туальные проблемы образования подрастающего поколения. – 2004. – № 25. – С. 122–130.

4. Разработка программного и методического обеспечения сетевых технологий тестирования на примере учебного курса «Высшая математика» для технического университета // Отчет по межвузовской комплексной программе «Наукоемкие технологии образования». – Екатеринбург, 2003. Ч. 1. – 44 с.; 2004. Ч. 2. – 61 с.; 2005. Ч. 3. – 39 с.

М. Г. Мишакина

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В статье рассмотрен один из возможных методических вариантов преподавания математики с позиции компетентностного подхода. Описаны основные принципы его реализации, способы применения различных технологий для достижения компетентностного уровня обучения математике. Предлагается система математических компетенций, интегративным началом которой выступает метод математического моделирования.

The article under consideration deals with one of the possible methodical variants of maths teaching from the position of the competentional approach. The main principles of its realization and methods of the usage of different technologies are dearly described for reaching of the competentional revel for mathematical.

Проблема обеспечения качества математического образования школьников в соответствии с требованиями современных образовательных стандартов, разработанных с позиции компетентностного подхода, обусловлена различным толкованием понятия «общеобразовательная компетенция», отсутствием системы математических компетенций, а также методических подходов к их формированию.

В основе одного из возможных вариантов решения обозначенной проблемы лежит определение образовательной компетенции как совокупности «взаимосвязанных смысловых ориентаций, знаний, умений, навыков и опыта деятельности ученика, необходимых, чтобы осуществлять личностно и социально значимую продуктивную деятельность по отношению к объектам реальной действительности» [14, с. 62]. Очевидно, что данная деятельность носит междисциплинарный характер, в то время как традиционно знания, умения, навыки выделялись по отношению к каждой учебной теме [14, с. 62–63]. Поэтому возникает вопрос о возможности соотнесения иерархии математических компетенций с прежней системой знаний, умений, навыков. Изначально ясно: перестройка старой структуры приведет к переходу на другой уровень ее организации, что позволяет ожидать новое качество образования.

Для осуществления подобной перестройки в школьном курсе математики необходимо рассмотреть проблему развития структуры содержания школьного математического образования с учетом современных дидактических подходов и принципов [6, 7]. Анализ подобной проблемы в математической науке приводит к выводу о том, что неизменными компонентами математики являются математические структуры и математическое моделирование. Причем «принципиальным является понимание связей, которые существуют между изучением математических структур самих по себе и изучением материальных объектов или реально протекающих процессов математическими методами…» [8, с. 63–64]. Приведенное замечание верно и для школьной математики, поскольку именно эти связи обеспечивают универсальность ее понятий и методов. В то же время реализация компетентностного подхода возможна только при осознанном со стороны учащихся установлении и изучении данных связей. Следовательно, перестройка системы знаний, умений, навыков должна произойти на основе анализа связей между теоретическим компонентом и деятельностью по его освоению и применению.

В школьном курсе математики данный вопрос до сих пор рассматривался недостаточно полно. Полнота будет достигнута, если включить в содержание предмета метод математического моделирования, но не формально, а предусмотрев полноценную реализацию всех его этапов [11] в отношении достаточного разнообразия прикладных задач. Покажем это на примере изучения понятия «производная функция». Данный пример важен потому, что начала анализа позволяют в процессе рассмотрения приложений формировать систему компетенций, используя теоретический материал всего курса математики.

Построение определения понятия «производная» может быть осуществлено последовательно: 1-й уровень – понятия «функция», «непрерывность»; 2-й – понятия «приращение функции», «предел функции» (возникает содержательная интерпретация – «средняя, постоянная скорость»); 3-й – «производная». Данная иерархия позволяет уяснить важность пропедевтики понятия «производная» при изучении понятий 1-го и 2-го уровней. В этом случае нам представляется ценным и приемлемым для школы подход к построению курса математического анализа, реализованный А. Я. Хинчиным, который акцентирует внимание на связях между понятиями, их роли и методах применения в прикладных науках и технике, поэтому рассматривает реальные процессы и соответствующие им математические структуры. Любой процесс он представляет «как ряд последовательных значений некоторой «основной» переменной величины», характер изменения которой «полностью определяет математический тип процесса». Различные процессы имеют разные формальные структуры – функции основной переменной. А. Я. Хинчин выделяет три основных математических типа (структуры) процессов, которые необходимо изучить: основная величина меняет свои значения скачкообразно (разобрано на примере геометрической прогрессии), основная величина меняет свои значения «непрерывно, проходя через промежуточные значения», и при этом непрестанно либо возрастает, либо убывает. Все остальные процессы будут «смешанного» типа по характеру поведения основной переменной [13]. В современных школьных учебниках реальные процессы и функции представлены, но не дается математическое описание процесса, явно не выделены основные типы процессов и их структуры.

