

# ДИСКУССИИ

Н. Б. Новиков

## НА СТЫКЕ МЕЖДУ ПСИХОЛОГИЕЙ И ДРУГИМИ НАУКАМИ

В статье показана продуктивность синергетического подхода к исследованию познавательных процессов. Обсуждается возможность интерпретации метафорического мышления, связанного с генерированием аналогий, на основе идей, заложенных в уравнении Вольтерра, продемонстрирована полезность использования уравнения диффузии Колмогорова для описания процесса оформления мыслей в вербальную форму, а также процесса распространения научных парадигм. Приводятся аргументы в пользу того, что распределение истинных и ошибочных результатов индукции должно подчиняться закону Парето-Ципфа-Уиллиса, то есть не-гауссовому закону распределения вероятностей. Степень истинности самой индукции определяется как логарифм вероятности, что открывает перспективу для применения формулы Больцмана-Шеннона в теории индуктивного мышления. Обнаружена аналогия между принципом Пригожина об открытости диссипативных структур и теоремой Геделя о неполноте, которую можно рассматривать как требование открытости для любых алгоритмов.

Production of synergistic method for investigation of cognitive processes was described in the article. Possibility of allegorical thinking version was discussed. It connects with generation of analogy on basis of ideas being layed in Voltairre's equation. Utility from use of Kolmogorov's equations diffusion for description of mounting conceptions process in verbal form and process of dissemination of scientific paradigms were demonstrated. There are arguments in favour of distribution of veritable and mistaken induction results should submit to Pareto-Cyrf-Willis's law i.e. non-Gaussian's law of probabilities distribution. Truth degree of induction is determined by way logarithm of probability. It offers the challenge for adaptation of Boltzman – Shannon's formula in theory of inductive thinking. Analogy between Prigojin's principle about openness of dissipative structure and Gödel's theorem about imperfection considering like demand of openness for every algorithm was detected.

Известно, что одной из базовых процедур творческого мышления является аналогия. Любые креативные продукты возникают в результате рекомбинации известных идей через новые связи и отношения. Опираясь на аналогию (сходство), креативное мышление способно наводить мосты между весьма отдаленными идеями. Эта особенность креативного мышления является центральной и перекрывает специфику отдельных областей творческой деятельности. По справедливому замечанию Ж. Ф. Ришара, использование аналогий является постоянным способом поведения человека в том случае, когда он оказывается в новой области (Ж. Ф. Ришар, 1998). Одной из основ нашей способности к постоянному генерированию аналогий является автоассоциативная природа нашей памяти. Установлено, что по-настоящему беспорядочных мыслей вообще не существует. Воспоминания всплывают в памяти путем ассоциирования. Благодаря этому человеческий мозг способен воспро-

известить полную последовательность каких-либо сведений на основе неполной или искаженной входной информации. Последнее касается как пространственных, так и временных сигналов. Таким образом, новая кора нашего мозга (неокортекс), выполняющая наиболее важные когнитивные функции, – это сложная биологическая автоассоциативная система. В каждый момент времени каждая функциональная зона этой системы зорко бдит, не появились ли на входе знакомые элементы или их фрагменты. Визуальный сигнал – появление знакомого – заставляет мозг включиться в процесс вспоминания других сигналов, ассоциируемых с ним (Хокинс, 2007).

#### **Использование уравнения В. Вольтерра для описания аналогии.**

Интересно поставить вопрос о возможности математического моделирования процедуры аналогии, то есть о математическом описании стратегии выявления связи между разными идеями. Анализ работ, посвященных математическому моделированию химических, биологических, экономических и экологических явлений и процессов, показывает, что одним из распространенных способов подобного моделирования является использование дифференциальных уравнений В. Вольтерра. Этот выдающийся математик, внесший весомый вклад в развитие функционального анализа, разработал модель, математически описывающую взаимоотношения разных видов, то есть изменение динамики численности хищника и жертвы. Seriously вопросами динамики популяций В. Вольтерра стал интересоваться с 1925 г. после бесед с молодым зоологом Умберто Де Анкона. Де Анкона, изучая статистику рыбных рынков на Адриатике, установил любопытный факт: когда в годы первой мировой войны (и сразу вслед за ней) интенсивность промысла резко сократилась, то в улове увеличилась относительная доля хищных рыб. Вольтерра хорошо знал, что в статистической физике интенсивность взаимодействия молекул пропорциональна вероятности их встречи, которая, в свою очередь, зависит от количества молекул (произведения концентраций). Вольтерра по аналогии предположил, что и в биологии интенсивность взаимодействия двух популяций, между которыми существуют отношения хищника и жертвы, будет пропорциональна вероятности их встречи (вероятности их столкновения). Это и некоторые другие предположения позволили построить математическую теорию взаимодействия популяций одного трофического уровня (конкуренция) или разных трофических уровней (хищник – жертва). Системы, изученные Вольтерра, состоят из нескольких биологических видов и запаса пищи, который используют некоторые из рассматриваемых видов (Ризниченко, 1999). Результаты, полученные Вольтерра, позволяют описывать сложные живые системы при помощи систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в правых частях которых имеются суммы линейных и билинейных членов. Как известно, такими уравнениями описываются и системы химических реакций. Действительно, согласно гипотезам Вольтерра, скорость процесса отмирания ка-

жного вида пропорциональна численности вида. В химической кинетике это соответствует мономолекулярной реакции распада некоторого вещества, а в математической модели – отрицательным линейным членам в правых частях уравнений. Математические уравнения, предложенные Вольтера для описания конкурентных отношений хищника и жертвы, изложены им в работе «Математическая теория борьбы за существование» (1931). Согласно модели Вольтерра, если имеется два совершенно одинаковых вида с одинаковой скоростью размножения, которые являются антагонистами (то есть при встрече они угнетают друг друга), то их взаимодействие может быть описано следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy,$$

