ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ

М. И. Рагулина

ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАДИГМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ

В статье анализируются тенденции изменения содержания математической деятельности под влиянием информационно-коммуникационных технологий. Рассматриваются направления развития содержания математического образования, связанные с усилением роли компьютерных математических систем.

The author analyzes the trends of changes in mathematical activity content caused by the increasing influence of information and communication technologies. The author also concentrates on the courses of mathematical education content possible development guided by the idea that computerized mathematical systems play more and more important role nowadays.

Процессы информатизации в различных сферах человеческой деятельности оказывают заметное влияние на характер и содержание самой деятельности. По мнению академика М. П. Лапчика, «здесь мы сталкиваемся с достаточно общезначимой для практической деятельности и, следовательно, для сферы образования проблемой, которая по большому счету связана с изменением парадигмы предметной деятельности в информационном обществе, что является отражением объективного процесса современного развития науки и практики в условиях бурной экспансии информационно-коммуникационных технологий» [4, с. 96]. В наиболее очевидной форме это относится к математике, к математической деятельности.

В структуре общего школьного и большинства направлений профессионального образования математика является одним из важнейших предметов. Характерное для нашего времени использование информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) в педагогической деятельности открывает для школьных учителей и вузовских преподавателей математики уникальные возможности активизации процессов познания, индивидуальной и коллективной когнитивной деятельности обучающихся. Но компьютерные технологии в обучении математике могут использоваться не только как средства автоматизации обучения и контроля знаний, но и как инструмент для реализации новых дидактических подходов к актуализации исследовательской математической деятельности, расширяющих мировоззрение и развивающих полезные практические навыки школьника и студента на основе включения в предметную математическую деятельность средств и методов ИКТ. Речь идет о тех преобразованиях в системе обучения математике в условиях перехода к информационному обществу, которые связаны с изменениями в самом *содержании* математической деятельности. Этот процесс, с одной стороны, диктуется необходимостью приближения курса математики к современному уровню математической науки, а с другой – потребностью включения в него элементов приложений математики, отвечающих запросам современной практики.

Как отмечал академик А. П. Ершов, «компьютеризация является и средством, и выражением экспансии математического знания, и этот общемировой процесс не может оставаться незамеченным самой математикой» [1]. При этом компьютеризация обогащает как методы обучения, так и содержание математического образования. В выступлении на VI Международном конгрессе по математическому образованию А. П. Ершов выделил следующие аспекты этого воздействия: резкое расширение математической практики, изменение номенклатуры математических знаний, системная роль математической теории, вычислительный эксперимент с математической моделью, визуализация абстракций, динамизация математических объектов, становление структуры из хаоса, воспитание базовых способностей и умений, пробуждение первичного интереса [2].

В многочисленных прикладных областях компьютер продемонстрировал возможность автоматизировать различные формы деятельности человека, в том числе ранее не автоматизировавшиеся формы интеллектуальной деятельности. Еще в 70-е гг. XX в. Л. Д. Кудрявцев писал, что в развитии математики особую роль стала играть ее непосредственная взаимосвязь с так называемой машинной математикой, которая способствует эффективному использованию методов математики в науке, технике и экономике (имеются в виду такие методы, как формализация, аналогия, моделирование). Так, по словам С. А. Яновской, «лицо современной, прежде всего машинной, математики все более и более определяется именно тем, что в связи с развитием философских и логических оснований математики, а также логической теории математического доказательства было уточнено понятие алгорифма (и эквивалентное ему понятие рекурсивной, или вычислимой, функции)» [8, с. 248]. Вместе с тем, по мнению Л. Д. Кудрявцева, имеет место и обратное влияние машинной математики на теоретическую математику, которое идет по двум направлениям:

1) машинная математика помогает теоретической математике быстро и с любой, наперед заданной, степенью точности находить ответы к задачам, решение которых средствами последней практически невозможно, а разработка любых приближенных методов основывается на данных теоретической математики и, в свою очередь, способствует ее дальнейшему развитию;

2) решение теоретических проблем машинной математики и задач усовершенствования ЭВМ служит существенным фактором развития математи-

ческих дисциплин, к числу которых относятся математическая логика, теория алгоритмов, теория автоматов, теория информации, теория массового обслуживания, теория игр, программирование [3].

