

# НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПУБЛИЦИСТИКА

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ЭСТЕТИЧЕСКОГО ОПЫТА

Л. И. Лурье

На основе научной рефлексии математического образования рассматриваются философские проблемы преподавания математики в пространстве эстетического опыта. Поиск новой педагогической парадигмы вызывает необходимость достижения содержательного единства культурологических основ математического образования, развития дискурсивного мышления педагога.

### Часть 2\*

#### Прикоснуться к красоте математики и сохранить ее загадочность есть искусство преподавания

Математическое образование является центральным звеном любой образовательной системы. Человечеством накоплен огромный опыт обучения математике. Однако современный мир, меняющийся стремительно, ставит в процессе познания математики новые задачи, вырабатывая особое отношение к математической культуре как ценнейшему духовному богатству человечества.

Математика инициирует развитие способностей к творческому мышлению в самых различных областях познавательной деятельности. Согласно А. А. Зиновьеву, логика, включая и логику математического мышления, выступает как «способ существования человеческого сознания, искусственно изобретенный людьми, а не наследуемый биологически, отделяемый от человеческого тела, остающийся в его мозгу, как средство познания людьми окружающего их мира, включая их самих и саму жизнедеятельность, как знаковое средство фиксирования приобретаемых людьми знаний, их хранения и передачи новым поколениям, как средство использования людьми приобретенных знаний для получения новых знаний и практического опыта» [2]. Формальная логика математической науки в образовательной деятельности становится способом видения и понимания мира. Но формальность актов построения ма-

---

\* Начало статьи см. в № 6 (42), 2006.

тематической теории вовсе не влечет за собой заформализованности образовательной деятельности.

Идущий человек не вникает в механику или физиологию процесса своего движения, не стремится выделить в нем какие-то составляющие. Все происходит подсознательно. Так и в педагогике: чрезмерная детерминация актов педагогического мышления, абсолютизация алгоритмов его осуществления может стать тормозом в освоении педагогического процесса, понимании его сущностных свойств. Искусство педагогической деятельности состоит в «скольжении» по волнам памяти, совмещающей различные ракурсы научной дискуссии и интуитивной фантазии. В кажущейся спонтанности установления логической связи мыслительных процессов присутствует системность мыслительных операций. Лишь опытный методолог может понять контекстную целостность педагогического процесса, представленного феерией эмоциональных чувственных образов, усиливающих убедительность в понимании рождающейся на глазах у учащихся единой картины мира. Истинность чувств и переживаний педагога, воплощенная в его душевном состоянии, не требует специального овладения технологиями артистического мастерства. Невозможно сыграть роль гуманиста – им надо быть. Подлинность душевных состояний – вот что завораживает обучающихся. Учитель выражает себя в сакраментальном акте приобщения к научным знаниям. Известно, как К. Веейрштрасс читал лекции уже будучи почти слепым. В огромном полутемном зале он сидел в кресле, казалось, отстраненно и говорил своему ассистенту то, что следовало написать на доске. Завороженный зал, куда стекались студенты, простые горожане и даже дипломаты, напряженно слушал великого мыслителя, охваченного лишь страстью к занятию математикой и величественного в своей простоте. Таким его запомнила Софья Ковалевская. Красота математики и гениальность носителя ее идей сплелись воедино в удивительное ощущение причастности к науке. Это, возможно, и есть одно из высших достижений педагогического духа.

Математик сегодня – это интеллектуал, способный взять на себя лидерство в различных областях научно-технической деятельности. Для него в равной мере важны пласты исторического опыта развития математики и понимание вершинных достижений современной математической культуры даже при условии того, что акт математического творчества глубоко индивидуален. Пытаясь понять таинства интеллекта, мы обнаруживаем в его неисчерпаемой сути и пылкий ум, сомневающийся в вечных истинах, и способности, дарованные каждому из нас судьбой, и азарт борьбы, и тонкий юмор, и даже любовь, освещающую всякое доброе дело. Все это – лучшие черты современного молодого ученого, определяющие настоящее и будущее математики. Изучая ее,

каждый человек в короткий срок повторяет путь математической мысли за тысячи лет, постигая опыт всего человечества.

Ученый открывает мир. Педагог рассуждает о новом. Точнее, даже известное в науке, в его устах должно звучать как новое. Оно и на самом деле является таковым для тех, кто открывает для себя мир. Во встрече с неизвестным, постижении его тайн присутствует эмоциональный подъем. Педагогу, как и ученому, необходимо ощущение нового. Инновационное образовательное пространство вызывает потребность в диалоге, стремление передать окружающим атмосферу творческого поиска. Важен не только сообщаемый факт, а ощущение горизонта, который открывается перед обучающимся, понимание того, как под влиянием нового преобразуется человек. Именно в такие моменты процесс преподавания становится искусством.

