементы можно характеризовать как апикальные, а в процессе превращения следует говорить об имплицитном включении одних элементов в множество других. (Термины академика В. С. Леднева для обозначения автономных элементов, независимых от своего окружения (апикальных) и элементов «растворенных» (имплицитном) в множестве элементов другой природы.) Когда один вид превращается в другой, то в пределах популяции могут присутствовать как особи, имеющие признаки прежнего вида, так и особи нового вида. При этом отдельная особь имеет определенный набор признаков, но популяция в целом, а это и есть биологическая единица, характеризуется смешанным набором признаков.

Приведенные выше рассуждения относятся к одному из параметров индуктивного понятия, а именно его объему, который в рамках формальной логики характеризует все объекты, описываемые данным понятием [80]. Второй параметр индуктивного понятия – это его содержание. Под содержанием индуктивного понятия принято рассматривать перечень существенных признаков, которые его характеризуют.

Приведем принятые в формальной логике определения, относящиеся к индуктивным понятиям: «...понятиями называются такие умственные построения, которые относятся к классу, к группе однородных вещей» [80, с. 11]. Понятия характеризуются двумя параметрами: объемом и содержанием. «...объем понятия означает ту совокупность предметов, к которым должно прилагаться данное понятие, а содержание обозначает те признаки, которые приписываются тому или другому понятию» [80, с. 27]. Отмечается, что «содержание понятия может быть весьма изменчивым в зависимости от принятой точки зрения, от размеров знания и т. п.» [80, с. 27]. Возможно именно вви-

ду такой субъективности и относительности содержания понятия было принято считать, что «содержание понятия... есть сумма признаков его» [80, с. 27]. Причем, не вдаваясь в дальнейший анализ, предполагалось, что это конечная сумма признаков, вполне подобная конечному множеству элементов. Такая точка зрения господствовала на протяжении почти двух с половиной тысяч лет со времен Аристотеля. Дело в том, что математические представления, позволяющие уточнить характеристику возможной структуры множества признаков понятия, появились только в середине XX в. – это структура самоподобных множеств, которые в современной геометрии называются фракталами.

Покажем, как может возникнуть фрактальная структура в случае содержания индуктивного понятия. Для этого нужно учесть, что признаки, характеризующие понятие, сами являются понятиями. Например, признак «сладкий», характеризующий понятие «сахар» относится к группе следующих однородных вещей: сахарин, морковь, груша и т. п. Это вещи однородные в том смысле, что все они обладают таким признаком. Если снять ограничение, связанное с субъективным произволом в выборе перечня признаков, учесть, что всякий признак является в свою очередь понятием, имеющим свое содержание в виде некоторого перечня признаков и, наконец, принять во внимание, что рано или поздно среди признаков некоторого «разряда» неизбежно встретится исходное понятие, то возникает сложная самоподобная структура – фрактал. Такая структура изображена на рисунке, где среди признаков исходного понятия «дерево» имеется признак «корневая система», который в свою очередь имеет признак «почвенный слой». Но понятие «почвенный слой» среди своих признаков содержит исходный – «дерево». С этого момента вся разветвленная цепочка повторяется. Серия таких повторений образует граф с самоподобной структурой, в которой как в бесконечной матрешке повторяются одинаковые участки.

В нашу задачу не входит анализ того, как соотносится структура этого графа с общепринятым в классической логике делением признаков на существенные и второстепенные, а также делением призна-

ков на пять классов 1) родовые, 2) видовые и т. д. Отметим только, что при таком способе характеристики содержания понятия оно задается не собственно перечнем признаков, а его положением в единой сложной самоподобной структуре, связывающей некоторую группу понятий. По-видимому, это может позволить уменьшить произвол выбора списка признаков исходного понятия на основе применения математического аппарата для анализа связей в графе. В перспективе возникает возможность уточнить принятое в классической логике деление признаков понятия.

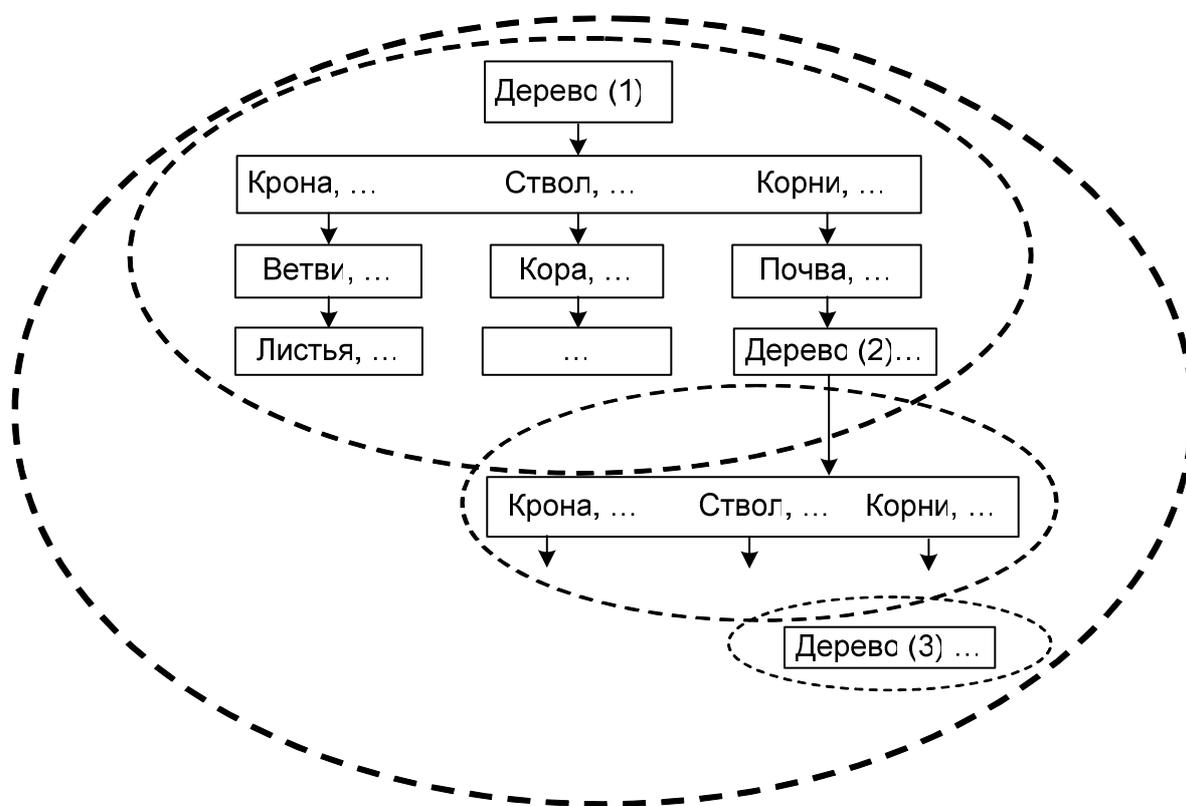


Схема построения самоподобной структуры содержания индуктивного понятия

В итоге в качестве гипотезы можно допустить, что с точки зрения и содержания, и объема индуктивные понятия следует трактовать не в терминах классической геометрии, а как объекты, имеющие фрактальную природу. Особенно это, по-видимому, существенно в случае описания объектов, для которых сущностным признаком яв-

