

организации : дата введения 2006-04-28 / ОАО «РЖД». – URL: <http://static.scbist.com/scb/СТО/СТО%20RZD%201.06.001-2006.pdf> (дата обращения 10.04.2020).

13. Соглашение о взаимодействии между Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии и открытым акционерным обществом «Российские железные дороги» по вопросам технического регулирования и стандартизации : приложение к приказу № 271 от 14 июля 2008 года / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии // Техэксперт : [сайт]. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/902116718> (дата обращения 12.04.2020).

УДК 629.4.02

С. А. Власов

S. A. Vlasov

ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Екатеринбург

Russian State Vocational Pedagogical University, Ekaterinburg

sergey.vlasov@rsvpu.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕМАТИКИ
КОЛЕСНОЙ ПАРЫ ВАГОНА
ПРИ СВОБОДНОМ КАЧЕНИИ НА ПРЯМОМ УЧАСТКЕ ПУТИ
MATHEMATICAL MODEL OF THE KINEMATICS
OF THE WHEELED PAIR OF CARS WHEN
FREE TO SWING ON A STRAIGHT SECTION OF THE ROAD**

***Аннотация.** В статье рассматривается вопрос математического моделирования движения колесной пары подвижного состава железнодорожного транспорта, построение кривой колебательного процесса в системе «колесо-рельс». Рассмотренная модель позволяет определить параметры, исключаящие износ в паре трения и дает возможность плавающего контакта колеса с рельсом.*

***Abstract.** The article considers the issue of mathematical modeling of the movement of the wheelset of railway rolling stock, the construction of a curve of the oscillatory process in the wheel-rail system. The described model allows to determine parameters excluding wear in friction pair and allows floating contact of wheel with rail.*

***Ключевые слова:** математическое моделирование; колесная пара; подвижной состав; свободное качение.*

***Keywords:** mathematical modeling; wheelset; rolling stock; free swing.*

Актуальность рассматриваемой проблемы, от успешного решения которой зависит эффективность качества, надежности и безопасности функционирования железных дорог, является решение проблемы «колесо-рельс». Оптимизация при этом, как правило, проводится во взаимодействии расчетов

на математических моделях, лабораторных исследований, эксплуатационных испытаний и измерений.

Над решением этой проблемы уже много десятилетий работают практически все железные дороги мира, и ее следует квалифицировать как сложную техническую систему «колесо-рельс», обусловленную необходимостью повышения межремонтного периода работы подвижного состава, сокращением эксплуатационных расходов и увеличением технического ресурса колесных пар и рельс. Для реализации поставленной задачи необходимо разработать математическую модель системы колесо-рельс, определить оптимальные параметры системы и предложить способ восстановления профилей катания железнодорожных колесных пар и обод железнодорожного колеса с целью уменьшения износа гребней колес и головок рельсов.

Назначение конусностей колесных пар подвижного состава заключается в самоустановке колесных пар в колее на прямых участках пути, обеспечение плавающего контакта колеса с рельсом во избежание проката колес, уменьшения проскальзывания колес в меридиональных точках контакта при движении по переходным и круговым кривым.

При свободном качении колесной пары на прямом участке пути с одноточечным контактом на колесах колесная пара совершает по направлению координатной системы X, Y, Z (рисунок 1) линейные перемещения x, y, z и угловые движения относительно тех же координатных осей $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$.

Рассмотрим движение колесной пары с уклонами на поверхностях катания n_1 и n_2 номинальными радиусами качения r_{01}, r_{02} . Условимся считать уклон положительным, если при положительном перемещении z колесо получает положительное вертикальное перемещение y .

При движении по прямому участку пути колесная пара совершает вращательное и поступательное движения:

$$\begin{aligned}\varphi &= \omega \cdot t = v \cdot t / r_c, \\ x &= v \cdot t = \omega \cdot r \cdot t,\end{aligned}\tag{1}$$

где φ – угол поворота колеса;
 ω – угловая скорость, $\omega = v / r_c$;
 r_c – средний радиус качения;
 v – поступательная скорость движения;
 x – путь при поступательном движении;
 t – время движения.

При отсутствии начальных отклонений и одинаковых радиусах качения колесная пара движется поступательно. Если колесная пара получила началь-

ное поперечное отклонение Z_0 , угол поворота φ_{0y} в плане, угол поворота φ_{0x} в поперечной плоскости, то она при качении совершает извилистое движение.

