Литература

1. Деева Н.К. Профтехучилище в современных условиях: Метод. пособие. М.: Высш. шк., 1991.

2. Алексеев В.Е. Некоторые аспекты развития технического творчества учащихся профтехучилищ: Сб. науч. тр. Л., 1983.

3. Кудрявцев Т.В. Психолог ия технического мышления. М., 1975.

А. С. Просвиров,
Л. С. Зонова

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ С ДИСЦИПЛИНАМИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

С переходом на многоуровневую систему обучения и в связи с усилением гуманитаризации образования значительно сокращен объем часов по курсу высшей математики. В этих условиях возрастает роль межпредметных связей курса высшей математики с общетехническими и специальными дисциплинами машиностроительного профиля, а также роль самостоятельной работы студентов (СРС) в процессе обучения. Для достижения этой цели повышаются требования к организации СРС со стороны кафедры высшей математики. Именно она должна быть ориентирована в первую очередь на реализацию межпредметных связей. Основная доля СРС на кафедре осуществляется через систему типовых расчетов и индивидуальных домашних заданий. Поэтому в них важно включить (не в ущерб самой математике) как можно больше задач, тесно связанных с общетехническими и профилирующими дисциплинами. Определенная работа по пересмотру задач в системе типовых расчетов и индивидуальных домашних заданий в этом направлении на кафедре уже проведена. Так, в типовые расчеты по темам "Линейная алгебра и аналитическая геометрия", "Неопределенный и определенный интегралы и их приложения" внедрено несколько задач, связанных с пожеланиями лекторов по общетехническим дисциплинам: технической механике и теории механизмов и машин.

Здесь предлагается продолжение работы в этом направлении применительно к профилирующим дисциплинам сварочного и швейного производств. Суть работы состоит в следующем. Составлено новое индивидуальное домашнее задание (25 вариантов) в рамках совершентствования межпредметных связей курса высшей математики с профилирующими дисциплинами сварочного производства. Оно адресовано студентам первого курса специализации 030110 с целью отработки навыков по темам "Полное исследование функций и построение их графиков", "Преобразование графиков функций". Разработана также методика решения всех задач одного из вариантов задания. Задание состоит из четырех тесно связанных задач. Их можно рассматривать как учебные математические модели задач сварочной специализации, являющиеся элементами реальных прикладных задач. Удачная подборка таких элементов по соответствующим темам курса высшей математики и специальных дисциплин может быть синтезирована в единое целое и составить модель реальной прикладной задачи, например, в совместной курсовой работе по математике и специальным дисциплинам, а может быть даже и в дипломной работе.

Использование в задании функций вида $f(x) = Ax^{\alpha}e^{-kx^{\beta}}$ определено следующими соображениями:

1) Они являются математическими моделями (при соответствующем выборе параметров A, k, α, β,) реальных процессов. В частности, эти функции могут интерпретироваться как зависимость пластической зоны у вершины хрупкой трещины от длины последней, угловых деформаций от погонной энергии сварки, распределения температур от времени для различных источников нагрева, температуры от расстояния точки до оси шва, распределения теплового потока от радиуса пятна нагрева при газопламенной обработке и т. д.

2) При применении вероятностных и статистических методов к задачам сварочного производства функции подобного типа интегрируются как различные функции плотности распределения вероятностей для распределений Пуассона, Релея, Гаусса, Вейбулла, Колмогорова и др.

3) Эти функции удачны и с точки зрения общего плана их исследования с помощью производной: они могут быть четными и нечетными функциями, функциями общего вида; имеют интервалы возрастания, убывания, выпуклости и вогнутости, а также ассимптоты и экстремумы; их графики имеют точки перегиба. Тем самым они достаточно полно отражают основные свойства функции.

Отметим, наконец, что раннее подключение студентов (с первого курса) к решению прикладных задач по высшей математике благоприятно и с психологической точки зрения. Оно формирует у студентов устойчивое и осознанное внимание к изучению курса высшей математики как необходимого инструмента для успешного решения прикладных задач специализации. Это в свою очередь стимулирует повышение профессионального интеллекта будущего специалиста.

В заключение приведем текст вариантов задания.

Задача 1. Используя общий план исследования функций с помощью производной, построить схему графика функции $f(x)=Ax^{\alpha}e^{-kx^{\beta}}$, где параметры А и К положительны; значения параметров α, β указаны в табл. 1 в соответствии с номером варианта.