Размышления о миссии математического образования в современном обществе приводят к необходимости видеть в нем мировоззренческий характер и ощущать математическую культуру как важную составляющую духовной жизни современного общества. Таким образом, преподавание математики приобретает философский смысл, требует понимания пограничных проблем с другими областями знаний. Широта кругозора преподавателя математики, способность видеть в различных объектах исследования их общую математическую природу есть талант трансформации одних образов мира в другие, единство природы которых поддерживается математикой. Чтобы привить обучающимся способности математического мышления, требуется овладение искусством аналогий, присутствующим в процессе познания реального мира как на уровне идеальных образов, так и моделей, описывающих приближенно объект исследования.

Очень часто учитель задает интригующий каждого ученика вопрос: «Хотите стать ученым?» Для многих молодых людей, даже тех, кто сокровенно мечтает посвятить себя науке, он может показаться неожиданным. Не рано ли думать о научных высотах, когда представления об основаниях науки еще весьма ограничены? Однако путь к творчеству открывается уже тогда, когда, испытывая интерес к достижениям технического прогресса и стремясь найти себя в многообразии окружающего мира, ученик проникается внутренней уверенностью в силе научного знания. Математика более чем какая-либо другая наука вызывает у человека стремление к творчеству. Не случайно ее называют «царицей наук», полагая, что она способна мобилизовать интеллект на пути к освоению непокоренных рубежей в познании мира. Все достижения технического прогресса пронизаны идеями фундаментальных наук. Особенно важна композиция научных знаний, в которой математика становится воистину «царицей», объединяя самые разнообразные

подходы к пониманию развития современного мира. Вот почему ее изучение связано с освоением основополагающих идей математического моделирования как основы инженерного творчества, решения других самых разнообразных задач, касающихся многих сфер деятельности. Ассоциативное видение количественных отношений и пространственных форм становится предлюдию к математическому моделированию – способностью применить подчиненный внутренней логике математический аппарат к описанию реальных систем и процессов.

Математика, имеющая в своей основе предельно абстрактные и отвлеченные от реального мира количественные отношения и пространственные формы, способна в системе математического образования «перебрасывать мосты» между многими духовными и идеологическими позициями, разделяющими народы. В истории цивилизации, пожалуй, нет такой другой науки, становление которой было бы связано с яркими личностями, имена которых представлены в богатейших культурах различных цивилизаций. Общность истории математики как части всемирной истории вырабатывает единую шкалу нравственно-этических отношений между народами, основанную на уважении к прошлому, их связывающему. Рождаясь обособленно в различных научных школах или при озарении в умах гениев-одиночек, математические идеи удивительным образом сопрягались между собой и становились ценностями всего человечества. Подобное единение происходило иногда через многие годы и обозначалось формированием научных традиций математики, созданием культурных основ единой картины мира. Математическое образование развивает способности понимания контекстных, глубинных смыслов, которые связывают различные народы и их национальные культуры. Математика способна обнаружить новое, гораздо более мощное основание для интеграции усилий всего человечества в познании мира, создавать человеческий капитал, делать инвестиции в развитие глобального мира всего человечества как целого.

Природа математического знания обладает еще одним мощнейшим консолидирующим воздействием: потребность объединить в процессе математического моделирования систем и процессов усилия специалистов различных профессиональных групп побуждает искать общий метаязык, выраженный математическими инвариантами. С точки зрения культурологической деятельности, математика связывает научно-технические направления, обнаруживая универсальные подходы и идеи, складывающиеся в различных направлениях жизнедеятельности и представленные артефактами различных культур. Математика в своем развитии способна далеко опережать современные запросы человечества, обладая эвристической ценностью и гуманистическим потенциалом, овладение которыми создает перспективы благополучной и ка-

чественной жизни. Таким образом, современное математическое образование может явиться одной из важнейших основ поиска взаимопонимания между народами. Оно способно вовлекать в творческий процесс отдельных людей и целые коллективы, вызывая сомыслие, сопереживание, духовную солидарность поколений.

Красота математических образов восхищала не только математиков, но и поэтов, прозаиков и остается для многих источником вдохновения. Природа математической красоты субъектна. Эта субъектность возникает в процессе преподавания математики тогда, когда беспристрастное построение математической теории воспринимается конкретным человеком в пространстве его чувств и образных ассоциаций. Способность изучать математику выражает меру интеллектуального развития человека, от которого требуется готовность восприятия красоты математики. Эта готовность должна находить выражение не только в масштабности мышления, но и в способности к рефлексии, наполняющей духовные искания человека беспристрастными образами математики. Математика оживает под воздействием эстетического опыта. С. Т. Погорелов определил данное явление как «индивидуальный опыт художественного освоения мира, который переосмыслен с позиций духовного развития личности» [7, с. 56]. Гуманитаризация математического образования становится одной из сущностных сторон его обновления, придающей аксиологический смысл педагогическому процессу.