ляется эволюция. К ним относятся, по нашему мнению, и объекты педагогики, ориентированной на описание становления личности.

С точки зрения православия становление личности, ее образование являются основной целью нашего земного существования. Часть верующих отрицательно настроены по отношению к науке, рассматривая ее как «рассуждения по стихиям мира сего», которые в принципе не могут привести ни к какому результату, полезному для дела спасения человека. Это мнение является поспешным. Мнение о безоговорочной бесполезности науки, по-видимому, не разделял свт. Григорий Палама (1296–1359 гг.). «По Паламе, есть две мудрости: мудрость мира и мудрость Божественная. Когда мудрость мира служит Божественной мудрости, они составляют единое древо, первая мудрость приносит листья, вторая плоды» [26] (Ср.: Триады. II,1,6. ГПШ. Т. 2. С. 270). Его мнение особенно существенно для нас в контексте статьи, поскольку в молодости Григорий Палама показал блестящее знание философии Аристотеля – вершины науки того времени, но затем отошел от нее и обосновал практику исихазма – пути познания Божественной мудрости в молчании через «умную молитву».

Вершиной научной мудрости во времена Григория Паламы считались труды Аристотеля, и в частности «Логика». Уже в то время можно было увидеть недостаточность формальной логики, особенно при ее применении к попыткам объяснения истин Откровения. На это указывает метафорический язык Ветхого и Нового Завета, использование притч и загадок (гананий) Иисусом, скупость на высказывания Святых Отцов. Прямо говорит об этом святой апостол Павел: «что он был восхищен в рай и слышал неизреченные слова, которых человеку нельзя пересказать» (2 Кор. 12. 4).

Можно высказать предположение, что метод логики Аристотеля не позволяет передать истины Откровения. В основе метода формальной логики лежит использование индуктивных понятий. Они возникают в результате прямого воздействия (индукции) на нас окружающего мира. Если принять гипотезу о том, что понятия следует рассматривать как мультифракталы, то при использовании формальной логики возникает проблема – ее основания ставятся под вопрос.

Действительно, одним из оснований логики является следующее: объемы двух понятий могут включать один другой полностью, пересекаться или быть независимыми. Все эти три случая предполагают наличие границ между элементами множеств, что неверно в случае принятия предложенной гипотезы. Но именно эти три случая лежат в основе основной аксиомы логики, схемы абстрагирования и способа построения категорических силлогизмов. Становится невозможным гарантировать осуществление принципа исключенного третьего, например, в процессе видообразования популяцию нельзя отнести ни к одному из видов.

На языке фрактальной геометрии, когда мы выделяем на геометрической основе-носителе некоторую область, в ней обнаруживается часть мультифрактала с различными долями элементов, принадлежащих к фракталам, составляющим мультифрактал. В зависимости от положения области на подложке доля элементов, принадлежащих некоторому выбранному фракталу, может меняться от единицы до нуля. На языке нечетких множеств эту долю можно рассматривать как функцию принадлежности данной области подложки к свойству, отождествляемому с этим фракталом, выделенным из мультифрактала. Когда эта доля близка к единице, мы говорим об области красного (условно) цвета, когда она близка к нулю, можно говорить об области синего (условно) цвета. Тем не менее в «красной» области присутствуют элементы синего цвета и наоборот. В терминологии академика В. С. Леднева области с преобладанием данного качества называются апикальными элементами содержания образования, например, курс «Геометрия», но он имплицитно включает в себя изолированные элементы другого «цвета», например, элементы из курсов «Русский язык», «Биология» и т. п. Задача образования – развитие личности – в каком-то смысле ее метаморфоза, это, по-видимому, объясняет, почему в анализе эмпирического материала академиком В. С. Ледневым проступают особенности, характерные для фрактальной геометрии.

Формальная логика – основа упорядочения всего нашего знания, как индивидуального, так и накопленного всем обществом. Известны попытки выйти за пределы формальной логики – это диалектическая

логика и нечеткая логика. Но не они формируют индивидуальное и общественное сознание. Обращение к ним можно воспринимать как признак неполноты формальной логики.

Теперь, через 700 лет, мы можем отчасти понять причину, по которой свт. Григорий Палама отказался от логики Аристотеля – она не в состоянии описать подлинную реальность Творения. Это подсказывает, что и картину окружающей нас реальности мы видим только огрубленно. Это перекликается с высказыванием святого апостола Павла: «Теперь мы видим, как бы *сквозь* тусклое стекло, гадательно, тогда же лицом к лицу; теперь знаю я отчасти, а тогда познаю, подробно как я познан» (1 Кор.13. 12).

Возможно, способность воспринять непредвзято красоту творения, почувствовать гармонию целого в его части, являются одной из основ умения: видя – видеть и слыша – слышать.

