

# НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПУБЛИЦИСТИКА

УДК 37.012  
ББК 74.00

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ЭСТЕТИЧЕСКОГО ОПЫТА

Л. И. Лурье

*Ключевые слова:* красота математики, искусство математического мышления, математическое моделирование, гуманитаризация математического образования.

*Резюме:* на основе научной рефлексии математического образования рассматриваются философские проблемы преподавания математики в пространстве эстетического опыта. Поиск новой педагогической парадигмы вызывает необходимость достижения содержательного единства культурологических основ математического образования, развития дискурсивного мышления педагога.

### Красота математики как эстетический идеал

Человек постоянно ощущает потребность в красоте. Красота сопровождает интеллектуальную деятельность и обычно не является самостоятельной целью познавательного процесса. «Красивая задача», «красивое решение проблемы», «красивая теорема» – становятся символами высокого качества математического результата. Критерии этой красоты часто не называются, но они присутствуют в виде многообразия математических приемов и геометрических образов, которые вызывают ассоциации с различными явлениями и процессами реального мира. Искусство математического мышления развивает математическую теорию, придает ей эстетическую завершенность. Актуализируясь, математическая мысль генерирует формально никак не связанную с реальным миром совокупность модельных образов, которые служат ориентирами в решении прикладных задач.

Мы можем говорить о самых разнообразных проявлениях красоты: эстетическом удовлетворении от соприкосновения с душевной красотой, красотой изящно выраженной мудрой мысли, подъеме эмоционального настроения в процессе занятий математикой. Все эти виды красоты имеют различную природу и разные формы проявления. В разном возрасте представления об идеалах научной красоты различны. Изучение математики преобразуют юношескую восторженность, возникающую от изящества искусно подобранной учебной задачи, в восприятие гармонии мира, пронизанного идеями математики, доступных зрелому интеллекту. Все эти виды красоты формируют духовность и определяют математическую культуру.

Красота математики воспринимается как психолого-физиологическое свойство способности человека мыслить. Мышление и ум – характеристики нетождественные. Мышление – это способ построения формальной умственной деятельности человека. Ум сопровождается потенциалом интеллекта, который присутствует у индивида. Развитие ума и интеллекта через постижение красоты математических знаний очень важно. Можно сказать, что постижение этой красоты выступает как способ формирования интеллектуального потенциала личности. Обаяние ума в математике становится изысканной формой выражения духовной красоты специалиста.

Очарование математическими образами воспитывает в человеке понимание прекрасного. Искусное преподавание математики способно донести волнующую одухотворенность абстрактных формул и геометрических фигур. Союз рационального и интуитивного образует расширяющееся пространство взаимоопределяющих друг друга теоретического знания и жизненного опыта. Изучение математики, чем серьезнее оно происходит, тем глубже вызывает потребность новых открытий. Вначале тех, что известны человечеству, но не ведомы еще обучающимся, и далее на пороге непознанного возникает ясная потребность творчества. Ощущение тайны, свойственное искусству, является самым мощным фактором, возбуждающим интерес к математике. Б. Пастернак ставит в один ряд «и образ мира, в слове явленный, и творчество и чудотворство» как неразделимое целое, даже не используя запятых в перечислениях, лишь подчеркивая их главенствующую роль. Неведомое бросает вызов, манит и притягивает к себе всех, кто осваивает педагогическую науку, наслаждается ее красотой. Оно вызывает ассоциации в цвете, звуках, чувствах – многом, из чего складывается жизнь в образовании. И если педагог открыл это состояние в своих учениках, то он испытал радость человека, щедро дарящего плоды познания. Мир ассоциаций может стать прелюдией, предтечей в освоении обучающимися новых математических идей.

В процессе формирования математических понятий нет необходимости указывать сам способ рождения из кажущегося хаоса факторов направленности мысли, есть лишь условия, гипотетические догадки, которые, при всей своей неопределенности, содержат причинно-следственные связи, приводящие к возникновению открытия. Рождение математических идей, их превращение в научную теорию связано с определенными предпосылками, но никогда не сводимо к заранее спланированным действиям, гарантирующим результат. Математическое творчество требует исключительной отвлеченности, абстрагированности от объектов действительности. Не будучи связанным с реальным миром, оно черпает из него образы, ассоциации. Педагогическая деятельность призвана эту спонтанность, подобную искусству, усилить уже с начальных этапов математического образования. Реальность, кажется, отступает на задний план, когда индуцированный сознанием образ математического объекта приобретает очертания, выраженные в математических понятиях.

