

# ИСТОРИЯ ПЕДАГОГИКИ

УДК 372:851

Л. В. Воронина

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПЕРИОДА ДЕТСТВА: ИСТОРИЧЕСКИЙ ЭКСКУРС

*Аннотация.* В статье раскрываются исторические основы математического образования дошкольников и младших школьников. Проведен анализ содержания, методов, форм и средств обучения математике в период детства на разных этапах развития математического образования.

*Ключевые слова:* математическое образование периода детства, этапы развития и содержание математического образования.

*Abstract.* The article is devoted to historic basis of mathematical education for preschool children and junior pupils, the analysis of content, methods and forms of teaching mathematics at different stages of the development of mathematical education provided.

*Index terms:* mathematical education of children, stages of the development of mathematical education, content of mathematical education.

В педагогической литературе достаточно полно описаны этапы развития школьного математического образования [1–3], тогда как история становления математического образования дошкольников рассмотрена только с точки зрения развития методики формирования элементарных математических представлений [4]. Мы полагаем, что следует проследить их взаимосвязь, взяв за основу выделенные Т. С. Поляковой этапы развития отечественного школьного математического образования [2], но применив их к изучению исторических особенностей развития дошкольного и начального образования.

**Первый этап – зарождение математического образования детей (X–XI – XVII вв.).** Цели преподавания арифметики в это время были материальные, прагматические: обучение ребенка счету, сообщение известных правил арифметических действий, практическое применение этих правил. Обучение обычно начинали с определения (число, единица, действие), затем переходили к изучению старославянской нумерации и арифметических действий. Правила и определения требовалось заучивать наизусть, не заботясь о понимании материала.

Необходимо сказать, что данный этап характеризуется опорой на устное народное творчество: сказки, считалки, поговорки, пословицы, загадки, шутки и т. п. В ходе их освоения дети овладевали не только пере-

счетом предметов, но и умением воспринимать и осознавать изменения, происходящие в окружающей действительности: природные, пространственные, временные, количественные, изменения формы, размера, цвета, расположения и т. д. Это обеспечивало развитие математических представлений, сообразительности и смекалки.

Таким образом, к концу XVII в. в России появились предпосылки к возникновению методико-математических идей: развитию у детей количественных, временных, пространственных представлений, а также сообразительности и смекалки.

**Второй этап – становление математического образования периода детства (XVIII в. – 60-е гг. XIX в.).** На данном этапе вопросы содержания и методов обучения детей арифметике, развития у них представлений о размерах, измерении, времени и пространстве нашли отражение в передовых педагогических системах воспитания, разработанных И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинским, Л. Н. Толстым и др.

Важно подчеркнуть, что педагоги этой эпохи пришли к выводу о необходимости подготовки детей к усвоению математики в школе. Выказывались конкретные предложения о содержании и методах обучения детей, но в основном в условиях семьи. Так, И. Г. Песталоцци полагал, что в процессе обучения детей математике надо идти от простых элементов к более сложным, широко использовать наглядность, облегчающую усвоение детьми чисел. В середине XIX в. эти идеи послужили основой реформы в области обучения математике в школе.

**Третий этап – оформление российской модели классической системы математического образования периода детства (конец 60-х гг. XIX в. – 1917 г. XX в.).** Основной целью образования стало приведение знаний в систему и «воспитание мысли» детей.

Следует отметить, что данный период характеризуется влиянием иностранных идей на оформление российской модели математического образования. Русскими общественными деятелями и педагогами была изучена теория общественного дошкольного воспитания маленьких детей в странах Западной Европы. Важной вехой в истории его становления явилась предложенная Ф. Фребелем воспитательная система в специальных учреждениях под названием «детский сад», получившая широкое распространение во всем мире. Самым первым в России «детским садом» было петербургское заведение А. С. Симонович, которое она открыла вместе с мужем в 1866 г. Заведение было платным и принимало детей 3–8 лет из состоятельных семей. А в октябре 1872 г. в Туле Е. П. Смидович открыла свой семейный детский сад для детей 3–7 лет. Эти учреждения просуществовали около трех лет. Затем, уже в XX в., в России начинается история общественных детских садов: так, к октябрю 1917 г. их было уже 280.