Таблица 1

N n / n	$y=Ax^{\alpha}e^{-kx^{\beta}}$, $k>0$, $A>0$	
	α	β
1	1	1
2	1	2
3	1	3

Задача 2. В результате термического цикла сварки в сварном соединении развиваются внутренние деформации, которые описываются функцией деформации $\varepsilon=\varepsilon(t)=At^{\alpha}exp(-kt^{\beta})$, $t>0$, t - время (А и К - положительные параметры; значения параметров α и β указаны в табл. 2 в соответствии с номером варианта).

Требуется:

1) определить, при каких условиях режима сварки (режим сварки определяется конкретными числовыми значениями параметров А и К) достигается заданный максимум Emax=Eo функции E=E(t) в заданный момент времени t=to с (значения Eo и to указаны в табл. 2);

2) построить график функции E=E(t), t⩾0 при полученных значениях параметров А и К. При построении графика функции E(t) воспользоваться решением задачи 1; для уточнения графика целесообразно подсчитать на калькуляторе несколько промежуточных значений функции.

Таблица 2

N n / n	$\mathcal{E}=At^{\alpha}\exp(-kt^{\beta})$, $t\geq 0$		$\mathcal{E}_0\cdot 10^4$	t_0, с
	α	β		
1	1	1	4	9
2	1	2	6.5	12
3	1	3	9	15

Задача 3. Для оценки возможности движения сварочных дефектов типа "трещина" необходимо оценивать интенсивность (скорость) сброса запаса потенциальной энергии остаточных сварочных напряжений.

Требуется:

1) построить график функции $W=W(\ell)=A\ell^{\alpha}\exp(-k\ell^{\beta})$, $\ell\geq 0$ (значения параметров A, k, α, β указаны в табл. 3), определяющей зависимость ин-

тенсивности сброса потенциальной энергии остаточных сварочных напряжений при распространении трещины от длины последней (при построении графика функции W(l) воспользоваться решением задачи 1; для уточнения графика целесообразно подсчитать на калькуляторе несколько промежуточных значений функции);

2) определить диапазон критических длин хрупкой трещины, при которых она распространяется в соединении, если удельные энергозатраты на разрушение W=Wo=const (диапазон критических длин определяется длиной отрезка между абсциссами точек пересечения прямой W=Wo и кривой W=W(l)). Значение Wo указано в табл. 3.

Таблица 3

N п/п	$W = Al^{\alpha} \exp(-kl^{\beta}),\ l \geq 0$				W_0, Дж/мм
	A	k	α	β	
1	2	1	1	1	0,6
2	3	1	1	2	1,4
3	3	1	1	3	1,0

Задача 4. При изготовлении сварных конструкций применяется так называемый метод предварительного нагружения. Он состоит в растяжении деталей сваркой с целью создания в них напряжений растяжения, распределенных по закону $\sigma = \sigma(x)$, где x - координата точки, находящейся на расстоянии $|x|$ от оси шва.

Требуется:

1) пользуясь данными решения задачи 1, построить график функции $f(x)=Ax^{\alpha}e^{-kx^{\beta}}$ (задание функции f(x) см. в табл. 4);

2) построить график функции σ(x), определяющий эпюру распределения напряжений (задание функции σ(x), где Xo(Xo>0) - точка максимума функции f(x) см. в табл.4).

Примечание. При построении графика функции σ(x) на промежутке $1/4 * X_o \leqslant |X| \leqslant X_o$ следует воспользоваться преобразованием графика функции f(x);

3) определить на ширине активной зоны среднее значение распределения напряжений

$$\sigma_{ср} = \frac{\sigma_{наиб} + \sigma_{наим}}{2} \quad (н/м^2).$$

Ширина активной зоны определяется неравенством $|x| \leqslant Bn$ (в метрах). Значение коэффициента Bn указано в табл. 4.

Таблица 4

N п/п	$\sigma(x)$	$f(x)$	B_n
1	$\sigma(x)=\begin{cases} -2(\lvert x\rvert-x_0)e^{(\lvert x\rvert-x_0)}, & \frac{1}{4}x_0<\lvert x\rvert<x_0, \\ \sigma(\frac{1}{4}x_0), & \lvert x\rvert<\frac{1}{4}x_0, \\ 0, & \lvert x\rvert>x_0 \end{cases}$	$f(x)=2xe^{-x}$	$\frac{1}{2}x_0$
2	$\sigma(x)=\begin{cases} -3(\lvert x\rvert-x_0)e^{(\lvert x\rvert-x_0)^2}, & \frac{1}{4}x_0<\lvert x\rvert<x_0, \\ \sigma(\frac{1}{4}x_0), & \lvert x\rvert<\frac{1}{4}x_0, \\ 0, & \lvert x\rvert>x_0 \end{cases}$	$f(x)=3xe^{-x^2}$	$\frac{1}{2}x_0$

Формулировки задач 1-4 с некоторыми изменениями взяты из монографии Г.П.Бахтиной "Применение элементов сварочной специализации при изучении высшей математики" (Киев, 1988. 198 с.).

