## ПРОБЛЕМЫ МЕТОДОЛОГИИ

УДК 37.1

М. Г. Гапонцева, В. А. Федоров, В. Л. Гапонцев

## ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИИ ФРАКТАЛОВ КАК ЯЗЫК ОБЪЕКТОВ ПЕДАГОГИКИ И ТЕОРИИ НАУЧНОГО ЗНАНИЯ<sup>1</sup>

В статье проанализирована структура содержания непрерывного естественнонаучного образования в рамках деятельностного подхода на основе представлений современной геометрии о структуре.

*Ключевые слова:* содержание непрерывного естественнонаучного образования, деятельностный подход, структура, фрактал.

A structure of continuous natural-science education content was analyzed in frames of activity approach on the base of conception of modern geometry about structure.

 $\it Key\ words:$  continuous scientifical education content, activity approach, structure, fractal.

## 2. Содержание образования<sup>2</sup>

В научно-педагогической литературе при обсуждении вопросов содержания образования основное внимание сосредоточено на его определении, связи с характеристикой личности, исторических аспектах, разработке методов его формирования и т. п. Характер структуры содержания образования везде подразумевается простейшим из известных современной математике. Априори допускается, что данную структуру адекватно передает язык геометрии, опирающийся на множества, наделенные обычной топологией<sup>3</sup>.

В. С. Леднев отмечает: «Типов структур существует, как известно, много, и классифицируются они по различным признакам, но это тема философско-математического исследования» [7]. Исследователь на нескольких примерах дает характеристику структур, встречающихся в педагогике, но при этом не пользуется языком описания структур, разрабо-

6

 $<sup>^1</sup>$  Работа поддержана грантом РГНФ № 07-06-00638A от 2 марта 2007 г. «Разработка подхода к построению структуры содержания непрерывного естественнонаучного образования».

² Начало см.: Образование и наука. № 2 (59) 2009. С. 3–22.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> К таким множествам можно применять привычные понятия: окрестность выделенного элемента, граница множества, внутренняя часть множества, степень близости элементов и т. п.

танным в математике, поскольку обоснованно видит свои задачи лежащими в иной плоскости. С этим можно согласиться, поскольку анализ обширного и специфического эмпирического материала, предоставляемого педагогической практикой, требует, прежде всего, теоретического осмысления в рамках самой педагогики. Этого же требует последующий анализ параметров математических моделей, адекватно передающих характеристики объектов педагогики.

Язык множеств с обычной топологией позволяет до определенного предела проводить интерпретацию объектов и явлений педагогики, но этот предел, на наш взгляд, уже пройден. Для дальнейшего эффективного развития описания объектов педагогики необходимо рассмотреть другие возможности, которые предоставляет современная математика. Речь идет о фракталах и мультифракталах. Предположение о необходимости их использования высказано нами ранее при исследовании «точек» дифференциации научных дисциплин, возникающих при усложнении структуры научного знания в процессе его эволюции, как «точек» бифуркации открытой системы. Наша предыдущая работа, в которой достаточно подробно обсуждается необходимый минимум элементарных представлений о фракталах и мультифракталах, посвящена обоснованию допустимости и эффективности использования фракталов и мультифракталов для качественного описания педагогической интеграции<sup>1</sup> [5]. Цель настоящей работы состоит в прямой демонстрации того, что структура содержания образования, научного знания (детерминанты содержания общего образования по В. С. Ледневу [7]), личности, деятельности личности и других объектов педагогики требует для адекватного описания использования понятия «фрактал». Нечеткость представлений о структуре объектов педагогики затрудняет интерпретацию явлений в данной сфере и планирование организации педагогической деятельности на всех уровнях. Для выяснения типа структуры упомянутых объектов мы использовали исследование В. С. Леднева, рассматривая содержание образования как опосредованное концентрированное и упорядоченное изложение обширного эмпирического материала<sup>2</sup>, который мы будем анализировать с точки зрения возможностей его описания понятиями современной математики. В связи со сказанным неизбежным становится большой объем цитирования в последующем тексте.

Проведем анализ характеристик структур содержания образования, личности и деятельности, ссылаясь на монографию В. С. Леднева. У него сказано: « ...образование в его основном структурном срезе представляет собой триединый процесс, характеризующийся такими сторонами, как усвоение опыта, воспитание и развитие» [7, с. 53], далее та же мысль уси-

 $<sup>^{1}</sup>$  Интегративные связи – неотъемлемая характеристика структуры содержания образования.

 $<sup>^2</sup>$  Материал педагогических теорий с позиций его математического описания представляет эмпирический уровень описания.

лена: «...содержание образования – это содержание триединого, целостного процесса образования личности – усвоения опыта, воспитания и развития» [7, с. 55]. В качестве пояснения приводится схематичное изображение соотношения сторон содержания образования (рис. 1).