Заключение

Принятый в педагогической практике и теоретической педагогике язык описания содержания образования опирается на систему традиционных понятий, таких как «граница», «внутренняя часть множества», «непрерывность», которые позволяют применять графические иллюстрации, но не соответствуют реальной природе объекта. Нарушение соответствия языка описания структуры содержания образования природе описываемого объекта приносит существенный урон теоретическим исследованиям в педагогике и приводит к значительным потерям организационного и материального плана. Фундаментальной основой анализа в рамках деятельностно-личностного подхода в теории структуры содержания образования является понятие деятельности. Деятельность – это одна из форм движения, и так же, как и само движение, ее природа содержит внутреннее диалектическое противоречие. Оно проявляется в необходимости совместить одновременно два противоположных аспекта деятельности: движение в определенном направлении, реализующее поставленную задачу, и выбор одного из многих возможных направлений движения к цели. Такое совмещение становится возможным, если принять, что структура деятельности имеет фрактальный характер и выбор направления производится посредством серии быстрых движений в разных направлениях, осуществляемых на мелком масштабном уровне, а направленное (в целом) медленное движение происходит на уровне более крупного масштаба. Причем это описание следует отнести ко всем масштабным уровням фрактала, что позволяет осуществлять плавное движение с непрерывной корректировкой его хода. Это приводит к рабочей гипотезе о том, что структура содержания образования имеет тот же тип, что и структура фракталов – объектов, изучаемых в рамках нового раздела математики. Для проверки этой гипотезы было предпринято прямое сопоставление описания структуры в рамках фрактальной геометрии и в педагогике, причем здесь теоретическая педагогика рассматривается как обобщение эмпирического материала педагогической практики. Из эмпирических данных, опи-

сывающих содержание образования, следует, что структура содержания образования и его «сквозных» отраслей имеет характер «мозаики», составленной из элементов с различными качествами. Элементы «мозаики» образуют иерархическую систему, т. е. характеризуются существенно различающимися масштабами. При увеличении количества (или «размера») элементов носителей данного качества мы констатируем, что элемент более крупного масштаба, составленный из мелких элементов, выражает преимущественно данное качество (т. е. оно играет ведущую роль). Общая картина имеет вид «мозаичного панно», составленного из элементов, которые сами составлены как «мозаики». Такая процедура повторяется на нескольких масштабных уровнях. Выделено около десяти иерархических уровней структуры, различающихся масштабами элементов. Указанные выше условия позволяют говорить о самоподобном характере структуры содержания образования. Прямым свидетельством самоподобности структуры содержания образования являются интегративные пропедевтические курсы и развернутые на их основе соответствующие циклы дисциплин, подобные по своей структуре пропедевтическим курсам.

При описании элементов содержания образования некоторого масштаба, составленных из различных по качеству элементов существенно меньшего масштаба (несколько промежуточных масштабных уровней по тем или иным причинам оказываются пропущены), возникает впечатление однородного элемента, наделенного равномерно распределенными качествами. В подобных случаях принято говорить об имплицитном включении компонентов в данный апикальный элемент структуры.

Полученные результаты позволяют наполнить новым содержанием два важнейших принципа теории содержания образования, сформулированных В. С. Ледневым: принцип двойного вхождения базисных элементов в систему и принцип функциональной полноты системы. Иначе говоря, можно считать подтвержденной следующую гипотезу: базисными компонентами содержания образования являются компоненты, которые входят в его структуру, по крайней мере, на двух масштабных уровнях: как имплицитные и как апикальные. Об-

щая картина структуры имеет характер «мозаики в мозаике», возможно, на нескольких уровнях масштаба. Это приводит к возникновению «сквозных линий» в содержании образования, обеспечивая имплицитное присутствие данного элемента во всех апикальных элементах структуры, и создает механизм реализации функциональной полноты системы при вариации внешних и внутренних условий ее существования посредством перераспределения содержания данного компонента между различными масштабными уровнями его включения.

Укажем установленные качественные характеристики структуры содержания образования:

1. Слитное (имплицитное) присутствие структурных компонентов, отсутствие определенных границ между различными компонентами структуры.

2. Возможность разрежения и сгущения компонентов вплоть до почти полного преобладания одного из них в некотором элементе (апикальном, т. е. отделенном определенными границами от других элементов) структуры.

3. Свойство самоподобия, наблюдаемое между некоторыми элементами структуры содержания образования.

Приведенные качественные особенности практически однозначно указывают на объект современной геометрии, топологическая природа которого им соответствует. Этот объект – мультифрактал. Таким образом, можно считать установленным, что подходящим языком, адекватным природе содержания образования и некоторых других объектов, связанных с ним (личность, деятельность, научное знание и его части и т. п.), является язык фрактальной геометрии.

Для определения параметров этой сложной «мозаики» требуется повторное исследование широкого эмпирического материала, предоставляемого практикой педагогики, с позиций фрактальной природы объектов. Имеется принципиальная трудность, связанная с тем, что математический аппарат фрактальной геометрии предполагает знание свойств геометрической основы-носителя, которая для реальных объектов неизвестна (неясно, например, сколько измерений имеет пространство геометрической основы-носителя, является ли оно евклидо-

вым и т. п.). Менее принципиальный характер носят трудности, связанные со сложным характером структуры содержания образования, имеющим вид «мозаики», составленной из «мозаичных элементов» на нескольких уровнях структуры. Для ее расшифровки, образно говоря, требуется кропотливая работа по распутыванию узелков в узелках узлов. Эти трудности не позволяют немедленно реализовать потенциал применения фрактальной геометрии в теоретической педагогике.

Приемлемый выход в этой ситуации может подсказать анализ эволюции научного знания, поскольку фактически эта эволюция и выступает исторической реализацией деятельности общества, направленной на расшифровку сложной мозаики, которой является окружающая действительность. То есть оптимальный путь состоит в том, чтобы следовать апробированным решениям, реализованным исторически при развитии научного знания, но с учетом корреляции, связанной с фрактальным характером его структуры и структуры содержания образования.

Отметим, что в развитии и систематизации научного знания все большую роль играет понятие симметрии, что приводит к необходимости обратиться к анализу этого понятия и его роли в эволюции научного знания. На данный момент формы симметрии и их иерархия не дают возможности строго последовательного изложения комплекса различных научных дисциплин, но они могут быть организующим принципом научного знания. В основу классификации научного знания можно положить симметрию и иерархию ее форм. Эволюция научного знания и развитие индивидуального сознания разворачиваются как формирование системы симметрий. Этапы эволюции научного знания коррелируют с порядком развертывания элементов содержания общего образования – дисциплин математического и естественнонаучного циклов. Симметрия и иерархия ее форм образуют систему понятий, являющихся одновременно общими индуктивными и первичными дедуктивными. Поэтому может оказаться продуктивным их использование для оптимальной организации элементов «мозаики» структуры содержания общего образования и выравнивания соотношения общего и профессионального образования, которое имеет тен-