Культура математического мышления универсальна, она способна усилить действие сложнейших механизмов творческого самовыражения. Глубокие математические знания всегда побуждают к постановке новых вопросов, требуют обобщений, поиска универсального, вызывают необходимость в форму-

лировке и доказательстве смыслообразующих утверждений. Культура самоактуализируется усилиями ума и души, происходящими в образовании.

Освоение математики раскрывает талант в других областях интеллектуальной активности, который, быть может, и не раскрылся бы в других условиях. Математика освещает путь во многие сферы деятельности. Искусство преподавания математики состоит и в совокупности дополняющих ее направлений творческой активности, и в социокультурной многомерности инновационной образовательной среды, слагающей Человека. Лучшие математические школы для одаренных детей всегда отличались глубокими культурологическими обоснованиями образования, предопределившими в последующем создание комплексов «школа – вуз». Преемственность воспитательного воздействия в процессе изучения математики школы и вуза усиливала увлеченность наукой, ее высокими нравственными принципами организации. Представители самых разнообразных научных культур ваяют эту среду, наполняя ее гуманистическими ценностями. Гении, прославившие математику, были и выдающимися философами. Среди них Пифагор, Р. Декарт, И. Ньютон, Г. Лейбниц. Лауреатом Нобелевской премии по экономике стал крупнейший математик А. В. Канторович, чемпионом мира по шахматам был доктор физико-математических наук М. М. Ботвинник, который в начале Великой Отечественной войны предложил оригинальную систему противотанковых «ежей», рассчитанную согласно выдвинутым им математическим идеям. «Царица наук» – математика, сплотила крупнейших специалистов по управлению из самых разных областей науки и техники – так, Норберт Винер создавал кибернетику.

Способность к абстрагированию – одно из важнейших свойств, свидетельствующих о развитости математического мышления, рождается не только при изучении математики. Художественные образы, инкрустирующие объект исследования различными метафорами, сравнениями, гиперболами, музыка, живопись – все реальное течение жизни вырабатывает импульсы активности в освоении математических идей. Домашнее задание по математике может сопровождаться прослушиванием некоторых музыкальных произведений, знакомством с произведениями живописи, рисованием, лепкой, фотографией и т. д. Причем, каждая часть его не должна быть обязательной, а срок выполнения – вовсе не к ближайшему уроку, а быть может, и отсрочен на несколько недель. Необходима разумно структурированная и индивидуализированная программа дополнительного образования, сопровождающая изучение математики. Есть основание предполагать, что раннее углубленное изучение математики, не подкрепленное общеобразовательными компетенциями, будет сдерживать развитие креативных способностей в будущем.

Красота математики традиционно обнаруживается в гармонии форм и эстетической картины, раскрывающей тот или иной математический образ. Но в математике красота обнаруживается даже в понимании несовершенств, которые возникают при создании математических моделей. Некорректные задачи, нечеткие множества, многие другие объекты исследования ставят вопрос об изяществе сведения одних проблем к альтернативно другим, позволяющим сохранить своеобразие исследуемого объекта или явления и обнаружить его новое видение. Красота в математике, связанная с постижением ее фундаментальных основ, во многом чувственна, эмоциональна. Изысканность

образов, создаваемых ученым-исследователем, часто предопределяется гипотетической догадкой о математической идее, которая подсознательно властвует, но не может найти своего выражения. Новый математический результат, кажется, спонтанно обнаруживается в системе известных представлений. Но на самом деле это есть итог множества интеллектуальных экспериментов, успех которых предопределяется эстетическим опытом прошлого и способностью следовать дальше, чем только что освоенный фрагмент математического курса. Английский математик Рихард Курант утверждал: «Математика содержит в себе черты волевой деятельности умозрительного рассуждения и стремления к эстетическому совершенству. Ее основные и взаимно противоположные элементы – логика и интуиция, анализ и конструкция, общность и конкретность» [2, с. 19].

Встреча с математикой никого не оставляет равнодушным. Восторженное чувство, возникающее при восприятии ее образов, и отчаяние, связанное с непостижимостью их смыслов, разделяет человечество на две части: весьма малую – тех, кто видит себя профессионалом в этой науке, и всех остальных – кто интуитивно восторгается математикой, но не в силах постичь ее высоких истин. Есть третья категория людей, которая, испытывая трудности в освоении математики, почему-то именуется гуманитариями, хотя и гуманитарная сфера требует особого таланта под стать математическому. Все это освещает математическую науку ореолом, магическим притяжением всеохватного и неотделимого свойства реального мира. Мифы и реальность, взлеты и стереотипы мышления связаны с формированием математического знания. Математика твердо и беспристрастно осваивает пространство мыслительной деятельности, которое вместе с ней должны понять и принять специалисты других наук.

