

ПРОБЛЕМЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

PROBLEMS OF VISUALIZATION OF MATHEMATICAL
KNOWLEDGE WHEN TEACHING GEOMETRY IN SCHOOL

Лилиана Рафиковна Шакирова **Liliana Rafikovna Shakirova**

доктор педагогических наук, профессор

liliana008@mail.ru

Камилла Руслановна Галиаскарова **Kamilla Ruslanovna Galiaskarova**

магистрант

Galias-alsu@yandex.ru

Сюмбель Рамилевна Мухамедвалиева **Sumbel Ramilevna Mukhamedvalieva**

магистрант

Sumbel@live.ru

ФГАОУ ВО «Казанский федеральный университет», Казань, Россия
Kazan Federal University, Kazan, Russia

Аннотация. Названы проблемы отбора, разработки и применения современных средств визуализации при обучении геометрии в школе. Рассмотрены и проанализированы существующие образовательные сайты. Составлен их рейтинг по качеству средств визуализации. Проведен сравнительный анализ компьютерных программ и предложены рекомендации по созданию средств визуализации.

Ключевые слова: визуализация, обучение геометрии, цифровизация образования, информационно-коммуникационные технологии, наглядная геометрия, онтология, *OntoMathEdu*.

Abstract. The study is devoted to the study of the problems of selection, development and use of modern visualization tools in teaching geometry at school. Examined and analyzed existing educational sites. We ranked sites for the quality of visualization tools. A comparative analysis of computer programs has been carried out and recommendations on the creation of visualization tools have been proposed.

Keywords: visualization, geometry training, digitalization of education, information and communication technologies, visual geometry, ontology, *OntoMathEdu*.

В обеспечении качества математического образования сегодня огромная роль отводится развитию и использованию информационно-телекоммуникационных технологий (ИКТ).

С их помощью обучающийся имеет быстрый доступ к любой интересующей информации, сокращает вычислительную составляющую решения множества задач, облегчает проектиро-

вание различного рода моделей и др. Цифровизация образования становится современным трендом его развития. На сегодняшний день разработка и применение инструментов обучения с привлечением ИКТ — сложная и необходимая задача. Также сегодня система образования сталкивается с такой проблемой, как поиск интересного и релевантного контента, способов взаимодействия с информацией. Для построения цифровой математической обучающей среды на основе онтологического подхода, проектируемой в Институте математики и механики Казанского федерального университета (онтология OntoMathEdu), важная роль отводится разработке моделей и методов представления цифровых ресурсов в области школьной математики.

В обучении школьной геометрии в силу специфики данного предмета особое место занимает наглядность изучаемого материала. Использование компьютерных технологий и средств визуализации должно облегчить школьникам усвоение новой информации. Геометрическая визуализация позволяет решать проблемы их пространственного представления. Однако поиск качественных демонстрационных моделей и технологии их использования в обучении часто становятся сложными задачами для учителя.

Авторы в данной статье ставят перед собой следующие цели:

- изучение существующих электронных наглядных пособий и компьютерных программ, их анализ, а также выявление их достоинств и недостатков;
- выработка рекомендаций по созданию геометрической визуализации.

Подходы к решению вышеперечисленных проблем разнообразны. С психологической точки зрения проблематика соотношения визуального и других способов представления информации изучена в работе В. А. Крутецкого на примере аналитического, геометрического и гармонического типов склада математического ума школьников [1]. Проблемы понимания школьного курса и пространственного восприятия школьников рассматривает И. С. Якиманская [2]. Правильному восприятию визуальной составляющей обучения геометрии посвящены работы В. А. Гусева и Д. Н. Шеховцова [3, 4].

Исследователь М. А. Гончарова отмечает, что наиболее сложным структурным образованием, имеющим большое значение для успешного овладения математикой, является пространственное мышление, которое включает в себя такие сложные и разноплановые психические процессы, как восприятие, память, узнавание, представление, воображение [5].

Серьезные затруднения у школьников возникают при переходе от изучения фигур на плоскости к изучению геометрии в пространстве [6]. Здесь средства визуализации будут способствовать лучшему восприятию понятий стереометрии.