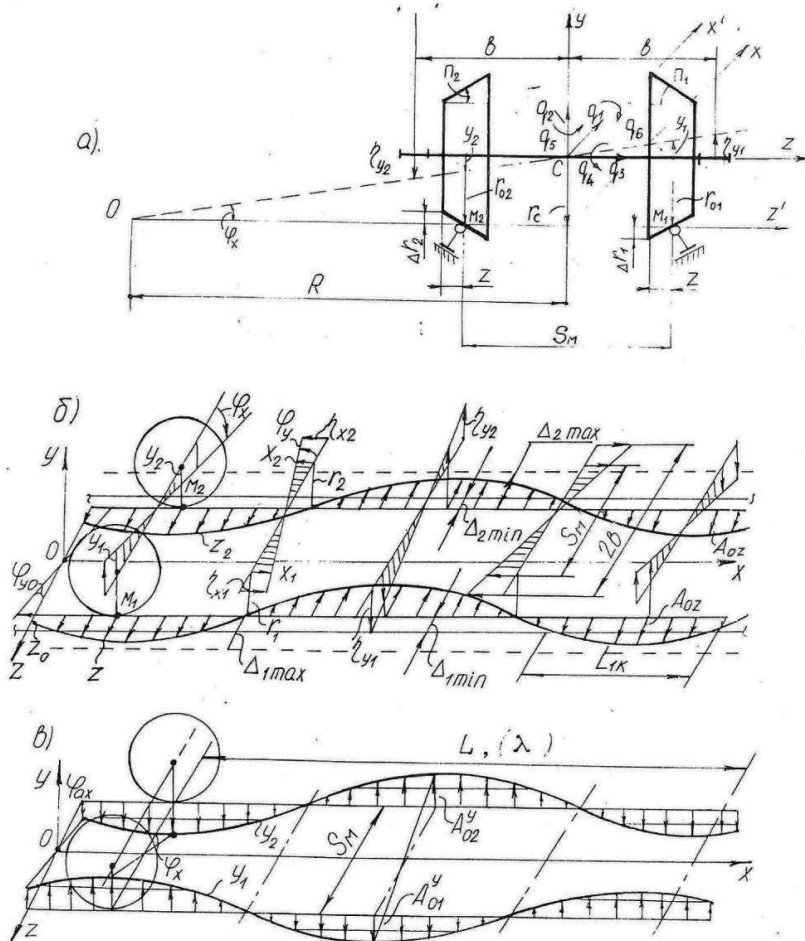


Рисунок 1 – Схемы движения колесной пары с одинарной конусностью колес:

- а – перемещения центра масс и частей колесной пары;
- б, в – общие схемы движения

При произвольном поперечном отклонении колесной пары только на величину Z круг катания правого колеса смещается в сторону большего радиуса, а левого колеса – в сторону малого радиуса. Радиусы качения будут равны:

$$\begin{aligned}r_1 &= r_{01} + \Delta r_1 = r_{01} + n_1 \cdot Z, \\r_2 &= r_{02} + \Delta r_2 = r_{02} + n_2 \cdot Z,\end{aligned}\tag{2}$$

где r_{01}, r_{02} – номинальные радиусы качения колес;
 n_1, n_2 – уклоны поверхностей катания колес.

Поскольку радиусы качения колес разные, то пути, проходимые колесами, будут соответственно разными и равны:

$$\begin{aligned}x_1 &= \omega \cdot r_1 \cdot t = \omega \cdot (r_{01} + n_1 \cdot Z) \cdot t, \\x_2 &= \omega \cdot r_2 \cdot t = \omega \cdot (r_{02} + n_2 \cdot Z) \cdot t,\end{aligned}\tag{3}$$

Из-за разницы проходимых путей колесная пара повернется вокруг вертикальной оси на угол (см. рисунок 1, б):

$$\varphi_y = \frac{x_2 - x_1}{S_M} = \frac{\omega \cdot [(r_{02} + n_2 \cdot Z) - (r_{01} + n_1 \cdot Z)] \cdot t}{S_M},\tag{4}$$

где S_M – расстояние между меридиональными точками контакта колес с рельсами.

При боковом смещении колесной пары по головкам рельсов колеса получают вертикальные перемещения:

$$\begin{aligned}y_1 &= n_1 \cdot Z, \\y_2 &= n_2 \cdot Z,\end{aligned}\tag{5}$$

а сама колесная пара поворачивается вокруг продольной оси X на угол (см. рисунок 1, б, в):

$$\varphi_x = -\frac{(r_1 - r_2)}{S_M} = -\frac{(r_{01} + n_1 \cdot Z) - (r_{02} + n_2 \cdot Z)}{S_M} = -\frac{(r_{01} - r_{02}) + (n_1 - n_2) \cdot Z}{S_M}.\tag{6}$$

Из полученных выражений движения колесной пары видим, что перемещения являются функциями одного переменного – поперечного перемещения Z . Сложное движение колесной пары можно представить как движение вокруг мгновенного центра O с радиусом кривизны R (см. рисунок 1, а). В плане перемещение Z представляется кривой с радиусом кривизны $K = 1 / R$. Известно выражение для кривизны:

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} \approx \frac{1}{R}\tag{7}$$