При таком подходе к изучению понятия «функция» и ее свойств легко перейти к понятию «производная»: любой процесс характеризуется скоростью его изменения, значит, можно говорить о скорости изменения значений функции. Для реализации конкретно-научных представлений о скорости изменения непрерывных процессов любой природы необходимо рассматривать межпредметные связи. Системы задач в действующих учебниках раскрывают достаточно полно связи «математика – физика» и содержат, за небольшим исключением, задачи с геометрическим содержанием, что недостаточно.

К тому же, как правило, сразу дается математическая постановка задачи (этап математического моделирования). Для формирования компетенций на основе рассмотрения связей между теоретическим и прикладным компонентами содержания необходимо расширить круг задач и часть из них предложить в виде проблем на уровне содержательной постановки. Например, задача: «Высота камня, брошенного вертикально вверх со скоростью v_0 с начальной высоты от земли h_0, меняется по закону $x = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где g = 10 м/с^2 – ускорение силы тяжести. Найдите зависимость скорости камня от времени» [1, с. 121] может иметь вид: «Мальчик бросил камень вертикально вверх. Как меняется скорость камня с течением времени?», что проще для восприятия учащихся, так как в этом случае задача обращена к их житейскому опыту и несет больший познавательный и образовательный потенциал, поскольку ученики должны сами определить перечень необходимых величин и существенные связи между ними. Так как формирование соответственной математической модели будет поэтапным – ей предшествуют построение геометрической модели и решение задачи с конкретными значениями, то проверка адекватности модели будет осуществляться с опорой на уже приобретенный опыт учащихся. Вопрос о ее практическом использовании в данном случае имеет методологическое значение – понятие «производная» нельзя ввести строго в школьном курсе математики, но важно дать понять его суть через конкретные примеры, ориентированные на формирование компетенций: *наглядно-модельной* (при переводе условия задачи с одного языка на другой и построении различных моделей – механической, геометрической, теоретико-множественных разного уровня общности); *алгоритмической* (при использовании учащимися в решении задач различных алгоритмов с опорой на имеющиеся знания, умения, способы деятельности); *вычислительной* (при решении задач с конкретными значениями величин и в общем виде, предполагающих знание конкретных правил вычислений и представление о природе и свойствах множества действительных чисел); *прогностической* (в процессе реализации вычислительных алгоритмов, исследования вопроса о практическом применении модели); *исследовательской* (при решении задачи в целом); *методологической* (уяснение сущности понятий «действительное число», «непрерывный процесс», «производная», «оценка практической значимости построенных моделей» возможно только с опорой на онтологические представления о реальном мире).

Таким образом, реализация метода математического моделирования по отношению к разнообразному набору прикладных задач позволяет формировать математические компетенции. Поэтому мы выделяем систему компетенций, учитывая сущность этапов данного метода. В силу его универсальности – он применяется на эмпирическом и теоретическом уровнях познания, – наша система содержит образовательные компетенции, относящиеся к разным уровням (см. рис. 1):

- *предметные* (наглядно-модельную, обеспечивающую создание математических моделей и применение на практике уже известных, *вычислительную*, позволяющую создавать правила вычислений и исследовать с их помощью модели, *прогностическую*, отвечающую за построение и применение стохастических и оценочных алгоритмов, например вычисление дискриминанта, применение теории равносильных уравнений и др.);
- *межпредметную* (алгоритмическую, связанную с созданием и применением на практике алгоритмов);
- *ключевую* (исследовательскую, формирующуюся в процессе проведения разного рода исследований).