Оставаясь единой в своей природе, красота математики в процессе преподавания высвечивается многими своими гранями. При поиске этой красоты вырабатывается сложный комплекс, соединяющий человека мыслящего и выдвигаемого им научного образа. Таким представляется преподаватель математики, влюбленный в свой предмет и щедро дарящий эту любовь своим ученикам. Преподаватель трансформирует способность ощущать красоту математики в эстетическое наслаждение восприятия жизни. Он уподобляет создаваемую в пространстве человеческого бытия техносферу продукту изящных математических построений, сулящих человечеству заманчивые перспективы.

Математика – наука точная. Но гуманитаризация математики как предмета возможна и очень важна. В утверждении идей, обращенных к человеку, возникает эмоциональность, чувственность, созерцательность, образность и ассоциативность восприятия математики, субъектность изучающих и преподающих ее людей. А это означает, что возникают пути диалога, который в конечном итоге приводит к обратному процессу – через образность мышления к строгой абстрактной логике. И очень важно, чтобы ракурс освоения математических знаний с точки зрения эстетических и нравственных ценностей, которые формируют понятие красоты, постоянно находился в поле

зрения преподавателя. Надо отметить, что постижение математической красоты не изучение конкретного и заданного учебного материала – фиксированного знания. Это способ контекстного представления математических идей и поиска глубинных смыслов, присутствующих в предметном знании, это и методология науки, которая возникает в процессе поиска красоты.

Феномен математики в том, что мифологические представления о величии математического творчества не требуют подтверждений и доказательств. Они присутствуют как данность, которая не становится фактором идолопоклонничества, но всегда выражает притягательную и непознанную уникальность вечного пути восхождения разума. Математика становится явлением искусства, а это означает, что ее преподавание требует не только высокого профессионализма, но и душевного настроя, эстетического чувства, высокого уровня культурного развития. Перечисленные свойства образовательной среды предполагают в идеале вовлеченность в изучение математики не только тех, кто непосредственно ее преподает, но и всей «команды» преподавателей, которая способна владение математической культурой сделать стилем мышления, способом жизнедеятельности.

В настоящее время происходит сокращение фундаментальной составляющей математического образования, исчезают столь значимые для формирования математической культуры доказательства различных теорем. При этом возрастает число текстовых задач, которые «привязывают» какую-то практическую ситуацию к только что изученной формуле. Такая форма приложения математики далека от реальных механизмов ее применения. Ощущение фундаментальности математики возникает у обучающихся из понимания вечности математических истин. Человек, ограниченный в своем бытии во времени, благодаря особому опыту мыслительной деятельности, возникающей в математике, осознает бессмертие человечества. У обучающихся всегда возникает радостное удивление от узнавания идей математики в фундаментальных понятиях других наук. Методология применения математических знаний требует насыщения многих учебных дисциплин математическими идеями. Многие учебные курсы не прониклись в должной степени идеей математизации. Для многих учебных дисциплин математика в виде модельного мышления еще не вошла в ткань учебного предмета как способ понимания его сущностных основ. Процесс математического моделирования в учебной деятельности есть поиск связующих звеньев между реальным миром и формально выстроенной последовательностью количественных соотношений и пространственных форм. Преподаватель раскрывает феномен узнавания реальности в предлагаемых математических моделях. Процесс узнавания позволяет учащимся испытать восторг неожиданных открытий.

Сами по себе текстовые задачи в определенном смысле облегчают понимание математики. Вместе с тем, прикладная направленность выражается в осознании совокупности математических теорий, применимых к исследованию того или иного реального процесса. Поэтому при изучении реального мира решение прикладных задач на каждом этапе работы связано с уровнем обобщений. Текстовые задачи, основанные на стремлении подыскать под какую-либо формулу конкретно заданную прикладную задачу, оказываются малоэффективны. Это ущербная и лжепедагогическая идея математизации прикладных знаний. Изучение математики должно сопровождаться формированием модельного мышления. Сами по себе математические модели могут иметь приложения в различных областях практики: за конкретной математической моделью стоит широчайший спектр возможных приложений. Вообще, мы можем говорить о существовании двух взаимодействующих множеств: множестве реальных прикладных задач и широчайшем спектре математических моделей из различных областей математики. Композиционная выстроенность подходов к математизации и прикладной направленности обучения должна выражаться именно в понимании спектра задач, поддающихся математическому описанию, и осознании возможностей такого описания, вытекающих из формирующейся математической культуры. Поэтому математическое мышление и свод математических знаний должны коррелировать между собой и способствовать достижению главной цели – всестороннему развитию личности, гармонизации видения мира с точки зрения идей математики и красоты их воплощения.

