

КОНСУЛЬТАЦИИ

УДК 372.851

Ю. Б. Мельников

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СОЗДАНИЮ УЧЕБНЫХ ПРЕЗЕНТАЦИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. Автором статьи представлен алгебраический подход к созданию и использованию презентаций учебного назначения по математике, состоящий из трех компонентов: 1) системы базовых элементов; 2) системы типовых преобразований базовых объектов; 3) механизма аппроксимирования. Описаны особенности его применения в сочетании с авторской технологией создания презентаций данного типа.

Ключевые слова: обучение математике, презентация, стратегия, использование стратегий.

Abstract. The paper considers the algebraic approach to developing and using educational presentations on mathematics, consisting of the three following components: 1) the base elements systems; 2) the systems of the base objects typical transformations; 3) the approximation mechanism. The peculiarities of the algebraic approach application combined with the author's technique for making educational presentations are described.

Index terms: mathematical education, presentation, strategy, using of strategy.

Образовательные стандарты третьего поколения ориентированы на формирование компетенций, не ограничивающихся классической триадой «знания, умения, навыки». В полной мере это относится к обучению математике. Предполагается, что накоплению опыта деятельности и повышению качества математического образования должно способствовать, в частности, все более распространенное применение мультимедийной техники (компьютеров, проекторов, интерактивных досок). Но, к сожалению, ее использование далеко не всегда оправдывает ожидания педагогов, обучаемых и разработчиков. Эта проблема вызывает необходимость создания методики мультимедийных средств обучения.

Исследования и опыт преподавания показывают, что их применение в обучении математике позволяет добиться значительного продвижения благодаря улучшению взаимодействия преподавателя с обучающимися. Особенно эффективны в этом отношении компьютерные мультимедийные презентации. Использование грамотно созданных презентаций позволяет

- повысить уровень и качество самостоятельной работы студентов во время как лекций, так и практических занятий;
- эффективно управлять учебной деятельностью;

- успешно выделять и фиксировать внутриспредметные и межпредметные связи;
- реализовать принцип наглядности в обучении;
- гибко реагировать на изменения учебной ситуации (перспективное предложение альтернативного варианта развития учебного материала, возникновение неожиданных трудностей с усвоением понятия и др.);
- повысить мотивацию к изучению математики.

К сожалению, многие преподаватели считают основной функцией презентации предъявление информации: формулировок определений и теорем, текстов доказательств, описания типовых решений задач и др. По нашему убеждению, такой подход является однобоким и малопродуктивным. Гораздо более действенно использование презентаций для *управления деятельностью студентов*, стимулирования продуктивной самостоятельной активности, усиления внешней и внутренней учебной мотивации.

К управлению деятельностью обучаемых мы относим среди прочего выделение учебного материала, конспектирование которого является не обязательным. Решение о необходимости конспектирования студенты могут принять самостоятельно. Иногда целесообразно на период восприятия информации освободить их от поспешной записи выкладок, а слайды, содержание которых следует зафиксировать, выделить в отдельный блок. Освобождение от рутинной работы помогает сосредоточиться на восприятии, обработке и даже генерировании информации. Иногда в этом случае студенты сознательно отказываются от конспектирования фрагментов объяснения, поскольку уверены в прочности полученных знаний.

К настоящему моменту сложились определенные традиции и культура создания и использования презентаций. Однако эти традиции не всегда учитывают характер целевой аудитории. Мы выделяем три типа электронных презентаций:

- представляющие дипломную работу, диссертацию, проект для инвестирования и т. п.;
- информационные (доклад на семинаре, на научной конференции и т. п.);
- учебного назначения, позволяющие организовать учебно-познавательную деятельность студентов.

Презентации последнего типа имеют существенные отличия от предыдущих. Рассмотрим их на примере презентаций, предназначенных для обучения математике и физике.

Во-первых, они преследуют специфические цели: а) предъявление информации; б) управление учебным процессом; в) обеспечение доступ-

ности учебного материала за счет наглядности, большого информационного объема в сочетании с удобной навигацией и (желательно) развитыми системами поиска.