Следующая проблема — соблюдение баланса в использовании средств компьютерной визуализации и других видов наглядности. В связи с этим важным является изучение положительных и отрицательных сторон внедрения компьютеризации в школьное образование, а также проблем чрезмерного использования визуализации и мультимедиа в обучении [7, 8, 9, 10]. В работе «Влияние цветовой гаммы на психоэмоциональное состояние и работоспособность обучающихся» [11] изучены особенности школьного дизайна, форм, пропорций, цвета, которые вызывают определенный эмоциональный отклик у учащихся.

Для решения проблем поиска и разработки качественного демонстрационного контента для использования в обучении планиметрии и стереометрии проведем сравнительный анализ существующих в Интернете сайтов и программ.

Нас интересуют обучающие сайты с наглядными представлениями (средствами визуализации) и программы, позволяющие создать средства визуализации математического знания.

Для качественного анализа обучающих сайтов необходимо рассмотреть существующие среды, в которых эта визуализация может быть создана. Под средами мы понимаем математические программы для создания интерактивной геометрии. В данной статье мы анализируем функционал семи компьютерных программ для создания средств визуализации (табл. 1). Две из них разрабатывались и тестировались в России, остальные — за рубежом.

Анализ представленных ниже программ позволяет сделать следующие выводы:

Компьютерные программы для создания средств визуализации

Название	Создатель	Характеристики
«1С: Математический конструктор»	В. Н. Дубровский	Программа предназначена для создания интерактивных математических моделей, сочетающих в себе конструирование, моделирование, динамическое варьирование, виртуальный эксперимент [12]
GeoGebra	М. Хохенвартер	Бесплатная, кроссплатформенная динамическая математическая программа для всех уровней образования, включающая в себя разделы геометрии, алгебры, статистику и арифметику, а также таблицы, графы в одном удобном для использования пакете [13]
Kig	Компания GNU General Public License	Программа интерактивной геометрии, входящая в пакет образовательных программ KDE Education Project. Распространяется согласно GNU General Public License (GPL) [14]
KSEG	И. Баран	Свободная программа, которая дает возможность создавать «живые чертежи» в планиметрии, в частности, для построений с помощью циркуля и линейки. KSEG также удобно использовать для построения качественных диаграмм [15]
Euclidea	Студия HORIS INTERNATIONAL LIMITED	Компьютерная игра на геометрические построения циркулем и линейкой [16]
CABRI	Нет сведений	Программа позволяет совершать стереометрические построения в виртуальном пространстве [17]
The Geometer's Sketchpad (GSP)	Нет сведений	Одно из первых программных обеспечений динамической геометрии. Стимулировало появление многих других подобных программ, в частности, KSEG. В настоящее время активно не разрабатывается [18]

• функционал существующих программ для представления наглядности по геометрии, как правило, сильно отличается друг от друга;

• некоторые программы позволяют создавать динамические чертежи, другие могут лишь строить и показывать примеры моделей построения фигур из школьного курса геометрии;

• проведенный анализ показал ограниченное число программ для создания средств визуализации по геометрии.

Изучение образовательных сайтов проводилось с помощью сравнительного метода. Для этого использовались «универсальные» критерии (табл. 2). Перечень критериев предложен

авторами с опорой на характеристики, применяемые для сравнения школьных учебников. Также при проведении данной работы авторы руководствовались и методами сравнительного анализа (метод сравнения с использованием функции полезности; метод анализа иерархий; метод комплексной оценки; метод экспертных оценок) [19].

Представляется необходимым более подробно описать метод экспертных оценок, который основан на процедуре приписывания объектам числовых значений в шкале интервалов. Эти значения соответствуют степени влияния того или иного объекта на наблюдаемый ре-

Критерии для сравнения образовательных сайтов со средствами визуализации

Наименование	Оценка
Единство визуального оформления всех графических рисунков (чертежей)	$x \in A$
Трехмерная графика — трехмерное моделирование	$x \in A$
Оптимизация графики со страницей интернет-ресурса	$x \in A$
Возможность обсуждения	$x \in A$
Пояснения к конкретному рисунку (чертежу)	$x \in A$
Динамические картинки	$x \in A$
Доступность информации	$x \in A$
Озвученная визуализация	$x \in A$
Нагруженность визуальной картинки	$x \in A$
Структурированность	$x \in A$
Видеоурок	$x \in A$
Возможность скачивания (сохранения)	$x \in A$
Выбор шрифта	$x \in A \setminus \{2\}$
Выбор цветовой гаммы	Цвета (пример:  )
Недостатки	Описательный метод (не учитывался в шкале)