$$\frac{dy}{dt} = ay - bxy.$$

В данном случае симметричное состояние сосуществования обоих видов является неустойчивым, один из взаимодействующих видов обязательно вымрет, а другой размножится до бесконечности. Эта модель работает при рассмотрении конкурентных взаимодействий любой природы: биохимических соединений, конкурирующих клеток, особей, популяций. Ее модификации применяются для описания конкуренции в экономике. Внимательное рассмотрение теоретических посылок, из которых исходил Вольтерра, приводит к заключению о возможности распространить подход Вольтерра в область психологии, а именно использовать его для описания процедуры аналогии. Речь идет о переносе не всех результатов исследования известного математика, а именно идеи о зависимости интенсивности взаимодействия популяций от вероятности их встречи, которая, в свою очередь, определяется численностью этих популяций. Для нас важен именно аспект интерпретации взаимодействия популяций как вероятности встреч, поскольку аналогию можно трактовать тоже как взаимодействие идей, обусловленное вероятностью их встречи в голове ученого, решающего ту или иную проблему. Впервые трактовку творческого мышления как результата встречи разных идей в голове исследователя предложил Ж. Адамар. В книге «Исследование психологии процесса изобретения в области математики», он, анализируя способность интеллекта связывать разнородные факты, пишет: «Поступая таким образом, мозг имеет то преимущество, что количество счастливых встреч между этими идеями будет сравнительно высоко по отношению к количеству встреч с бесплодными идеями; но можно опасаться того, что эти встречи будут недостаточно различны между собой» (Адамар, 1970, с. 47). При этом Адамар поясняет свою точку зрения: «...те редкие встречи, которые окажутся полезными, будут исключительной природы, и поскольку они происходят между идеями, которые

кажутся очень далекими друг от друга, они могут оказаться наиболее ценными» (там же, с. 48). Таким образом, при переносе уравнений Вольтерра в область психологии мышления мы получаем формулу, согласно которой интенсивность метафорического мышления, связанного с конструированием продуктивных аналогий, пропорциональна вероятности встречи в голове ученого двух идей, между которыми существует связь. В свою очередь, эта вероятность определяется количеством междисциплинарных (относящихся к разным научным дисциплинам) идей, которые находятся в распоряжении исследователя. Чем больше таких идей и чем дальше они отстоят друг от друга, тем выше вероятность их встречи и последующего синтеза ценных аналогий.

**Перенос уравнения А. Н. Колмогорова в нейрофизиологию.** Помимо уравнения Вольтерра, специалисты в области популяционной биологии широко применяют уравнение Колмогорова, которое является аналогом известного из физики уравнения Фоккера-Планка и которое описывает процесс распространения нового биологического вида в пространстве биосферы. Уравнение Фоккера-Планка представляет собой математическое описание процесса диффузии. А. Н. Колмогоров предположил, что новый вид распространяется в биологическом пространстве подобно тому, как распространяется путем диффузии вещество в той или иной среде. Здесь интересно отметить, что известный физик Я. Б. Зельдович по аналогии экстраполировал уравнение Колмогорова в область теории горения и таким образом вывел уравнение распространения пламени. Впервые уравнение Колмогорова появилось в статье «Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме» (1937), которая была написана А. Н. Колмогоровым совместно с И. Г. Петровским и Н. С. Пискуновым. Гораздо позже, подводя итоги своей многолетней деятельности в области математики, А. Н. Колмогоров отмечал, что вывел данное уравнение не просто как уравнение диффузии, перенесенное в теоретическую биологию, а как уравнение распространения пламени, примененное для моделирования процесса экспансии доминирующего биологического вида. В. М. Тихомиров в статье «Вопросы естествознания в творчестве А. Н. Колмогорова», опубликованной в сборнике «Вопросы истории естествознания и техники» (2003, № 3), объясняет путь выдающегося математика к открытию данного уравнения: «Колмогоров говорил при этом, что наглядным физическим процессом для описания биологической модели послужило распространение пламени в бикфордовом шнуре. «Я же видел, как горит бикфордов шнур!» – говорил Андрей Николаевич и, отправляясь от этого зрительного впечатления, он придумал дифференциальное уравнение, решение которого распространяется, сохраняя форму с постоянной скоростью». Об этой же аналогии А. Н. Колмогорова пишет Г. Ю. Ризниченко в книге «Математическое моделирование»: «Стремление к росту и размножению ведет к распространению в пространстве, занятию

нового ареала, экспансии живых организмов. Жизнь распространяется так же, как пламя по степи во время степного пожара. Эта метафора отражает тот факт, что пожар (в одномерном случае – распространение пламени по бикфордову шнуру) описывается с помощью той же базовой модели, что и распространение вида. Знаменитая в теории горения модель ПКП (Петровского – Колмогорова – Пискунова) впервые была предложена ими в 1937 г. именно в биологической постановке как модель распространения доминирующего вида в пространстве. Все три автора этой работы являются крупнейшими российскими математиками» (Г. Ю. Ризниченко, 1999). А. Н. Колмогоров с соавторами рассматривал постановку задачи о распространении вида в активной – богатой энергией (пищей) среде следующим образом. Пусть в любой точке прямой  $r > 0$  размножение вида описывается функцией  $f(x) = x(1-x)$ . В начальный момент времени вся область слева от нуля занята видом  $x$ , концентрация которого близка к единице. Справа от нуля – пустая территория. В момент времени  $t = 0$  вид начинает распространяться (диффундировать) вправо с константой диффузии  $D$ . Процесс описывается уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \frac{Dd^2x}{dr^2}.$$

Имеются ли в психологии или в смежных науках явления, которые можно было бы попытаться моделировать с помощью уравнения Колмогорова, описывающего процесс распространения доминирующего вида в пространстве биосферы? Мы считаем, что такие явления действительно имеются, причем в областях, к которым изначально уравнение Колмогорова не имеет никакого отношения. Первой областью, в которой можно применить известную математическую модель, является нейрофизиология, а именно процесс распространения нервного импульса. В настоящее время в качестве адекватной модели описания распространения нервного импульса по нервному волокну признается модель лауреата Нобелевской премии по физиологии и медицине А. Л. Ходжкина, разработанная им совместно с В. А. Раштоном (1946). Эти авторы тщательно проанализировали математические уравнения, описывающие движение тока в телеграфном кабеле и полученные впервые Л. Кельвином и О. Хевисайдом. В результате проведенного анализа Ходжкин и Раштон пришли к выводу о применимости данных уравнений для описания распространения нервного импульса в нервных волокнах. Исследование тока в кабеле было начато лордом Кельвином применительно к трансатлантической телеграфной связи и усовершенствовано Оливером Хевисайдом. В конце XIX в. Хевисайд впервые учел значимость утечки тока через изоляционную оболочку, эквивалентную клеточной мембране, а также внес множество важных дополнений в кабельную теорию, в том числе определил понятие импеданса. Именно после этого кабельная теория была впервые использована для нервных во-