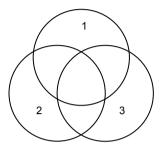


Рис. 1. Соотношение сторон содержания образования: обучения (1), воспитания (2) и развития (3)

Заметно очевидное противоречие между графическим языком и смыслом приведенных формулировок. В случае целостности и единства области всех трех множеств должны совпадать. Если в обучении всегда присутствует развитие и воспитание, в развитии – обучение и воспитание, а в воспитании – обучение и развитие, то не должно быть областей множества образования, которые не содержали бы всех трех сторон.

Об этом говорит и сам В. С. Леднев: «Обучение, воспитание и развитие в реальном процессе образования выступают в единстве, как своего рода "сквозные" линии, не проявляясь в качестве целостных обособленных единиц, подобных, например, отдельным курсам или дисциплинам». И ниже: «...в качестве основных "сквозных" отраслей образования выступают общее и специальное образование, а также область их пересечения – политехническое образование» [7, с. 57]. Для пояснения приводится еще одна схема (рис. 2). Но и в этом случае возникает та же проблема.

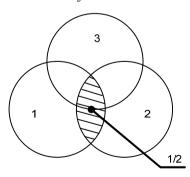


Рис. 2. Соотношение общего (1) и специального (2) образования, а также общественно-полезного труда и др. видов деятельности учащихся (3); политехническое образование (1/2)

Автор пишет: «Под "сквозными" компонентами, или отраслями, образования личности понимаются такие его последовательно развивающиеся во времени отрасли, которые, говоря образно, пронизывают все последовательные виды и этапы образования». Затем раскрывается, «как следует понимать специальное образование в общеобразовательной школе»: ... Во-первых, в старших классах может осуществляться в явно выраженной форме профессиональная подготовка. Во-вторых, в отдельных случаях учащиеся общеобразовательных школ, начиная с начальных классов, а то и ранее, получают специальную подготовку (могущую перейти в профессиональную) в области различных видов искусства (живопись, вокал, хореография и др.). Наконец, в-третьих, имеется целый ряд элементов учебной деятельности школьников, которые с полным основанием можно рассматривать как пропедевтику специального образования. Это и профориентация школьников, и различные виды общественного труда. Разнообразные занятия по выбору учащихся. Как пропедевтику профессиональной подготовки можно рассматривать и некоторые стороны коммуникативной подготовки школьников, в частности обучение родному языку и математике, усвоение которых в школе доводится (особенно в области родного языка) до уровня практического овладения, что, по сути дела, является признаком профессиональной подготовки» [7, с. 59-60]. Учитывая, что каждый учитель-предметник, если он хороший учитель, стремится заинтересовать хотя бы некоторых учащихся «своей» специальностью (физикой, химией, биологией или даже преподаванием) и сориентировать их в профессиональном отношении, можно утверждать, что общее образование на всех уровнях и этапах переслоено элементами специального (профессионального) образования. При внимательном рассмотрении верно и обратное заключение: специальное (профессиональное) образование на всех уровнях и этапах пронизано элементами общего образования. Это в сжатой форме подтверждает В. С. Леднев: «...общеобразовательная школа называется таковой не потому, что в ней нет специальной подготовки, а потому, что общеобразовательная подготовка является ведущей линией образования в этом типе учебного заведения. Точно так же и профессиональная школа ... именуется профессиональной соответственно своей ведущей задаче и назначению» [Там же].

Таким образом, из изложенного следует только то, что общее и профессиональное образование являются взаимопроникающими на всех уровнях и этапах, но сосуществуют в разных соотношениях: в общеобразовательной школе превалируют элементы общего образования, а в профессиональной – элементы специального образования<sup>1</sup>. Но это означает,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ниже будет показано, что деление на относительно независимые компоненты содержания образования, в которых превалируют элементы с некоторым качеством, – единственный способ обозначить распределенное множество этих элементов, и потому интуитивный подход В. С. Леднева является правильным на данном уровне описания.

что области этих множеств полностью взаимно перекрываются. Следовательно, невозможно говорить об областях их отдельного «существования» и пересечения. Понятно, что определение, данное В. С. Ледневым: «Политехническое образование рассматривается как область пересечения общего и специального образования», в этом случае теряет смысл [7, с. 60].

Фактическое отсутствие корректного определения понятия данного образования делает возможным произвол в отношении его содержания, что ведет к драматическим последствиям, касающимся его организации и имеющим высокую цену. Вот описание этих последствий у В. С. Леднева (которое он, правда, не связывает с отсутствием определения): «...к проблеме следует подходить комплексно. В противном случае неизбежны необоснованные и даже ошибочные выводы и предложения, наносящие огромный ущерб делу народного образования в целом. Показательна в этом смысле история разработки содержания политехнического образования для средней общеобразовательной школы, особенно для ее старших классов. В течение многих лет (в тридцатые - сороковые, затем с семидесятых до начала восьмидесятых годов) из содержания политехнического образования старшеклассников была фактически исключена техническая подготовка - один из его основных компонентов. Сторонники этой позиции, ссылаясь на некоторые высказывания Н. К. Крупской, вырванные из контекста, трактовали политехнизм лишь как принцип преподавания школьных общеобразовательных дисциплин (физики, химии и др.), утверждая, что собственно политехнические дисциплины не только не нужны в школе, но и невозможны в принципе. В результате политехническое образование в старших классах школы, успешно развивавшееся в шестидесятые годы, ... было затем отброшено назад» [7, с. 60-61]. В связи с так называемой «гуманизацией и гуманитаризацией» современного школьного образования, приведшим к уменьшению числа часов, отводимых на естественнонаучные и математические дисциплины, указанная проблема вновь стала актуальной. Развитие реального сектора экономики с акцентом на инновациях стало проблемой выживания, для этого необходимы грамотные кадры, имеющие политехническое образование.