Во-вторых, такие презентации насыщены математическими формулами и геометрическими чертежами. По дидактическим соображениям формулы и чертежи должны динамически изменяться, развиваться с учетом дедуктивного характера математической деятельности, необходимости стимулировать самостоятельную учебно-познавательную активность обучающихся [4].

В-третьих, в подобных презентациях должен учитываться высокий уровень формализованности поиска решения задачи (включая поиск доказательства, формирования гипотезы и др.). Например, для доказательства равенства $L = R$ обычно применяются три способа: 1) сведение к известному тождеству с помощью равносильных преобразований; 2) сведение к доказательству неравенств $L \leq R$ и $L \geq R$ или (для доказательства равенства множеств) включений $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$; 3) применение метода «от противного». Опыт выбора и использования оптимального способа стимулирует формирование таких качеств, как самостоятельность и инициативность, умение планировать, рефлексировать, оценивать деятельность и ее результаты и др.

В-четвертых, абстрактность математических объектов требует сочетания индуктивного и дедуктивного способов работы с информацией (введения и уяснения понятий, формулировок и доказательств теорем, типовых способов задания объектов).

Индуктивный способ введения понятия (например, «матрица», «многочлен», «предикат», «отношение») состоит в рассмотрении достаточного числа его примеров, желательно с последующим получением формулировок определений. Степень самостоятельности студентов в этом процессе должна постепенно увеличиваться.

В качестве примера можно привести получение определения матрицы, осуществляемое на лекции с помощью электронного учебника, который представляет собой систему презентаций по учебному курсу «Алгебра и теория чисел» [4]. Формирование определения начинается с сообщения студентам общепринятой трактовки матрицы как прямоугольной таблицы чисел. В процессе предварительного обсуждения оценивается корректность предлагаемой интерпретации термина, выявляются ее сильные и слабые стороны. Обычно к началу изучения этого учебного материала студенты не имеют достаточного опыта деятельности по формализации понятий. Уровень их самостоятельности, как правило, сравнительно невысок, поэтому вывод о целесообразности получения корректного определения матрицы обычно озвучивает преподаватель. Далее следует

демонстрация эффективности приема построения экзоструктурной модели объекта, т. е. модели, в которой рассматриваются связи с элементами внешней среды. В данном случае в таком качестве выступает модель *применения* рассматриваемой формы записи набора чисел.

В ходе беседы студенты должны сделать вывод о том, что запись чисел в таблицу нужна для адресации к числу, т. е. с помощью таблицы определяется соответствующее упорядоченной паре натуральных чисел (номер столбца, номер строки) число. После обсуждения вопроса о том, как эта ситуация моделируется в математике, обычно кто-нибудь из студентов обнаруживает, что ключевым является понятие «функция». Теперь студенты готовы к осознанию понятия «функция» как родового для понятия «матрица». После обсуждения будущей формулировки и самостоятельных попыток обучающиеся получают корректное определение. Окончательное определение они переписывают с соответствующего слайда.

Далее преподаватель стимулирует обсуждение о связи полученного определения с традиционной трактовкой матрицы как таблицы чисел. В процессе этого обсуждения студенты в очередной раз обращают внимание на важность типовых способов задания объекта, в данном случае – функции. В результате они должны сделать заключение, что из трех типовых способов представления числовой функции (формулой, графиком и таблицей значений) в данном случае оптимальным оказывается задание функции таблицей значений. После этого нетрудно заметить, что, например,

словосочетание «матрица $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ » можно рассматривать как сокращение формулировки «функция, заданная таблицей значений

	1	2
1	-2	4
2	3	1

».

В рассматриваемых таблицах первая строка и первый столбец устроены регулярно и представляют собой перечисление последовательных натуральных чисел 1, 2, ..., поэтому их можно удалить без потери смысла, в результате чего и получается представленная выше матрица.

Возникает благоприятная возможность обсудить достоинства и недостатки отождествления изоморфных объектов, в данном случае объекта (матрицы как функции) и одного из способов его представления (матрицы как таблицы). Как показывает опыт, происходящее таким образом введение понятия «матрица» занимает не слишком много времени – 10–20 минут. Это может восприниматься как «потеря времени» только в рамках знаниевого подхода, поскольку представленный вариант изучения

ориентирован на обогащение опытом самостоятельной исследовательской работы, усвоение приемов и методов исследовательской деятельности.

