

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

УДК 372.08

Г. А. Клековкин

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ПОСТРОЕНИЮ ЧЕРТЕЖА К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ: ТРАДИЦИИ, РЕАЛИИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

В статье рассматривается процесс построения чертежа к трудной геометрической задаче. Указанная деятельность описывается как итерация, которая выстраивается на диалоге ее внутреннего и внешнего планов. Анализируется изменение этой деятельности в условиях использования мультимедийных технологий.

Ключевые слова: геометрическая задача, чертеж, мультимедийная модель.

The process of drawing constructing for solving a difficult geometric problem is considered in the article. The noted activity is described as iteration being based on interior and exterior dialogue aspects. Changes in this activity while using multimedia technology are being analyzed.

Key words: geometric task, drawing, multimedia model.

Многократно описанный в методической литературе процесс решения геометрической задачи начинается, как правило, с построения чертежа. Педагогам хорошо известно, что визуализация информации, содержащейся в условии геометрической задачи, зачастую играет определяющую роль в процессе ее решения. Правильно выполненное и наглядное изображение значительно облегчает отыскание нужных для решения ключевых соотношений между данными и искомыми элементами задачи, а впоследствии помогает сделать исследование или анализ найденного решения. В методических и психологических публикациях описаны роль и функции различных видов чертежей в обучении геометрии, приемы обучения с помощью готовых чертежей и моделей; приведены системы упражнений на создание и мысленное преобразование геометрических образов и т. п.

К сожалению, в сложившейся сегодня практике школьного геометрического образования целенаправленное обучение построению чертежей, особенно стереометрических, скорее исключение, чем правило. В учебниках изображения изучаемых геометрических тел и их конфигу-

раций даны в виде готовых статичных образцов; учитель при решении задач, экономя время урока, также зачастую старается сразу показать учащимся такое изображение, на котором ключевые соотношения, связывающие данные и искомое, видимы наиболее явно. В распространенной методике обучения стереометрии, таким образом, фактически предполагается, что умение строить геометрический чертёж является результатом созерцания готовых образцов и побочным продуктом деятельности по решению задач.

Однако педагогическая действительность свидетельствует об обратном: основные затруднения учащихся при решении задач на комбинации стереометрических тел (как правило, предлагающихся в части С единого государственного экзамена (ЕГЭ по математике)) обусловлены именно тем, что экзаменуемый не может представить и/или изобразить нужную комбинацию. Ситуация с обучением геометрии в школе усугубляется еще и тем, что набрать на ЕГЭ баллы, необходимые для получения отметки «пять», выпускник может, вовсе не решая геометрическую задачу. По этой причине уроки геометрии стали использоваться учителями математики для «натаскивания» на задачи курса алгебры и начал анализа. Создавшееся положение может привести к тому, что мы получим поколение, значительная часть которого окажется неспособной к продуктивной конструктивно-геометрической деятельности. В то же время спрос на специалистов, обладающих этими умениями, в условиях широкого внедрения новых информационных технологий во все сферы человеческой деятельности будет постоянно расти.

Не так давно для преодоления трудностей, обусловленных несформированностью у учащихся пространственного мышления и воображения, широко использовались геометрические конструкторы (типа стереометрического ящика) и разнообразные готовые материальные модели к конкретным теоремам и задачам. Школьный кабинет математики по своей оснащенности ничем не уступал кабинетам физики, химии и биологии. Сегодня об этом можно только вспоминать: нередко вся наглядность, которую видит на уроке геометрии нынешний старшеклассник, состоит из готовых статичных чертежей на страницах учебника и на классной доске.

Настоящее обращение к «старой» методической проблеме обусловлено тем, что в условиях отсутствия в школе геометрических конструкторов и материальных моделей геометрических тел растет число методистов и учителей математики, возлагающих большие надежды на использование в обучении стереометрии различных мультимедийных ресурсов учебного назначения. Их оптимизм, однако, разделяют далеко не все. Возражения подкрепляются тем, что прообразом геометрического (понятийного)

пространства и геометрических объектов в нем служит реальное жизненное пространство человека, а наглядность и конкретность изучаемых в школе геометрических понятий являются свойствами и особенностями психических образов реальных объектов.