денцию нарушаться в пользу профессионального по мере развертывания содержания образования. Это, по сути, та же самая тенденция, которая по мере роста объема и углубления дифференциации научного знания привела к проблеме узкой специализации. Ей противостоит тенденция упорядочения частей научного знания, которая реализуется, согласно схеме деления области научных знаний Е. Вигнера, на основе системы принципов симметрии. В ходе эволюции научного знания эта роль различных форм симметрии, по мнению В. И. Вернадского, постепенно осознается как «принцип симметрии». В схеме деления области научных знаний Е. Вигнера уровень принципов симметрии структурирует (т. е. упорядочивает) два нижних уровня: *законов природы и явлений природы*. В содержании образования очевидным образом присутствуют два нижних уровня как в имплицитной форме, так и в виде явно выраженных апикальных элементов. Третий уровень, принципы симметрии, если и присутствует, то только в имплицитной форме, т. е. в виде выделенного апикального элемента низкого уровня иерархии (во всей школьной программе геометрии теме «Симметрия» уделено два часа). Это явно противоречит как сложившемуся в научной традиции месту понятия «симметрия», так и его реальной роли как основы упорядочения научного знания и картины мира. По-видимому, назрела необходимость такой перестройки структуры содержания образования, в которой появится явно выделенный крупномасштабный апикальный элемент содержания образования, отражающий третий уровень иерархии научного знания. В качестве такого элемента может выступать система локальных интегративных курсов «Симметрия». То, что это не один курс, а цепочка сравнительно небольших по объему курсов – элементов общей мозаики содержания образования, отражает фрактальную природу (мозаичность) содержания образования. Естественным решением о расположении отдельных курсов «Симметрия» является их привязка к границам традиционно сложившихся этапов развертывания содержания образования, поскольку они играют роль обобщения предшествующего материала, пропедевтики последующего материала, способствуют оп-

тимальному выбору одного из многих возможных путей продолжения образования и тем самым обеспечивают его непрерывность.

В соответствии с этим целесообразной представляется такое расположение: локальный интегративный курс «Симметрия 1» – переход из детского сада в начальные классы школы, «Симметрия 2» – переход от начальной школы к средней, «Симметрия 3» – переход от средней школы к старшим классам, а «Симметрия 4» – переход из общеобразовательной школы в высшее учебное заведение и т. д. Стихийно система таких курсов уже складывается, к ним можно отнести такие традиционные интегративные курсы, как «Естествознание», «Природоведение» и «Концепции современного естествознания». Иначе говоря, предлагаемое изменение содержания общего образования не требует радикального изменения сложившейся системы образования. Необходимы только определенная коррекция, согласование содержания уже имеющихся интегративных курсов исходя из ясных принципов их формирования и освобождение этих курсов от лишних функций, таких как знакомство с современными представлениями науки о принципах квантовой теории поля, основах молекулярной генетики, основах экологии, т. е. тех «интересных» вещах, которые при эклектическом суммировании (без ясно заявленных принципов отбора материала) в компактном изложении вместо целостной картины приводят к набору разрозненных фактов. Этот вывод подтвердил предварительный анализ применения аттестационных педагогических измерительных материалов по дисциплине «Концепции современного естествознания» и подходов к формированию государственных стандартов с позиций развиваемой концепции структуры содержания образования.

Предлагаемая модель содержания образования дает «третий» ответ на альтернативу слитного или отдельного изложения естественнонаучных (а также и математических и гуманитарных) дисциплин. При наличии локальных интегративных курсов структуру содержания образования нельзя считать ни строго дискретной, ни строго непрерывной (однородной). Все зависит от масштаба рассмотрения. В большом масштабе (заданном длительностью обучения в шко-

ле) все эти дисциплины «слитно» присутствуют, например в курсе «Симметрия 1» или «Симметрия 2». В еще большем масштабе (длительность жизни индивида) все они присутствуют «слитно» в общем образовании, соответствующем этапу средней школы. Но при уменьшении масштаба в курсе «Естествознание» (что наиболее близко к предлагаемому курсу «Симметрия 1») можно отчетливо различить элементы физики, химии и биологии.

Этот третий вариант структуры содержания образования обладает большей гибкостью, чем два прежних (строго слитного или строго отдельного изложения естественнонаучных дисциплин). Он позволяет оптимизировать соотношение между общим и профессиональным образованием, которое искажается в ущерб общему образованию по мере развертывания содержания образования. Для этого необходимо согласовать содержание локального интегративного курса «Симметрия» с областью специального образования (набором специальностей, специализацией учебного заведения) и этапом, которые задают возможный уровень наполнения понятия «симметрия». В результате возникнет возможность формирования целостной научной картины мира, корректирующей узкую специализацию. При переходе от уровня к уровню содержание курса «Симметрия» должно эволюционировать от индуктивного образного содержания форм симметрии к возможно более строгому дедуктивному содержанию. Это позволяет обеспечить непрерывность содержания естественнонаучного образования в частности и общего образования в целом. За основу принципа формирования содержания курсов «Симметрия» можно взять изучение истории научного знания с акцентом на роли симметрии в эволюции его структуры. Кроме оптимизации соотношения общего и специального образования очевидными функциями системы локальных интегративных курсов «Симметрия» являются решение задач актуализации знаний, полученных при изучении частных дисциплин, формирование целостной научной картины мира и пропедевтика. Остановимся подробнее на функции пропедевтики, точнее, на ее интерпретации с позиций фрактальной геометрии. Элемент фрактала (мультифрактала) одного масштабного уровня структурно подобен

элементу того же фрактала (мультифрактала) другого масштабного уровня. Поэтому знакомство в огрубленной форме со структурой на одном уровне масштаба облегчает в последующем более детальное знакомство со структурой подобного элемента на следующем масштабном уровне. Действительно, структура курса «Естествознание» подобна структуре всего естественнонаучного цикла дисциплин, поэтому он и полезен. Это является отчетливым проявлением фрактальной природы содержания образования.

Заявленная тема проекта, в рамках которого написана эта книга, изначально имела формулировку «Разработка подхода к построению структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования». Ответом на нее и является приведенное обоснование необходимости введения нового элемента содержания образования – системы локальных интегративных курсов «Симметрия». Действительно, введение данного элемента связывает всю систему естественнонаучного образования единой универсальной основой. Отдельные курсы могут гибко подстраиваться, применяясь к конкретной образовательной области (в плане перечня специальностей и квалификации слушателей) и этапу содержания образования. Другой момент, обеспечивающий непрерывность естественнонаучного образования – это пропедевтическая и интегративная функции курсов. Они в сжатом виде содержат все области естественнонаучного знания и тем самым формируют для обучаемых оптимальные условия перехода в новые области научного знания.