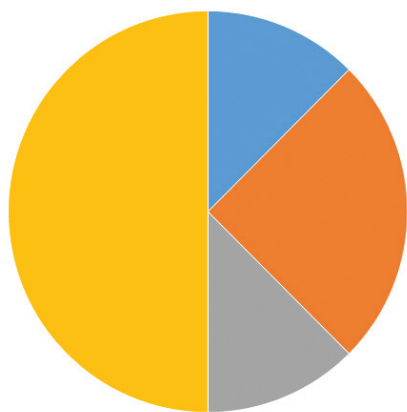


Рис. 1. Рейтинг образовательных сайтов по качеству средств визуализации:

■ — сайты, получившие оценку на интервале [20;25]; ■ — сайты, получившие оценку на интервале [15;20]; ■ — сайты, получившие оценку на интервале [10;15]; ■ — сайты, получившие оценку менее 10

зультат. В процессе сравнения эксперт должен поставить в соответствие каждому объекту точку на непрерывной числовой оси. В работе приведена шкала на отрезке [0;25]. Естественно, что эквивалентным по воздействиям объектам приписывается одно и то же число. Оценка x выбиралась из множества A , состоящего из элементов $\{0, 1, 2\}$, где 0 — отсутствует, 1 — частично присутствует, 2 — присутствует.

Необходимо отметить, что данные критерии в полной мере отображают отличительные черты различных средств визуализации, представленных на сайтах.

Для дальнейшего анализа было отобрано 20 сайтов (как зарубежных, так и российских), проставлены оценки и создан рейтинг, отображающий качество средств визуализации.

На основе данных критериев мы выделили 10 сайтов (табл. 3), набравших наибольшее количество баллов среди всех сайтов, которые были проанализированы. Результаты приведены в табл. 3, которая отражает их достоинства, недостатки и предпочитаемую цветовую гамму.

Для наглядности построена диаграмма полученного рейтинга обучающих сайтов (рис. 1).

Стоит отметить 3 сайта с наивысшей оценкой и наиболее интересной и полезной визуализацией. На рис. 2–4 представлены фрагменты вышеуказанных сайтов.

Большинство проанализированных сайтов считаются презентационными, т. е. не являются обучающими.

Рейтинг образовательных сайтов по качеству средств визуализации

Название сайта	Цветовая гамма	Особенности	
		Недостатки	Достоинства
Математические этюды [20]	Нет определенной цветовой гаммы	Не найдено	Материал подается в виде коротких видеороликов; каждая видеозапись снабжена поясняющими комментариями
Dr. Mourat Tchoshanov – Math Education – UTEP.edu [21]		Отсутствие каких-либо словесных комментариев	Материал распределен по определенным разделам; информация представлена в виде коротких видеороликов
ЯКласс [22]		Отсутствие видеоуроков	Присутствует раздел для проверки знаний в форме тестирования
Math is Fun [23]		Отсутствие видеоуроков	Простая и красивая подача информации; присутствует раздел для проверки знаний в форме тестирования
SBP-Program. Школьная геометрия [24]		Отсутствие видеоуроков	Простая подача информации
Geometry.ru [25]		Курсы представлены в виде документов в формате pdf	Не найдено
Think Twice – YouTube [26]	Нет определенной цветовой гаммы	Небольшое количество информации	Материал представлен в виде коротких видеороликов; интересная подача информации
Школьная геометрия — YouTube [27]		Небольшое количество информации	Материал представлен в виде: 1 видеозапись — 1 задача
Математика – повторение [28]		Учебный материал расположен без определенного порядка; отсутствие видеоматериала	Не найдено
Материалы по геометрии: школьная программа [29]		На сайте присутствует большое количество рекламы; отсутствие видеоуроков	Не найдено

Поэтому оптимальных параметров для построения наглядного обучения не выявлено, поскольку они индивидуальны для каждого сайта. Однако можно дать некоторые рекомендации, которые позволят осуществлять выбор оптимального сайта для использования в учебном процессе в курсе геометрии:

- графические изображения должны быть оптимизированы для размещения на страницах интернет-ресурса;

- лишние графические объекты на рисунках должны отсутствовать;
- предпочтительно использование стандартных шрифтов;
- каждый рисунок должен иметь свое название, связанное с разделом, в котором он находится;
- на сайтах должна быть предусмотрена возможность обсуждения (вопрос-ответ, чат или форум);