В физиологии и психологии показано, что в восприятии пространственной формы и величины предметов, расстояний до них участвуют врожденная способность нервных клеток головного мозга избирательно реагировать на изображения, возникающие на сетчатке глаза, и субъективный опыт, полученный человеком в результате движения глаз и рук по контуру и поверхности предметов, а также перемещений тела и его частей в пространстве. При этом большую роль играет бинокулярное зрение, т. е. восприятие двумя глазами, механизмы которого обеспечивают впечатление глубины и объемности предметов. На основании сказанного вполне логичным выглядит вывод о том, что никакие динамические компьютерные демонстрации геометрических тел на экране монитора, который является плоским, и даже интерактивные модели не могут заменить в обучении геометрии использования реальных моделей из бумаги, пластика или металла. Кроме того, отмечается, что появившиеся готовые динамические мультимедийные демонстрации существенно снижают познавательную самостоятельность учащихся, поскольку работа с этими учебными ресурсами носит характер пассивного созерцания и поэтому не побуждает обучаемого к активному пространственному мышлению.

Развитие вычислительной техники и появление качественно новых программных средств обусловили переход к современному этапу развития информационных технологий, характеризующемуся созданием инструментальных предметных сред, в которых язык ввода и вывода информации максимально приближен к профессиональному языку пользователя. Такое программное обеспечение освобождает его от знания алгоритмов решения многих классов задач в той или иной предметной области – пользователю, чтобы получить интересующее решение, достаточно «механически» ввести условия задачи в компьютер. Различные компьютерные стереоконструкторы, позволяющие автоматизировать процессы построения геометрических чертежей, – типичный пример подобной инструментальной среды.

Как отмечает О. К. Тихомиров, в результате применения компьютера в качестве инструментального орудия умственной деятельности происходит преобразование самой умственной деятельности; неизбежным результатом этого становится изменение ее структуры, стиля, а зачастую и содержания [4]. Несомненно, правы те ученые, которые говорят о том, что компьютеризация и современные информационные технологии от-

крывают новый этап в природе функционального и онтогенетического развития человеческой психики.

Очевидно, что число мультимедийных ресурсов учебного назначения по геометрии и их разнообразие будут только увеличиваться. Игнорирование этих реалий, намеренный отказ от их использования при обучении геометрии означает, по меньшей мере, нашу неготовность вести профессиональную деятельность в современных условиях. Впрочем, кто-то, конечно, может возразить: «Школы не располагают пока достаточным количеством компьютерной техники и необходимым лицензионным программным обеспечением». Другие могут добавить: «Какой смысл использовать при обучении геометрии мультимедийные технологии, если итоговая проверка уровня обученности учащихся осуществляется с карандашом и бумагой?». Жизнь, однако, не стоит на месте, компьютер внес радикальные изменения в профессиональную деятельность конструкторов, инженеров, дизайнеров и т. д., и соответствующая подготовка должна начинаться уже на школьной скамье. Поэтому настало время заново переосмыслить весь накопленный методический опыт в области обучения геометрии. Важно понять, что в условиях использования мультимедийных технологий в этом опыте инвариантно, что может быть легко трансформировано, а что действительно следует радикально менять. Попытаемся ответить на эти вопросы, рассматривая психологические и методические аспекты обучения построению чертежа к геометрической задаче.

В деятельности по решению геометрических задач продуктивные идеи и гипотезы обычно возникают в форме наглядного образа, а в ходе их проверки оперирование с образами и вербально-логическое оперирование со знаками и символами тесно переплетаются между собой. Поэтому, чтобы найти ответы на поставленные вопросы, нужно сначала понять, как происходит становление и дальнейшее функционирование этого образно-вербального диалога.