Интересно, что становление методики обучения математике в детском саду происходило под непосредственным воздействием идей реформирования школьных методов обучения арифметике. Авторами методических рекомендаций были передовые учителя и методисты. Говоря о первых пособиях по методике обучения детей счету, важно подчеркнуть, что они были адресованы одновременно воспитателям, учителям и родителям.

В математическом образовании детей как дошкольного, так и младшего школьного возраста особо выделились два метода обучения: так называемый метод изучения чисел (обозначенный позднее как монографический) и метод изучения действий (в дальнейшем – вычислительный). Согласно разработке первого метода немецким методистом А. В. Грубе, преподавание арифметики должно идти от числа к числу. В 1873 г. В. А. Евтушевский выпустил книгу «Методика арифметики», в которой описал данный метод: все числа от 1 до 1000 доступны непосредственному созерцанию. Учебный материал в книге располагался не по действиям, а по числам. Все четыре действия изучались одновременно, вычислениям, законам арифметики не учили [10].

В 90-е гг. XIX в. под влиянием критики монографический метод обучения арифметике был несколько модифицирован немецким дидактом и психологом В. А. Лаем. В 1910 г. Был опубликован его труд «Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов» [7]. Его заслугой было предложение о введении в наглядное обучение детей активного компонента – действий самих обучаемых в образовании представлений и понятий, что в настоящее время является основой обучения математике в период детства. Вслед за Песталоцци Лай утверждал, что число и форма сродни друг другу, что число может быть выведено из формы и наоборот. Экспериментально психолог установил, что для «схватывания» числа наиболее удобной формой является квадрат с изображенными на нем точками. «Квадратные числовые фигуры», или «числовые фигуры Лая», помогают усвоить состав числа. Переводчик Лая преподаватель гимназии Д. Л. Волковский в 1912 г. выпустил свою книгу «Детский мир в числах», адресовав ее в том числе и детским садам.

Говоря о данном методе, следует отметить, что при изучении чисел главное внимание уделялось запоминанию детьми состава числа. Следовательно, упор делался в основном на запоминание, а не на усвоение вычислительных приемов, с помощью которых дети могли бы сознательно выполнять соответствующие действия. Поэтому русские математики П. С. Гурьев и А. И. Гольденберг выступили с резкой критикой монографического метода, противопоставляя ему метод изучения действий. В соответствии с ним в пределах каждого концентра изучались не отдельные числа, а счет и действия с числами, т. е. следовало сначала осознать смысл и особенности арифметических действий, основу десятичного счисления, а затем решать задачи.

В этот же период С. И. Шохор-Троцкий и Ф. И. Егоров в противовес вычислительному методу ввели «метод целесообразных задач», позволяющий детям при решении простых задач, усваивать смысл арифметических действий, т. е. арифметику [6, 22].

Перечисленные методы сыграли положительную роль в дальнейшем развитии математического образования периода детства, обогатив методику преподавания предмета упражнениями, приемами и дидактическими средствами.

Помимо трех названных методов к наследию этого периода относится появление принципов и приемов обучения: наглядности, самостоятельности, доступности, индивидуально-психологического подхода, катехизического способа изложения знаний в противовес повествовательному.

**Четвертый этап – трансформация образовательной системы и поиск новых моделей математического образования периода детства (1918–1930-е гг.).** Изменение государственного устройства в России привело к переходу системы обучения в ведение государства. Социалистическое государство выступало в роли заказчика деятельности образовательных учреждений: формулировало ее цели и определяло средства контроля за их достижением. Перед школой была поставлена задача добиться всеобщей грамотности.