Очевидно, что при наличии обоснованного и признанного определения политехнического образования никакие ссылки на любые мнения не могли бы служить оправданием перманентного реформирования. Таким образом, корень проблемы в фактическом отсутствии такого определения, что связано с неверным направлением его поиска, который, в свою очередь, задан неправильной трактовкой природы множеств, описывающих объекты педагогики.

Продолжим анализ опирающихся на обобщение эмпирического материала констатаций В. С. Леднева о характере структуры содержания образования: « ...преследуя наши цели, рассмотрим структуры, выделяемые согласно двум критериям.

Сначала о структурах, критерием выделения которых является степень автономности элементов. С этой точки зрения можно выделить два

экстремальных типа... в пределах, между которыми можно расположить прочие системы. Во-первых, это системы, имеющие автономные структурные элементы. Это тот случай, когда элементы... имеют свою самостоятельную автономную целостность до такой степени, что могут быть перенесены в другие системы. ...Так, один и тот же общеобразовательный учебный предмет может преподаваться, например, и в старших классах школы ... и в техникуме. Во-вторых, существуют имплицитные структуры, то есть такие структуры, которые как бы лишь видны наблюдателю системы, но от нее неотделимы. Это как бы структурные проекции системы, или ее разрезы. Это особые структуры. Они объективно отражают систему под каким-то углом зрения, но, в то же время, они – абстракции. С такими структурами мы уже встречались, анализируя проблемы структуры личности. Точно так же обстоит дело с содержанием образования» [7, с. 77-79]. Здесь присутствует очевидная трудность, связанная с попыткой выразить неизвестное (имплицитные =) через непонятное (= абстракции).

«Другой подход к выделению структур... связан с выделением двух взаимосвязанных структур одной и той же системы. Это внутренние и внешние структуры. При этом внутренние структуры выступают базисными по отношению к внешним, хотя еще не совсем ясно, всегда ли это так. ... В качестве примера рассмотрим структуру урока. На "поверхности" просматриваются последовательные компоненты урока...: оргмомент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия. Это, так сказать, внешняя структура. Но в структуре урока существует и еще один "пласт", или подструктура, элементы которой, будучи базисными по отношению к внешней структуре, образуют свою особую целостность и в значительной степени скрыты от наблюдателя. Это постоянный контроль за деятельностью учащихся, мотивация их деятельности и др.» [Там же].

Красной нитью через все процитированные рассуждения проходит тот факт, что одной из характеристик природы множеств элементов, описывающих содержание образования, является их взаимопроникновение на всех уровнях, т. е. присутствие элементов, наделенных различными качествами во всех окрестностях выделенного элемента. Это практически точная характеристика математических объектов, которые называют мультифракталами<sup>1</sup> [3]. Еще более отчетливо этот вывод следует из предложенного В. С. Ледневым принципа двойного вхождения базисных компонентов в систему: «Первый пример: ... в течение всего урока преподаватель, осуществляя управление учебной деятельностью учащихся, систематически осуществляет контроль за их деятельностью. Иначе говоря ... контроль деятельности учащихся "сквозной" компонент структуры урока, то есть он присутствует в том или ином виде на любом этапе урока... Это и есть одна

<sup>1</sup> Фракталы и мультифракталы описаны в ряде монографий [1, 8, 9].

из линий вхождения рассматриваемого компонента обучения в общую систему деятельности на занятии. Но следует обратить внимание и на другое обстоятельство: контроль деятельности учащихся – проверка домашнего задания – один из содержательных последовательных элементов занятия. Это уже второй тип появления одного и того же элемента – контроля деятельности учащихся – в общей системе деятельности на уроке.

... другой пример – обучение родному языку в школе. ... Любое занятие по любому предмету вносит вклад в языковую подготовку учащихся. Это первая линия ... которую ... назовем "сквозной". Но этой линией, разумеется, языковая подготовка не исчерпывается... она осуществляется и в специально посвященном ей учебном курсе.

... каждый из базисных компонентов любой подсистемы содержания образования входит в его общую структуру двояко: во-первых, в качестве "сквозной" линии по отношению к апикальным структурным компонентам, во-вторых, выступает в качестве одного из апикальных, явно выраженных компонентов» [7, с. 79–80].

Если отбросить ненужные (базисный), непонятные (апикальный) и неопределенные (компонент) слова, то сухой остаток таков: элементы множества, представляющего содержание образования, относящиеся к разным типам, составляют систему взаимно наложенных подмножеств, причем каждое подмножество имеет свои области сгущения, воспринимаемые как относительно автономные, локализованные, чередующиеся области (этапы, участки) содержания образования – это фактически описание неоднородного фрактала, или мультифрактала.