Интерес в мире к изучению математики не ослабевает никогда. Но каждое новое поколение ощущает великое назначение этой науки по-своему. Испытывая огромные трудности при ее изучении, человек не проникается отрицанием значимости, которую она придает интеллекту. Вкус времени вызывает различные ассоциативные пристрастия. Например, милые сердцу и известные с детства задачи из очень интересной для многих поколений «Занимательной математики» Я. И. Перельмана о волке, козе и капусте не всегда впечатляют современных детей. Они живут в другом мире образов, навеянных мультимедийной индустрией. Ассоциации, возникающие при изучении математики, очень важны не только при решении задач, но и при изучении теоретических вопросов. И каждое новое поколение педагогов с не меньшим упорством и настойчивостью принимает вызов времени: «Как выработать интерес к изучению математики?». В последние годы даже возник «методический экстрим». Так, в учебных пособиях Григория Остера присутствующее в различных рассуждениях и при постановке задач стремление к комизму, иронии, самоиронии разрушает стереотипы мышления. Этот необычный стиль применяется для того, чтобы снять внутреннее напряжение у детей при встрече с новым, ощутить раскованность и легкость полета мысли. Свобода математического мышления требует формирования личной свободы.

Объективное отсутствие конкретной детализации того, как математические знания применяются на практике, активизирует не только прикладную математику. Возникает потребность в сопоставлении обобщенных образов реальности и тех образов, которые сложились в математике в процессе беспристрастного саморазвития математического знания. Сама математика стала настолько масштабным полем научной деятельности, что обнаружить единство многих ее направлений можно через фиксацию обобщающих идей в ее организации. Они и служат методологической основой интеграции математики со знаниями о мире.

Математическая культура обладает удивительным свойством. Она учит человека рассуждать, охватывая глубинные пласты мыслительной деятельности, точнее воспринимать мир, иначе чувствовать различные грани действительности. Это не есть прямое следствие изучения каких-то формул, теорем, доказательств – это синергетическое свойство природы человеческого духа, который неожиданно загорается идеями преобразования действительности, логическая стройность и строгость которых заложена в объектах другой формальной природы – математического знания. Многие крупные ученые и естествоиспытатели с удивлением обнаруживают, как их мысли, гипотезы, догадки получают неожиданное продолжение, если они выражены языком математики.

Математику можно хорошо знать (на это нацеливают всякого рода тесты и ЕГЭ). Математику можно научиться чувствовать. Этот почти божественный дар служит основой многих выдающихся достижений. Принято считать, что А. С. Пушкин, не очень любил математику, но ее метафорические образы нашли отражение в его поэзии. А. Эйнштейн, как свидетельствуют исторические факты, не был успешен в математике, но чувствовал ее, и это привело к открытиям в физике.

Когда мы садимся за компьютер, то часто забываем, что блистательная череда картинок и компьютерного дизайна создана с помощью математики и использует чаще всего лишь двоичный код: цифры 0 и 1, которые при самых различных сочетаниях способны выражать несметное море информации.

Само искусство как виртуальная реальность является проблемой философской. Но не в меньшей степени эта проблема и математическая. Духовные интерпретации требуют математических моделей в специальных гиперпространствах, создаваемых фантазиями разума и трансформирующимися представлениями о реальности. В. В. Бычков и Н. Б. Маньковская считают, «что, по существу, весь образно-символический мир, создаваемый искусством, может быть понят как своеобразный космос виртуальных миров, каждый из которых уникален и полностью реализуется только в акте эстетического восприятия конкретного произведения искусства конкретным реципиентом» [1, с. 50].

В истории не раз находились люди, решавшиеся анализировать и исследовать красоту науки, в частности, математики. Среди них следует назвать Френсиса Хатчесона, который в трактате «Исследования о происхождении наших идей красоты и добродетели в двух трактатах» выделяет три основных характеристики эстетической красоты математики: как единство в многообразии, как идеал всеобщности научных истин, как обретение неочевидной ис-

тины, догадки о которой требуют доказательств. Известный ученый современности В. М. Волькенштейн отмечает, что «математика есть область утонченной красоты». Ее формулы выражают сложные соотношения чисел в определенной форме, поэтому они могут быть красивы, или, как говорят математики, «изящны». Открытие новых истин в потоке информации в математике каждый раз служит свидетельством мощи человеческого интеллекта. Ценность обретает не только изящество математической мысли, но и сама способность из неопределенностей, с которыми мы изначально, как правило, имеем дело, обнаруживать строгость, лаконичность и безупречность построения математической теории.