локон Ходжкиным и Раштоном, которые экспериментально измерили распространение потенциала действия в аксоне омара с помощью внеклеточных электродов. При всей эффективности использования уравнений Ходжкина-Раштона в задаче распространения нервного импульса можно с не меньшим успехом использовать в той же задаче уравнение Колмогорова. Эта возможность определяется тем, что механизм передачи нервного сигнала в нервных тканях имеет много общего с процессом распространения пламени. Впервые об этом сходстве сообщил физиолог Л. Герман. А наш отечественный ученый, первооткрыватель феномена центрального торможения в мозге, И. М. Сеченов смело отождествил возбуждение нервной ткани с явлением химического взрыва. А. Т. Филиппов в книге «Многоликий солитон» пишет о Германе: «В 1879 г. ученик Дюбуа-Реймана немецкий физиолог Лудимар Герман очень близко подошел к современным представлениям о математическом описании нервного импульса. Он уподобил его распространение горению бикфордова шнура. Для заданного шнура скорость и форма бегущей по нему уединенной волны горения, очевидно, постоянны... Позднее Герман предложил более реальную модель, уподобив нерв телефонному кабелю, в котором, однако, волны должны взаимодействовать нелинейно» (Филиппов, 1990, с. 59). Что касается аналогии И. М. Сеченова, то упоминание о ней содержится в книге Н. А. Бернштейна «Современные искания в физиологии нервного процесса», в которой он пишет: «Стоит вспомнить, что еще Сеченов говорил об аналогии возбуждения со взрывом. Если перед нами взрывное разложение какого-то вещества, то рефрактерная фаза аналогична фазе перезарядки пулемета между двумя выстрелами» (Бернштейн, 2003, с. 16). Определенной подсказкой для применения уравнения Колмогорова при описании движения нервных сигналов служат рассуждения Альвина Скотта. В своей работе «Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике» (1977) он отмечает, что если оглянуться назад, то окажется, что математики упустили прекрасную возможность получить важные научные результаты только потому, что игнорировали изучение нелинейного уравнения диффузии. В частности, ученые не сумели своевременно изучить нелинейное уравнение Колмогорова – Петровского – Пискунова, в котором было показано, что любое начальное возмущение в виде перепада стремится к одному и тому же уединенному стационарному решению типа бегущей волны. С точки зрения А. Скотта, это не может быть объяснено слабостью их техники перед лицом огромных математических трудностей. Препятствие, вероятно, заключалось в том, что математики автоматически перенесли вывод о неволновом поведении решений волнового дифференциального уравнения на нелинейный случай. Чтобы иметь наглядный пример нелинейной диффузии, достаточно взять обыкновенную свечу, веками освещавшую рабочие столы ученых. Диффузия тепла от пламени

освобождает от воска все новые участки фитиля, которые, в свою очередь, загораются и служат новыми источниками тепла.

**Применение уравнения А. Н. Колмогорова в психолингвистике.**

Другой областью, в которой возможно применение уравнения Колмогорова, является, на наш взгляд, психолингвистика, а именно процессы возникновения вербальных ассоциаций и перехода мысли в словесную форму. По мнению многих психолингвистов, совокупность множества межсловесных связей, хранящихся в нашей памяти, представляет собой огромную вербальную сеть (паутину), в которой поиск подходящих (адекватных) слов для обозначения возникшей мысли осуществляется по типу диффузной активации. Другими словами, этот поиск напоминает процесс диффузии, некое блуждание по путям вербальной сети. Существует довольно большая литература и, соответственно, история экспериментального изучения межсловесных связей. Часть исследований проведена с использованием объективных экспериментальных приемов, другая – при изучении вербальных ассоциаций. Показано существование разного рода связей: более сильных между семантически близкими словами (синонимами, антонимами, гомофонами) и меньшей силы (вплоть до отсутствия влияния) при семантических различиях слов. Обнаруживается, что на пространстве вербальной сети складываются зоны сгущения и разрежения, своего рода семантические поля, объединяющие семантически связанные слова. Связи слова в сети не ограничиваются бинарными или даже множественными ассоциациями. Слова языка (и, соответственно, логогены) при накоплении языкового опыта классифицируются и образуют в вербальной сфере классы, сформированные по разным основаниям: логическому (например, окружающие объекты классифицируются на живые и неживые), практическому опыту (предметы, относящиеся к одежде, обуви, домашним принадлежностям), языковые (существительные, глаголы, определения), по эмоциональному (любимый – нелюбимый, веселый – печальный), мнемоническому (речка – купанье). Круг явлений, связанных по мнемическому основанию, может быть неограниченно широк. В него входят словесные связи, соответствующие пережитым ситуациям, заученные на память тексты, разного рода словесные клише (Т. Н. Ушакова, 2006). По мнению Т. Н. Ушаковой, те взаимоотношения понятий, которые обнаруживаются в психосемантических экспериментах, также основаны на предшествующем опыте, закрепленном в структурах вербальной сети. Следы «актов сознания» и другие компоненты включаются и в семантическую структуру слов. Если следы «актов сознания» оказываются идентичными (общими) в ментальной структуре и в одном из логогенов семантического поля, произойдет суммация их активности. С повышением активности в одном из элементов логогена актуализируется целостная его структура, в том числе звучание и другие компоненты слова, адекватного текущему мыслительному процессу. Мысль, найдет, таким образом, возмож-

ность своего воплощения в слове. «Выделение логогена имени, – подчеркивает Т. Н. Ушакова, – вызывает активацию соответствующего поля в вербальной сети. В активное состояние приходят связанные с найденным именем слова и вербальные клише, парадигмальные структуры. На основе диффузной активации выделяются адекватные случаю глагольные и определительные словесные логогены. Поиск всего набора слов, подходящих для выражения актуальной, словесно еще не оформленной интенции, происходит как «блуждание» по путям вербальной сети» (Ушакова, 2006, с. 214). Ввиду того что переход мысли в словесную форму осуществляется как процесс диффузии в вербальной сети, как процесс блуждания в сложившейся системе межсловесных связей, а уравнение Колмогорова как раз предназначено для описания нелинейных процессов диффузии, мы предполагаем, что данное уравнение может быть приемлемой моделью изучаемого в психолингвистике процесса оформления мыслей в вербальную форму.