Дедуктивный способ введения понятия предусматривает формулирование определения с последующим его анализом, построением примеров и др. Целью этого способа помимо овладения собственно математическим содержанием является усвоение приемов изучения новых понятий, введенных с помощью определений. Например, для изучения понятия применяется индуктивный (построение и изучение достаточно большого числа разных примеров) и дедуктивный (получение следствий и других теорем) методы.

Индуктивный и дедуктивный способы введения понятия можно рассматривать как частные случаи метода моделирования. Первый можно трактовать как построение модели, являющейся результатом абстрагирования, а второй – как построение и изучение моделей, служащих результатом конкретизации. Возможен третий способ – введение понятия с помощью построения моделей, имеющих тот же уровень абстрагирования, что и объекты из объема изучаемого понятия. Примером является изучение векторной алгебры как системы из трех моделей: векторно-геометрической (направленные отрезки), векторно-символической (выражения вида $\vec{a} \perp (2\vec{b} - \vec{a})$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$ и т. п.) и координатной [4].

Совершенствованию управления учебной деятельностью студентов, обогащению их опыта самостоятельной деятельности, формированию и развитию многих компетенций способствует переход от обучения математическим алгоритмам к обучению использованию стратегий деятельности (во многих случаях выходящей за рамки собственно математической). В данном случае мы понимаем стратегию как *механизм создания планов деятельности*.

Традиционно в качестве образца плана деятельности рассматривается план алгоритмического характера, который мы называем планом-предписанием. Предполагается, что все его основные пункты исполнитель воспринимает как явное или неявное указание на конкретный способ деятельности. Самостоятельная разработка такого плана нередко затруднительна для обучаемого. Поэтому преподаватели вынуждены ограничиваться представлением типовых способов решения типовых задач. Вследствие этого у обучаемых имеются весьма ограниченные возможности для накопления опыта самостоятельного планирования, создания и опробования собственных вариантов достижения цели.

Альтернативный вариант состоит в использовании другого типа планов. Некоторые их пункты представляют собой описание цели деятельности на конкретном ее этапе, без явного или даже неявного указания на способ достижения этой цели. Построение подобного плана, более компактного и гибкого, значительно проще, чем создание плана-предписания,

поскольку он рассчитан на квалифицированного исполнителя. Исполнитель должен быть достаточно компетентным не только в области математики, но и в областях управления собственной деятельностью, выбора целей, формирования системы приоритетов, организации и осуществления контроля и корректирования деятельности.

Использование такого типа планирования позволяет студентам самостоятельно создавать модели будущей деятельности, оценивать их адекватность, сравнивать различные планы деятельности. При этом обучающиеся получают новый опыт, овладевают компетенциями и компетентностями, не ограничивающимися знаниями, умениями и навыками сугубо математического характера.

Как показали теоретические исследования и анализ практики, важнейшим условием успешности обучения математической деятельности является изменение отношения к ошибкам студентов. Построение планов деятельности неизбежно сопровождается ошибками, а иногда требует выполнения «рискованных» действий с высокой вероятностью ошибки. Преднамеренное совершение ошибки (например, в ходе доказательства «от противного» или поиска, связанного с рассмотрением либо частных случаев, либо противоположной, либо «подобной» ситуации) является основой некоторых типовых планов поиска решения, формирования гипотезы [7, 8].

Подобно тому как можно обучить работе на компьютере без подробного изучения его устройства, принципов действия и др., во многих случаях возможно обучение *использованию стратегии* без систематического изучения самой стратегии. Однако это применимо, вероятно, в основном для сравнительно несложных стратегий (хотя этот вопрос требует дополнительных исследований). Для обучения *использованию сложных стратегий* мы предлагаем *алгебраический подход*. Этот подход состоит в формировании следующих компонентов:

- 1) системы базовых объектов (в данном случае – базовых стратегий);
- 2) системы типовых преобразований объектов, их комбинирования, т. е. «операций» соответствующей «алгебры»;
- 3) механизма аппроксимирования, представления требуемого объекта в виде результата применения типовых преобразований к базовым объектам.