Математические методы исследования помогают раскрыть свойства особенных, важных не только для математики, но и для понимания реального мира, эстетически значимых критериев, таких, как симметрия, ритм, пропорция, перспектива, гармония, их проявление в музыке, архитектуре, декоративно-прикладном искусстве. Например, математическое изучение перспективы может быть связано с творчеством выдающихся художников Л. да Винчи и А. Дюрера, которые применяли геометрию Евклида в изображении пространства. Их яркие математические и художественные способности взаимодополняли и взаимоусиливали друг друга. Многолетний опыт человечества в освоении математики свидетельствует о том, что ее постижение может проходить весьма эффективно с развитием таланта в каких-либо сферах искусства. В преподавании математики искусство присутствует как форма художественной выразительности математических образов, сама математика индуцирует в художественном творчестве внутреннюю гармонию, которая удивительным образом раскрывает замысел творца. Академик Б. В. Раушенбах обнаружил на основе геометрии Лобачевского, что человеческий глаз воспринимает зрительную информацию на близком расстоянии. Именно так (в обратной перспективе) изображали пространство иконописцы Древней Руси [5]. Безграничное многообразие художественных форм интерпретации математических идей, сопряжение несоизмеряемых смыслов математической теории с реальными системами и процессами в пространстве культуры должно находить воплощение и в образовательной деятельности. Процесс восприятия мира сквозь призму математических образов вырабатывает полифонию педагогической фасилитации.

«Математика – это больше, чем наука, это язык», – так определил место математики Нильс Бор. Математика – это язык простой, универсальный и, следовательно, красивый. Но, кроме всего, это еще и общедоступный язык взаимодействия наук. Как только наука обозначает свои проблемы на математическом языке, перед ней открывается весь спектр возможностей математики, обладающей множеством универсальных методов. Именно с помощью математики выявляется общность самых разнородных, на первый взгляд, явлений. Например, колебательный контур и детские качели, как и многие другие процессы в реальном мире, обретают единство в математическом описании, представленном соответствующими моделями. Таким образом, в математике находит выражение первый критерий научной красоты – единство в многообразии.

Математика показывает человечеству красоту внутренних связей природы и внутреннее единство мира. «Природа говорит с нами на языке математики», – восторженно утверждал Галилео Галлией. Объясняя сложные явления и сводя их к более простым, математическая наука предсказывает далеко вперед ход вещей. Английский физик Максвелл, анализируя телеграфное уравнение, предсказал существование электромагнитных волн, которые экспериментально уже позже обнаружил немецкий физик Г. Герц. Выдающийся русский механик Н. Е. Жуковский математически предсказал возможность фигур высшего пилотажа – и вскоре «мертвая петля» была впервые выполнена армейским офицером П. Н. Нестеровым.

Мудрость математики, бесстрастно проникающей во все науки, всегда актуальна для свободного развития естествознания и техники. Планета Нептун была открыта «на кончике пера». В 1845 и 1846 гг. английский астроном Джон Адамс и француз Урбен Леверье независимо друг от друга рассчитали его положение на основании данных о небольших возмущениях в движении Урана. Ночью 23 сентября 1846 г. Иоганн Галле и Гейнрих д'Арре, проводя наблюдения на обсерватории в Берлине, обнаружили планету всего в одном градусе от положения, предсказанного У. Леверье. А сколько выдающихся конструкций современности проектируется в виртуальном пространстве на основе математических моделей задолго до воплощения выдвигаемых идей?! Компьютерные игры математических фантазий доступны современному ребенку уже на начальном этапе обучения в школе. Но они еще не стали устойчивым дидактическим подходом в математическом образовании.

С точки зрения познания единой картины мира красота математики позволяет ощутить эстетическую целесообразность многих идей из других наук, воплощенных в реальной жизни. В этом и состоит искусство применения математики. Методология математики полезна для создания научных теорий. И в настоящее время предпринимаются попытки создания аксиоматики отдельных наук. С определенными ограничениями идея аксиоматики, использованная в математике, применяется в других науках, включая педагогику. Возможно, сама математика учит нас чувству меры – способности понимания границы математизации других наук.

Далеко не все в научном знании поддается количественным оценкам и пространственным отношениям. Логику приложений математики можно понять через внутреннюю логику ее построения как единой науки и понимания объекта исследования, которое складывается не только через данные отдельных наук, но и путем философского осмысления действительности, отражающего объекты описания на уровне форм организации материи. Возможность приложения математики – проблема социокультурная. Математическая эрудиция и искусность видения мира в пространстве математических образов индивидуальны, субъектны и отражают достижимость понимания мира на математическом языке. Эта достижимость относительна, а не абсолютна. Даже в самой математике, согласно теореме К. Геделя, любая непротиворечивая система аксиом может быть дополнена высказываниями, «истинность» или же «ложность» которых не могут быть доказанными абсолютно. Рационализм математики в решении прикладных задач всегда оставляет неисчерпанными множество альтернативных путей достижения цели.