В данный период резко расширилась сеть дошкольных учреждений, была создана принципиально новая структура общественного дошкольного воспитания. В дошкольной педагогике особенно остро дебатировались вопросы методов, содержания обучения детей счету и математического развития в целом. Передовые педагоги дошкольного образования (Е. И. Тихеева и др.) отстаивали точку зрения о том, что детей необходимо целенаправленно обучать математике, в частности формировать у них количественные представления, учить счету. Основным способом обучения детей признавалась игра. Однако Е. И. Тихеева придерживалась «естественного» пути развития ребенка, под которым понимала, с одной стороны, развитие математических представлений в соответствии с возрастными и индивидуальными возможностями, запросами каждого ребенка, а с другой – соотносённость с «данным моментом»: сложившейся ситуацией и непосредственно в ней возникшим интересом к сравнению, измерению, счету, составлению арифметических примеров и задач и т. п. Нельзя не согласиться с ее предложением рассматривать сенсорное восприятие как главный источник математических знаний. По ее мнению, понятие о числе должно входить в жизнь ребенка только в «неразрывном единстве с предметами», которые находятся вокруг него. В качестве средств систематизации знаний Е. И. Тихеева предлагала специальные наборы дидактического материала (лото, парные картинки и т. п.) [18].

Крайняя позиция методистов сводилась к запрещению любого целенаправленного обучения математике. По мнению некоторых из них

(К. Ф. Лебединцева и др.), числовые представления возникают у ребенка благодаря целостному восприятию небольших групп однородных предметов, находящихся в окружающей обстановке [8]. На этом основании считалось необязательным учить детей счету. Большинство педагогов отрицательно относились к необходимости создания программ для детского сада, к целенаправленному обучению. В частности, Л. К. Шлегер утверждала, что дети должны свободно выбирать себе занятия, по собственному желанию [21], а роль воспитателя сводится к созданию условий, способствующих самообучению детей. По ее мнению, счет следует соединять с разнообразными видами деятельности детей, а воспитатель должен лишь использовать подходящие для этого моменты.

Интересно, что аналогичная ситуация сложилась и в начальной школе. В начальных классах математика не являлась самостоятельным учебным предметом. Математические знания распределялись по трем разделам: природа, труд, общество. Считалось, что существуют только проблемы, которые требуют использования математики, и дети должны уметь их решать, т. е. применять к ним математический метод. Предполагалось, что объем знаний не имеет существенного значения. Пособия для занятий характеризовали связь окружающей действительности с математическим материалом. Эта связь предусматривала занимательность и живость изложения (задачи-рассказы, стихи, математические игры и развлечения), наличие разнообразного справочного материала и информации, содействующей развитию общего кругозора, изложение в доступной форме сведений из истории математики. Поиск новых моделей сопровождался позитивным «процессом ликвидации математической безграмотности».

Таким образом, на данном этапе происходил поиск как структуры, так и содержания математического образования в период детства, вводились новые методы (лабораторно-бригадный метод занятий и метод проектов) и средства («рассыпные» учебники) обучения. Однако к началу 30-х гг. стало ясно, что «новая школа» не дает детям необходимых общеобразовательных знаний, особенно по математике. Возникла настоятельная потребность улучшить организацию математического образования и вернуть все ценное, что было накоплено в дореволюционный период.

**Пятый этап – реставрация отечественных традиций, создание советской модели классического математического образования (1930–1960 гг.).** В 30-х гг., в период социалистической реконструкции народного хозяйства, перед школой была поставлена задача «готовить для высших учебных заведений вполне грамотных людей, хорошо владеющих основами наук». Вплоть до 1958 г. акценты целеполагания и диагностики достижения целей не изменились. Исторически сложившиеся приоритеты советской школы нашли свое отражение в Законе «Об укреплении связи с жизнью и дальнейшем развитии системы народного об-

разования СССР» (декабрь 1958 г.) – попытке соотнесения интересов государства с интересами личности.

Важно подчеркнуть, что на данном этапе произошел отход от неорганизованного обучения в детском саду. В школе восстановилось предметное преподавание основ наук, использовались стабильные учебники, являвшиеся преимущественно откорректированными учебниками математики дореволюционной школы. Вместе с тем возникли проблемы, связанные с определением содержания и методов обучения детей разных возрастных групп.