Психологи выделяют три основные формы действий: материальную (материализованную), внешнеречевую и умственную. Умственная форма действия, о которой пока идет речь, – это оперирование образами восприятий, представлений и воображения или понятиями, производимыми «про себя», во внутреннем плане. Считается, что внутренний образно-вербальный диалог, т. е. непрерывно совершающийся перевод с языка образов (первичных, вторичных, производных от мышления) на вербальный язык и обратно, – определяющая характеристика мыслительного процесса. При этом степень понятности мысли как результата мыслительного процесса и мера понятности каждой из фаз движения от вопроса к ответу определяются степенью обратимости перевода с одного языка на другой и мерой его инвариантности [2].

Изучая процесс интериоризации, П. Я. Гальперин построил теорию поэтапного формирования умственных действий и понятий, включающую шесть этапов. На первых двух этапах закладываются мотивационная и ориентировочная основы требуемого действия, на третьем этапе действие производится в материальной (материализованной) форме, на четвертом оно отражается в «громкой социализированной речи», на пятом этапе происходит постепенное исчезновение внешней звуковой стороны речи во «внешней речи про себя». Наконец, на заключительном этапе речевой процесс уходит из сознания, «свертываясь» в конечном результате – предметном содержании действия [3].

В этой схеме хорошо объясняется формирование системы сенсорных эталонов и единиц восприятия, в частности основных геометрических форм, которыми ребенок начинает пользоваться при опознании как своеобразными чувственными мерками. Однако рассмотрение процесса протекания ставшей зрелой деятельности значительно снижает объяснительный потенциал указанной теории. В ней, как неоднократно отмечал сам П. Я. Гальперин, формирование новых действий и понятий обычно осуществляется с пропуском ряда выделенных им этапов. Почему так происходит?

Деятельность едина, ее внешние и внутренние формы тесно связаны, они обуславливают и переходят друг в друга в процессах интериоризации и экстериоризации. Еще А. Н. Леонтьев писал: «Такое единение разных по своей форме процессов деятельности уже не может быть интерпретировано как результат только тех переходов, которые описываются термином интериоризации внешней деятельности. Оно необходимо предполагает существование постоянно происходящих переходов также и в противоположном направлении, от внутренней к внешней деятельности. <...> Внутренняя по своей форме деятельность, происходя из внешней практической деятельности, не отделяется от нее и не становится над ней, а сохраняет принципиальную и притом двустороннюю связь с ней» [5, с. 110].

Отмеченные переходы легко наблюдать при поиске решений однотипных задач, процесс которого разворачивается во внешнем плане, а результаты представлены в материальной или материализованной форме. Обратимся к хорошо известному примеру. Предлагается собрать несколько фигурок головоломки типа «Пифагор» или «Танграм». Сначала практически каждый человек будет составлять первые фигуры методом практических проб и ошибок. Однако после того как несколько фигур будет собрано, а значит, во внутреннем плане сформируются определенные образы удачных комбинаций исходных элементов, действия составляющего начинают предвдаться во внутреннем плане, что проявляется в уменьше-

нии числа хаотических проб, приостановке ошибочных действий до получения отрицательного результата.

Описанные поиски решения вполне удовлетворительно укладываются в объяснительную схему, предложенную субъективными бихевиористами Д. Миллером, Ю. Галантером и К. Прибрамом. Согласно их теории, любая деятельность характеризуется наличием в ней процесса сличения воздействия извне с прошлым опытом субъекта и специального процесса оценки результатов осуществляемых им действий. В зависимости от этих результатов во внутреннем плане формируется план предстоящего действия: систематический, если выполняется развернутый поиск, при котором опробуются все возможные варианты, и эвристический, если поиск носит избирательный характер. Действие осуществляется лишь после достижения некоторого удовлетворительного результата сличения [6]. Однако эта схема, в отличие от теории поэтапного формирования умственных действий, не объясняет механизмов становления самого внутреннего плана.