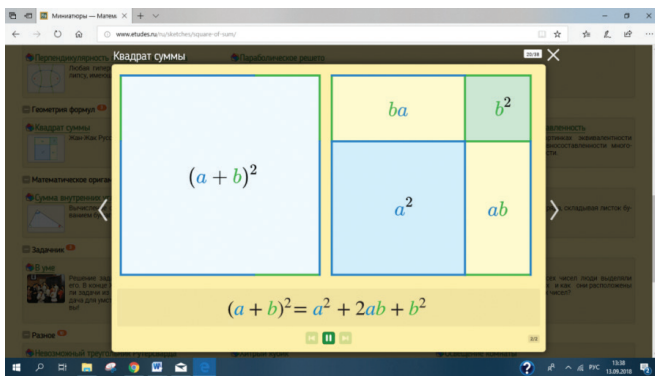


Рис. 2. Фрагмент сайта «Математические этюды»

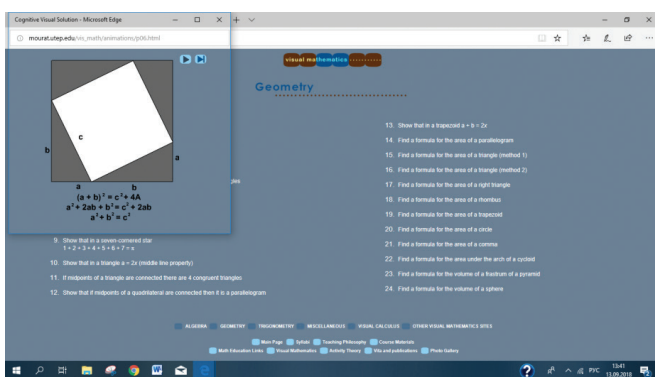


Рис. 3. Фрагмент сайта Dr. Mourat Tchoshanov – Math Education – UTEP.edu

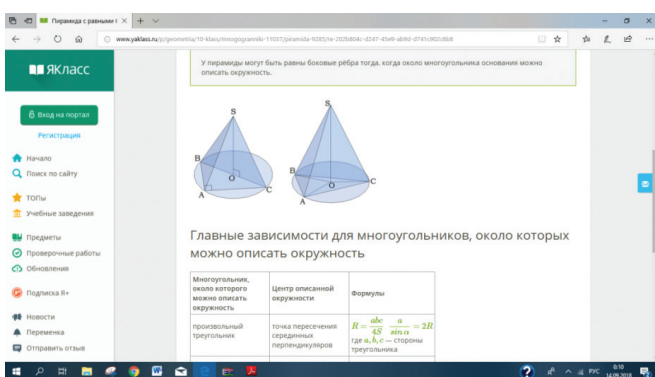


Рис. 4. Фрагмент сайта «ЯКласс»

- необходимо учитывать цветовую гамму фона, панелей навигации, отдельных деталей, поскольку цвет определенно воздействует на подсознание;

- на сайте к каждой задаче должен прилагаться чертеж (выполненный в анимированной форме, позволяющий фиксировать ход рассуждений при ее решении, что способствует формированию общих подходов к решению задач);

- визуализация должна сопровождаться озвучиванием (предпочтительно);

- реклама на сайте должна быть минимизирована или отсутствовать (в идеале).

Использование данных рекомендаций при выборе существующих и разработке новых средств визуализации позволит решать проблемы школьного математического образования. Разработка моделей и методов представления цифровых ресурсов в области математики станет первым шагом в решении проблемы цифровизации образования. Создание качественных средств визуализации позволит повысить эффективность проектируемой онтологии математического знания OntoMathEdu для повышения уровня математического образования школьников.

Работа, по результатам которой написана данная статья, выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-47-160007.

Список литературы

1. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. Москва: Ин-т практ. психологии, 1998. 432 с.
2. Якиманская И. С. Психологические основы математического образования / И. С. Якиманская. Москва: Академия, 2004. 320 с.
3. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В. А. Гусев [и др.]. Москва: Академия, 2004. 368 с.
4. Шеховцова Д. Н. Использование компьютерных технологий для визуализации математического знания / Д. Н. Шеховцова // Вестник Томского гос. пед. ун-та. 2010. № 10. С. 99–102.
5. Гончарова М. А. Развитие у детей математических представлений, воображения и мышления / М. А. Гончарова. Москва: Антал, 1995. 112 с.
6. Дубровский В. Н. 1С: Математический конструктор — новая программа динамической геометрии / В. Н. Дубровский, Н. А. Лебедева, О. А. Белайчук // Компьютерные инструменты в образовании. 2007. № 3. С. 47–56.