Тем не менее необходимо отметить, что в процессе работы над проектом его тематика произвольно расширилась, поскольку роль проектируемого элемента содержания образования выходит за пределы собственно естественнонаучного образования. Так произошло потому, что конкретные формы иерархии симметрий легко и естественно проникают во все три цикла дисциплин (и охватывают их): математических, естественнонаучных и гуманитарных, что подтверждает многолетняя практика чтения соответствующего курса. Это, а также тот факт, что стихийно система соответствующих курсов уже складывается, является, по-видимому, наиболее убедительным

свидетельством в пользу эффективности предлагаемого решения. Отметим, что это решение реализует в структуре содержания образования «принцип симметрии» в том его понимании, которое было сформулировано В. И. Вернадским. Под «принципом симметрии» он подразумевал не отдельно взятый конкретный принцип симметрии, такой, например, как однородность времени, приводящая к закону сохранения энергии, а всю иерархию форм и принципов симметрии, постепенно вырастающую в ходе эволюции, т. е. *симметрию как принцип организации научного знания*. В этом смысле почти через сто лет можно расширить мысль В. И. Вернадского и говорить о «принципе симметрии» как о форме организации научного знания и содержания образования.

Введение в систему содержания образования нового базисного элемента, реализующего третий уровень научного знания – уровень принципов симметрии, обеспечивает выполнение принципа функциональной полноты системы образования. Смысл функциональной полноты системы содержания образования наиболее отчетливо раскрыт В. С. Ледневым на примере такого базисного компонента содержания образования, как политехническое образование. В этом примере подчеркнуто, что на протяжении полувека, с 30-х по 80-е гг. прошлого столетия, вопрос о форме включения политехнического образования в содержание образования постоянно дебатировался. Часть педагогов настаивали на присутствии в содержании образования явно выделенных элементов политехнического образования, а другие считали достаточным их имплицитное присутствие в форме принципа политехнизма, «растворенного» во всей системе общего образования. Второй подход на время возобладал, что принесло существенный урон делу образования. То есть признаком отсутствия функциональной полноты содержания образования в отношении некоторого элемента следует считать длительные колебания в вопросе о формах введения этого элемента – педагогическое сообщество и общество в целом как бы нащупывают наиболее эффективное решение опытным путем. Такая же точно ситуация сложилась в отношении форм изложения естественнонаучных дисциплин. Здесь обсуждаются на протяжении более

ста лет два альтернативных варианта построения этого компонента содержания общего образования: в виде их слитного изложения (схема, принятая в англоязычных странах) или в форме дифференцированного построения изложения: физика, химия, биология (этот вариант традиционно используется в романо-германских странах и в России). Во многих странах периодически делаются попытки перейти на противоположный вариант. Эти колебания ясно указывают на функциональную неполноту систем образования, ориентированных на экстремальные варианты структуры содержания естественнонаучного образования. Подобная неполнота связана с отсутствием базисного компонента, соответствующего третьему уровню научного знания – уровню принципов симметрии (по Е. Вигнеру). В имплицитной форме этот уровень научного знания присутствует в системе образования. Иногда читаются небольшие курсы для специалистов в области физики и математики, посвященные конкретным группам симметрий; два часа отводится теме «Симметрия» в школьном курсе геометрии; упоминается о связи законов сохранения с симметриями пространства-времени; рассматриваются группы точечных симметрий при изучении кристаллических тел; в биологии говорится о принципе киральности (зеркальная симметрия) живого вещества; вопросы симметрии и ее нарушения упоминаются при изучении живописи, музыки и литературы. Что еще более важно: наше мышление сформировано на основе выделения различных форм симметрии (см. работы Жана Пиаже и доклад Анри Пуанкаре французской академии наук о математическом творчестве.), поэтому элементы симметрии незаметно наполняют все формы нашей деятельности, в том числе образование. Но уровень *принципов симметрии* в явно выраженной форме апикального элемента отсутствует в содержании образования. Введение такого элемента в форме системы локальных интегративных курсов «Симметрия» приводит к появлению нового базисного элемента, обеспечивающего функциональную полноту содержания образования. Одновременно естественным образом решается дилемма слитного – раздельного изложения естественнонаучных, математических и гуманитарных дисциплин. Все дело в относительности понятий *слитного*

и раздельного изложения учебных дисциплин. Они зависят от масштаба, в котором рассматривается данный элемент. Наиболее наглядно эта зависимость от масштаба предстает в живописи: картина, выполненная маслом, вблизи (мелкий масштаб различения) выглядит как набор отдельных мазков, а издали (крупный масштаб различения) она воспринимается как слитное целостное изображение с плавными переходами. Совершенно так же курсы «Естествознание» (прототип курса «Симметрия 1») или курс «Концепции современного естествознания» (прототип курса «Симметрия 4») в масштабе, заданном длительностью обучения в общеобразовательной школе, являются слитным изложением ряда естественнонаучных дисциплин с добавлением математики и гуманитарных дисциплин. С другой стороны, в масштабе, заданном длительностью самих этих курсов, они распадаются на отдельные элементы математики, физики, химии, биологии и некоторых дисциплин гуманитарного цикла. То же самое можно сказать об изложении дисциплин всех трех циклов: математического, естественнонаучного и гуманитарного – в общеобразовательной школе. В масштабе, заданном длительностью обучения в школе, они воспринимаются как раздельные «сквозные линии» отдельных учебных предметов. Но в масштабе, заданном длительностью обучения в целом, этап обучения в школе предстает как слитный, почему он и обозначается единым названием «общеобразовательная школа». Отметим, что в смысле набора перечисленных структурных элементов каждый из курсов «Симметрия» и общеобразовательная школа оказываются подобными. Это самоподобие структуры содержания образования в целом является проявлением ее фрактальной природы.

Представленные в четвертой главе примеры показывают принципиальную возможность построения целостной картины действительности, включающей непротиворечивым образом как элементы научного знания, так и элементы, относящиеся к вопросам философского содержания и религиозным воззрениям. Это, тем более, позволяет рассчитывать на успех в реализации основной проблемы современного образования устранения дисбаланса между дифференциаци-

ей знания и его интеграцией на основе формирования новой сквозной линии содержания образования, реализующей принцип симметрии.