Из рисунка 1 имеем:

$$r_c = R \cdot \varphi_x = -R \frac{(r_{01} - r_{02}) + (n_1 - n_2) \cdot Z}{S_M}\tag{8}$$

Откуда значение радиуса равно:

$$R = \frac{-r_c \cdot S_M}{(r_{01} - r_{02}) + (n_1 - n_2) \cdot Z} \quad (9)$$

Решая совместное (7) и (9) получаем дифференциальное уравнение движения колесной пары:

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} + \frac{(r_{01} - r_{02}) + (n_1 - n_2) \cdot Z}{r_c \cdot S_M} = 0 \quad (10)$$

или

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} + \rho^2 \cdot Z = -K_{01}, \quad (11)$$

где ρ , K_{01} – параметры уравнения:

$$\rho^2 = \frac{n_1 - n_2}{r_c \cdot S_M}, \quad (12)$$

$$K_{01} = \frac{r_{01} - r_{02}}{r_c \cdot S_M}. \quad (13)$$

Общим решением уравнения (11) является функция:

$$Z = C_1 \cos \rho x + C_2 \sin \rho x + A_1, \quad (14)$$

где C_1 , C_2 – произвольные постоянные;

A_1 – константа:

$$A_1 = -\frac{K_{01}}{\rho^2} = \frac{r_{01} - r_{02}}{n_1 - n_2}. \quad (15)$$

Произвольные постоянные C_1 , C_2 находим из начальных условий движения. Полагаем, что в начальный момент движения (при $t = 0$, $x = 0$) колесная пара получила смещения Z_0 и угол поворота φ_{OY} относительно вертикальной оси:

$$\begin{aligned} Z &= C_1 \cos \rho x + C_2 \sin \rho x + A_1 = Z_0, \\ \varphi_Y &= \frac{dZ}{dx} = -C_1 \rho \sin \rho x + C_2 \rho \cos \rho x = \varphi_{OY}. \end{aligned} \quad (16)$$

Из условий (16) найдем:

$$C_1 = Z_0 - A_1 = Z_0 + \frac{r_{01} - r_{02}}{n_1 - n_2}, \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{\varphi_{OY}}{\rho} = \varphi_{OY} \cdot \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}} \quad (18)$$

$$Z = \left(Z_0 + \frac{\Delta r_0}{n_1 - n_2} \right) \cdot \cos \lambda t + \left(\varphi_{OY} \cdot \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}} \right) \cdot \sin \lambda t - \frac{\Delta r_0}{n_1 - n_2}$$

$$\varphi_x = \frac{r_2 - r_1}{S_M} = -\frac{\Delta r_0}{S_M} - \frac{n_1 - n_2}{S_M} \cdot \left[\left(Z_0 + \frac{\Delta r_0}{n_1 - n_2} \right) \cdot \cos \lambda t + \left(\varphi_{OY} \cdot \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}} \right) \cdot \sin \lambda t - \frac{\Delta r_0}{n_1 - n_2} \right]$$

$$\varphi_y = - \left(Z_0 + \frac{\Delta r_0}{n_1 - n_2} \right) \cdot \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{r_c \cdot S_M}} \cdot \sin \lambda t + \varphi_{oy} \cos \lambda t \quad (19)$$

где Δr_0 – разница в нормальных радиусах кругов катания, $\Delta r_0 = r_{01} - r_{02}$;
 λ – частота извилистого движения колесной пары,

$$\lambda = v \cdot \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{r_c \cdot S_M}} \quad (20)$$

Период и длина волны извилистого движения колесной пары:

$$T = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad L = v \cdot t = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}} \quad (21)$$

При типовых значениях $r_c = 0,475$ м, $n_2 = -n_1 = n = 1/20$, $S_M = 1,58$ м и $v = 30$ м/с, частота извилистого движения, период и длина волны равны $\lambda = 11$ с⁻¹, $T = 0,57$ с, $L = 17,1$ м.

Данная модель системы «колесо-рельс» позволяет определить такие параметры, при которых исключается преждевременный износ в паре трения, появляется возможность плавающего контакта колеса с рельсом.

Список литературы

1. Феофанов, А. Н. Риск как критерий оценки технической системы / А. Н. Феофанов, Т. Г. Гришина // Экономика и управление в машиностроении. – 2013. – № 5 (29). – С. 16–18.
2. Федюков, В. И. Статистические методы управления качеством продукции / В. И. Федюков, А. Н. Феофанов, Г. В. Юдин // Машиностроение – традиции и инновации: материалы 5-й Всероссийской научно-практической конференции, Москва, 28–29 ноября 2013 г. – Москва : МГТУ «Станкин», 2013. – С. 233–237.
3. ГОСТ Р 54293–2010. Анализ состояния производства при подтверждении соответствия : национальный стандарт Российской Федерации : дата введения 2011-07-01 / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии // Техэксперт : [сайт]. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200084456> (дата обращения: 03.02.2020).