Доказательства фрактальной природы структуры содержания образования можно продолжить: «Структура содержания образования... обусловлена многими факторами... Основными из них, предопределяющими общую типологию учебных предметов и их конкретный состав ... являются следующие:

- а) структура качеств личности, инвариантных специфике предметной деятельности, т. е. качеств обращенных на любой предмет деятельности;
  - б) структура объекта изучения;
  - в) ...; г) ...; д) ...

Перечисленные факторы являются взаимопересекающимися. Этим объясняется то обстоятельство, что каждый учебный предмет решает задачи, обусловленные всеми факторами. В то же время имеются группы учебных предметов, которые выделяются по соответствующему признаку доминантности» [7, с. 88–89].

Те же выводы следуют из анализа характеристики структуры личности у В. С. Леднева: «... в структуре личности К. К. Платонов выделяет следующие четыре компонента:

- 1) направленность (интересы, стремления...);
- 2) опыт личности (знания, навыки, умения...);
- 3) устойчивые особенности отдельных психических процессов (внимания, восприятия, мышления, памяти...);
  - 4) биологически обусловленные особенности.

Эта... структура личности... критиковалась... за то, что "в ней не нашлось места не только для характера, но и для способностей".

Отвечая на эту критику, К. К. Платонов рассматривает проблему общих качеств личности, приходя к выводу, что «и способности, и характер правильнее рассматривать не как подструктуры личности, рядоположенные с четырьмя основными, а как общие качества личности...

Таким образом, стремясь к линейному выстраиванию многомерной по своему существу системы свойств личности, психических образований и механизмов, К. К. Платонов вынужден отказаться от включения в общую структуру личности двух важнейших ее компонентов...Таков, по нашему мнению, первый недочет концепции К. К. Платонова» [7, с. 19–21].

Из приведенной цитаты очевидно, что природа затруднений, вызвавшая дискуссию, вновь связана с проблемой разделения и классификации взаимопроникающих множеств.

- В. С. Леднев выделяет «три разреза структуры личности:
- 1) опыт личности;
- 2) механизмы психики;
- 3) типологические свойства личности.

...Каждая из этих плоскостей не является независимой. Они лишь относительно обособлены. Это лишь особые проекции личности как целого, когда два других плана не исчезают, не отбрасываются, наоборот, они всегда как бы просматриваются под особым углом зрения» [7, с. 30].

В разделе «Совокупная характеристика структуры личности» читаем: «...полученная система сторон и входящих в их состав компонентов структуры личности приведена в табл. 1.7.1... в которой, однако, не отражены взаимосвязи и пересечения компонентов, поскольку в линейной развертке отразить пересечения, тем более пересечения 22-мерной системы, невозможно. В этой связи указанную таблицу ни в коей мере не следует рассматривать в качестве модели структуры личности» [7, с. 45–47].

Итак, при анализе структуры личности В. С. Леднев снова подчеркивает взаимопроникновение ее сторон и одновременное присутствие их всех с различным весом в каждой из них – характеристика, присущая неоднородному фракталу.

И, наконец, убедимся, что те же особенности присущи, по описанию В. С. Леднева, структуре деятельности: «...каждая из выделенных базисных инвариантных сторон деятельности индивида не существует вне других. Иначе говоря, каждая из этих сторон деятельности лишь проекция целого – человеческой деятельности, ее особый аспект. ...Всякая конкретная реальная деятельность одновременно является и преобразовательной, и познавательной, и ценностно-ориентационной, и общением,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Стороны деятельности, инвариантные предметной стороне (т. е. стороне, заданной конкретным объектом деятельности): познавательная, ценностно-ориентационная (целемотивационная), преобразовательная, коммуникативная, эстетическая и физическая (пояснение авторов данной статьи).

и эстетической, и физической. ...Общеизвестно, что вне целемотивационного аспекта никакая деятельность не существует. Поэтому ценностноориентационная сторона деятельности входит во все другие ее стороны, пересекаясь с ними. ...Познавательная сторона деятельности, обеспечивающая формирование образов реального мира, составляет необходимый фундамент для выделения их субъективной ценности. Следовательно, познавательная сторона деятельности... входит как бы в качестве компонента в ценностно-ориентационную. И т. д. по всем перечисленным сторонам деятельности. Вывод: все шесть инвариантных базисных сторон деятельности являются взаимопересекающимися и при этом входят в любой конкретный (в предметном отношении) вид деятельности...» [7, с. 119].