Современный математический аппарат, информационные технологии превращают процесс приложения математических знаний в широкомасштабную познавательную деятельность. Она находит свое выражение в многообразии математических моделей. Модели, раскрывая горизонты познания, учат всматриваться в действительность с точки зрения особых системообразующих связей, которые свойственны математике. Искусство математического моделирования сочетает в себе красоту математических образов с эстетическими идеалами, возникающими в обобщениях, специфичных для других областей науки и практики.

Преподавание математики заставляет каждый раз пройти труднейший путь познания, которым следовало человечество многие века. Необходимо пережить вместе с учениками трудности освоения мира и ощутить красоту достигнутых результатов, выраженную в пленительной беспристрастности математического видения мира.

### **Что значит «применить» математику?**

В истории преподавания математики связь теории с практикой всегда выступала как сложнейшая проблема. Установить соответствие абстрактных математических образов с реальным миром, избежать смысловых потерь оказывается возможным, когда единая картина мира воспринимается сознанием, которому привита культура математического мышления.

Даже в самой педагогической деятельности очень часто возникают свои модели структурирования и дидактической организации учебного материала, специально предназначенного для изучения математики с присущими ей особенностями познавательной деятельности. «Согласно «разговорной» модели, социальный мир можно представить себе как обширное море осмысленных обменов, выходящее за пределы понимания или постижения любой отдельной личности или группы людей», – считает Р. Харре [4, с. 101]. В связи с этим правомерно говорить не только о дидактических подходах в целом, но и специфических формах педагогического взаимодействия, позволяющего раскрыть роль математики в современном мире, и соответствующих ей «осмысленных обменов».

Механическое решение вопроса о прикладной направленности математического образования, сводящееся к перенасыщению математических курсов текстовыми задачами, или же «обогащение» других, нематематических дисциплин математическими формулами, сопутствующими изучению отдельных тем, вырванных из целостной системы математического знания, не дает необходимого результата. Более того, смещение акцента в преподавании математики на множество не связанных между собой приложений неминуемо приводит к искажению понимания фундаментальных основ самой науки. Математика становится набором операций, которые надо выполнять в определенном порядке.

Сложность вызывает и проблема «применения» математики в самой математике: преемственность математических идей должна быть обеспечена их новым осознанием по мере того, как формируется математическое мышление. Именно тогда со всей очевидностью возникнет вопрос о том, каким образом предельный переход применяется при введении понятия производ-



ной. Да и многие другие понятия математики получают должное развитие, если в преподавании обнаруживается объективная связь в развитии основных математических идей. Собственно, в самой природе математики как науки ее единая аксиоматика, созданная А. Н. Колмогоровым, проложила магистральный путь и для математического образования – необходимо искать единую связующую линию различных направлений, слагающих математическую науку как целое. Для учебных курсов математики в школе и вузе полезно такое единство демонстрировать на различных математических моделях, которые могут быть применены к описанию того или иного процесса или же явления. В преподавании математики особо важно не только то, чем дополнить сложившийся курс (вероятностными методами, алгебраическими идеями и так далее), а как выстроить связи между основополагающими идеями математического знания.

Математика, в отличие от других наук, создает образы, которые находятся вне потока времени. Мир математики существует в настоящем, делаящем бессмысленными понятия прошлого и будущего. С точки зрения этой науки, время – величина, ничем не отличающаяся от других величин. Обладая способностью описывать объекты реального мира и объекты воображаемые, конструируемые средствами математического моделирования, мы не говорим о событиях желаемых, важных или второстепенных. Вместе с тем, математическое моделирование, являясь формой межпредметной деятельности, побуждает нас искать причинно-временные отношения, проникать тем самым в суть естественных наук и самой математики. Это обстоятельство выделяет модельное мышление и является важной стороной преподавания математики, не отраженной еще должным образом в дидактике. Модельность мышления не достигается решением так называемых «текстовых задач», для которых практическая значимость изученного материала подтверждается набором надуманных ситуаций, «подогнанных» под только что изученную формулу.

Долгие дискуссии о прикладной направленности преподавания математики приводят к пониманию того, что математическая культура способна выработать баланс между различными дидактическими единицами в предметной деятельности. Межпредметной характер математического образования состоит в том, что способность к деятельности на основе получаемого образования в той или иной культурной среде становится регулятором востребованности различных математических подходов к решению конкретных проблем. Именно компетентный подход гармонизирует различные методические приемы и педагогические технологии с точки зрения соотношения теоретических и прикладных знаний, потому что исходит из способности к деятельности в пространстве социокультурных связей.