Умение совмещать оптимальным образом разномасштабные самоподобные элементы содержания образования, безусловно, требует детального изучения структуры содержания образования с позиций фрактальной геометрии, а также постижения законов эволюции (тенденций развития) этой структуры. В итоге можно надеяться на создание количественного описания установленных эмпирических закономерностей и на оптимизацию структуры содержания образования с целью обеспечения условий максимального доступа всем учащимся (перед которыми стоит проблема выбора и корректировки индивидуальных образовательных траекторий) ко всем участкам содержания образования, соответствующим различным квалификационным областям.

Список литературы

1. *Абрамов Н.* Словарь русских синонимов и сходных по смыслу выражений / Н. Абрамов. Москва: АСТ, 2008. 672 с.
2. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар. Москва: Советское радио, 1970. 152 с.
3. *Андронов А. А.* Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. Москва: Наука, 1981. 568 с.
4. *Аркавенко Л. Н.* Аксиоматический метод в формировании стехиометрических знаний. Химия / Л. Н. Аркавенко, В. Л. Гапонцев, О. А. Белоусова, М. Г. Гапонцева // Еженедельное приложение к газете «1 сентября». 1995. № 18. С. 7.
5. *Аркавенко Л. Н.* Стехиометрические отношения в решении задач по уравнениям химических реакций. Химия / Л. Н. Аркавенко, В. Л. Гапонцев, О. А. Белоусова, М. Г. Гапонцева // Еженедельное приложение к газете «1 сентября». 1995. № 25. С. 7.
6. *Батаршев А. В.* Преимущество обучения в общеобразовательной и профессиональной школе: Теоретико-методический аспект / А. В. Батаршев; под ред. А. П. Беляевой; Ин-т профтехобразования РАО. Санкт-Петербург, 1996. 80 с.
7. *Белинский А. В.* Квантовая не локальность и отсутствие априорных значений измеряемых величин в экспериментах с фотонами / А. В. Белинский // Успехи физических наук. 2003. Т. 173, № 8. С. 905–909.
8. *Бенин В. Л.* Парадигмы и парадоксы гуманизации и гуманитаризации отечественного образования / В. Л. Бенин // Образование и наука. Известия Уральского отделения Российской академии образования. 2001. № 3 (9). С. 152–165.
9. *Берулава М. Н.* Интеграция содержания общего и профессионального обучения в профтехучилищах: Теоретико-методологический аспект / М. Н. Берулава. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. 221 с.
10. *Блохинцев Д. И.* Пространство и время в микромире / Д. И. Блохинцев. Москва: Наука, 1982. 359 с.
11. *Божокин С. В.* Фракталы и мультифракталы: учебное пособие / С. В. Божокин, Д. А. Паршин. Москва; Ижевск: Науч.-изд. центр «Регулярная и хаотичная динамика», 2001. 128 с.

12. Вейль Г. Симметрия / Г. Вейль. Москва: Наука, 1968. 191 с.
13. Вернадский В. И. Философские мысли натуралиста / В. И. Вернадский. Москва: Наука, 1988. 520 с.
14. Вигнер Е. Этюды о симметрии / Е. Вигнер. Москва: Мир, 1971. 318 с.
15. Волошинов А. В. Математика и искусство / А. В. Волошинов. Москва: Просвещение, 1992. 335 с.
16. Волошинов А. В. Пифагор: союз истины, добра и красоты / А. В. Волошинов. Москва: Просвещение, 1993. 224 с.
17. Гапонцев В. Л. Диффузия и неоднородные структурные состояния в сплавах с локализованными источниками и стоками вакансий: диссертация ... доктора физико-математических наук / В. Л. Гапонцев; Урал. гос. техн. ун-т – Урал. политех. ин-т им. С. М. Кирова. Екатеринбург, 2005. 347 с.
18. Гапонцев В. Л. Диффузионные фазовые превращения в нанокристаллических сплавах при интенсивной пластической деформации / В. Л. Гапонцев, В. В. Кондратьев // Доклады РАН. 2002. Т. 385, № 5. С. 608-611.
19. Гапонцев В. Л. Содержание образования: государственные стандарты нового поколения / В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева // Профессиональное образование. Столица. 2009. № 5. С. 37–39.
20. Гапонцев В. Л. Структура содержания естественнонаучного образования / В. Л. Гапонцев, В. А. Федоров, М. Г. Гапонцева // Вестник ФГОУ ВПО МГАУ. 2007. № 4 (24). С. 118–121.
21. Гапонцева М. Г. Геометрия фракталов: методическая разработка по НИРС для студентов всех форм обучения специальности 030500.04 Профессиональное обучение (дизайн) / М. Г. Гапонцева; Рос. гос. проф.-пед. ун-т. Екатеринбург, 2005. 34 с.
22. Гапонцева М. Г. Курс «Естествознание» как интегрирующий фактор непрерывного образования / М. Г. Гапонцева, В. Л. Гапонцев, Е. В. Ткаченко, В. А. Федоров // Образование и наука. Известия Уральского отделения Российской академии образования. 2001. № 3 (9). С. 3–17.
23. Гапонцева М. Г. Понятия геометрии фракталов как язык педагогики и теории научного знания. Ч. 2: Содержание образования / М. Г. Гапонцева, В. А. Федоров, В. Л. Гапонцев // Образование и наука. Из-

вестия Уральского отделения Российской академии образования. 2009. № 4 (61). С. 6–22.

24. *Гершунский Б. С.* Философия образования для XXI века / Б. С. Гершунский. Москва: Совершенство, 1998. 608 с.

25. *Даль В. И.* Большой иллюстрированный толковый словарь русского языка / В. И. Даль. Москва: АСТ, 2008. 349 с.

26. *Дионисий (Шленов), игум.* Святитель Григорий Палама: жизнь, творения, учения [Электронный ресурс] / игум. Дионисий (Шленов). Режим доступа: <http://www.pravmir.ru/svyatitel-grigorij-palama-zhitie-tvoreniya-ucheniya/>.

27. *Загвязинский В. И.* Теория обучения: Современная интерпретация: учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В. И. Загвязинский. Москва: Академия, 2001. 192 с.

28. *Зак Ю. А.* Принятие решений в условиях нечетких и размытых данных. Fuzzy-технологии / Ю. А. Зак. Москва: URSS, 2016. 349 с.