В связи с введением новой специализации "Швейное производство" мы считаем необходимым при изучении курса высшей математики рассматривать решения специального вида экстремальных задач, относящихся к линейному программированию и имеющих прикладное значение для указанной специализации.

Целый ряд проблем, относящихся к планированию и организации производства, приводит к одной и той же группе экстремальных математических задач. В общем виде математическая постановка экстремальной задачи состоит в определении наибольшего или наименьшего значения целевой функции $F=f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ при условии $g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant B_i$ $(i=1, 2, \ldots, m)$, где f и g_i - заданные линейные функции, а Bi - некоторое действительное число.

Линейное программирование - раздел математики о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на переменные которой наложены линейные ограничения. Задачи линейного программирования относятся к задачам на условный экстремум функции. Казалось бы, что для исследования линейной функции многих переменных на условный экстремум достаточно применить хорошо разработанные методы математического анализа, однако невозможность их использования иллюстрируют простейшие примеры.

Действительно, пусть необходимо исследовать на экстремум линейную функцию $F=f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ при линейных ограничениях $g_i \leqslant B_i$ $(i=1, 2, \ldots, m)$. Так как F - линейная функция, то в общем случае $\partial F/\partial Xj \neq 0$ $(j=1, 2, \ldots, n)$, следовательно, внутри области экстремальных точек не существует. Таким образом, наименьшие и наибольшие значения линейной функции находятся на границе области, которая образована системой ограничений. Для отыскания этих значений в частности и в целом для решения задач линейного программирования потребовалось создание специальных методов.

Основы линейной алгебры (определители, векторы, теория матриц, способы решения системы линейных уравнений), необходимые для изложения методов линейного программирования, рассматриваются в курсе высшей математики УГППУ для специализации 030108, поэтому предлагаются условия и способы решения только задачи линейного программирования, рассматривается метод графического решения задач с двумя переменными (как более доступный и наглядный) и симплекс-метод. Предлагается ряд задач, которые можно рассматривать как учебные математические модели задач швейного производства. Приведем один пример задачи линейного программирования.

На швейной фабрике ткань может быть раскроена несколькими способами для изготовления нужных деталей швейных изделий. Пусть при j-м варианте раскроя ($j=1,\dots,n$) из 100 $м^2$ ткани изготовляется Bij деталей i-го вида ($i=1,\dots,m$), а величина отходов при данном варианте раскроя равна Cj $м^2$. Зная, что деталей i-го вида следует изготовить Bi штук, требуется раскроить ткань так, чтобы было получено необходимое количество деталей каждого вида при минимальных общих отходах.

Далее составляется математическая модель задачи. Предположим, что по j-му варианту раскраивается Xi сотен метров ткани. Поскольку при раскрое 100 $м^2$ ткани по j-му варианту получается Bij деталей i-го вида, то по всем вариантам раскроя из используемых тканей будет получено $B_{i1}X_1 + B_{i2}X_2 + \dots + B_{in}X_n$ деталей i-го вида. Так как должно быть изготовлено Bi деталей данного вида, то $B_{i1}X_1 + B_{i2}X_2 + \dots + B_{in}X_n = Bi$ ($i=1,2,\dots,m$).

Общая величина отходов по всем вариантам раскроя ткани составляет $F=C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$.

Таким образом, приходим к следующей математической задаче. Найти минимум функции $F=\sum_{i=1}^{n} CjXj$ при условии, что ее переменные удовлетворяют системе уравнений $\sum_{i=1}^{n} BijXj = Bi$ ($i=1,\dots,m$) и условию неотрицательности $Xj \geqslant 0$ ($j=1,\dots,n$).

Так как F - линейная функция, а система $\sum_{j=1}^{n} BijXj = Bi$ ($i=1,2,\dots,m$) содержит только линейные уравнения, то эта задача является задачей линейного программирования.