Систематически В. С. Леднев использует для характеристики структур (личности, деятельности, содержания образования, научного знания и его разделов) такие понятия, как «проекция», «сечение», «плоскость», «пересечение», «взаиморасположение, которое видно под одним углом зрения». Это все понятия метрических пространств с заданной топологией, для которых существуют понятия «окрестность элемента», «система вложенных окрестностей», «принадлежность элемента внутренней и наружной части множества», «граница множества или подмножества» и т. п. В подобных терминах невозможны высказывания типа: «сквозной характер принадлежности элемента данного вида, в смысле его присутствия в любой части множества»; «...имплицитные структуры, то есть такие структуры, которые как бы лишь видны наблюдателю системы, но от нее неотделимы». Поэтому В. С. Леднев, догадываясь о неточности математической характеристики структур объектов педагогики, использует либо строгие математические термины, но заключает их в кавычки («сечение», «разрез»), либо неопределенные нематематические термины: имплицитная структура, апикальный компонент (множества), что вполне понятно, поскольку необходимый математический язык стал широко известен сравнительно недавно. При этом попытка исправить ситуацию, например, указанием, что компоненты образуют 22-мерную систему пересекающихся планов, не имеет смысла. Топологическая структура не зависит от размерности метрического пространства, и проблемы в случае двух и двадцати двух измерений одинаковы.

Тем не менее огрубление картины, внесенное математически неточной характеристикой множеств, в основном не играет фатальной роли, поскольку многие стороны рассмотренных явлений можно интерпретировать на привычном языке. Но в некоторых случаях, например при анализе проблемы политехнического образования, трудности преодолеть не удается. Подлинным выходом из трудностей, с которыми сталкивается теория содержания образования и, в широком смысле, вся педагогика, является использование языка фрактальной геометрии, на котором эмпирический материал, подготовленный и обобщенный В. С. Ледневым, приобретает простой и наглядный смысл.

Характерные особенности структуры объектов педагогики согласно описанию В. С. Леднева:

- 1. В любой окрестности выделенного элемента присутствуют элементы со всеми другими качествами.
- 2. Элементы с данным качеством образуют подмножество, которое может быть неоднородно распределено по всему объекту.
- 3. Структуру многих объектов можно характеризовать как самоподобную.

Последняя особенность хотя и присутствует в описании ученого, но он особо не акцентирует на ней внимание. Она зафиксирована в опосредованном виде в рассуждениях об иерархическом характере структуры некоторых компонентов содержания образования: курсы состоят из дисциплин, которые содержат разделы, распадающиеся на подразделы и т. д. – это самоподобный граф, имеющий вид непрерывно ветвящегося дерева. Можно привести и другие примеры. Так, урок включает в себя проверку домашнего задания, группа уроков, посвященная данной теме, завершается контрольной работой, так же и учебная четверть, охватывающая несколько тем, завершается контрольной работой и т. д. То же самое можно сказать обо всех последовательных компонентах урока: оргмомент, проверка домашнего задания, изложение материала очередной темы, закрепление изучаемого материала и, наконец, заключительная часть занятия. Они присутствуют в тех или иных формах на всех отдельных этапах учебного процесса (курсовой проект, безусловно, является укрупненным аналогом домашнего задания).

Перечисленные особенности фактически являются математически корректной характеристикой множеств, адекватно передающих свойства объектов педагогики, как множеств, сформированных наложением мультифракталов, что уже отмечалось нами при анализе педагогической интеграции  $[3]^1$ .

Фрактал – множество изолированных элементов (точек), сформированное на определенном геометрическом носителе. Положения точек на носителе определены некоторым правилом построения фрактала. Большинство известных правил построения фракталов таковы, что структура этих объектов самоподобна. То есть вид выделенной области периодически повторяется при изменении ее линейного размера, или, другими словами, равномерное растяжение/сжатие фрактала приводит к его совмещению с самим собой (симметрия подобия). Фрактал является однородным объектом в том смысле, что его размерность Хаусдорфа – Безиковича имеет одно значение во всех его областях. Наложение фракталов друг на друга позволяет сформировать мультифрактал, наследующий многие свойства фрактала. Но у мультифрактала появляется и новое свойство –

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ввиду того что в упомянутой работе описание фракталов и мультифракталов уже проводилось, здесь мы ограничимся лишь кратким перечислением их свойств, позволяющих передавать характерные особенности объектов педагогики (см. выше пп. 1–3).

неоднородность, при этом его характеризует целый спектр значений размерности, которые могут зависеть от положения рассматриваемого участка мультифрактала на геометрическом носителе. В некоторых областях «сгущения» значения размерности Хаусдорфа – Безиковича могут приближаться к значению топологической размерности геометрического носителя. В этих областях свойства мультифрактала близки к свойствам привычных геометрических объектов, которые передают такие понятия, как граница области, ее внутренняя часть и т. п.