29. *Законъ Божій* [Напечатано по благословлению Архиепископа Пермского Афанасия] / Московская патриархия; Пермское епархиальное управление. 1991. 723 с.

30. *Зеер Э. Ф.* Компетентностный подход к модернизации профессионального образования / Э. Ф. Зеер, Э. Э. Сыманюк // Высшее образование в России. 2005. № 4. С. 23–30.

31. *Зеер Э. Ф.* Компетентностный подход к образованию / Э. Ф. Зеер // Образование и наука. Известия Уральского отделения Российской академии образования. 2005. № 3 (33). С. 27–40.

32. *Зеер Э. Ф.* Психология личностно ориентированного профессионального образования / Э. Ф. Зеер. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 2000. 258 с.

33. *Кедров Б. М.* Классификация наук: в 2 томах / Б. М. Кедров. Москва: Изд-во ВПШ и АОН при ЦК КПСС, 1961. Т. 1. 472 с.

34. *Кларин М. В.* Личностная ориентация в непрерывном образовании / М. В. Кларин // Педагогика. 1996. № 2. С. 14–21.

35. *Колмогоров А. Н.* Геометрия 6–8 / А. Н. Колмогоров, А. Ф. Семенович, Р. С. Черкасов. Москва: Просвещение, 1979. 384 с.

36. *Конт О.* Курс позитивной философии / О. Конт // Антология мировой философии: в 3 томах. Москва: Мысль, 1971. Т. 3. С. 584–586.
37. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. Москва: Радио и связь, 1982. 432 с.
38. *Краевский В. В.* Дидактический подход к построению теории содержания общего среднего образования / В. В. Краевский // Советская педагогика. 1982. № 3. С. 35–43.
39. *Краевский В. В.* Содержание образования – бег на месте / В. В. Краевский // Педагогика. 2000. № 7. С. 3–12.
40. *Кубрушко П. Ф.* Содержание профессионально-педагогического образования / П. Ф. Кубрушко. Москва: Высшая школа, 2001. 236 с.
41. *Курнаков Н. С.* Избранные труды: в 3 томах / Н. С. Курнаков. Москва: Изд-во Акад. наук СССР, 1960. Т. 1. 595 с.
42. *Леднев В. С.* Классификация наук / В. С. Леднев. Москва: Высшая школа, 1971. 59 с.
43. *Леднев В. С.* Научное образование / В. С. Леднев. Москва: Изд-во Моск. гос. агроинж. ун-та, 2001. 45 с.
44. *Леднев В. С.* Содержание образования / В. С. Леднев. Москва: Высшая школа, 1989. 360 с.
45. *Леднев В. С.* Содержание образования: учебное пособие / В. С. Леднев. Москва: Высшая школа, 1991. 224 с.
46. *Лернер И. Я.* Процесс обучения и его закономерности / И. Я. Лернер. Москва: Знание, 1991. 341 с.
47. *Ляпунов А. А.* Система образования и систематизация наук / А. А. Ляпунов // Вопросы философии. 1968. № 3. С. 38–50.
48. *Малинецкий Г. Г.* Синергетика. Король умер, да здравствует король [Электронный ресурс] / Г. Г. Малинецкий // Режим доступа: <http://spkurdyumov.narod.ru/koroli.htm> (2008).
49. *Мандельброт Б. Б.* Фрактальная геометрия природы / Б. Б. Мандельброт; Ин-т компьютер. исслед. Москва, 2002. 656 с.
50. *Маркарян Э. С.* Системное исследование человеческой деятельности / Э. С. Маркарян // Вопросы философии. 1972. № 10. С. 77–86.
51. *Моисеев Н. Н.* Естественнонаучное знание и гуманитарное мышление / Н. Н. Моисеев // Общественные науки и современность. 1993. № 2. С. 63–75.

52. Назаров Д. М. Интеллектуальные системы: основы теории нечетких множеств: учебное пособие для академического бакалавриата / Д. М. Назаров, Л. К. Коньшева. Москва: Юрайт, 2018. 207 с.

53. Новак В. Математические принципы нечеткой логики = Mathematical Principles of Fuzzy Logic: перевод с английского / В. Новак, И. Перфильева, И. Мочкорж; под ред. А. Н. Аверина. Москва: Физматлит, 2006. 352 с.

54. Новиков А. М. Текущие проблемы развития базового профессионального образования / А. М. Новиков // Образование и наука. Известия Уральского отделения Российской академии образования. 2000. № 2 (4). С. 25–31.

55. Ожегов С. И. Словарь русского языка / С. И. Ожегов; под ред. Н. Ю. Шведовой. Москва: Русский язык, 1989. 750 с.

56. Первый БЭС. Большой толковый энциклопедический словарь / ред. С. Снарская. Москва: АСТ, 2006. 2144 с.

57. Перспективы развития непрерывного образования / под ред. Б. С. Гершунского. Москва: Педагогика, 1990. 224 с.

58. Пиаже Ж. Избранные психологические труды / Ж. Пиаже. Москва: Междунар. пед. акад., 1994. 680 с.

59. Полак Л. С. Вариационные принципы механики, их развитие и применения в физике / Л. С. Полак. Москва: Наука, 1959. 933 с.

60. Пригожин И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках: перевод с английского / И. Пригожин; под ред. Ю. Л. Климонтовича. Москва: Наука, 1985. 328 с.

61. Программы средней общеобразовательной школы. Естествознание. Биология. Химия. Физика. Москва: Просвещение, 1992. 64 с.

62. Пуанкаре А. О науке / А. Пуанкаре. Москва: Наука, 1983. 560 с.

63. Рыбаков Б. А. Язычество древних славян / Б. А. Рыбаков. Москва: Наука, 1981. 608 с.

64. Семин Ю. Н. Квалитативная технология междисциплинарной интеграции содержания инженерной подготовки / Ю. Н. Семин // Образование и наука. Известия Уральского отделения Российской академии образования. 2001. № 3 (9). С. 76–80.

65. Семин Ю. Н. Теория и технология интеграции содержания общепрофессиональной подготовки в техническом вузе: диссертация ... доктора педагогических наук / Ю. Н. Семин. Ижевск, 2001. 402 с.

66. *Семушина Л. Г.* Теоретические основы формирования содержания профессионального образования и обучения в средних специальных учебных заведениях: диссертация ... доктора педагогических наук / Л. Г. Семушина. Москва, 1991. 473 с.