Значительный вклад в разработку основ математического образования периода детства внесла Ф. Н. Блехер. Она разработала, апробировала и предложила воспитателям широкую программу обучения дошкольников начальным знаниям по математике, опубликовала большое количество методических пособий, «методических писем» (1930–1940 гг.), в которых предлагались уточнения к программе математического развития, методика организации упражнений и игр, требования к индивидуальному и групповому обучению детей. Согласно разработанному Ф. Н. Блехер содержанию обучения, дети знакомились с геометрическими фигурами, пространственными и временными отношениями, пространственными направлениями, приемами сравнения предметов, способами оценки временной длительности, счетом до 20–30, составом чисел, решением простых арифметических задач и примеров [1]. На основе личных наблюдений она предложила разделить программный материал в соответствии с возрастными возможностями детей. Анализ теоретических и методических публикаций Ф. Н. Блехер позволяет заключить, что ею создана первая в нашей стране дидактическая система формирования математических представлений у дошкольников.

В 1940–50-е гг. началось экспериментальное изучение особенностей формирования у детей умений и навыков в области числа и счета. И. А. Френкелем, А. Я. Яблоковым, Е. И. Корзаковой, Г. С. Костюком, Н. А. Менчинской и др. были проведены соответствующие психологические исследования.

С 1950-х гг. вопросы развития количественных представлений у дошкольников разрабатывались А. М. Леушиной [9]. Благодаря ее работам методика формирования у детей математических представлений получила теоретическое, научное и психолого-педагогическое обоснование, были раскрыты закономерности развития количественных представлений на занятиях в детском саду. А. М. Леушина предложила принципиально новый, теоретико-множественный подход к обучению счету, согласно которому практические действия детей с множествами рассматривались как начальные этапы счетной деятельности.

Нельзя не согласиться с мнением о том, что полноценное математическое развитие обеспечивает лишь целенаправленная, организованная деятельность на занятии, в ходе которой продуманно ставятся познава-

тельные задачи, показываются адекватные пути и способы их решения, реализуются программные требования, формируются системные математические представления.

Итак, характеризуя уровень развития математического образования в период детства на этом этапе, отметим недостаточность фундаментальных исследований в этой области, которая приводила к отказу от активного влияния на развитие детей. Авторы различных методик только указывали на необходимость создания позитивных условий, обеспечивающих саморазвитие ребенка. В работе с детьми предпочтение отдавалось дидактическим играм и индивидуальным занятиям.

**Шестой этап – реформация советской модели классического образования (1960–1982 гг.).** В «Основах законодательства СССР и союзных республик о народном образовании» от 19 июля 1973 г. была скорректирована цель образования. Данный законодательный акт ориентировал систему образования на воспитание, обучение и подготовку «всесторонне развитых, активных строителей коммунистического общества». Идеалистичность данной формулировки делала цель заведомо недостижимой, вследствие чего педагогам приходилось ориентироваться не на цель образования, а на средства контроля за ее достижением. В свою очередь, контроль качества был направлен на успешность освоения содержания большого количества наук и не учитывал развитие детей в процессе обучения. В этой обстановке параллельно государственной доктрине построения системы образования выдающиеся советские педагоги и психологи разрабатывали теоретические основы системы развивающего обучения, в частности вопросы математического образования периода детства.

В 1960–1970-е гг. был проведен ряд исследований по отдельным проблемам методики формирования элементарных математических представлений. Изучались закономерности становления представлений о множестве и числе, развития счетной и вычислительной деятельности. Эти исследования значительно обогатили методику обучения математике и позволили определить объем и содержание математического материала в детском саду. В программу по математике было введено ознакомление детей с формой и размерами предметов, числовыми, пространственными и временными отношениями, отношением частей и целого и др.

Работы психологов П. Я. Гальперина, Л. С. Георгиева, позднее Р. А. Березиной также способствовали изменению содержания математического образования периода детства. Например, если раньше число выступало как количественная характеристика некоторого множества, то теперь дети могли знакомиться с числом как результатом измерения величины мерой [14].