Поскольку элементы фрактала образуют изолированное множество на геометрическом носителе и в любой окрестности каждого элемента1 фрактала присутствует бесконечное множество точек основы, то на ней в той же области можно разместить любое количество других фракталов, причем бесчисленным множеством способов. В частности, в любой окрестности элемента данного фрактала могут быть элементы других фракталов. Свойство самоподобия позволяет отнести характеристики структуры фрактала к его элементу в том смысле, что в любой самой малой окрестности каждого элемента присутствует подмножество, имеющее структурные характеристики целого фрактала. Для множеств с обычной топологией принадлежность элемента к подмножеству нельзя установить, рассматривая его ближайшие окрестности. И в этом смысле элементы таких множеств не обладают признаком определенной структуры, т. е. не обладают качеством, например цветом. В противоположность этому элементам фрактала можно присваивать определенное качество. С учетом того, что в любой окрестности каждого элемента данного фрактала может присутствовать элемент другого фрактала, можно говорить, что в любой окрестности элемента с данным качеством присутствуют элементы с другим/другими качествами. В результате реализуется возможность передавать особенность объектов педагогики, зафиксированную в первом пункте. Возможность располагать в одной области множество фракталов позволяет формировать мультифракталы, которые обладают неоднородными свойствами и в пределе локально могут приближаться к свойствам геометрической основы. Это позволяет моделировать объекты, имеющие распределенные качества, которые в некоторых областях неразделимы (области имплицитного вхождения сторон по терминологии В. С. Леднева), а в других областях доминирует одно из них (апикальные области по В. С. Ледневу). Таким образом, появляется возможность реализовать «принцип двойного вхождения базисных компонент» и передавать характерные особенности объектов педагогики (психологии, теории научного знания, формальной логики и др.), зафиксированные во втором пункте. И, наконец, учитывая, что мультифракталы наследуют свойства фракталов, следует ожидать проявления у них самоподобия в той или иной форме. Это позволяет смоделировать характерные особенности объектов пе-

 $<sup>^{1}</sup>$  Окрестность элемента фрактала строится на множестве точек геометрического носителя.

дагогики, устанавливаемые третьим пунктом. Из сказанного следует, что описываемые геометрические объекты нельзя трактовать на языке таких понятий, как «сечения», «разрезы», «планы», «углы зрения», «пересечение множеств» и т. д. Очевидно излишними становятся понятия «апикальный», «имплицитный» и т. п. Однако такие понятия, как «внутренняя структура», «внешняя структура», «компонент структуры», «элемент» и др. наполняются наглядным содержанием. Кроме того, естественное описание приобретает плавный переход от объектов с относительно автономными компонентами структуры к объектам, структурные компоненты которых неразделимы, но различимы. Резюмируя, можно сказать, что язык фрактальной геометрии - это естественный язык описания объектов и явлений педагогики, психологии, теории научного знания, формальной логики и др., который уже доказал свою эффективность при описании объектов естественных наук (физики, географии и т. д.). В очередной раз подтверждается верность высказывания: «Математика – это язык природы». Разумеется, никто не отрицает существования собственного специфического языка у каждой конкретной дисциплины, но необходимо констатировать его согласование с языком математики1.

Здесь можно было бы завершить данную статью, но уместно будет кратко проанализировать вопрос о корнях фрактальной природы объектов педагогики. Обратим внимание, что образование личности происходит в процессе педагогической деятельности и что проявление личности также возможно только в форме деятельности. Это основные постулаты деятельностного подхода, примененного В. С. Ледневым в теории содержания образования. Вернемся к характеристике деятельности, которую он приводит: «...Э. С. Макарян пишет: "Необходимо прежде всего абстрагирование двух качественно различных аспектов ее рассмотрения. Во-первых, аспекта актуализации механизмов, благодаря которым стимулируется, программируется и осуществляется активность субъектов действия, и, во-вторых, аспекта, выделяющего различные целостные участки направленных усилий этих субъектов".

...Таким образом, выделяются два основных плана деятельности всякого конкретного человека, взаимосвязанные и взаимообусловленные, но в то же время имеющие и относительную самостоятельность:

1) виды деятельности в их извне заданной объективной "технологической" конкретике, выполняемые человеком, включенным одновременно в различные общественные отношения в качестве члена семьи, производственного коллектива и др., наконец, гражданина своего государства и представителя всего человеческого рода; в самом широком плане эти виды деятельности подразделяются на общие для всех людей и специальные (профессиональные);

 $<sup>^1\,\</sup>mathrm{B}$  отношении физики, химии, социологии и экономики требование такого согласования не оспаривается. Следует полагать, что педагогика не должна быть исключением.

2) виды деятельности, инвариантные первым, участвующие и обеспечивающие эффективность действий в различных сферах приложения усилий человека (нравственный, умственный и другие аспекты деятельности)» [7, с. 41].