7. Жукова Т. Н. Роль визуализации в школьном образовании / Т. Н. Жукова // Санкт-Петербургский образовательный вестник. 2016. № 1 (1). С. 66–74.
8. Мехтиев М. Г. Проблемы обучения геометрии в общеобразовательной школе на современном этапе / М. Г. Мехтиев // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. 2012. № 1 (18). С. 92–95.
9. Прозорова О. В. Информационные технологии как средство обучения геометрии в школе / О. В. Прозорова, Г. Л. Абдулгалимов // Инновационные технологии в науке и образовании: материалы 4-й Международной научно-практической конференции. Чебоксары, 2015. С. 193–195.
10. Шакирова Л. Р. Эксперимент на уроках геометрии как средство повышения интереса учащихся к ее изучению / Л. Р. Шакирова, М. В. Фалилеева // Н. И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Международного форума по математическому образованию, Казань, 18–22 окт., 2017 г. / отв. ред. Л. Р. Шакирова. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2017. Т. 2. С. 180–185.
11. Афанасьева Т. Е. Влияние цветовой гаммы на психоэмоциональное состояние и работоспособность обучающихся [Электронный ресурс] / Т. Е. Афанасьева // Открытый урок. Режим доступа: <http://открытыйурок.рф/статьи/658830/>.
12. Дубровский В. Н. Математический конструктор [Электронный ресурс] / В. Н. Дубровский // Образовательные программы и приложения онлайн для детей. Режим доступа: <http://obr.1c.ru/mathkit/>.
13. GeoGebra [Электронный ресурс] // Википедия. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>.
14. Kig [Электронный ресурс] // Википедия. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Kig>.
15. KSEG [Электронный ресурс] // Википедия. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/KSEG>.
16. Euclidea [Электронный ресурс] // Википедия. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Euclidea>.
17. Шуман Х. Интерактивное конструирование в виртуальном пространстве с помощью Cabri 3D [Электронный ресурс] / Х. Шуман // Компьютерные инструменты в образовании. 2006. Ч. 2, № 2. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/interaktivnoe-konstruirovanie-v-virtualnom-prostranstve-s-pomoschyu-sabri-3d-chast-2>.
18. The Geometer's Sketchpad [Электронный ресурс] // Википедия. Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/The_Geometer%E2%80%99s_Sketchpad.
19. Гудков П. А. Методы сравнительного анализа: учебное пособие / П. А. Гудков. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2008. 81 с.
20. Андреев Н. Н. Математические этюды [Электронный ресурс] / Н. Н. Андреев. Режим доступа: <https://www.etudes.ru>.
21. Tchoshanov M. A. Geometry [Электронный ресурс] / М.А. Tchoshanov. Режим доступа: http://tourat.utep.edu/vis_math/geometry.html.
22. Геометрия [Электронный ресурс] // ЯКласс. Режим доступа: <http://www.yaklass.ru/p/geometria>.
23. Geometry [Электронный ресурс] // Math is Fun. Режим доступа: <https://www.mathsisfun.com/geometry/index.html>.
24. Школьная геометрия [Электронный ресурс] // SBP-Program. Режим доступа: <http://www.sbp-program.ru/shkolnaya-geometriya/shkolnaya-geometriya.htm>.
25. Материалы занятий [Электронный ресурс] // Geometry.ru. Режим доступа: <http://geometry.ru/materials.php>.
26. Think Twice [Электронный ресурс] // YouTube. Режим доступа: <https://www.youtube.com/channel/UC9yt3wz-6j19RwD5m5f6HSg>.
27. Школьная геометрия [Электронный ресурс] // Школьная геометрия: YouTube-канал. Режим доступа: <https://www.youtube.com/channel/UCnda53eZLoIW090YACPJFaA>.
28. Андрющенко Т. Я. Геометрия [Электронный ресурс] / Т. Я. Андрющенко // Математика-повторение. Режим доступа: <https://www.mathematics-repetition.com/geometriya>.
29. Материалы по геометрии: школьная программа [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.nado5.ru/e-book/geometry>.