Близкую позицию занимают Ф. Ш. Терегулов и В. Э. Штейнберг, которые, критикуя теорию П. Я. Гальперина, предлагают заменить принцип интериоризации принципом компарации (сличения). Они считают, что в основе компарации лежит врожденный рефлекс подражания: «оценка входного сигнала (внешней материальной деятельности) является результатом встречного “подражательного” процесса (внутренней деятельности), который осуществляет как бы его “опробование”. В результате многократных сопоставлений внешней и внутренней деятельностей ... достигается необходимое тождество между ними, но не переход внешней деятельности во внутреннюю» [7, с. 24]. Несмотря на то, что авторы в дальнейшем неоднократно говорят о внутренней активности субъекта деятельности, их принцип компарации в приведенной формулировке трактует умственную деятельность как адаптационный процесс.

В то же время нельзя и абсолютизировать роль предвосхищения деятельности сознанием, а такие концепции также не редкость. В связи с поставленными в работе задачами особый интерес представляют исследования пространственного мышления, выполненные И. С. Якиманской, и предлагаемая ею методика его развития. В этой методике широко используется базовый субъектный опыт ориентации ребенка в пространстве, «который изначально формируется как опыт взаимодействия с различными предметами, их различными геометрическими формами в процессе активного их преобразования (интуитивного порождения, изменения), причем одновременно в двух- и трехмерном пространствах» [10, с. 115]. При разработке соответствующих упражнений исследователь выделяет три типа умственного оперирования пространственными образа-

ми: 1) связанный с решением задач на движение фигуры (расположение образа фигуры мысленно изменяется в соответствии с условиями задачи); 2) возникающий при решении задач по преобразованию структуры фигуры (исходный образ трансформируется путем мысленной перегруппировки его составных элементов); 3) исходящий из того, что исходный образ является лишь первичной основой для создания нового (требуется цепь мыслительных операций, направленных на манипулирование образом, создание его новой композиции) [10].

Вместе с тем очевидно, что при решении трудных и нестандартных геометрических задач «чистые» ментальные формы действий и операций – скорее исключение, чем правило. Образы памяти и воображения, в отличие от образов восприятий, обычно носят обобщенный, свернутый характер. Их каждый раз приходится заново «восстанавливать» и «подгонять» под конкретную задачу. Поэтому при реконструкции, преобразовании и удержании в поле сознания требуемых образов у нас нередко возникают серьезные затруднения. Дело в том, что емкости нашей кратковременной и оперативной памяти и воображения, обеспечивающих непрерывность и преемственность мыслительного процесса [2], имеют достаточно ограниченный объем. В этом, по-видимому, кроется одна из главных причин быстрого утомления при работе с образами, которое отмечает И. С. Якиманская [9, с. 17]. Именно эта причина объясняет возникновение потребности в обращении к чертежу при решении трудных геометрических задач как к дополнительной внешней опоре. Такое обращение расширяет возможности оперативной памяти и воображения, представленные во внешнем плане результаты вычерчивания позволяют оперативно корректировать умственные действия, способствуют порождению новых образов.

Поэтому сегодня среди представителей когнитивной психологии и синергетики все чаще встречается точка зрения, согласно которой существующие вне индивида когнитивные представления также играют важную роль во внутренних (мыслительных) процессах и должны быть причислены к его психике и внешним вынесенным нейронным сетям. Так, Г. Хакен и Д. Португали считают, что когнитивная система должна рассматриваться «не как внутренняя сеть, представляющая внешнюю среду, а как внутренне-внешняя сеть, где некоторые элементы представлены или хранятся внутри психики/мозга, а некоторые – во внешней среде» [8, с. 135].