**Математическое моделирование процесса распространения научных парадигм.** Еще одной областью, которая может ассимилировать уравнение Колмогорова, является концепция возникновения научных парадигм, разработанная и изложенная Т. Куном в книге «Структура научных революций» (1962). Согласно Т. Куну, парадигма – это модель, отражающая определенную область реальности, которую разделяет группа ученых. Это освобождает их от необходимости всякий раз по ходу их основной работы начинать с основополагающих принципов и обосновывать каждую используемую ими концепцию. Парадигма указывает, какие проблемы являются наиболее важными, и дает уверенность в том, что проводимые ими скрупулезные исследования совершенно недоступны осмыслению без постоянного обращения к парадигме. Однако в какой-то момент возникают проблемы (аномалии), которые не поддаются разрешению в рамках признанной парадигмы. Первоначально эти аномалии существуют в качестве досадных противоречий, но со временем внимание исследователей все более сосредоточивается на них. Если противоречие по-прежнему не поддается объяснению, дисциплина постепенно оказывается в кризисном состоянии. В конце концов, кризис разрешается тем, что кто-либо из ученых выходит за рамки традиционной парадигмы и предлагает новое – более экономное и изящное – объяснение аномалии по сравнению с теми, которые выдвигались в рамках традиционной парадигмы. В результате возникает новая теория, которая начинает привлекать внимание большинства исследователей последующих поколений. Между новой и старой парадигмами разворачивается борьба, в которой выходит победителем та, которая предлагает более совершенную модель реальности. Постепенно старые конкурирующие школы прекращают свое существование. Кун доказывает, что, когда появляется аномалия, ввергающая научную дисциплину в кризис, ученые, стараясь ее объяснить и вместить



в рамки существующей парадигмы, всевозможными способами пытаются расширить и видоизменить эти рамки. Парадигмы отбрасываются нелегко. Однако даже власть парадигмы может оказаться недостаточной, чтобы совершенно жестко ориентировать исследования, и тогда аномалии могут выйти на первый план. По мнению Куна, основная ценность парадигмы состоит в том, что она объединяет в целое все схемы, существующие в рамках дисциплины и дает исследователям уверенность в социальной оправданности их дорогостоящих и кропотливых исследований.

Конкуренция между разными парадигмами вполне аналогична конкуренции разных биологических видов в процессе эволюции. А механизм отбора из большого числа концепций тех, которые лучше описывают реальность, вполне подобен естественному отбору, благодаря которому выживают наиболее приспособленные организмы. Наконец, процесс распространения новой парадигмы в научной среде (в пространстве ноосферы) имеет много общего с процессом распространения доминирующего биологического вида в пространстве биосферы. На этом основании мы предполагаем, что уравнение Колмогорова, моделирующее механизм экспансии доминирующего вида, вполне пригодно для моделирования другого механизма – процесса экспансии доминирующей научной парадигмы.

Примечательно, что еще К. Поппер и Д. Кэмпбелл установили аналогию между эволюцией научного познания и эволюцией биологических видов. В книге «Эволюционная эпистемология и логика социальных наук» Д. Кэмпбелл пишет: «Эволюционная эпистемология должна, по меньшей мере, учитывать статус человека как продукта биологической и социальной эволюции и быть совместимой с этим статусом. В предлагаемом очерке доказываем также, что эволюция – даже в ее биологических аспектах – есть процесс познания и что парадигма естественного отбора как модель прироста такого знания может быть распространена и на другие виды эпистемической (познавательной) деятельности, такие как обучение, мышление и наука» (Кэмпбелл, 2000, с. 92). В той же книге сам Поппер отмечает: «Я часто говорил, что от амебы до Эйнштейна только один шаг. Оба работают методом проб и ошибок. Амеба должна ненавидеть ошибки, потому что она умрет, если ошибется. Но Эйнштейн знает, что мы можем учиться только на наших ошибках, и не жалеет сил, устраивая все новые проверки, чтобы обнаружить новые ошибки и устранить их из наших теорий» (там же, с. 209). С помощью анализа и сопоставления фактов нетрудно заметить, что процесс возникновения новых парадигм, определяющий прогресс научного знания, похож на эволюцию биологических видов не только в таких аспектах, как борьба за существование (конкуренция) и отбор наиболее совершенных вариантов. Имеется также существенное сходство и в других аспектах. Среди них большая роль фактора случая (случайное возникновение мутаций аналогично случайным открытиям

в науке), широкое использование метода проб и ошибок, миграционные процессы (дрейф генов напоминает миграцию ученых из одной области в другую) и т. д. Рассматривая связь творческой деятельности с ошибками и риском, А. И. Серебряный в статье «Научный метод и ошибки» (журнал «Природа», 1997, № 3) подчеркивает: «Чтобы делать открытия, большое число людей много лет учится в университетах. Затем они занимаются научной работой, цель которой – открытия. Если оценить вероятность успеха «неформального научного метода» как процент ученых, сделавших крупные открытия, то хорошо, если мы получим 1 %. Остальные 99 % – плата за этот 1 % («ошибки»). Занятие настоящей наукой, попытка решить действительно интересную задачу – всегда риск. Вероятность неудачи очень велика». «Если мы хотим точно определить научный метод, – говорит А. И. Серебряный, – то должны отказаться от требования малой вероятности ошибки (тем более, что непонятно, как оценить эту вероятность). Лучше иметь метод, хотя бы иногда выдающий верные гипотезы, чем не иметь никакого».

#### **Закон Парето-Ципфа-Уиллиса и распределение результатов индукции.**

Вероятностный механизм действия характерен не только для метода проб и ошибок, но и для индукции – базовой процедуры мышления, предполагающей движение мысли от общего к частному. В индукции истинность исходных посылок не гарантирует истинности финальных заключений, а дает лишь определенную вероятность этой истинности. Другими словами, причинно-следственная связь между исходными посылками и заключением в индукции является не однозначной (строго детерминированной), а стохастической. Это свойство индуктивного мышления отмечал автор трехтомного труда «Основания математики», оказавшего большое влияние на развитие математической логики, создатель аксиоматической теории множеств, математик и философ Б. Рассел. Он обнаружил, что индуктивные выводы, которые используются в различных областях научного знания, сообщают своим заключениям лишь определенную степень достоверности, но не саму достоверность, а следовательно, должны приниматься на веру. Вслед за философом Х. Рейхенбахом Рассел утверждал, что основные выводы науки в противоположность выводам логики и математики являются только вероятными. По мнению Рассела, вероятность индукции связана с тем, что в ней при истинных посылках и правильном построении вывода заключение только вероятно истинно. Ученые неоднократно пытались найти формулу, которая позволяла бы вычислять вероятность (степень достоверности) индуктивных выводов, но не достигли успеха. Рассел считал факт невычислимости вероятности индукции причиной той путаницы, которая сложилась в области исследования индуктивного мышления. В книге «Человеческое познание: его сфера и границы» он пишет: «Методы вывода, которые можно назвать в широком смысле слова «индуктивными», никогда не были удовлетворительно сформулированы, а если даже