П. М. Эрдниев занимался исследованием методики обучения вычислительной деятельности в детском саду и школе [23, 24]. Он предложил

использовать метод одновременного изучения действий сложения и вычитания, а также чаще обращаться к дидактическому, в особенности бессюжетному, абстрактному наглядному материалу.

Таким образом, в это время были разработаны теоретические основы системы развивающего обучения математике в период детства.

**Седьмой этап – научное обоснование аспектов математического образования в период детства (1982–1991 гг.).** Продолжалось обсуждение путей совершенствования как содержания, так и методов обучения детей математике. В качестве негативного момента отмечалась ориентированность на выработку у ребенка предметных действий, связанных в основном со счетом и простейшими вычислениями, без должного уровня их обобщенности. Данный подход не обеспечивал подготовку к дальнейшему усвоению математики. Педагоги и психологи выясняли возможности интенсификации и оптимизации обучения, способствующие общему и математическому развитию ребенка. Начались интенсивные поиски путей обогащения содержания математического образования дошкольников.

В содержание предлагали включить отдельные положения теории множеств, в частности обучать детей некоторым операциям над множествами – объединению, пересечению, дополнению, формировать у них посредством специальной серии обучающих игр логико-математические представления: свойства и отношения множеств, логические операции (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание). Исследовались возможности использования наглядного моделирования в процессе обучения решению арифметических задач (Н. И. Непомнящая) [12], способности дошкольников к наглядному моделированию при освоении пространственных отношений (О. М. Дьяченко, Т. В. Лаврентьева и др.) [4].

Научные поиски психологов, педагогов и математиков вызвали необходимость в совершенствовании программы по математике для дошкольников и младших школьников, в нее были введены новые разделы: «Величина», «Геометрические фигуры» и др.

**Восьмой этап (с начала 1990-х гг. и по настоящее время) – многовариантность образовательных систем, кардинальные изменения, связанными с отказом от концепции единообразия отечественного образования.** К началу 90-х гг. прошлого века оформилось несколько основных научных направлений математического образования периода детства.

Первое направление связано с идеей преимущественного развития у детей интеллектуально-творческих способностей, таких как наблюдательность, познавательные интересы; исследовательский подход к явлениям и объектам окружения (умение устанавливать связи, выявлять зависимости, делать выводы); умение сравнивать, классифицировать, обобщать;



прогнозирование изменений в деятельности и результатах; ясное и точное выражение мысли (Н. Н. Поддъякова, А. А. Столяра и др.). Представители этого направления разрабатывали активные методы и приемы обучения и развития детей: моделирование, действия трансформации (перемещение, удаление и возвращение, комбинирование), игра и др.

Другое направление касается преимущественного развития сенсорных процессов и способностей: включения ребенка в активный процесс по выделению свойств объектов путем обследования, сравнения, результативного практического действия; самостоятельного и осознанного использования сенсорных эталонов и эталонов мер в деятельности; применения моделирования («прочтения» моделей и действий моделирования). Данными проблемами занимались А. В. Запорожец, Л. А. Венгер, Н. Б. Венгер [17] и др. Эти ученые рассматривали овладение перцептивными ориентировочными действиями как основу развития у детей сенсорных свойств, а способность к наглядному моделированию – как одну из общих интеллектуальных способностей.

Еще одно направление основано на идеях первоначального (до освоения чисел) освоения детьми способов практического сравнения величин через выделение в предметах общих признаков – массы, длины, ширины, высоты. По мнению П. Я. Гальперина [2], В. В. Давыдова [3] и др., эта деятельность обеспечивает постижение отношений равенства и неравенства путем сопоставления; дети овладевают практическими способами выявления отношений по величине, для которых не требуются числа. Числа осваиваются вслед за упражнениями при сравнении величин путем измерения.