В математике примерами успешного применения алгебраического подхода к построению необходимой модели являются:

- а) представление функций в виде суммы ряда Фурье по системе ортогональных функций;
- б) аппроксимации функции с помощью формулы Тейлора или интерполяционного многочлена Лагранжа;

в) представления группы в виде произведения подгрупп (например, так называемых факторизаций группы).

Другой пример: стратегия рутинной исследовательской деятельности может быть представлена комбинацией семи базовых исследовательских стратегий:

- 1) приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций;
- 2) поиска аналогии;
- 3) предвкушения (рассматривается ситуация, когда цель деятельности уже достигнута; в результате изучения строится модель, на основании которой составляется план преобразования исходной ситуации в желаемую, т. е. план достижения цели);
- 4) перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы моделей;
- 5) построения модели;
- 6) обогащения и редуцирования модели;
- 7) смены ролей и приоритетов [3].

Механизм преобразования базовых элементов основан на том, что реализация каждой из этих стратегий требует применения другой стратегии. Например, при положительном результате использования стратегии поиска аналогии, т. е. выявления объекта, в чем-то похожего на исследуемый объект, целесообразно применить стратегию построения модели, а также – в дальнейшем – стратегию обогащения и редуцирования модели и, быть может, стратегию смены ролей и приоритетов.

Механизм аппроксимирования основан на выделении для каждой стратегии наиболее перспективных для ее использования условий. Например, применение стратегии приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций для обогащения понятийного аппарата целесообразно в случае, когда имеющийся аппарат беден и обращение к стратегии поиска аналогии окончилось неудачно.

Нам представляется перспективным применение алгебраического подхода к созданию презентаций учебного назначения. Необходимость в разработке соответствующей технологии обусловлена нашим убеждением, что опытные преподаватели должны использовать собственные презентации. Эта убежденность основана на следующих соображениях.

Во-первых, как правило, опытному преподавателю свойственны индивидуальные предпочтения:

- 1) компоновки и структурирования учебного материала, выбора субъективных приоритетов в области результатов обучения (одни преподаватели высоко оценивают прежде всего теоретические знания, другие – умение решать задачи, третьи – гибкость мышления, способность быстро

адаптироваться, четвертые – интеллектуальную смелость, готовность экспериментировать, выполнять «рискованные», чреватые ошибками действия, умение обнаруживать ошибки и корректировать деятельность и др.);

2) в избрании характера управления деятельностью обучаемых (авторитарный или демократический стиль, постоянный контроль или ориентация на обучение самоуправлению, жесткое следование заранее разработанному сценарию или гибкая реакция на изменения ситуации и др.);

3) в выборе учебно-методического обеспечения и способов его использования: а) обращение только к апробированным, традиционным учебникам и пособиям или стремление готовить собственное учебно-методическое обеспечение, создаваемое индивидуально или в содружестве с коллегами, специалистами из других областей деятельности (например, IT-специалистами), с обучаемыми; б) применение материалов на бумажном носителе, электронных средств, макетов и других механических конструкций; в) применение материалов, созданных обучаемым (конспектов, рукописных справочников).

Во-вторых, характер презентаций нередко зависит от контингента обучаемых и обусловлен, например, степенью востребованности математического аппарата в их будущей профессиональной деятельности, уровнями их актуальной обученности и мотивации к изучению математики и др.

В-третьих, некоторые характеристики презентаций определяются условиями, в которых проводится обучение, особенностями соответствующей аппаратуры и программного обеспечения.

Таким образом, теоретическое исследование и опыт обучения говорят о востребованности технологии подготовки презентаций учебного назначения по математике. Разработанная нами технология основана на системе моделей учебного занятия [5], результатах исследований по выбору наиболее подходящего формата файла с презентацией [6] и др. Анализ показал, что оптимальным средством разработки учебных презентаций по математике является профессиональная издательская система LaTeX, фактически служащая международным стандартом для подготовки математических текстов.