Если упростить сказанное, то останется следующее: при выполнении всякой деятельности неизбежны два этапа: выбор цели и направленное движение к выбранной цели, причем корректировка цели в процессе движения также неизбежна. Характеристики этих этапов противоречат друг другу. Процесс движения в каждый данный момент происходит только в установленном направлении. При выборе цели производится вариация направлений, это означает виртуальные движения, совершаемые в различных направлениях. Во всякой деятельности эти два аспекта существуют слитно, их невозможно разделить. Выбор цели реализуется в виде серии разнонаправленных движений, каждое из которых требует на всех этапах выбора цели, т. е. осуществляется непрерывная корректировка - прощупывание окружения «виртуальными» движениями в процессе направленного «реального» движения. Парадокс заключается в том, что выбор цели и направленное движение к ней не могут быть реализованы в один момент времени, поскольку это означает одновременную реализацию не просто разных, но противоположных качеств. Возможный выход из этого противоречия - развести понятия «одномоментность» и «одновременность». Это можно сделать на основе введения двух несоизмеримых пространственно-временных масштабов событий. В одном - малом масштабе - «одномоментно» происходит выбор цели, в другом - большом (несоизмеримо большем по отношению к первому) – происходит направленное движение к цели. Формальное описание процесса деятельности в этой ситуации естественно проводить на языке фрактальной геометрии, поскольку даже однородный фрактал характеризуется бесконечным набором уменьшающихся масштабов (наибольший из них - масштаб геометрического носителя). Возможны бесконечные варианты сочетаний уменьшающихся пар несоизмеримых масштабов. Если на геометрическом носителе сформирован мультифрактал, т. е. неоднородный фрактал, то можно выбирать движение по геометрической основе в направлении, заданном глобальной неоднородностью. Но эта неоднородность повторяется на каждом масштабном уровне, т. е. на каждом уровне масштаба существуют градиенты, повторяющие картину более высокого масштабного уровня. Это означает, что ориентироваться можно в одном масштабе, т. е. локально, а движение осуществлять в другом глобальном масштабе. Таким образом, язык фрактальной геометрии позволяет раскрыть внутреннее противоречие деятельности личности. Этому формальному описанию деятельности можно попытаться придать и более привычный вид: рассуждая о двух несоизмеримых масштабах, характеризующих структуру деятельности, допустимо говорить о малом масштабе времени, связанном с мысленным выбором цели на основе «виртуальных» движений в рамках идеальной модели действительности, и большом масштабе времени, возникающем при последующих «реальных» операциях с объектами окружающей действительности в процессе их направленного изменения.

Охарактеризуем трудности, которые лежат на пути реализации движения в направлении формирования формально-математического описания объектов и явлений педагогики (психологии, теории научного знания, логики и т. п.) на языке фрактальной геометрии. Успешное применение этого языка к объектам естественных наук облегчено тем, что не возникает проблем, связанных с природой и свойствами геометрического носителя. Например, в случае изучения свойств береговой линии геометрический носитель - это часть плоской поверхности [8]. В случае личности, деятельности, содержания образования и др. понятно, что они существуют в пространстве и времени, но когда мы говорим, например, о слитности в содержании образования общего и специального образования и имеем в виду их сосуществование как переслаивание на всех этапах (характеризуемых разными пространственно-временными масштабами), то мы фактически вводим еще и измерение, в котором происходит переслаивание. При его введении мы никак не фиксируем геометрические свойства этого нового измерения. Уже по одной этой причине мы не в состоянии охарактеризовать свойства геометрического носителя в случае педагогики, психологии и др. Образно говоря, мы «не видим» в целом геометрической основы объектов педагогики, а способны различать только проявление их фрактальных свойств. Аналог такой ситуации в случае береговой линии, по-видимому, возникает, если принять, что мы движемся вдоль нее и не различаем слишком мелких колебаний береговой линии (огрубление масштаба описания снизу), а также не в состоянии рассмотреть береговую линию вдаль из-за тумана (огрубление масштаба описания сверху). То есть мы изучаем фрактал, находясь внутри него. Поэтому необходимо использовать такой математический аппарат, который позволяет описывать фракталы, не обращаясь к понятию геометрического носителя. Или же, опираясь на эмпирический материал, изучать фрактальные характеристики объектов и одновременно «угадывать» характеристики геометрического носителя.

Возникающие трудности действительно значительны, и не следует рассчитывать на быстрое появление методов формирования математических моделей объектов педагогики. Но даже на этапе адаптации понятийного аппарата педагогики к языку современной геометрии можно получить значимые результаты. Поясним сказанное на примере возникновения данной работы, начало которой было положено определением параметров тезауруса интегративного курса «Естествознание» [2]. Нам выпала удача обсудить свое предложение с действительным членом РАО В. С. Ледневым. Он отнесся к нашей идее скептически. Основание для такой оценки было связано с тем, что традиционно понятие «курс» – это набор дисциплин, который отождествляется со сквозной предметной линией. Количество таких линий ограничено, правила их отбора установлены и описаны [7] и вводить еще одну означает разрушать отлаженную

и оправдавшую себя структуру содержания образования. Были приведены не только теоретические доказательства неприемлемости нового курса. Академик Леднев рассказал нам о том, что вопрос имеет длинную историю; еще в начале прошлого века его дед делал попытку ввести такой курс в педагогическую практику, но она себя не оправдала. Оказалось, что вопрос имеет и географическое измерение. В России и романо-германских странах традиционно принято раздельное изложение естественнонаучных дисциплин, а в англоязычных странах практикуется максимально интегрированное их изложение. Был период, когда у нас дебатировался вопрос о переходе на практику англоязычных стран, резким противником чего был В. С. Леднев. По его свидетельству, на одном из международных семинаров в Лондоне британские коллеги выражали недоумение по поводу иррационального желания разрушить хорошо работающую систему. Они в это время обсуждали вопрос о переходе на раздельное изложение естественнонаучных дисциплин.