Соединяя научно-педагогический опыт, социальную активность с природой математического творчества, мы постоянно осуществляем процесс включения «царства чистой мысли», порождаемый математикой, в осмысление старых проблем, еще недавно казавшихся неразрешимыми, и, таким образом, даем толчок для дальнейшего развития известных теорий. На этой постоянно повторяющейся «игре» мышления и опыта основаны те многочисленные, поражающие воображение аналогии, которые математик так часто обнаружива-

ет в задачах, методах и понятиях, привлекаемых из различных областей знаний. Единство теоретического и практического знания в преподавании математики требует закрепления теоретических знаний практическими действиями и организацией таких форм обучения приложения математических знаний, которые бы усиливали мощь теоретического мышления в свойствах ментального опыта, сложившейся реальности. Приложение математики на практике осуществляется множеством дидактических форм: примеры, модельные задачи, упражнения, иллюстрирующие теоретические знания, создание авторских задач как способа формирования творческого мышления, различные виды учебно-исследовательских заданий, решение задач повышенной трудности и многое другое.

Во многих случаях целью рассмотрения модельных задач является не просто получение ответа, но и достижение необходимого качества решения. При этом стремление к максимально возможной точности результата, свойственное «чистой математике», на практике должно быть увязано с особенностями модельного решения. Практика требует достижения баланса между разумной строгостью модельных решений и оправданным усложнением модельных подходов.

Математическая культура пробуждается от ощущения ценности не только тех или иных математических знаний, но и понимания целостной, присутствующей в многообразии возможностей их приложений, изящества деятельности математика-специалиста, способного соединить сложный математический аппарат с объектами исследования, имеющими иную природу своей сложности. Важно совместить прагматизм и логическую выстроенность полученных математических знаний с неочевидностью математической интерпретации процессов и явлений в науке и технике. Сама по себе возможность создания математической модели исследования вызывает порой удивление глубиной математических смыслов, присутствующих в реальном мире. Законы динамики популяций некоторых видов в живой природе и рост банковских накоплений при начислении сложных процентов связаны с одной и той же моделью, которая в предельном выражении приводит нас ко второму замечательному пределу. Функция  $y = e^x$  обладает удивительным для воображения свойством: скорость ее изменения в каждой точке совпадает со значением функции в этой точке. Сколько ассоциаций, художественных образов породила эта функциональная зависимость в музыке, живописи, литературе?!

Назидательность в преподавании математики, рецептурность в ее приложениях, абсолютизация форм контроля, при которых ученик приходит в трепет от боязни допустить ошибку, лишает процесс ее изучения главного – таланта импровизации, математической фантазии, дерзости предположений. В процессе преподавания ощущение красоты математики должно возникнуть в результате глубокой внутренней работы мысли, а не обозначать факт, декларированный преподавателем. Такая «обозначенная красота математики» – мертвая красота. Математика, в действительности, обладает глубинной эмоциональностью. Она способна дать душевный подъем человеку в тот момент, когда он обнаруживает и постигает аналогии математических построений с реальными объектами мира в самых различных сферах деятельности, пости-

гает механизмы обобщений через эти аналогии и видит за формальной строгостью построения математики объекты реального мира. Более того, математика подсказывает природу того, что еще не создано. Часто только одна математика способна предвосхитить возможность воплощения той или иной идеи. Этому помогает художественное осмысление действительности, порождаемое математикой.

Формирование концептуально-методологических основ преподавания математики, с одной стороны, есть переход от информационного образования к деятельному компетентностному подходу. А с другой – это совокупность культурологических идей и дидактических методов, позволяющих создать технологически обусловленную педагогически моделируемую образовательную среду, активно развивающую личность. Применение математических подходов шире рамок курса математики – идеи прикладной направленности математического знания должны быть включены в различные учебные курсы как важнейшая образовательная линия в их преподавании.