Процедуры получения любого знания, в том числе и математического, социально обусловлены. А само математическое образование, возможно, репрезентативно отражает состояние всей образовательной системы в конкретной стране. «Социология знания как эпистемология имеет свою ценность. Она помогает людям осознавать пробелы в знании, скрытые влиянием социальной силы и психологических социальных воздействий. Мы также можем быть уверены, что, поскольку наука есть человеческий проект, такие влияния никогда не исчезнут, как бы последующие поколения ни освобождались от мнений своих предшественников», – считает Р. Харре [10, с. 103]. Призывая что-то сделать с образованием, реформаторы всегда призывают к повышению качества математической подготовки, даже при самых жестких экономических ограничениях.

Адин Штейнзальц задается вопросом: «И разве сама социология знания не зависит от социума, подобно тем предметам, которыми она занимается, то есть разве сама социология знания, в свою очередь, не является выражением определенного рода социальных отношений? Ведь начиная с XIX в., известно

и становится все более и более очевидным, что состояние и развитие такой науки, как математика, которая совершенно невосприимчива к социальному влиянию, находится в зависимости от определенных социальных феноменов» [13, с. 7]. Математическое образование, обеспечивая новым поколениям пути к сотрудничеству, должно быть максимально открытым, поощряемым всеми возможными государственными и общественными организациями.

Есть и еще один парадокс, который подметил Конфуций: «Учение без размышления вредно, размышление без учения опасно». В математическом образовании важна та составляющая математической культуры, которая дополняет общий уровень развития обучающегося и позволяет ему глубже всматриваться в суть процессов и явлений, видеть в математических абстракциях образы реального мира. А. Н. Лук, утверждая, что «образ – квант смысловой информации», подчеркивал: «Способность распознавать образы – одно из фундаментальных свойств мозга. С помощью одинаковых физиологических процессов реализуется различная семантика, различные информационно-содержательные феномены. Различие проявляется не на уровне суммации импульсов; оно начинается на более высоких иерархических уровнях абстракции» [5, с. 8]. Способность в процессе изучения математики к образности мышления вырабатывает самобытность мышления обучающихся, обретающих собственный взгляд на мир, находит свое выражение при изучении других дисциплин и складывается в виде навыков модельного мышления, отражающего самые разнообразные свойства реального мира. Это является важным результатом развития личности, вытекающим из математического образования. В математике особую роль играют попытки расширения и уточнения теоретического знания, обобщение и формулировка теорем, введение определений и многие другие формы деятельности, усиливающие представление о теоретических знаниях. Математика как явление искусства предполагает эвристические рассуждения, ассоциативное мышление, метафорические образы, аналогии, проектную деятельность в виртуальной реальности. Все это с большим трудом технологизируется и всякий раз фантазия творческого педагога находит новые формы открытия математики как учебного предмета. Искусство видения математики как учебного предмета пролегалает через талант обобщений, овладение математической культурой, которая постоянно переключается с многообразием художественных образов.

Существует теснейшая взаимосвязь между разнообразными сторонами духовной жизни и развитием математической культуры. Античная математика глубочайшим образом связана с античной мифологией, религией, искусством, архитектурой, организацией общественной жизни. О. Шпенглер считал, что «душа Запада» – «не в последнюю очередь в пространствах готических со-



боров и формулах теории функций» [12]. Н. И. Лобачевский увидел в геометрических образах «чувственные впечатления», утверждая, что они «произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения» [4, с. 158]. Но чудо математики состоит в том, что ее многие современные достижения намного опередили время. Лишь спустя годы и столетия, возможно, удастся найти конструкты в реальном мире, которыми уже сегодня абстрактно оперирует современная математика.

Математический взгляд на мир позволяет описать многие процессы и явления с помощью математических моделей. Сама эта способность, вырабатываемая в процессе изучения математики, располагается и в поле образовательной активности различных дисциплин. Культура вырабатывает у педагога, а в последующем и обучающегося, механизм саморегуляции востребованности теоретических знаний в практической деятельности. Это чувство меры создает необходимые условия для творческого преобразования действительности. Вариативность математического образования призвана отразить широту познавательных интересов обучающихся, обеспечить целостность самого курса математики и всей учебной программы, соответствующей не только типам и видам образовательных учреждений, но и культурным особенностям социума, потребностям науки и производства региона. В этом смысле математика может быть «региональной».