Аргументация В. С. Леднева сыграла стимулирующую роль и заставила глубже вникнуть в характер проблемы. То, что проблема реально существует, парадоксальным образом вытекает из приведенных аргументов. Действительно, перманентные попытки возврата к вопросу о слитном или раздельном изложении естественнонаучных дисциплин на протяжении почти ста лет в масштабах всего мира не могут быть случайными. Основание достаточно очевидно: раздельное изложение предметов продуктивнее, поскольку проще организовать движение в выделенном направлении, но потребность ориентироваться во всем многообразии естественнонаучных дисциплин (и на всех уровнях) проще реализовать при их интегрированном изложении<sup>1</sup>.

Экспоненциальный рост объема научного знания обостряет данное противоречие и делает неизбежной реформу образования. Но система образования по своей природе чрезвычайно уязвима по отношению к необоснованным инновациям и непродуманным реформам. Причиной этого являются внутренние временные масштабы системы образования [4]. Поэтому она должна быть консервативной, что и объясняет охранительную позицию В. С. Леднева. Тем не менее, поскольку реформирование неизбежно (так как рост объема знаний продолжается), следует позаботиться, чтобы решение проблемы сопровождалось минимальными изменениями сложившейся системы.

В. С. Леднев справедливо обратил внимание на то, что мысль мировой педагогической общественности двигалась между двумя крайними вариантами структуры содержания образования: один – автономные предметные линии, второй – слитное изложение предметов. Это побудило нас рассмотреть вероятность появления других вариантов структуры содержа-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Очевидно, что совершенно закономерно это внутреннее противоречие содержания образования повторяет внутреннее противоречие, присущее деятельности личности.

ния образования, которые предоставляют возможности современной математики. Промежуточным итогом нашего анализа и стала данная работа.

Исторически сложившиеся сквозные предметные линии, перечень которых обосновал В. С. Леднев, остаются. Но следует, на наш взгляд, изменить их характеристику, считать их взаимопроникающими и неоднородными. Они автономны, но в определенных местах этих линий образуются «разветвления» и «сгущения», организующие «локальное слияние предметов». Оно существует совместно с продолжающимися предметными линиями и предназначено для систематического сопоставления предметов, облегчающего ориентацию при их последующем расхождении. Эти «локальные слияния предметов» можно назвать локальными интегративными курсами, поскольку они включают набор дисциплин, но ограничены по времени и месту расположения. Структура локальных интегративных курсов в другом масштабе повторяет структуру всего содержания образования.

Такие курсы в содержании образования должны присутствовать в те моменты, когда обостряется проблема ориентации, т. е. на рубежах очередного выбора специализации. Поэтому следует говорить о системе локальных интегративных курсов, например: «Структура знания», «Структура научного знания», «Структура гуманитарного знания», «Структура математики», «Структура естественнонаучного знания» и т. д. Система таких курсов должна позволить сбалансировать и оптимизировать систему образования, на эмпирическом уровне эта задача решается посредством синхронизации содержания образования [6]. Стихийно подобный подход уже реализуется, например, в начальной школе в форме пропедевтического курса «Естествознание» или в высшем учебном заведении в форме курса «Концепции современного естествознания». Это означает, что изменения, которые необходимо внести в содержание образования, действительно минимальны, по существу, они требуют только переосмысления назначения, задач и принципов формирования уже существующих курсов. При правильном решении они позволят создать эффективную систему перманентной ориентации, что смягчит внутреннее противоречие в содержании образования, обострившееся из-за роста объема знаний.

Рассмотренный метод формирования моделей структуры содержания образования снимает проблему выбора между двумя крайними вариантами его структуры, но для его полноценной реализации необходимо опираться на выверенную теоретическую основу.

## Литература

- 1. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы: учеб. пособие. М.; Ижевск: Науч.-издат. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 128 с.
- 2. Гапонцева М. Г., Гапонцев В. Л., Ткаченко Е. В., Федоров В. А. Курс «Естествознание» как интегрирующий фактор непрерывного образования // Образование и наука: Изв. Урал. отд. РАО. 2001. № 3 (9). С. 3–17.

- 3. Гапонцева М. Г., Федоров В. А., Гапонцев В. Л. Понятия геометрии фракталов как язык объектов педагогики и теории научного знания. 1. Анализ проблем интеграции // Образование и наука: Изв. Урал. отд-ния РАО. 2009. N 2 (59). С. 3–22.
- 4. Гапонцева М. Г., Федоров В. А., Гапонцев В. Л. Синергетика в педагогике: целесообразность переноса // Образование и наука. 2008. № 9 (57). С. 100–109.
- 5. Гапонцева М. Г., Федоров В. А., Гапонцев В. Л. Эволюция научного знания детерминанта содержания образования с позиций синергетического подхода // Актуальные проблемы управления качеством образования: сб. науч. ст. / под ред. Е. В. Яковлева. Челябинск: Изд-во ЧГИ, 2007. Вып. 12. С. 27–33.
- 6. Кубрушко П. Ф. Содержание профессионально-педагогического образования. М.: Высш. шк., 2001. 236 с.
- 7. Леднев В. С. Содержание образования: учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1989. 360 с.
- 8. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. 656 с.
  - 9. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.