Разработанная нами система макрокоманд, определенных в типовой преамбуле, значительно облегчает создание презентаций. В настоящее время мы создаем 15–30 слайдов в час, если они содержат текст и формулы. Конечно, трудозатраты на создание рисунков (в частности, графиков) намного значительнее, но и они могут быть уменьшены благодаря использованию пакета MFPICT. Он входит в наиболее распространенные сборки пакета LaTeX, например MikTeX, tetex, TeXLive.

Однако ясно, что даже при самой совершенной технологии подготовка новых презентаций является делом трудоемким. Существенно уп-

ростить этот процесс можно за счет применения алгебраического подхода, включающего следующие важные моменты.

1. В качестве базовых объектов можно взять законченные фрагменты математического текста: формулировки и доказательства теорем, лемм и других утверждений, формулировки определений и варианты их введения (например, дедуктивным или индуктивным способами, путем вовлечения обучаемых в процесс формулирования определения с помощью стратегии формализации понятий и др.).

2. Для типовых преобразований фрагментов презентаций и их комбинирования следует использовать только типовой интерфейс для оформления вопросов, целей, определений, теорем, лемм, замечаний, следствий, утверждений, а также примеров, предназначенных для иллюстрации теоретического материала и задач, которые необходимо самостоятельно решить на занятии. Важно, что разработчику доступны исходные коды, тексты макрокоманд, их структура, что должно позволить выполнять корректуру фрагментов математического текста без чрезмерных усилий.

3. Механизмы аппроксимирования, получения требуемой презентации должны быть обусловлены конкретной методикой обучения и системами целей учебного курса, конкретного занятия и изучения конкретной дидактической единицы.

Например, если преподаватель считает, что целью изучения алгебры комплексных чисел является овладение обучаемыми техникой вычислений с комплексными числами, то в свою презентацию он включит формулировки определений, описание свойств операций алгебры комплексных чисел (быть может, даже без доказательства этих свойств) и описание основных методов вычислений, а также большое число примеров вычислительного характера. Это обеспечит успешное прохождение интернет-тестирования при измерении качества обучения. Но такой подход может оказаться губительным для формирования личности исследователя, преподавателя, творчески мыслящего инженера и др.

Другой преподаватель или преподаватель, находящийся в других условиях, для обучения математическому моделированию может использовать богатые возможности, предоставляемые содержанием раздела «Алгебра комплексных чисел». В самом деле, обычно эта задача возлагается на решение примеров с описанием «как бы реальных» ситуаций (хотя «прикладной характер» таких примеров нередко вызывает обоснованные сомнения). Однако Е. П. Матвеева показала, что даже в школьном курсе математики можно развить у учащихся основной школы умение осуществлять построение моделей на основе представления математических объ-

ектов в качестве моделируемых [1, с. 6]. Фактически алгебра комплексных чисел представляет собой систему, которую образуют четыре модели:

1) алгебра комплексных чисел, рассматриваемых как многочлены $a + bi$ первой степени от переменной i , с дополнительным соотношением $i^2 = -1$;

2) алгебра векторов комплексной плоскости;

3) алгебра упорядоченных пар (a, b) вещественных чисел;

4) алгебра матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$.

В этом случае в презентации будут акцентированы не столько формулировки определений и математических утверждений, сколько процессы построения и анализа этих моделей, интерпретации результатов исследования модели в рамках другой модели, оценивания адекватности моделей и др. Элементы такого подхода реализованы в учебнике автора статьи в разделе «Алгебра комплексных чисел» [4].

Возможно, преподаватель считает необходимым формировать и развивать компетенции, связанные с исследовательской деятельностью: умение формализовать информацию, строить гипотезы, доказывать или опровергать их и др. Тогда особое внимание в презентациях будет уделено процессам определения операций, формирования определений, выделения возможных направлений исследования и выбора наиболее перспективных. Разумеется, и в этом случае в презентации будут представлены точные формулировки определений и математических утверждений, являющиеся результатом совместной деятельности с преподавателем. Именно этот вариант реализован в тех разделах упомянутого учебника, математическое содержание которых делает его целесообразным («Элементы теории множеств», «Алгебра комплексных чисел» и некоторые другие) [4].