«Развитие заключается в известном переломе, в известном столкновении, в известной коллизии между теми формами оперирования с количеством, которые ребенок выработал сам, и теми, которые ему предлагают взрослые», – отмечал Л. С. Выготский [1, с. 416]. Педагог должен «разведать» «те формы оперирования», которые свойственны конкретному ребенку, угадать, прочувствовать, в каких образах он мыслит, чувствует, рассуждает. Искусство понимания другого человека в педагоге развито тоньше, изысканнее, чем у любого другого специалиста. Ему нужно не просто узнать душевный настрой ребенка, ощутить его внутренний мир, необходимо, чтобы формы оперирования, которые использует учитель, были изоморфны характеру мышления обучаемого. Математика, являясь, несомненно, наукой сложной, требует от педагога предельного внутреннего сосредоточения, максимального проявления высших психических функций.

Математику в любой композиции учебных дисциплин, самых не похожих друг на друга учебных программ отличает стремление к логической строгости, точности и лаконичности. Поэтому она всегда, помимо собственных образовательных целей, выполняет межпредметные – систематизирует предметные области сквозь призму модельного мышления, дисциплинирует ум, учит рассуждать, достигая корректности умозаключений. Подавляющее большин-

ство тех, кто учит математику углубленно, все-таки не становятся математиками-профессионалами. Но они оказываются причастны к математике по духу, стилю мышления, быть может, даже характеру, всегда принимающему вызовы к покорению труднодостижимых целей. Способы осмысления, свойственные математике, имеют диалогическую природу. Математическая культура развивает способность убеждать и вести диалог, что важно во многих сферах деятельности. Выбор же математики как профессии сам по себе служит свидетельством особых креативных способностей личности использовать методологию математического поиска, которая выражается в необходимости следовать от выработанного навыка доказательств и рассуждений по разработанному алгоритму к овладению теоретическими методами мышления. Эти методы, в свою очередь, позволяют выдвигать новые принципы практической деятельности в различных областях, исходя из догадок и гипотез, удивительным образом предвосхищающих реальность, но вытекающих уже из природы математического мышления. Преподавание математики позволяет ощутить горизонты развития личности, установить, множество внутренне обоснованных мотивов образовательной деятельности, обусловленных математической культурой.

Математика как учебный предмет постоянно стремилась к переднему фронту познания математических теорий. Однако с годами разрыв все более усиливается. Даже математики-ученые, работающие в смежных областях, с трудом понимают друг друга. В математическом образовании возникает сложнейшая проблема: как при ограниченности возможностей в изучении математики добиться того, чтобы будущий ученый-исследователь сам мог приблизиться к переднему фронту науки и преодолеть его, получая новые научные результаты. Порог, разделяющий известное и неизвестное в математике, оказался почти недостижимым для большинства людей, выбирающих профессии далекие от математики. Они не в силах при своем «нематематическом» образовании приблизиться к переднему фронту математической науки. Возникающий разрыв связан также с эмоциональным, чувственным опытом людей, их способностью абстрагироваться на очень высоком уровне от реальности, что приводит к низкой результативности исследований математики на стыках с другими науками. Как уже отмечено, для математики эти стыки очень условны. Математика для «нематематиков» – важная сфера математического образования. Возбудить интерес к математическому творчеству в исследовательской деятельности, пролегающей в пространстве других научных областей, оказывается возможным не только с помощью привлечения новых дидактических подходов, а в большей степени благодаря обнаружению культурологических мотивов изучения математики. Требуется конвергенция стилей

мышления, которой в педагогике еще не уделяется должного внимания. Как из предметных и даже межпредметных связей складывается видение мира, остается сложной проблемой обоснования современного содержания образования. В этом смысле математика приобретает мировоззренческий характер. Две тенденции преподавания математики – усиление ее внутренней логики, фундаментальных основ и прикладная направленность математической подготовки – должны находить разумный компромисс на уровне понимания содержания образования как целого и культуры жизнедеятельности.

Обновление содержания курса математики с учетом профильности обучения, преемственности довузовской и вузовской подготовки следует осуществлять по фундаментальным, основополагающим вопросам, способствующим формированию математического мышления. Систему образования необходимо строить с учетом преемственности, возникающей не за счет конкретно взятых тем, а за счет фундаментальных идей курса, обретаемых общеобразовательных компетенций, то есть способности творить на основе математического образования в пространстве с определенными социокультурными связями, свойственными той или иной деятельности.

В математической теории идея красоты как таковая нигде не обозначается. А в математике как в предмете красота может быть выражена как характеристика, соединяющая самые различные представления об объектах математической природы. Она воспитывает эстетическое чувство и формирует ценности в культуре.