Действительно, вспомним, как осуществляется процесс построения чертежа для значительной части трудных стереометрических задач. Он чаще всего представляет собой своеобразный итерационный процесс, т. е. для выполнения чертежа требуется несколько попыток. Исходный образ

геометрической конфигурации, порождаемый условиями и требованиями задачи, репрезентируется в виде первичного чертежа (рисунка) во внешнем плане, где происходит сличение полученного результата с его «опережающим отражением». Неудачный чертеж генерирует новые гипотезы, идущие навстречу явно видимым внешним стимулам, и в следующий чертеж вносятся необходимые коррективы. В случае полного несовпадения разворачивается новый виток ориентировочно-исследовательской деятельности. Лишь после того как решающему удастся «увидеть» в чертеже ключевые соотношения, которые, как ему кажется, могут указать путь к решению, чертеж приобретает требуемый вид. В дальнейшем полученный чертеж является внешним источником, из которого черпаются идеи решения задачи, и пробным камнем, на котором они проверяются, оцениваются и уточняются.

Вспомним также, что обычно происходит при решении рассматриваемых задач на практике. Выполнение сложного стереометрического чертежа требует от ученика больших усилий и временных затрат, навыков выполнять чертеж «от руки» и пр. После нескольких безуспешных попыток сделать чертеж к задаче ряд учеников вовсе отказываются от ее решения; другие упорно, но столь же безуспешно пытаются решить задачу на первом, обычно неверном или не являющемся наглядным, чертеже. Поэтому учитель, экономя время урока, сразу, без тщательной подготовки процесса осознания, спешит дать такой готовый чертеж, на котором явно видны связи между элементами, необходимые для решения.

Кроме того, нельзя забывать о том, что имеется большое число стереометрических задач, для решения которых вовсе не требуется наличия полного проекционного чертежа. В них важно «увидеть», что можно обойтись изображением некоторого сечения рассматриваемой конфигурации (или ее проекции, например, на плоскость основания). Есть задачи, в которых правильный чертеж можно построить только тогда, когда задача уже решена. Наконец, имеются задачи, где наличие полного проекционного чертежа не облегчает, а наоборот, неизмеримо усложняет поиск решения; например задачи на доказательство некоторых векторных соотношений. Опыт узнавания этих задач, «видения» нужных сечений и проекций можно приобрести только в результате самостоятельных многотрудных попыток выполнения чертежей к подобным задачам.

Таким образом, наблюдения за поиском учащимися решения трудных и нестандартных геометрических задач убедительно свидетельствуют о том, что формирование оперативного образа условий и требований задачи и дальнейшее выполнение чертежа представлены не только процессами реализации тех или иных содержаний сознания (целей, образов), но и про-

цессами самоорганизации. Если в первом случае сознание должно быть понято как опережающее деятельность, то во втором, наоборот, – как производное от деятельности. При этом как на этапе построения чертежа, так и на этапе поиска идеи решения задачи внутренний диалог образного и вербально-логического языков мышления опосредствуется во внешнем плане и во многом благодаря этому опосредствованию существует.

Прекрасно осознавая сказанное, опытные учителя, несмотря на большие временные затраты, стремятся уделять процессу построения чертежа особое внимание. Чтобы интенсифицировать на уроке эту деятельность, применяются специальные вспомогательные упражнения на моделях и готовых чертежах; для «автоматизации» процесса выполнения чертежа используются шаблоны эллипсов и наиболее часто встречающихся многогранников и т. п.

Выделим условия, обеспечивающие продуктивность и эффективность деятельности по построению геометрических чертежей в незнакомых ситуациях (при решении нестандартных и трудных стереометрических задач), которые традиционно выделяются в методике обучения геометрии. Будем при этом опираться на результаты психологических исследований И. С. Якиманской, где показано, что содержание и уровень обобщенности формируемого пространственного образа зависит

- 1) от наглядности, на основе которой формируется образ;
- 2) деятельности, в которой он формируется;
- 3) функций образа в конкретной задаче;
- 4) индивидуальных особенностей субъекта, который создает образ [10].

В долговременной памяти учащегося должен храниться некоторый базовый набор образов натуральных моделей изучаемых в школе геометрических тел и их плоскостных изображений и такой же набор наиболее типичных комбинаций этих тел.