С ростом мощности и доступности компьютеров все большую роль в работе математиков стал играть вычислительный эксперимент. На основе результатов компьютерной обработки огромных массивов данных математики появилась возможность выдвигать гипотезы. Работа над образом, а не над самим объектом исследования позволяет безболезненно и без особых затрат выявить свойства объекта в разнообразных ситуациях, на этой основе получить исчерпывающую информацию об объекте, которую невозможно извлечь иными методами. Как указывал Л. Д. Кудрявцев, правильно и удачно поставленный на компьютере «численный эксперимент» может привести к возникновению плодотворных гипотез, изучение которых позволит понять сущность изучаемого явления и в конце концов создать нужную теорию [3]. Кроме того, нельзя не учитывать важность визуализации вычислений для обучения и научных исследований. Умение проводить анализ в графической и аналитической формах – это путь не только в науку, но и в современную жизнь.

Сейчас инструментарий компьютерной математики составляют мощные математические системы, получающие все более широкое применение в математической деятельности: Derive, MathCAD, Maple, MatLab, Mathematica и др. Применительно к сфере профессионального образования это явление не в последнюю очередь захватывает подготовку специалистов, значимую роль в которой выполняет математика. В их числе и педагоги физико-математического направления, т. е. учителя, бакалавры и магистры профилей «математика», «информатика», «физика».

Процесс проникновения компьютерных технологий в содержание обучения математике затрагивает и школьное образование. В современных условиях этот процесс начинает рассматриваться как результат неизбежного, хотя и постепенного, но все более решительного проявления тенденции к включению в базовое содержание математического образования учащихся сведений из новых пограничных областей информатико-математического знания: информатической математики и математической информатики [5]. Понимание уникальных вариативных возможностей *различных* средств и методов информатики для реализации *различных* способов решения и *различных* форм получения результатов при решении математических задач (методы точные и приближенные, результаты символьные (аналитические), численные, графические) становится последствием естественной эволюции традиционной математической культуры школьника (а следовательно, и прежде всего учителя). Подтверждением этому тезису служит тот факт, что в стандарты высшего педагогического образования второго поколения по специальности «Математика» с 2005 г.

введен новый предмет «Информационные технологии в математике» в качестве обязательной дисциплины предметной подготовки учителя математики (федеральный компонент, блок общематематических и естественнонаучных дисциплин), издано соответствующее учебное пособие [7]. В связи с разработкой и применением математических систем аналитических вычислений возникло новое понятие – «компьютерная алгебра» (учебная дисциплина «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» входит в блок дисциплин предметной подготовки ГОС ВПО–2005, специальность 030100 «Информатика»). Как отмечает Д. Ш. Матрос, основная цель компьютерной алгебры – «изучение алгоритмов аналитических преобразований с точки зрения их эффективной реализации на компьютере. В связи с разрастанием промежуточных результатов главная задача компьютерной алгебры – оценка сложности аналитических выражений и длительности аналитических преобразований» [6, с. 37].

Наилучший результат достигается при проведении занятий по математике в компьютерном классе, оборудованном ставшими уже традиционными мультимедийными средствами (проектор, интерактивная доска и т. п.), что позволяет в полной мере использовать инструментальные технологии. Поводом для обращения к компьютерным математическим системам может послужить возникающая иногда слишком сложная графическая интерпретация задачи, что не позволяет сопровождать решение графическими иллюстрациями. Новые возможности построения методики решения подобных задач в условиях применения математических систем покажем на примере.

Пусть требуется найти все решения уравнения $2\sin\left(x+\frac{7\pi}{25}\right)\times\sin\left(3x+\frac{18\pi}{25}\right)=\cos 4x+2^{\cos\frac{2\pi}{3}}$, принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{10}; \frac{4\pi}{5}]$.

После преобразования уравнения к виду $f(x) = 0$ предлагается посмотреть, как ведет себя функция $f(x)=2\sin\left(x+\frac{7\pi}{25}\right)\cdot\sin\left(3x+\frac{18\pi}{25}\right)-\cos 4x-2^{\cos\frac{2\pi}{3}}$ на заданном интервале, т. е. обратиться к графическому методу решения уравнений. С целью достижения наибольшей наглядности график строится в математической системе MathCad (рис. 1).