Способности и «неспособности» к изучению математики, по которым разделяют учеников, в большей степени связаны с ее преподаванием, любовь и «нелюбовь» к математике – чувства взаимные. Красота математики глубинна и требует культуры образовательного диалога. Дидактически отточенные системы и технологии обучения неожиданно для всех могут и не давать желаемого результата. Особенность математики состоит в том, что успех ее освоения связан не столько со стремлением понимать и применять определенный круг знаний, сколько с глобальной способностью человека интегрировать в себе самые разнообразные внутренние ресурсы для восприятия специфических образов, рождаемых в математике. Часто математику увязывают с музыкой, живописью, спортом, множеством других ассоциативных форм понимания действительности именно для того, чтобы вовлечь в образовательный процесс как можно больше психолого-физиологических, социокультурных и естественнонаучных свойств окружающего мира, способствующих развитию личности и связанного с ней социума. Однако ценность искусства в математике выражается в способности рассуждать, постигая глубинные смыслы. Математическая логика и ораторское мастерство, соединяясь, образуют ораторское искусство,

что имеет неопределимое значение во многих областях познавательной деятельности. В преподавании математика ассоциируется в чувственном, эмоциональном восприятии с гуманитарным пониманием мира и приобретает гуманистическую направленность, которая выражает ответственность науки перед обществом. «Последний базис знания есть совесть», – утверждал Г. Риккерт [8, с. 156].

На протяжении многих лет особый интерес вызывают идеи академика А. Н. Колмогорова по реформированию математического образования, которые, к сожалению, не удалось в полной мере воплотить в практику общеобразовательной школы и по сей день. Основной довод противников данного реформирования состоит в трудности учебных программ и перегрузках, возникающих у учеников. Так, «упрощение элементов высшей математики», которые были предприняты вопреки педагогическим воззрениям А. Н. Колмогорова, свели представление о производной функции к таблице дифференцирования – некое подобии таблицы умножения. Отсутствие достаточной глубины и понимания предельного перехода в старших классах так и не привело к восприятию мгновенной скорости механического движения, геометрической сути касательной к кривой и многим другим базовым понятиям. Вместе с тем, физиологом и педагогом академиком А. А. Ухтомским установлено, что умственные перегрузки не есть прямое следствие большого объема учебных нагрузок, а трудности обучения преодолимы за счет совершенствования технологий преподавания, благодаря таланту учителя, способному вызвать эмоциональный подъем и высокую мотивацию обучающихся. Вот почему кажется необъяснимым для чиновников-формалистов, как выдерживают учащиеся «перегрузки» в лицеях, гимназиях и специализированных школах. «Учиться хочется!» – вот в чем секрет этой силы преодоления. Социокультурная среда этих инновационных образовательных учреждений, как точно подметил И. Губерман, «разуму и страху вопреки душу вызывает на прыжок». Психофизиологами установлено, что в старших классах школы складываются предпосылки к формированию понятийного аппарата научного образования, его систематическому изложению, на чем настаивал А. Н. Колмогоров.

Глубинность познания, внутренняя наполненность человеческого бытия идеями, навеянными математикой, побуждает во все эпохи с особым вниманием относиться к содержанию математического образования как концептуальному остоу образовательного процесса. Драма идей свойственна не только рождению новых теорий. Жизнь свидетельствует об остроте противостояния подходов к обоснованию фундаментальных основ образования. В. М. Тихомиров и А. М. Абрамов вспоминают о том, как тяжело переживал академик

А. П. Ершов столкновение мировоззренческих позиций в процессе реформирования математического образования, выстраивая аналогии с различными проявлениями культуры: «Думая о судьбе колмогоровских реформ и ее идейном лидере, я не могу не провести параллели с судьбой другого гениального современника Андрея Николаевича Колмогорова. Я имею в виду писателя и поэта Бориса Леонидовича Пастернака и его главный труд «Доктор Живаго». Та же мера таланта, высокого профессионализма и способности к рядовой работе. Та же несочетаемость со многими реалиями повседневной жизни и обстановки. Та же неразрывная связь с культурой и природой. Та же смертельная ревность и пристрастность со стороны братьев по цеху. То же высокое ощущение своей бескомпромиссной предназначенности для некоторой общечеловеческой миссии» [9]. Как все это современно!

Профильная школа открывает возможности не только углубленного изучения отдельных дисциплин, но и композиционного построения научного знания в образовательных областях, придающего направленность развитию личности. Преподавание математики достигает преимущества через межпредметные связи и требует непрерывности системы обучения «школа – вуз». Это особенно важно для профильной школы, призванной преодолеть разрыв между школой и вузом, который сегодня во многом имеет вынужденный характер. Современная специализированная средняя школа перестает быть просто подготовительной ступенью к университету – в системе непрерывного образования «школа – вуз» она становится особым звеном университетского преподавания.

Многие технологии обучения математике жестко регламентируют содержание образования необходимостью следовать множеству контрольных мероприятий и итоговых аттестаций. Вместо развития математической фантазии, желанного пробуждения красоты в математическом мире, педагог и обучающийся подчиняют всю свою энергию удовлетворению выдвигаемых требований промежуточных и итоговых форм контроля.