Мы намеренно рассмотрели ситуации, когда предпочтения преподавателя носят «экстремальный» характер. Скорее всего, высококвалифицированный преподаватель включит в презентации все названные (а также и вероятные другие) варианты. В любом случае он будет иметь возможность использовать базовые элементы презентаций, содержащие формулировки, доказательства, условия и решения примеров и задач. Разнообразие презентаций на одну тему способствует развитию, прежде всего, молодых преподавателей, подобно тому как разнообразие учебников и учебных пособий позволяет выбрать вариант, оптимальный по объему, уровню и глубине представления учебного материала, стилевым, идеологическим, мировоззренческим предпочтениям.

Переход в обучении от знаний, умений и навыков к развитию компетенций означает, в частности, формирование личностного отношения к математике, математической идеологии. Определенную роль в этом пе-

реходе может сыграть осознанный выбор моделей математики [2]. В большинстве учебников, учебных программ и в ГОС математика представлена в основном как система математических дисциплин: алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений и др. Но эту науку можно рассматривать и как область деятельности (рис. 1).

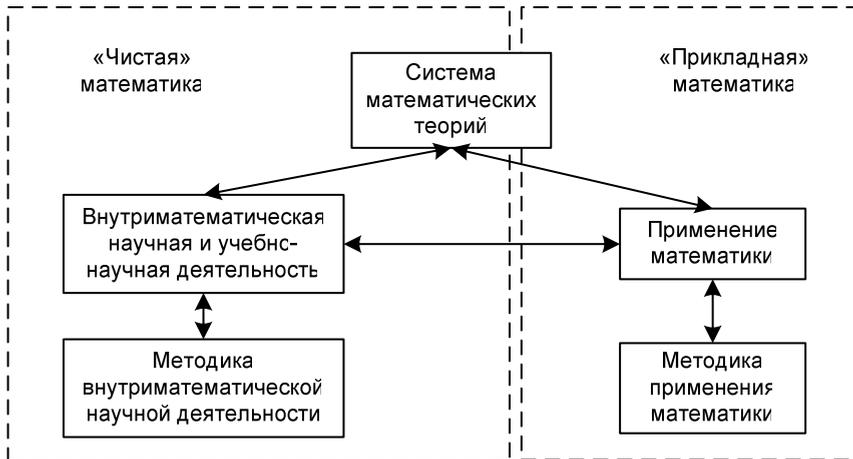


Рис. 1. Математика как область деятельности

Кроме того, можно упомянуть исторические модели математики (феноменологическую, персонификационную, парадигмальную), а также эстетическую и организационную модели. Каждая из них должна в той или иной степени найти отражение в процессе обучения.

Математика играет важную роль в формировании мировоззрения и таких качеств личности, как интеллектуальная честность, упорство, творческое отношение к жизни, ее непререкаемый авторитет основан на уникальных возможностях ее аппарата. Поэтому для процесса обучения актуальна *аппаратная модель математики* (рис. 2). Основой этой модели является тот факт, что универсальность и относительную простоту применения научных методов обеспечивает использование только той информации, которая преобразована к стандартному, типовому для данной предметной области виду.

Разумеется, презентации учебного назначения по математике в любом случае должны обеспечивать усвоение студентами и учащимися содержания учебного курса. К содержательному наполнению также целесообразно применить алгебраический подход, учитывающий несколько моментов:

1. Базовыми элементами содержания учебного курса являются элементарные дидактические единицы: формулировки определений и математических утверждений, тексты доказательств этих утверждений, тексты задач и тексты с их решениями.

2. Преобразования базовых элементов осуществляются на основе установления различных связей между ними, что позволяет комбинировать их, создавая составные дидактические единицы. Например, теоремы о том, что ядро линейного оператора и образ линейного пространства под действием этого оператора являются подпространствами линейного пространства, служат основанием для введения понятий «дефект линейного оператора» и «ранг линейного оператора». Свойства операций «сложение» и «умножение на скаляр» в векторной алгебре, алгебре матриц и алгебре многочленов могут стать основой для аксиоматического определения линейного пространства (раздел «Линейные пространства» в учебнике «Алгебра и теория чисел» [4]).