И четвертое направление основывается на идее становления и развития определенного стиля мышления в процессе освоения детьми свойств и отношений. Эта идея раскрывается в исследованиях А. А. Столяра [19], Т. М. Чеботаревской [20], Е. А. Носовой [13] и др. Названные ученые рассматривают умственные действия со свойствами и отношениями как доступное и эффективное средство развития интеллектуально-творческих способностей. В процессе действий с множествами разнообразных предметов дети упражняются в абстрагировании свойств и выполнении логических операций над свойствами тех или иных подмножеств [11].

Таким образом, в настоящее время происходит «психологизация» методической науки и технологической практики образовательного процесса, обновление образования, признавшего ведущей не информационную, а развивающую функцию. Это привело к созданию широкого спектра различных альтернативных программ и учебных материалов нового поколения: «Развитие», «Детство», «Истоки», «Радуга», «Из детства в отрочество» и др. – для дошкольных образовательных учреждений; «Начальная школа XXI века», «Школа 2000...», «Школа 2100», «Гармония» и др. – для

начальных классов. Каждая из этих программ имеет как несомненные достоинства, так и определенные недочеты.

Фактическое существование нескольких образовательных программ потребовало от государства правового оформления норм их использования в образовательном процессе. В целях выделения приоритетного подхода к построению образовательных программ в 1992 г. было принято решение о разработке нового Закона «Об образовании», в котором были уточнены целевые требования к системе образования. Таким образом, была создана единая правовая база для оценки эффективности образовательных систем: приоритетной должна считаться та педагогическая система, которая и концептуально, и по результатам практического внедрения соответствует целевым требованиям названного закона.

Итак, современный этап развития математического образования в период детства представлен разнообразием различных вариантов развивающих курсов математики, действующих наравне с традиционным. К сожалению, в настоящее время уделяется мало внимания сопоставлению данных, анализу образовательных результатов обучения математике дошкольников посредством различных курсов, отличающихся рядом достоинств и удачным воплощением некоторых методических идей. Мы полагаем, что такой анализ важен и необходим для совершенствования процесса обучения математике в период детства и реализации преемственных связей в обучении между детским садом, начальной и средней школой.

Подводя итог историческому экскурсу развития математического образования в период детства, можно сделать следующие выводы:

- на каждом его этапе поднимались проблемы определения содержания и объема математического материала, подлежащего усвоению; усиления практической направленности курса математики в период детства; разработки методов и приемов обучения детей математике;

- наибольшей интенсивностью решения проблем математического образования периода детства отмечены два периода: вторая половина XIX в. – время зарождения методических основ математического образования; а также конец XX в. – стадия появления и практической реализации вариативных развивающих систем обучения математике;

- первый отмеченный период характеризуют две тенденции развития методики математики: 1) создание русской модели классической системы обучения математике; 2) изучение, заимствование, переработка зарубежного опыта преподавания математики. Второй период также связан с влиянием западных педагогических технологий, таких как свободное, спонтанное обучение, субъект-объектное взаимодействие педагога и ребенка, обучение со стихийным побуждением и др.;

- многие идеи методистов-математиков второй половины XIX в. были развиты и апробированы в практике обучения детей в 30-е и особенно

в 60–90-е гг. XX столетия: в частности, принцип наглядного обучения (К. Д. Ушинский) нашел отражение в объяснительно-иллюстративном методе обучения, а в настоящее время переориентирован в принцип моделирования, метод целесообразных задач (С. И. Шохор-Троцкий) и позволяет обучать в соответствии с принципом «учить других чему-нибудь – значит учить их учиться», т. е. не только давать знания учащимся, но и учить их самостоятельно приобретать эти знания;

- опыт построения образования в 1918–1930-е гг. был уникальным, поскольку в этот период получили практическую реализацию многие идеи гуманизации математического образования, ставшие актуальными в XXI в.: целостного формирования знаний о мире, совместного диалогового обучения, форм обучения, альтернативных традиционным и т. п.

- обновление содержания математического образования в начале 90-х гг. выдвинуло в качестве ведущей развивающую функцию вместо информационной. Основной чертой развития методики обучения математике в период детства стала психологизация. Это привело к созданию широкого спектра различных курсов дошкольного и начального обучения математике.