Именно композиционная выстроенность образовательных подходов к обучению совокупности учебных дисциплин позволяет сформировать прикладную модельную направленность содержания образования. Сама композиция складывается из дидактических и культурологических принципов обучения и ориентирована на решение проблем профессионального самоопределения. Такой подход принципиально важен для профильного обучения, требующего математизации получаемого образования как целого. Задача сегодняшнего дня – обогатить образовательную среду за счет обретения новых смыслов математических знаний в их ассоциативном преломлении через другие науки. Именно в этом случае, согласно «средовому» подходу, разработанному Ю. С. Мануйловым, формируются стихии, в которых математические знания включаются в образовательное поле других наук. В этой связи возникает проблема педагогического управления этими стихиями, при которых взаимное проникновение учебных знаний (но не наук!) вызывало бы способность к соразвитию педагога и обучающегося в различных областях деятельности и, как результат, – к саморазвитию каждого из участников образовательного процесса. Кроме того, способность к саморазвитию есть итог эволюционных изменений образовательной среды, в которой развивается индивид. Разработка методологических основ профильной школы становится проблемой более значимой отдельно взятых «углубленных» курсов математики, физики, химии и других наук. Математизация образовательного пространства в сферах, где роль математики еще недостаточно очевидна, выступает как способ формирования методологии мышления в познание единой картины мира на основе представлений о расширяющейся совокупности идей, используемых для описания объектов реального мира.

Необходима экспансия идей математического моделирования в другие области предметного знания, что позволит содержательно взаимообогащать базовый курс математики и смежные дисциплины. Актуальны две образовательные цели: осознание универсальности математических моделей в описании различных явлений и процессов и вытекающий отсюда подход к решению конкретных прикладных задач путем оптимизации выбора возможных мате-

математических моделей в определенной ситуации. Это требует баланса между необходимой точностью решения и уровнем сложности модели.

Математика задает новый смысл постижению единства мира, выраженного в идеях математического моделирования систем и процессов. Необходимы новые звенья интеграции: математика и техника, математика и искусство, математика и спорт, стимулирующие всплески «математической энергии». У каждого обучающегося должна появиться своя математическая муза – источник вдохновения, воли и азарта в постижении математических идей, что никак не умаляет строгости математической теории.

Возможно, математическая культура служит исходной точкой, внутренним основанием и для понимания смыслообразующих характеристик процессов информатизации современной жизни. Они во многом предопределены не самим уровнем технического оснащения информационными технологиями, а в большей степени чувством меры в необходимости замены мира реального виртуальным и наоборот. «Компьютерная зависимость» возникает чаще всего не у тех, кто имеет высокий уровень математической образованности, а в той среде, когда виртуальные миражи позволяют снять стресс, неудовлетворенность и невоплощенную амбициозность. «Математика воспитывает ум», она же и способствует формированию информационной культуры во взаимосвязи с реальным миром.

Уже на подсознательном уровне, глядя куда-то, человек вычлняет главное, слушая что-либо, фиксирует то, что резонирует внутреннему голосу, а в цветовой палитре находит те цвета, которые соответствуют душевному состоянию. Более того, внутренний мир человека трансформирует пространство и время, вырабатывая метареальность своего мироощущения, в котором отражена вся Вселенная. Информационные технологии назначают ракурс, взгляд на действительность, хотя и допускают широкие возможности его выбора. Но на самом деле, этот выбор ограничен, так как отсутствует первоначальный опыт деятельности, дающий основания к поиску путей достижения целей, ресурс понимания вариативности возможностей. Примитивизм в восприятии сложных процессов реальности приводит к ограниченности модельного видения систем и процессов. Богатство возможностей компьютерных технологий превращается в набор сервисных услуг.

Математика в скрытом своем смысле присутствует как менталеобразующая составляющая каждого человека. Виртуальный мир, складывающийся благодаря идеям математики, воплощенным в информационных технологиях, меняет природу модельного мышления, «нарабатывается новый эстетический опыт, переформируются менталитет и структуры восприятия современного реципиента с ориентацией на полноценное принятие виртуальной реальности в качестве эстетического феномена ближайшего будущего» [1, с. 58]. Это приводит к тому, что «человек не изображает, не выражает и не созерцает нечто, но реально живет и действует в виртуальной жизненной среде по особым правилам игры» [там же]. Человек создает модели и вживается в них. Отсюда математика в системе образовательных дисциплин является одним из важных звеньев формирования и развития системы ценностных ориентиров индивида. Мыслительный образ математики как учебной дисциплины возникает при

соприкосновении с предметным миром, освоение которого требует действия, переживания, чувств и эмоций.