и были вполне правильно сформулированы, то сообщают своим заключениям только вероятность...» (Рассел, 2000, с. 145). Несмотря на неудачи попыток математического описания сложных явлений и процессов, в том числе психологических, ученые сохраняют веру в возможность такого описания. В конечном счете, предпочтение отдается вероятностным методам математического исследования (моделирования). Так, например, известный отечественный математик, ученик А. Н. Колмогорова, В. В. Налимов предложил вероятностную модель языка. Он развивал и защищал эту модель, несмотря на жесткую критику в ее адрес. Вот что сам В. В. Налимов говорит о своих неординарных идеях в книге «Канатоходец»: «Следующий мой еретический шаг – обращение к построению вероятностной модели языка. Мне хотелось понять, почему мы, люди, понимаем друг друга, когда пользуемся языком, слова которого не имеют атомарных смыслов. Мне представлялось естественным воспользоваться здесь вероятностными представлениями. Но это вызвало явное раздражение у коллег. Казалось, что я стал заниматься чем-то недопустимым, научно недозванным» (Налимов, 1994). По свидетельству коллег В. В. Налимова, его размышления о вероятностной модели языка, о вероятностной теории смыслов и об эволюции науки и биосферы были столь необычны, что рассматривались как вызов. Все многообразие научных интересов В. В. Налимова объединял один стержень – использование математики для вероятностного описания внешнего мира, минуя жесткий детерминизм. Он считал, что естествоиспытатель, обращенный к вероятностно-статистическим методам, начинает мыслить иначе, чем это традиционно принято. Идея случайности приобретала для него познавательное значение.

Наше предположение состоит в том, что если индукция действительно имеет вероятностную природу, то должна существовать математическая формула, описывающая истинные и ошибочные результаты индукции. Эта формула должна быть аналогична статистическим формулам термодинамики и молекулярно-кинетической теории. Основной формулой молекулярно-кинетической теории является закон Максвелла о распределении молекул газа по скоростям. Однако возникает вопрос, откуда Максвелл взял этот закон? Оказывается, он заимствовал его из исследований Гаусса, который, разрабатывая метод определения орбит небесных тел по минимальному числу астрономических наблюдений, открыл математический закон распределения ошибок астрономических наблюдений. Следовательно, первоначально математический закон, лежащий в основе многих статистических явлений, был обнаружен в сфере человеческой деятельности, в сфере научных исследований, связанных с астрономическими наблюдениями. Нам известно, что научные исследования всегда включают особенности интеллектуальной деятельности человека. Коль скоро эта деятельность базируется на использовании индуктивных обобщений, можно допустить, что гауссовский закон распределения ошибок наб-

людений вполне применим для описания распределения истинных и ошибочных продуктов индукции как мыслительной стратегии. Будем считать это допущение первым приближением к математическому описанию распределения ученых по количеству истинных и ошибочных индуктивных обобщений.

Теперь перейдем к изложению второго приближения к решению той же задачи, которое, скорее всего, лучше отражает суть вещей. Есть данные, свидетельствующие о том, что распределение ученых по количеству правильных научных результатов является негауссовым распределением. Мы имеем в виду открытые в разное время законы-распределения Парето, Ципфа, Уиллиса (Виллиса) и Лотки. Эти распределения не относятся к категории гауссовых распределений. Внимательный анализ этих законов приводит к выводу о возможности по аналогии распространить их, точнее, распространить распределение, содержащееся в них, на индуктивные обобщения и таким образом получить распределение истинных и ошибочных результатов индукции. Это распределение, на наш взгляд, будет лучше соответствовать реальности, чем закон распределения ошибок Гаусса. Подобная экстраполяция (перенос) законов Парето – Ципфа – Уиллиса из тех областей, в которых они впервые были сформулированы, в область описания индукции как творческой стратегии, прольет свет на ряд вопросов, которые до последнего времени оставались без ответа. В частности, можно будет понять, что связь между статистическим характером индуктивных выводов и вероятностным характером закономерностей, действующих в других науках, заключается в том, что в разных областях действует один и тот же закон – закон негауссова распределения вероятностей.

Этот негауссов закон первоначально был открыт в экономике итальянским экономистом Вильфредо Парето (1897). Его открытие называли по-разному, в том числе принципом Парето, законом Парето, правилом 80/20, принципом наименьшего усилия, принципом дисбаланса (Р. Кох, 2004). Рассматривая распределение богатства и доходов в Англии XIX в., Парето выяснил, что большая часть доходов и материальных ценностей принадлежит меньшинству людей в исследованных группах. При этом он установил, что существует неизменное математическое соотношение между численностью группы людей (в процентах от общей численности рассматриваемого населения) и долей богатства или дохода, контролируемой этой группой. Другими словами, если известно, что 20 % населения владеют 80 % материальных ценностей, то можно с уверенностью сказать, что 10 % населения имеют приблизительно 65 % материальных ценностей, а 5 % населения – 50 %. Для Парето главным здесь были не цифры процентного соотношения, а тот факт, что распределение богатства среди населения предсказуемо несбалансированно. Другой находкой Парето было то, что данная схема дисбаланса оставалась неизменной для статистических данных, относящихся к различным периодам вре-

мени и различным странам. Данные по Англии за любой период ее истории или доступные Парето данные по другим странам за разные периоды времени неизменно демонстрировали, что обнаруженная им схема снова и снова повторяется, причем с математической точностью.

Чуть позже аналогичный закон был открыт Д. Ципфом (1949) в области языкознания. Будучи профессором филологии, Д. Ципф задался вопросом о характере распределения слов в любом тексте. Собрав огромный статистический материал, он заметил, что распределение слов естественного языка подчиняется одному простому закону, который можно сформулировать следующим образом. Если к какому-либо достаточно большому тексту составить список всех встретившихся в нем слов, затем расположить эти слова в порядке убывания частоты их встречаемости в данном тексте и пронумеровать в порядке от 1 (порядковый номер наиболее часто встречающегося слова) до  $R$ , то для любого слова произведение его порядкового номера (ранга) в таком списке и частоты его встречаемости в тексте будет величиной постоянной, имеющей примерно одинаковое значение для любого слова из этого списка. Д. Ципфом было установлено, что такому распределению подчиняются не только все естественные языки мира, но и другие явления: распределение городов США по численности населения, распределение браков среди жителей одного города и т. д. Чтобы продемонстрировать универсальность обнаруженного закона, Ципф произвел анализ статистики всех браков, заключенных в 1931 г. в 20-ти кварталах города Филадельфия, и показал, что 70 % браков было заключено между людьми, проживавшими друг от друга на расстоянии, не большем 30 % протяженности этой территории.