67. *Сергий Соколов*, свящ. Мир Иной и Время Вселенной. Время и Вечность / свящ. Сергей Соколов. Москва: Ковчег, 2008. 336 с.

68. *Сошинский С. А.* Шестоднев и наука: проблема согласования или кризис встречи? / С. А. Сошинский // Наука и вера: труды семинара, Православ. Свято-Тихонов. гуманитар. ун-т. Москва: Изд-во Православ. Свято-Тихонов. гуманитар. ун-та, 2011. Вып. 1: «Вся премудростью сотворил еси...». 328 с. С. 162–243.

69. *Спенсер Г.* Классификация наук / Г. Спенсер. Москва: Вузовская книга, 2001. 92 с.

70. *Старченко С. А.* Интеграция содержания естественнонаучного образования в лицее (теоретико-практический аспект) / С. А. Старченко. Москва: Подмосковье, 2000. 280 с.

71. *Стройк Д. Я.* Краткий очерк истории математики / Д. Я. Стройк. Москва: Наука, 1969. 328 с.

72. *Теоретические основы непрерывного образования* / под ред. В. Г. Онушкина. Москва: Педагогика, 1987. 207 с.

73. *Теоретические основы содержания общего среднего образования* / под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. Москва: Педагогика, 1983. 352 с.

74. *Тойнби А. Дж.* Постигание истории: перевод с английского / А. Дж. Тойнби; сост. А. П. Огурцов; вступ. ст. В. И. Уколовой; закл. ст. Е. Б. Рашевского. Москва: Прогресс, 1991. 736 с.

75. *Успенский В. А.* Теорема Геделя о неполноте: Популярные лекции по математике / В. А. Успенский. Москва: Наука, 1982. 110 с.

76. *Ушаков Д. Н.* Толковый словарь современного русского языка / Д. Н. Ушаков. Москва: Альта-Принт, 2008. 512 с.

77. *Федер Е.* Фракталы / Е. Федер. Москва: Мир, 1991. 260 с.

78. *Хакен Г.* Синергетика / Г. Хакен. Москва: Мир, 1980. 404 с.

79. *Цай К. В.* Многочастичные потенциалы межатомного взаимодействия для сплавов в методе модельного функционала электрон-

ной плотности / К. В. Цай, В. М. Кузнецов, П. П. Каминский, Т. Э. Туркебаев, С. А. Замбарский // Известия вузов. Физика. 1996. Т. 39, № 4. С. 90–99.

80. *Челпанов Г. И.* Учебник логики / Г. И. Челпанов. Москва: Прогресс, 1994. 248 с.

81. *Черепанов В. С.* Экспертные оценки в педагогических исследованиях / В. С. Черепанов. Москва: Педагогика, 1989. 152 с.

82. *Эбелинг В.* Образование структур при необратимых процессах / В. Эбелинг. Москва: Мир, 1979. 280 с.

83. *Эйнштейн А.* Основы теории относительности / А. Эйнштейн. Москва; Ленинград: Объед. науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1935. 106 с.

84. *Энгельс Ф.* Анти-Дюринг / Ф. Энгельс. Москва: Политиздат, 1978. 338 с.

85. *Яглом И. М.* Математические структуры и математическое моделирование / И. М. Яглом. Москва: Наука, 1980. 227 с.

86. *Audretsch J.* Non-Local Effects: „Spooky Action at a Distance“? / J. Audretsch // Entangled systems: new directions in quantum physics. Bonn, 2007. 338 p.

87. *Bell J. S.* On the Einstein Podolsky Rosen Paradox / J. S. Bell // Physics. 1964. № 1. P. 195–200. пер. с англ. П. В. Путенихина; КОММЕНТ. к выводам и оригинал. текст ст. // Квантовая Магия. 2008. Т. 5, вып. 2. С. 2160–2177.

88. *Carbon Nanotubes as Cooper-Pair Beam Splitters* / L. G. Herrmann [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 104. 026801.

89. *Efimov G V.* Nonlocal quantum field theory, nonlinear interaction lagrangians, and the convergence of the perturbation-theory series / G V. Efimov // Theoretical and Mathematical Physics/ 1970. Vol. 2, № 3. P. 217–223.

90. *Einstein A.* Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Physical Review / A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. 1935. Vol. 47. P. 77–780.

91. *Entanglement of single-atom quantum bits at a distance* / D. L. Moehring [et al.] // Nature. Letter. 2007. Vol. 449. P. 68–71.

92. *Fujita H.* Nucleation of Crystals in Amorphous Materials / H. Fujita, M. Komatsu, T. Sakata, N. Fujita // Materials Transaction, JIM. 1996. Vol. 37, № 7. P. 1350–1355.

93. *Fujita H.* Studies on Atom Cluster by Ultra-High Voltage Electron Microscopy / H. Fujita // Materials Transactions, JIM. 1994. Vol. 35, № 9. P. 563–575.

94. *Gapontsev V.L.* Decomposition of Equilibrium Interphase Boundary in Substitutional alloys upon mechanical Alloying / V. L. Gapontsev, V. D. Seleznev, A. V. Gapontsev // Physics of Metals and Metallography. Vol. 118, № 7. P. 630–643.

95. *Remote* Entanglement between a Single Atom and a Bose-Einstein Condensate / M. Lettner [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106.

96. *Schrödinger E.* Discussion of Probability Relations between Separated Systems / E. Schrödinger // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1935. № 31. P. 555.

97. *Sugano S., Koizumi H.* Microcluster Physics / S. Sugano, H. Koizumi. 2nd Edition. Berlin; Heidelberg; New-York: Springer-Verlag, 1998. 236 p.

98. *Testing* the speed of ‘spooky action at a distance’ / D. Salart [et al.] // Nature. Letter. 2008. Vol. 454. P. 861–864.

Научное издание

Гапонцев Виталий Леонидович
Федоров Владимир Анатольевич
Гапонцева Марина Германовна

СТРУКТУРА СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ.
ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ В СВЕТЕ ПРИНЦИПА СИММЕТРИИ

Монография

Редактор Т. В. Шептунова
Компьютерная верстка Н. А. Ушениной

Печатается по постановлению
редакционно-издательского совета университета

Подписано в печать 10.01.19. Формат 60×84/16. Бумага для множ. аппаратов.
Усл. печ. л. 12,9. Уч.-изд. л. 13,5. Тираж 500 экз. Заказ № _____.
Издательство Российского государственного профессионально-педагогического
университета. Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.