3. Механизмом аппроксимирования в данном случае является представление содержания учебного курса с помощью комбинирования базовых дидактических единиц. Он должен включать в себя набор целей дидактического и развивающего характера, установление и использование связей между ними. Например, теорема об изоморфности конечномерного линейного пространства и арифметического линейного пространства той же размерности служит основой для базовой идеи линейной алгебры. Согласно этой идее, основная задача любой конструкции, рассматриваемой в линейном пространстве (вектор, подпространство, линейный оператор, билинейная и квадратичная формы и др.), состоит в получении типового представления этой конструкции в арифметическом пространстве R^n и разработке на этой базе вычислительного аппарата для задач линейной алгебры.

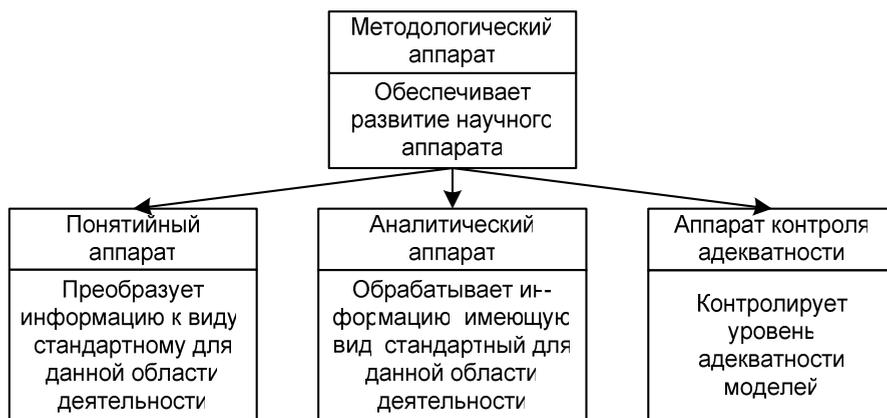


Рис. 2. Аппаратная модель математики

Предлагаемый нами алгебраический подход к созданию презентаций учебного назначения по математике в настоящее время отражает в основном содержательный аспект обучения. Тем не менее реализация этого подхода в сочетании с разработанной нами технологией подготовки

учебных презентаций может радикально изменить ситуацию их применения: увеличить количество соответствующих занятий и повысить качество математического образования. Апробация технологии заключалась в том числе в создании электронного учебника для сопровождения лекций и практических занятий, содержащего около 20 тысяч слайдов [4].

Накопленный опыт и теоретический анализ подтверждают эффективность использования презентаций на математических занятиях. Об этом свидетельствует не только улучшение качества знаний и умений, но и повышение самостоятельности студентов, их инициативности и мотивации к обучению.

Литература

1. Матвеева Е. П. Развитие умения осуществлять построение моделей у учащихся при обучении математике в основной школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2007. 21 с.
2. Мельников Ю. Б., Мельникова Ю. Ю., Мельникова Н. В. Использование моделей математики в учебном процессе // Вестн. УГТУ – УПИ. Сер. Информационно-математические технологии. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ. 2006. № 6(77). Вып. 1. С. 132–141.
3. Мельников Ю. Б., Поторочина К. С. Методологический инструментарий управления исследовательской деятельностью обучающихся // Образование и наука. Изв. УрО РАО. 2008. № 2(14). С. 3–10.
4. Мельников Ю. Б. Алгебра и теория чисел. Раздел «Изоморфизм». Изд-е 3-е, испр. и доп. Екатеринбург: Изд-во УрГЭУ, 2010. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://lib.usue.ru/resource/free/10/MelnikovAlgebra3/index.html>
5. Мельников Ю. Б. Дидактические модели лекции и практического занятия как основа технологии подготовки электронных презентаций учебного назначения // Информатизация образования – 2010: материалы междунар. науч.-практ. конф. Кострома: КГУ им. Н. А. Некрасова, 2010. С. 208–213.
6. Мельников Ю. Б., Тропин А. В. Выбор формата представления презентаций учебного назначения // Ярослав. пед. вестн. 2009. № 1: Теория и методика обучения и воспитания. С. 53–57.
7. Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителей: пер. с англ. 2-е изд. М.: Учпедгиз, 1961. 208 с.
8. Пойа Д. Математическое открытие. 2-е изд., стереотип. М.: Наука, 1976. 448 с.