Математические идеи рождаются по-разному. Великий французский математик Ферма обозначил начало в драматическом поиске доказательства своей знаменитой теоремы на полях книги. Возможно, поля в книге или тетради и являются тем местом, где фиксируются гениальные догадки. Поля учебной книги должны помочь вам в свободном творческом поиске. Может быть, помеченные отдельные мысли или поставленные вопросы приведут вас неожиданно к зарождению новых идей. В конце глав необходимы некоторые задачи, решаемые нетрадиционными методами, а также задания, требующие применения отдельных приемов математического моделирования. Во многих случаях целью их решения является не просто получение ответа, но и достиже-

ние определенного уровня качества решения. Важно развивать способности составления подобных задач, а еще лучше, более сложных, иллюстрирующих данную проблему. Вопросы, приводимые на полях текста, акцентируют внимание на ключевых моментах рассуждений. Там же, на полях, можно разместить мысли о математике и ее истории, которые, быть может, не всегда принадлежат самим математикам, но созвучны духу развития науки. Некоторый опыт соответствия этим требованиям представлен в учебном пособии автора статьи [6].

Учебное пособие должно быть продолжением диалога учителя и ученика. Таковую возможность создают новые информационные технологии, позволяющие воспринимать новый материал зрительно, на слух в диалоге с компьютером, что существенно повышает возможности обучения. Подходы к разработке учебной литературы с утвержденным на многие годы хрестоматийным курсом в виде учебника устаревают в стремительно меняющемся мире, даже если это учебник по «вечной науке» – математике. Нужен динамично меняющийся набор учебных пособий, отражающий творческую индивидуальность педагога. Следование «единственно верному учебнику» закабальет творческую инициативу педагога. Возможно, с появлением новых информационных технологий, станут полезны учебные материалы, которые учитель и даже ученик будут достраивать сами до целостного учебного курса в виде модулей компьютерных программ. Эти совместные интеллектуальные продукты будут дополнять лаконичные справочные материалы по соответствующим разделам учебных дисциплин. Профессионал-математик, методолог образования, а так же учителя школ, преподаватели вузов, учащиеся и студенты, становясь веб-педагогами, будут соавторами увлекательного поиска средств и методов обучения математике «здесь», т. е. в данном образовательном сообществе, и «сразу» – изучая материал, достраивать его до целостной системы. Конечно, не каждому учителю сейчас окажется возможным такое «достраивание», но, несомненно, это поле творческого поиска, который может вызвать живой интерес теоретиков и практиков математического образования. Такая модель обучения, как и сама математическая модель исследуемого объекта, вступают в сложное поликультурное взаимодействие, отражая индивидуальные пристрастия к научной и педагогической деятельности всех участников образовательного процесса. Создаваемый совместно учебный модуль может стать свидетельством эффективного взаимодействия участников образовательного процесса и одновременно высокого его качества.

Российское математическое образование обладает значительной вариативностью не только проблем, рассматриваемых в процессе обучения, но и видов деятельности, организуемых преподавателем совместно с обучающимися.

Учебный процесс в современной школе может быть организован в различных формах. Он может включать: базовый курс; учебно-исследовательский практикум как дополнение к базовому курсу, интегрирующий обучение не только по профильным дисциплинам, но и по всей проблематике курсов, изучаемых в текущий момент; факультативные занятия и кружки; целевую интенсивную математическую подготовку к творческим конкурсам (олимпиадам, конференциям и т. д.); учебно-исследовательскую практику, проводимую в смешанных научных коллективах (студенты, аспиранты, учителя школы и преподаватели вуза); подготовку итоговой исследовательской работы, выполняемой в различных научных центрах; параллельное изучение математики на английском языке; обсуждение и защиту исследовательских работ, выполненных на иностранных языках. Индивидуальный учебный план в системе профильного обучения позволяет выдвигать самые различные формы организации этого процесса. В этом многообразии возможностей раскрываются математические способности учеников и формируется искусство педагогической деятельности, благодаря свободе творческого поиска, предоставляемой учителю, и существенных возможностей вариаций содержания образования. Такая его организация направляет уровневую дифференциацию программ на развитие личностно-ориентированного математического мышления, которое, благодаря различным видам познавательной деятельности, позволяет ощутить «потолок» математических способностей, развитых на том или ином этапе у отдельного ученика.