Учащийся должен обладать умением «видеть» чертежи и модели, «читать» их («вычерпывать» из них геометрическое содержание), делать на чертежах дополнительные построения и пр. Для этого необходима специальная учебная деятельность с готовыми наглядными демонстрациями.

Третье условие указывает на границы применения предыдущего. Давно установлено, что чрезмерное увлечение работой с моделями может быть вредным для формирования пространственного воображения и мышления. Еще Н. М. Бескин, различая случаи, когда ученикам даются готовые модели и когда им самим поручается изготовить эти модели, писал: «Самостоятельное изготовление моделей всегда приносит пользу ученикам. Эту пользу мы видим не в созерцании готовых моделей, а в самом процессе их изготовления» [1, с. 206]. Сказанное в равной мере относится

к злоупотреблению готовыми чертежами при доказательстве теорем курса и при решении задач.

Образы, порождаемые моделью и чертежом, обладают разной степенью обобщенности: первый, хотя и представляет собой целый класс родственных фигур, – это образ конкретного единичного объекта, второй – образ изначально обобщенный, опосредствованный использованием установленных правил изображения. Для человека, не знающего теории изображений, образ чертежа столь же конкретен, как образ натуральной модели. Поэтому для осознанного построения и обоснования геометрических чертежей необходимо владеть принятыми правилами их выполнения.

Умение строить геометрический чертеж предполагает наличие у учащегося способности оперировать пространственными образами во внутреннем плане. Однако этот опыт является необходимым, но не достаточным залогом успешности деятельности по построению чертежей в незнакомых ситуациях. Важным компонентом формирования геометрического мышления является специальная организация диалога между внешним и внутренним планами.

Выбор средств и методов обучения построению геометрических чертежей зависит от уровня притязаний учащегося и индивидуальных особенностей его пространственного мышления.

При желании этот список можно, конечно, продолжить, нас же будет интересовать то, что сформулированные требования к геометрическому опыту ученика при решении задач «с карандашом и бумагой» не утрачивают своей значимости и при использовании мультимедийных технологий. Поэтому в том же порядке вернемся к перечисленным требованиям.

1. Только при наличии в памяти учащегося базового набора образов геометрических тел и их конфигураций виртуальные компьютерные модели станут для него вполне аналогичны натуральным, а значит, их использование позволит достигать ожидаемых трехмерных эффектов.

2. Применение готовых виртуальных интерактивных моделей, позволяющих увидеть геометрическую конфигурацию с разных точек зрения, дает возможность значительно расширить виды упражнений с готовыми наглядными демонстрациями и минимизировать наборы используемых материальных моделей.

3. Регулярное применение на уроках геометрии интерактивной доски, заранее заготовленных чертежей, различных виртуальных моделей фигур и их комбинаций позволяет учителю более интенсивно использовать время урока, а учащимся значительно облегчает процесс решения знакомых и видоизмененных задач. Вместе с тем чрезмерное увлечение готовыми электронными ресурсами тоже может отрицательно сказаться на формировании пространственного мышления учащихся. Избежать этого помо-

гут существующие стереоконструкторы, позволяющие ученику не только самостоятельно выполнять необходимые чертежи и мультипликации, но и управлять их содержанием, формой, размерами и цветом. Поэтому эти инструментальные среды дают возможность сместить акценты в геометрической подготовке школьников в сторону усиления ее моделирующего аспекта, открывают принципиально новые возможности анализа и самостоятельного эмпирического обобщения геометрического материала.

4. Продуктивная и осознанная работа со стереоконструктором не освобождает ученика от знания основ теории изображений. Напротив, уровень решаемых учащимся задач во многом определяется уровнем его теоретической подготовки.