Независимо от Парето и, естественно, от Д. Ципфа негауссов закон распределения был открыт в биологии Д. Уиллисом (1922). Этот выдающийся биолог уже на склоне лет, будучи членом Королевского общества и автором фундаментального «Словаря цветковых растений и папоротников», взялся подсчитать, как распределены виды по родам, а роды – по семействам. В своем «Словаре» он насчитал 12571 родов цветковых, из которых 4853 рода содержали по одному виду. Это было поразительно! Ведь понятие рода для того и введено, чтобы объединять сходные виды, на одновидовой род принято смотреть как на исключение из правила. Но вот выясняется, что таких родов – более трети, а вместе с двухвидовыми родами – более половины всех родов цветковых. Для сравнения Уиллис просчитал некоторые семейства низших растений, а также жуков и змей, ящериц и всюду нашел ту же закономерность. Уиллис построил графики: по оси абсцисс число видов в роде, а по оси ординат количество соответствующих родов – и получил хорошие гиперболы. Когда же графики увидел приятель Уиллиса – математик Гаролд Энди Юл – и посоветовал откладывать по осям графика не сами величины, а их логарифмы, то изумление ботаника еще более возросло: почти все точки аккуратно легли на прямую. Более того, прямые для разных семейств легли

почти параллельно. Уиллис понял, что открыл закон системы организмов, не связанный прямо с учением Дарвина.

В настоящее время известно, что закон Парето – Ципфа – Уиллиса описывает не только распределение доходов среди граждан, слов в любом тексте и биологических видов по родам, но и целый комплекс других явлений. Этому степенному закону подчиняется распределение нуклеотидов в молекуле ДНК, ранговое распределение книг в библиотеках по популярности, распространенность фамилий среди населения, распределение мощности землетрясений и площадей лесных пожаров. В последнее время группа ученых из Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН доказала, что распределение веб-серверов в сети Интернет по популярности также подчиняется степенному закону Парето – Ципфа – Уиллиса.

Учитывая универсальность данного закона, естественно предположить, что и распределение истинных и ошибочных результатов индукции по ученым, работающим в той или иной области научного знания, описывается законом Парето – Ципфа – Уиллиса. В пользу такого предположения говорят и исследования Альфреда Лотки. Изучая модели процессов взаимосвязанного развития биологических популяций на основе дифференциальных уравнений, А. Лотка распространил свои результаты на область развития науки. В статье «Распределение научной продуктивности по частоте» (1926) он выдвинул гипотезу о том, что распределение ученых по числу опубликованных статей имеет тот же вид, что и другие частотные распределения, известные из биологии и экономики. В настоящее время распространен взгляд, согласно которому распределение работников науки по количеству статей соответствует закону Парето – Ципфа – Уиллиса. Как мы узнали совсем недавно, А. Лотка рассматривал распространение научных идей по аналогии с распространением эпидемии. Первоначальный фокус «инфекционных идей» заражает все больше и больше людей, и динамика этого процесса обнаруживает самые настоящие волны распространения инфекции. Развитие новой теории начинается с публикации небольшого числа статей отдельных авторов, которые становятся ядром кластера последующих публикаций. В этой модели мы получаем хорошо известную S-образную кривую с медленной начальной стадией, которая сменяется экспоненциальным ростом и завершается медленным ростом на стадии насыщения. Разъясняя точку зрения А. Лотки на ранговое распределение ученых, Ю. Чайковский в статье «Изумительная асимметрия» (Интернет) пишет: «Вопреки ожиданиям, распределение работников науки по числу написанных ими статей имеет однохвостую плотность: около трети не опубликовало ни одной статьи, столько же имеет по одной – две публикации; и далее – чем более статей, тем меньше число авторов ими обладает. Самое же парадоксальное – то, что большая часть всех статей обязательно окажется написанной теми немногими, кто имеет по тридцать статей и более». По нашему мнению, распределение истинных и ошибочных результатов индукции в силу вероят-

ностной природы этой процедуры мышления эквивалентно распределению ученых по количеству опубликованных статей.

**Степень истинности индукции как логарифм вероятности.** Известно, что Клод Шеннон (1948) построил математическую теорию информации по аналогии с математической теорией энтропии Больцмана. А. Частиков в книге «Архитекторы компьютерного мира» констатирует: «Что такое информация? Оставляя в стороне вопрос о содержании этого понятия, Шеннон показал, что это измеримая величина: количество информации, содержащейся в данном сообщении, есть функция вероятности, что из всех возможных сообщений будет выбрано данное. Он назвал общий потенциал информации в системе сообщений как ее «энтропию». В термодинамике это понятие означает степень случайности (или, если угодно, «перемешанности») системы. Однажды Шеннон сказал, что понятием энтропии ему посоветовал воспользоваться математик Джон фон Нейман, указавший, что, так как никто не знает, что это такое, у Шеннона всегда будет преимущество в спорах, касающихся его теории» (Частиков, 2002, с. 62). Другой аналогией, подтолкнувшей Шеннона к статистической теории информации, была опора на исследования Р. Хартли. Б. М. Писаревский и В. Т. Харин в книге «Беседы о математике и математиках», в параграфе «А. Н. Колмогоров. Лицо математики 20 века» указывают: «Первые шаги к введению понятия энтропии в теорию информации были сделаны в 1928 г. американским инженером-связистом Р. Хартли. Он предложил характеризовать неопределенность опыта с  $k$  различными исходами количеством информации  $I = \log 2k$ . При этом результат опыта с двумя возможными исходами содержит единичную информацию в 1 бит. От работ Р. Хартли берет начало комбинаторное направление в теории информации, игнорирующее возможное различие в характере исходов» (Б. М. Писаревский, В. Т. Харин, 1998). Независимо от К. Шеннона статистическую теорию информации формулировали Н. Винер и Р. А. Фишер. Мы склоняемся к заключению, что аналогия К. Шеннона может иметь определенное отношение к вопросу о природе индукции. Очевидно, что степень истинности индуктивного обобщения о каком-то множестве пропорциональна количеству исследованных элементов этого множества. Кроме того, она пропорциональна и степени истинности фактов, лежащих в основе обобщения. Руководствуясь принципом идеализации, то есть отвлекаясь от некоторых параметров рассматриваемого объекта, а именно от критерия истинности исходных фактов, приходим к заключению, что степень достоверности индукции пропорциональна количеству рассмотренных исходных фактов. Совокупность фактов, из которых делается индуктивный вывод, есть не что иное, как информация, которую К. Шеннон математически выразил через логарифм вероятности выбора из двух альтернатив. Следовательно, степень достоверности индукции пропорциональна логарифму вероятности, и в этом смысле формула истинности индукции вполне аналогична формуле Л. Больцмана для энтропии. В этой ситуации неполнота индукции, обусловленная неполнотой инфор-