Активизировав левой клавишей мыши в графическом окне опцию Trace (трассировка), вызываем интерактивное окно X–Y Trace, после чего автоматически курсор приобретает вид пунктирных перпендикулярных линий, и теперь достаточно навести его на любую точку графика, чтобы отобразились ее координаты. Это позволяет с помощью курсора еще до получения решения «увидеть» приближенное значение корней исходного уравнения как абсцисс точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью OX, например, $-0,2788$ и $2,0609$ (на рис. 2 показано отображение значения второго корня).

$$f(x) := 2\cdot\sin\left(x+\frac{7\cdot\pi}{25}\right)\cdot\sin\left(3\cdot x+\frac{18\cdot\pi}{25}\right)-\cos(4\cdot x)-2^{\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right)}$$

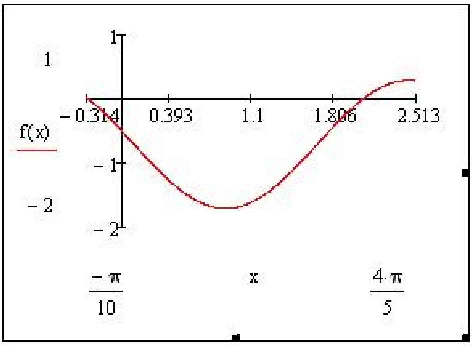

Рис. 1. Построение графика функции в MathCad[1]

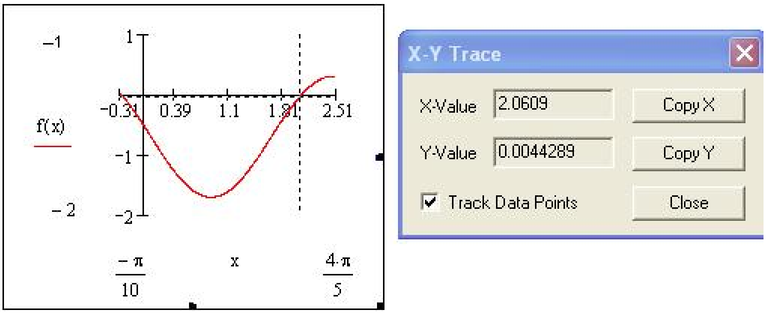

Рис. 2. Графическое решение уравнения в MathCad

Теперь найдем численные значения корней: воспользуемся блоком Given-Find, предварительно указав точки начального приближения – они должны быть расположены достаточно близко к предполагаемому корню (рис. 3).

Итак, в указанный в условии задачи промежуток попадают только значения x_0 = – 0,298 и x_1 = 2,058, что подтверждает ранее полученные приближенные результаты графического решения.

В данном случае применение компьютера позволило избежать сложных математических выкладок и преобразований, что бывает полезно, если речь идет об исследовании поведения некоторого объекта, математической моделью которого является достаточно сложное уравнение. Таким образом, параллельно с информационно-технологическим аспектом деятельности, позволяющим визуализировать и ускорить рутинный вычислительный процесс,

[1] Все знаки и записи в рисунках статьи соответствуют синтаксису MathCad.

а также посредством актуализации главного алгоритма решения достигается обобщение и закрепление полученных ранее и приобретение новых знаний и навыков. Важно также, что применение математической системы позволило охватить задачу в целом, не останавливаясь на деталях (тем более что на каких-то промежуточных шагах могли допускаться вычислительные ошибки, закрывающие суть основной идеи решения).

1) $x := -0.5$

Given

$$2\cdot\sin\left(x+\frac{7\cdot\pi}{25}\right)\cdot\sin\left(3\cdot x+\frac{18\cdot\pi}{25}\right) = \cos(4\cdot x) + 2^{\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right)}$$

$xo := \mathrm{find}(x)$

$xo = -0.298451$

2) $x := 1.8$

Given

$$2\cdot\sin\left(x+\frac{7\cdot\pi}{25}\right)\cdot\sin\left(3\cdot x+\frac{18\cdot\pi}{25}\right) = \cos(4\cdot x) + 2^{\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right)}$$

$x1 := \mathrm{Find}(x)$

$x1 = 2.057743$

Рис. 3. Численное решение уравнения в MathCad

Особенно сильный эффект достигается при совмещении многофункционального потенциала математических систем, презентационных возможностей компьютерных технологий и использования информационного ресурса Интернет.