5. Пятое условие продуктивности и эффективности деятельности по построению геометрических чертежей в незнакомых ситуациях справедливо и в отношении способности оперировать пространственными образами во внутреннем плане. Но теперь придется учитывать, что «хорошая» интерактивная модель предоставляет возможность материализовать это оперирование во внешнем плане, сделать его зримым. Более того, она значительно упрощает и «автоматизирует» умственные процессы интуитивного порождения и активного преобразования образов геометрических конфигураций. Другими словами, диалог внутреннего и внешнего планов выходит на иной, более высокий уровень. При наличии широкого набора «хороших» моделей соблазн их постоянного использования в обучении неизмеримо возрастает. Это, в свою очередь, обуславливает две серии ключевых вопросов. Первые вопросы психологические: как это скажется на развитии пространственного мышления, оперативной памяти и воображения учащихся; вторые – методические: какие интерактивные демонстрации и как следует вводить в школьное обучение геометрии, чтобы они действительно обеспечивали более эффективное развитие ученика в качестве субъекта учебно-геометрической деятельности. Достоверных и обоснованных ответов на эти вопросы сегодня не существует. Ясно одно: методически непродуманное введение интерактивных демонстраций (как это было в случае введения в обучение математике калькуляторов) может привести к необратимым ошибкам.

6. Как и при традиционном построении чертежей, выбор средств и методов обучения обусловлен уровнем притязаний учащегося и индивидуальными особенностями его пространственного мышления. Добавим лишь, что к применению различных мультимедийных демонстраций следует подходить еще более дифференцированно, чем при использовании традиционной наглядности.

Внешнее опосредствование внутреннего плана деятельности в форме чертежа, рисунка, модели или схемы широко представлено в различных видах

человеческой практики. Оно является существенной основой продуктивной деятельности конструкторов и инженеров, архитекторов и строителей, дизайнеров и модельеров и т. д. Не вызывает сомнения, что развитие способности к такому опосредствованию происходит в период школьного обучения.

В любом геометрическом понятии и факте наглядная модель, ее изображение и вербальное описание наиболее естественным и явно видимым образом сливаются в единое целое. Поэтому именно геометрия может и должна стать той дисциплиной, при изучении которой столь же естественно формируются когнитивные сети, составленные из внешних и внутренних элементов и репрезентаций, т. е. происходит явно видимое ученику становление универсальных диалоговых взаимодействий внешнего и внутреннего планов деятельности. Сказанное еще раз подчеркивает уникальность школьной геометрии как учебного предмета и таящийся в ее изучении развивающий потенциал. Отсюда также следует, что при обучении геометрии должно уделяться гораздо больше внимания работе с чертежами, чем это делается традиционно.

Литература

1. Бескин Н. М. Методика геометрии: учеб. для пед. ин-тов. М.; Л.: Учпедгиз, 1947. 276 с.
2. Веккер А. М. Психика и реальность: единая теория психических процессов. М.: Смысл; Per Se, 2000. 685 с.
3. Гальперин П. Я. Психология как объективная наука. М.: Ин-т практической психологии; Воронеж: НПО «МОДЭК», 1998. 480 с.
4. «Искусственный интеллект» и психология / отв. ред. О. К. Тихомиров. М.: Наука, 1976. 343 с.
5. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. 2-е изд. М.: Политиздат, 1977. 304 с.
6. Миллер Д., Галантер Ю., Прибрам К. Планы и структура поведения. М.: Прогресс, 1965.
7. Терегулов Ф. Ш., Штейнберг В. Э. Образование третьего тысячелетия: от мифологии – через кризис педагогики – к технологии // Школьные технологии. 1998. № 3, ч. 1. 48 с.
8. Хакен Г., Португали Дж. Синергетика, межуровневые нейронные сети и когнитивные карты // Синергетика и психология: тексты. Вып. 3: Когнитивные процессы / под ред. В. И. Аршинова, И. Н. Трофимовой, В. М. Шендяпина. М.: Когито-Центр, 2004. С. 129–154.
9. Якиманская И. С. Как развивать учащихся на уроках математике: учеб.-метод. пособие. М., 1996. 107 с.
10. Якиманская И. С. Психологические основы математического образования: учеб. пособие для студентов пед. вузов. М.: Академия, 2004. 320 с.