Процесс математического моделирования чаще всего не может быть обозначен жесткой последовательностью операций. Для нас важны, прежде всего, его принципы. Математическое моделирование в современном мире достигает той степени совершенства, когда вместо простого перебора вариантов путей решения задачи действует интуиция поиска оптимальных путей получения результата, подкрепленная единством интеллекта и мощными возможностями ЭВМ. Вот почему особую роль в мышлении для специалиста по математическому моделированию играет творческая фантазия, которая заставляет пытливым ум видеть разнообразие окружающего мира. Отсюда возникает и важная дидактическая задача, которая перерастает в мировоззренческую проблему по масштабности ее понимания: каким должно быть взаимодействие человека и компьютера, максимально раскрепощающее творческие возможности человека и, вместе с тем, регулирующее глобальные информационные потоки, в которых, кажется, человек захлебывается от избыточности информации. Всеохватность проблем познания мира и ограниченность возможностей человека для каждого нового поколения требуют не просто выработки технических решений модельных задач, но и формирования соответствующей культуры мыслительной деятельности, универсальных способностей и связанных с ними математических способностей.

Появление и бурное развитие информационных технологий изменило характер взаимодействия специалистов-математиков с профессионалами из других областей. Упование на бесконечные возможности ЭВМ вызвало ложное ощущение, что классическая математика исчерпала себя. К такому выводу многих подталкивают, например, недавно нашумевшие доказательства теорем с помощью компьютера. Поэтому принципиально новой задачей математики становятся способы определения динамично меняющейся границы возможностей человеческого разума и компьютера в решении прикладных задач пограничных наук математическими методами.

Одна из проблем, возникающих в связи с раскрытием феномена «красоты науки», заключается в постоянном изменении представлений о самой красоте и реальном мире. Раньше идеалом красоты результата решения задачи являлась предельная лаконичность формул, формулировок и высказываний. Сегодня, оценивая этапы решения задачи, мы обращаем внимание на их алгоритмичность, то есть наличие рекуррентных формул, которые легко поддаются анализу с помощью ЭВМ. Но при стремлении получить такой результат необходимо изучение нового математического аппарата (цепные дроби, рекуррентные соотношения, возникающие при использовании численных методов, и т. д.). «Практичность» математики оказывается проявлением изящества математической мысли, вызывающим эстетическое удовлетворение.

Применение информационных технологий в учебном процессе – сложнейшая педагогическая проблема. В какой-то момент ласкающий взгляд видеоряда на компьютере, сопровождающий изложение материала, вырабатывает привычку бездумно смотреть картинки. Информационные технологии породили «информационные суррогаты». А точнее, стремление с предельно

максимальной выразительностью передать образ реального мира. Для математики важна недосказанность, незавершенность, из которых возникают новые идеи. Их следует преподнести на должном дидактическом уровне. Математику полезно видеть мир с закрытыми глазами. Абстрагируясь в процессе мышления, человек невольно закрывает глаза. Но виртуальный мир оказывается необходимым. Он расширяет фантазию и гибкость виртуального мышления. И потом снова начинается движение математической мысли от внутренней структуры миропонимания к математическому осмыслению реальности.

Дерзновенные конструкции небоскребов, мостов, тоннелей, характерные для современного мира, создаются в виртуальном пространстве, многократно испытываются на прочность (и это тоже виртуально), благодаря многофакторным прогностическим и эвристическим математическим моделям, реализуемым на мощных ЭВМ. Далеко не раскрыты возможности математизации гуманитарных и общественных наук. Социальные, общественные системы спонтанны, хаотичны, допускают огромное множество оптимальных состояний. Многие их качественные свойства не поддаются количественным оценкам и невыразимы в пространственных формах. Это подталкивает математику на развитие новых методов и подходов, позволяющих отразить сложное, противоречивое многообразие окружающего мира. Современная математика научилась их анализировать благодаря более высокому уровню абстракций. Математика вплотную приблизилась к описанию хаотической динамики, свойственной реальному миру. «В хаосе есть степень упорядоченности. Одним из главных свойств хаоса, помимо его проявления в маломерных динамических системах, является его сосуществование с упорядоченностью, с процессами самоорганизации», – утверждает Р. Р. Мухин [3, с. 85]. Это требует создания особых моделей, основанных на новой понятийной базе.

Стремительно меняющийся мир выдвигает новые проблемы перед математической наукой и соответствующие им проблемы организации математического образования, которые все более связаны с общими тенденциями его реформирования. «Что значит применить математику?» – обрести единство смысла в понимании математики и других наук, из которого следует культура мышления компетентного специалиста.

*Продолжение следует*

### **Литература**

1. Бычкова В. В., Маньковская Н. Б. Виртуальная реальность в пространстве эстетического опыта // Вопросы философии. – 2006. – № 11.
2. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика. – М.: Просвещение, 1967.
3. Мухин Р. Р. Методологические аспекты динамического хаоса // Вопросы философии. – 2006. – № 11.
4. Харре Р. Конструкционизм и основания знания // Вопросы философии. – 2006. – № 11.
5. Шевелев И. Ш. Геометрическая гармония. – Кострома, 1963.