мации, означает низкую степень вероятности индуктивного вывода. Можно не согласиться с таким описанием индукции, но это несогласие лишь напомнит нам скептическое отношение Л. Д. Ландау к формулам Л. Больцмана и К. Шеннона для энтропии и информации, в которых то и другое определяется через логарифм вероятности. Несмотря на то, что результаты Л. Больцмана и К. Шеннона общепризнанны, Л. Д. Ландау не верил в их справедливость, поскольку неодобрительно относился к математической теории вероятности. Б. Горобец в книге «Круг Ландау» пишет: «...мне казалось тогда, что только что появившийся способ подсчета количества информации с помощью двоичной системы счисления и новых единиц (битов), необычность и красота основных теорем Шеннона и Котельникова – это, конечно же, наука. Очевидно, Ландау, не отрицая технической полезности новых достижений, относил их к инженерии и наукой не считал. По-видимому, это если и не прямая его ошибка, то явная недооценка, связанная, возможно, с чувством превосходства, элитарности лидера теоретической физики – самой избранной из наук» (Горобец, 2006, с. 224). «...У Ландау, – замечает Б. Горобец, – были и свои странности. Он, например, не признавал аппарата теории вероятностей. Однажды был такой случай. В споре, касающемся значения теории вероятностей, И. М. Лифшиц всячески отстаивал значение этой науки. Ландау же всячески ее отрицал и говорил: «Я вам решу любую конкретную задачу из этой теории, не зная самой теории!» (там же, с. 245).

**Уравнение Ж. Моно и взаимосвязь творчества и знаний.** Существенное значение в психологии мышления имеет вопрос о связи между творчеством и знанием. Как известно, в гештальт-психологии отрицалась роль прошлого опыта в возникновении инсайта. Сторонники гештальт-парадигмы отмечали, что многознание – это психологическая основа глупости, ибо именно систематизированные прошлые знания препятствуют нахождению решения в проблемной ситуации, загоняя мысль в колею «известного». Несмотря на наличие определенной «доли истины» в такой позиции, следует подчеркнуть, что знания (информация) крайне необходимы для творчества. Чем больше идей и фактов, особенно тех, которые относятся к разным дисциплинам, известно ученому, тем больше возможностей для генерирования аналогий. Говоря словами Дени Дидро, «человек перестает мыслить, когда перестает читать». Какими средствами можно описать зависимость творческих способностей (количества новых идей) исследователя от объема информации и ее доступности? По нашему мнению, для этих целей можно использовать уравнение, впервые выведенное французским биохимиком, лауреатом Нобелевской премии, Жаком Моно и выражающее зависимость скорости роста численности популяции микроорганизмов от субстрата (пищи). Ж. Моно исходил из того, что одной из причин ограничения роста может быть недостаток пищи (лимитирование по субстрату на языке микробиологии). В условиях лимитирования по субстрату скорость роста увеличивается пропорционально концентрации



субстрата, а если субстрата вдоволь – выходит на постоянную величину, определяемую генетическими возможностями популяции. В течение некоторого времени численность популяции растет экспоненциально, пока скорость роста не начинает лимитироваться какими-либо другими факторами. Это означает, что зависимость скорости роста  $R$  в формуле от субстрата может быть описана в виде:

$$R(S) = \frac{r_0 S}{K_s + S}.$$

Здесь  $K_s$  – константа, равная концентрации субстрата, при которой скорость роста равна половине максимальной.  $r_0$  – максимальная скорость роста, равная величине  $r$  в формуле. Любопытно, что модель Моно по форме совпадает с уравнением Михаэлиса-Ментен (1913), которое описывает зависимость скорости ферментативной реакции от концентрации субстрата при условии, когда общее количество молекул фермента постоянно и значительно меньше количества молекул субстрата.

#### **Когнитивная ассимиляция как действие аттракторов мышления.**

Для того чтобы успешно решать задачи на основе получаемой из разных источников информации, необходимо осознавать ее релевантность (соответствие) требованиям задачи и ассимилировать ее, включая в структуру уже имеющихся знаний. Поскольку нужная информация редко лежит на поверхности и часто поиск ее занимает значительное время, важным качеством для исследователя становится наблюдательность. Это качество позволяет ему рассматривать любые сведения, с которыми он сталкивается, сквозь призму стоящей перед ним проблемы, соотносить различные идеи и факты с условиями этой проблемы. По справедливому замечанию С. Л. Рубинштейна, «ученый, заинтересованный какой-нибудь проблемой, сразу обратит внимание на, казалось бы, мелкую деталь, которая ускользнет от внимания другого человека, не проявляющего интереса к этому вопросу» (Рубинштейн, 2007, с. 421). Жан Пиаже называл способность нашего интеллекта анализировать поступающую информацию и усваивать наиболее важные ее фрагменты в процессе интеллектуального развития когнитивной ассимиляцией. Когнитивная ассимиляция рассматривалась им как аналог биологической ассимиляции. Он придавал ей большее значение, чем ассоциативному режиму работы нашего мозга (с чем, конечно, можно поспорить). В статье «Психогенез знаний и его эпистемологическое значение» (сборник «Семиотика», 1983) Пиаже пишет: «Основная связь, лежащая в основе всякого знания, состоит не в простой «ассоциации» между объектами (поскольку это понятие отрицает активность субъекта), а в «ассимиляции» объектов по определенным схемам, которые присущи субъекту. Этот процесс является продолжением различных форм биологической ассимиляции, среди которых когнитивная ассимиляция представляет собой

лишь частный случай и выступает как процесс функциональной интеграции». Безусловно, механизм когнитивной ассимиляции есть процесс, в котором индивид как бы притягивает к себе информационные сигналы, циркулирующие в окружающей среде и необходимые ему для эффективного функционирования. С этой точки зрения попытки ряда специалистов в области синергетики – науки, основы которой заложены Германом Хакеном, – описать мышление как серию последовательно возникающих аттракторов, которые притягивают к себе определенные фрагменты информации, релевантные целям и потребностям индивида, являются вполне оправданными. И есть определенное рациональное зерно в том, что известный американский нейрофизиолог Уолтер Фриман образно сравнил теорию детерминированного хаоса, широко использующую понятие аттракторов, с принцем, который должен поцеловать спящую красавицу психологию.