Болонский процесс должен многое изменить в содержании математического образования. Но еще не в полной мере осознаны культурологические ориентиры этих преобразований. Например, как будет выглядеть «наша математика» на английском языке? Она может удивить нас самих. А как ее прочтут в западных странах? Будет ли наше математическое образование (на самом деле, когда-то лучшее в мире) визитной карточкой системы образования в России? Важно не только принять ценный опыт западных стран, который хорошо сопрягается с российским. Представляет интерес донести до наших западных партнеров исторически сложившиеся ценности российского математического образования. Быть интересными для других, в частности, в вопросах математического образования – увлекательная задача для самых разных субъектов образовательной деятельности. Для российских педагогов, например, несомненный интерес представляют учебные пособия [14–18], являющиеся интегрированными курсами и обладающие культурологической направленностью.

Художественные образы присутствуют во многих трудах, посвященных природе математического мышления. Карл Левитин в своей «Геометрической

рапсодии» пишет: «Внутренняя гармония, строгая законченная красота не только делают геометрию наукой о фундаментальных свойствах мира, но и дают каждому из нас возможность пройти несколько шагов по геометрической стезе» [3, с. 37]. Первые шаги в развитии геометрических представлений о мире дети делают уже в младенческом возрасте. Искусство видеть геометрическую красоту – педагогический дар, который еще задолго до систематического изучения этой науки должен присутствовать у тех, кто общается с ребенком. Капельки осеннего дождя, кленовый лист, трепещущий от дуновения ветра, стройная береза – все это истоки первых геометрических представлений о мире. На них следует обратить внимание, глядя из окна на уроке математики. Старшеклассников можно удивить, например, прямолинейными отрезками металла – образующими Шухова, из которых была сконструирована первая телевизионная башня в Москве на Шаболовке. Все это слагает культурный слой математического образования.

Карл Левитин приводит высказывание известного современного математика Готфрида Гарольда Харди «Узоры математики так же, как узоры художника или поэта, должны быть прекрасны; идеи так же, как цвета или слова, должны гармонически соответствовать друг другу. Красота есть первое требование: в мире нет места для некрасивой математики» [3, с. 37]. Действительно, в мире нет места для «некрасивой математики», но красота в математике может быть не обнаружена, не высвечена, не вознесена к подобающему ей величию, если преподаватель и ученик пассивны в стремлении ее видеть и воспринимать. А уж если она имеется, способность любоваться и испытывать восторг при покорении новых математических вершин и есть осознание себя в процессе математического мышления как культурологической деятельности. «К чтению и учению можно себя принудить, к мышлению же собственно нет», – считал Артур Шопенгауэр [11, с. 1229]. Овладение математической культурой создает завораживающую притягательность математики.

### **Литература**

1. Выготский Л. С. Психология развития человека. История развития высших психических функций. – М.: Смысл, ЭКСМО, – 2004.
2. Зиновьев А. А. Комплексная логика // Вопросы философии. – 2003. – № 1.
3. Левитин Л. Геометрическая рапсодия. – М.: Знание, 1976.
4. Лобачевский Н. И. Полное собрание сочинений: В 5 т. Т. 2. – М.; Л., 1949.
5. Лук А. Н. Мышление и творчество. – М.: Политическая литература, 1976.
6. Лурье Л. И. Математика и элементы математического моделирования: Учеб. пособие для системы непрерывного образования «школа – вуз». В 2-х частях // Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 1997.



7. Погорелов С. Т. Актуальные понятия современной педагогики. Круглый стол // Педагогика. – 2003. – № 7.
8. Риккерт Г. Философия жизни. – Киев: Ника-Центр; Вист-С, 1998.
9. Тихомиров В. М. и Абрамов А. М. Как сделаться великим человеком // Первое сентября. – 2003. – № 30.
10. Харре Р. Конструкционизм и основания знания // Вопросы философии. – 2006. – № 11.
11. Шопенгауэр А. Мир как воля и представление. Афоризмы и максимы. Новые афоризмы / Пер. с нем. Ю. Айхенвальд, Ф. Черниговец, Р. Кресин. – Мн.: Современный литератор, 1999. – 1408 с.
12. Шпенглер О. Закат Европы, Т. 1. – М., 1998.
13. Штейнзальц А. Социология невежества. – М.: Институт изучения иудаизма в СНГ, 1997.
14. Arthur Coxford, Zalman Usiskin, Danial Hirschhorn. Geometry. Teacher's Edition. Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, 1991.
15. Eugene D. Nichols, Mervine L. Edwards, E. Henry Garland, Sylvia A. Hoffman, Albert Mamary, William F. Palmer. Holt Geometry. Holt, Rinehart and Winston, Publishers, 1982.
16. Martin and Patricia Perkins. Advanced Mathematics. Book 1, 2. Published 1992 by Collins Educational.
17. Neal J. Holmes, John B. Leake, Mary W. Shaw. Gateways to Science. Webster Division, McGraw-Hill Book Company, 1983.
18. Robert Hutchings. Physics. This edition published by Thommas Nelsen and Soons Ltd. 1992.