В завершение укажем на целый ряд совершенно очевидных дидактических приемов, в реализации которых возможно и целесообразно применение математических систем в целях актуализации исследовательской деятельности обучаемых:

- демонстрация математических объектов (например, средствами графической визуализации) для углубления понимания и развития пространственного мышления;
- проверка решения, полученного обычным способом, и его графическая иллюстрация; одновременно показ различных (численных, аналитических или графических) способов решения;

• проведение дополнительного исследования по решению, полученному традиционным путем (развитие исследовательско-эвристических навыков и интуиции);

• построение алгоритма действий (на основе самостоятельного ознакомления с новыми функциями математической системы) и реализация этого алгоритма (формирование и развитие алгоритмического мышления);

• создание методом демонстрации проблемной ситуации, а потом поиск способа решения (эмпирическая эвристика, когнитивность и рефлексия);

• коллективное решение большой практической задачи на основе создаваемой математической модели, реализуемой с помощью системы (задача-практикум в форме протяженного домашнего задания).

Как уже было отмечено, привлечение математических систем возможно и целесообразно в школьном образовании – как в базовом школьном курсе математики, так и в системе курсов профильной школы, где для этого могут использоваться элективные курсы, направленные на более глубокое освоение возможностей математических систем. При этом следует исходить из того, что компьютерные математические системы – не самоцель, в основе все равно сначала лежит математика, а уже потом технология – как вспомогательный, расширяющий и развивающий мировоззрение и компетенции элемент. Тем самым исключается фактор замещения процесса развития математического мышления на формальное применение компьютерных инструментов. Внедрять компьютерные математические системы в отечественный режим обучения нужно таким образом, чтобы сохранить в нем все лучшее и вместе с тем вооружить учителя и школьника новой технологией, дать учителю новую методику, которая позволит повысить качество и эффективность обучения.

Программные средства компьютерной математики эффективны для организации самостоятельной работы учащихся и студентов, проведения практических занятий, подготовки демонстрационных материалов к занятиям, реализации эвристического и исследовательского типов обучения, способствуют положительной мотивации к выполнению заданий с использованием компьютера. Современные тенденции таковы, что компьютерные технологии становятся регулярной, обязательной частью математического образования. Поэтому по мере углубления знаний и практических навыков работы с системами «плотность» их применения может возрастать. Следует ожидать, что реализация компетентностного подхода приведет к тому, что традиционная методика обучения математике в сфере общего и профессионального образования во все большей степени будет опираться на ознакомление обучаемых с методами применения математических систем на регулярной основе – как частью обязательного образования. Такое расширение роли инструментария математики и информатики в содержании математического образования может стать эффективным способом воплощения деятельностного подхода к обучению, расширения понимания роли математики как средства решения реальных практических задач.

Литература

1. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование // Математика в школе. – 1989. – № 1. – С. 14–31.

2. Ершов А. П. Избранные труды. – Новосибирск: ВО «Наука». Сиб. издат. фирма, 1994. – 416 с.

3. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977. – 112 с.

4. Лапчик М. П. ИКТ-компетентность педагогических кадров. Моногр. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2007. – 144 с.

5. Лапчик М. П. Информатическая математика или математическая информатика? // Информатика и образование. – 2008. – № 7. – С. 3–7.

6. Матрос Д. Ш., Поднебесова Г. Б. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: Учеб. пособие для студ. пед. вузов. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 240 с.

7. Рагулина М. И. Информационные технологии в математике: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Под ред. М. П. Лапчика. – М.: Изд. центр «Академия», 2008. – 304 с.

8. Яновская С. А. Методологические проблемы науки / Под общ. ред. И. Г. Башмаковой, Д. П. Горского, В. А. Успенского. – М.: КомКнига, 2006. – 288 с.