**Аналогия между теоремой Геделя о неполноте и принципом Пригожина об открытости диссипативных структур.** Постоянное обращение исследователя к различным областям знания в поисках необходимой информации является наглядной демонстрацией справедливости теоремы Геделя о неполноте, утверждающей невозможность алгоритма, в самом себе содержащего критерии истинности. Если бы такой алгоритм существовал, ученый не нуждался бы в том, чтобы постоянно расширять свой кругозор за счет знаний, почерпнутых из эксперимента и наблюдения. Достаточно было бы ввести в мозг минимум информации, чтобы в дальнейшем, руководствуясь правилами указанного алгоритма, генерировать неограниченное количество новых идей. Однако является тривиальной истиной тот факт, что любые новые идеи должны соответствовать результатам эксперимента, то есть реальности, которую мы изучаем. Если бы эти идеи конструировались неким автономным (замкнутым и закрытым для любых потоков информации) алгоритмом, содержащим в самом себе гарантии достоверности, то все указанные идеи оказались бы ошибочными. Они не могли бы соответствовать реальности (опыту) только потому, что возникли в рамках подобного алгоритма. Когда Курт Гедель (1931) дал отрицательное решение задачи Д. Гильберта о доказательстве непротиворечивости математики средствами самой математики, без обращения к опыту и эксперименту, он продемонстрировал, что никакой алгоритм не может быть замкнутой (закрытой) системой. В свое время, анализируя истоки своих научных идей, создатель теории самоорганизации, лауреат Нобелевской премии Илья Пригожин рассказал о том, как он пришел к мысли объяснить устойчивость живых организмов тем, что они являются открытыми системами. Этот рассказ содержится в статье «Мысль и страсть Ильи Пригожина» (журнал «Химия и жизнь», 2004, № 2). Пригожин вспоминает: «Книгу Шредингера о жизни я читал с большим удовольствием, и в ней меня заинтересовали два аспекта. Первый состоял в том, что жизнь возможна только за

счет обмена энтропией, то есть должен быть поток энергии. И второй: как это получилось, что жизнь так устойчива? Из крокодила получается крокодил, из курицы – курица. Речь идет не только о наследственности, но и о стабильности. Шредингер думал, что эта устойчивость подобна хорошим часам, то есть имеет механическое происхождение. Мне трудно было с этим согласиться. Аналогия, которая пришла мне тогда в голову, связана с городом. Ведь город живет только потому, что он есть открытая система – если вы изолируете его, то он постепенно прекратит существование. А взаимодействия внутри города – это то, что делает систему стабильной. В эту аналогию я верю еще и теперь и думаю, что она представляет очень важный элемент моей теории». Факт невозможности существования города в случае его изоляции подтверждается нашей отечественной историей – судьбой Ленинграда, оказавшегося в блокаде в период второй мировой войны. Аналогия, которую однажды обнаружил Пригожин между причиной стабильности жизни и причиной устойчивого существования городов, состоит в открытости тех и других систем. Анализ этого факта совершенно неожиданно приводит к обнаружению еще одного параллелизма – параллелизма между принципом открытости живых систем, гарантирующей их жизнеспособность, и теоремой Геделя о неполноте, которая есть не что иное, как требование открытости для любых алгоритмов, направленных на исследование внешнего мира. Как ни парадоксально это звучит, указанный параллелизм открывает возможность для того, чтобы развивать термодинамическую теорию логики (ведь теорема Геделя является главным принципом этой логики), а также рассматривать пригожинский принцип открытости динамических систем как теорему Геделя, действующую в термодинамике! Насколько нам известно, еще никто из исследователей, развивающих синергетику как науку, не обратил внимание на то, что теорема Геделя о неполноте, запрещающая существование закрытых алгоритмических систем, аналогична принципу И. Пригожина, запрещающему устойчивое (стабильное) функционирование закрытых биологических структур.

Многие ученые отмечают отсутствие точек соприкосновения между синергетикой и психологией, что затрудняет продуктивный обмен идеями между этими дисциплинами. Учитывая, что в настоящее время уже появляются исследования, подчеркивающие принципиальное значение для психологии мышления и для теории познания вообще теоремы Геделя о неполноте, которая имеет много общего с принципом Пригожина об открытости биологических систем, можно ожидать, что в ближайшем будущем ситуация существенно изменится. Такой обмен идеями может оказать только стимулирующее влияние на развитие психологии, ведь сама она – тоже система, устойчивая и жизнеспособная лишь до тех пор, пока она открыта для потоков информации извне.

### Литература

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М., 1970.
2. Бернштейн Н. А. Современные искания в физиологии нервного процесса. – М., 2003.
3. Горобец Б. Круг Ландау. – М.- СПб., 2006.
4. Кох Р. Закон Парето или принцип 80/20 // Интернет, сайт «Элитариум», 2004.
5. Мысль и страсть Ильи Пригожина // Химия и жизнь. – 2004. – № 2.
6. Нахимов В. В. Канатоходец. – М., 1994.
7. Пиаже Ж. Психогенез знаний и его эпистемологическое значение // Семиотика. – М., 1983.
8. Писаревский Б. М., Харин В. Т. Беседы о математике и математиках. – М., 1998.
9. Рассел Б. Человеческое познание: его сфера и границы. – М., 2000.
10. Ризниченко Г. Ю. Математическое моделирование. – М., 1999.
11. Ришар Ж. Ф. Ментальная активность. – М., 1998.
12. Рубинштейн С. А. Основы психологии. – М., 2007.
13. Серебряный А. И. Научный метод и ошибки // Природа. – 1997. – № 3.
14. Скотт А. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. – М., 1977.
15. Тихомиров В. М. Вопросы естествознания в творчестве А. Н. Колмогорова // Вопросы истории естествознания и техники. – 2003. – № 3.
16. Ушакова Т. Н. Психолингвистика. – М., 2006.
17. Филиппов А. Т. Многоликий солитон. – М., 1990.
18. Хокинс Д. Об интеллекте. – М., 2007.
19. Частиков А. Архитекторы компьютерного мира. – СПб., 2002.
20. Эволюционная эпистемология и логика социальных наук / Под ред. В. Н. Садовского. – М., 2000.