Таким образом, исторические основы обуславливают то состояние математического образования периода детства, которое существует в настоящее время, и определяют его развитие в будущем. Следовательно, и процесс обновления дошкольного математического образования должен учитывать наиболее важные результаты его развития.

### Литература

1. Блехер Ф. Н. Математика в детском саду и нулевой группе. М.: Учпедгиз, 1934. 102 с.
2. Гальперин П. Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. М.: Изд-во МГУ, 1985. 45 с.
3. Давыдов В. В. Школьное обучение и психическое развитие: Опыт теорет. и эксперимент. психол. исслед. М.: Прогресс, 1988. 277 с.
4. Дьяченко О. М., Лаврентьева Т. В. Психическое развитие дошкольников. М.: Педагогика, 1984. 127 с.
5. Колягин Ю. М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль. М.: Просвещение, 2001. 317 с.
6. Краткое руководство арифметики и собрание задач, вычислений и других упражнений для начального преподавания / сост. Ф. И. Егоров, преп. Моск. учит. ин-та. М.: Учеб. магазин «Начальная школа» Е. Н. Тихомировой, 1885–1886.
7. Лай В. А. Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов / пер. с послед. нем. изд. под ред. [и предисл.] Д. Л. Волковского. М.: Типография т-ва И. Д. Сытина, 1910. 292 с.

8. Лебединцев К. Ф. Метод обучения математике в старой и новой школе: Докл., чит. на I Всерос. съезде преподавателей математики в Петербурге. М.: Печатня А. И. Снегиревой, 1912. 15 с.
9. Леушина А. М. Подготовка детей к усвоению арифметического материала в школе: дис. ... д-ра пед. наук. М., 1956.
10. Методика арифметики: пособие для родителей, учителей и учительский семинарий / сост. В. Евтушевский. СПб.: Типография В. Безобразова и К°, 1873. 340 с.
11. Михайлова З. А., Носова Е. А., Столяр А. А., Полякова М. Н. и др. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. СПб.: Детство-Пресс, 2008. 384 с.
12. Непомнящая Н. И. Психологический анализ обучения детей 3–7 лет (на материале математики). М.: Педагогика, 1983. 112 с.
13. Носова Е. А., Непомнящая Р. Л. Логика и математика для дошкольников. СПб.: Акцидент, 1996. 77 с.
14. Оптимизация учебно-воспитательного процесса в дошкольном учреждении: межвуз. сб. науч. тр. / Перм. гос. пед. ин-т; отв. ред. Р. Л. Березина. Пермь: ПГПИ, 1987. 138 с.
15. Полякова Т. С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ... д-ра пед. наук. Ростов н/Д, 1998. 457 с.
16. Розанова С. А. Формирование математической культуры студентов технических вузов: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2003. 327 с.
17. Слово и образ в решении познавательных задач дошкольниками: сб. ст. / под ред. Л. А. Венгера. М.: ИНТОР, 1996. 128 с.
18. Современный детский сад, его влияние и оборудование за 1912–15 гг. / сост. М. Я. Морозова и Е. И. Тихеева. Петроград: Гипография торгового дома «Р. Шварц», 1916. 126 с.
19. Столяр А. А. Педагогика математики: курс лекций. Минск: Вышэйш. шк., 1986. 413 с.
20. Чеботаревская Т. М. Обучающие игры в курсе математики начальных классов: автореф. дис.... канд. пед. наук. Минск, 1988. 21 с.
21. Шлегер Л. К. Практическая работа в детском саду: общедоступ. курсы по дошк. воспитанию. М.: Практ. знания, 1917. 81 с.
22. Шохор-Троцкий С. И. Методика арифметики с приложением методического сборника задач для учащихся в начальных школах. СПб.: А. А. Карцев, 1892. 204 с.
23. Эрдниев П. М. Теория и методика обучения математике в начальной школе. М.: Педагогика, 1988. 204 с.
24. Эрдниев П. М. Укрепление дидактических единиц в обучении математике. М.: Педагогика, 1986. 254 с.