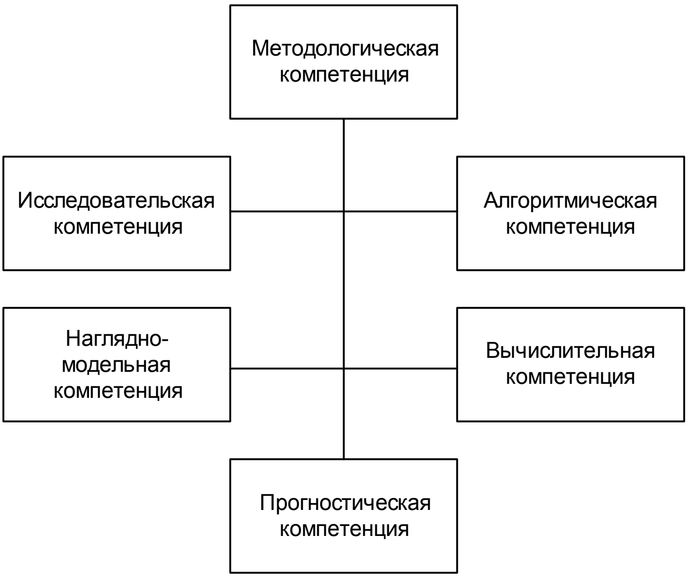

Рис. 1. Структура математических компетенций

Названные компетенции относительно самостоятельны: с одной стороны, обладают специфическими особенностями относительно друг друга, а с другой – в совокупности образуют *ключевую методологическую компетенцию*, понимаемую нами как выход ученика на уровень осмысления математического содержания через овладение методами общенаучного и философского уровня познания и выстраивание их иерархии. В зависимости от дидактических целей (усиление гуманитарной или технической составляющей образования с учетом профильного подхода к обучению) можно переносить акценты на разные аспекты формирования этой компетенции. Однако очевидно, что есть универсальное ядро содержания, которое также должно формировать систему компетенций, включая методологический уровень. Так, при изучении алгебры 10–11-х классов необходимо рассмотреть основную онтологическую проблему курса: как мыслить пространство, время, движение – дискретными (состоящими из неделимых единиц) или непрерывными (делимыми до бесконечности). Ответ определяет методы изучения всех известных величин и само понятие числа. Этот фундаментальный вопрос оснований математики [4, с. 56–59], впервые поставленный Зеноном Элейским (V в. до н. э.) в знаменитых апориях, в наше время актуален не меньше, чем в древности. Он позволяет сформулировать четыре проблемы:

- возможность бесконечного деления величины отрезка пути – *построение математической модели движения*;
- возможность бесконечного деления величины отрезка времени – *построение математической модели времени*;
- *построение математической модели числовой прямой и* уточнение понятия числа;
- *построение математической модели пространства.*

Комплексное рассмотрение проблем актуализирует связи между понятиями «движение», «время», «координатные прямая и пространство», методами их изучения, т. е. охватывает весь круг проблем, представленных в школьном курсе алгебры и геометрии. Их решение в рамках компетентностного подхода предполагает разработку соответствующих методических основ (см. рис. 2), сложность и масштабность которой требует применения нескольких взаимосвязанных научных подходов. Принимая во внимание, что понятие нельзя описать полно ни в методологическом, ни в содержательном аспектах, не рассмотрев все типы связей между его элементами, учитывая предмет математики, мы признаем ведущим системно-структурный подход к содержанию. Для осознанного усвоения математических структур необходимо рассмотреть не только их «современное» состояние на школьном уровне, но и процесс их развития, что возможно реализовать при историко-генетическом подходе к содержанию. Поскольку процесс познания осуществляется только в деятельности, а компетенциями называются формирующиеся в ней личностные качества ученика, то содержание должно давать возможность реализовать личностно-деятельностный подход к обучению. Это связано с проведением математического эксперимента и исследований в процессе рассмотрения приложений математики, а также практически и теоретически важных задач.

Рис. 2. Методические основы реализации компетентностного подхода к изучению математики

Системно-структурный подход к содержанию. С точки зрения когнитивной психологии знания, умения, навыки, опыт деятельности (т. е. способы ее осуществления) хранятся в памяти «в виде более или менее обобщенных продуктов умственной переработки воспринятого – репрезентативных когнитивных структур или когнитивных схем» [11, с. 58]. Как соотносятся математические структуры и способы деятельности с когнитивными структурами? В. А. Тестов отмечает, что «в процессе обучения математике у человека складываются специфические когнитивные структуры, являющиеся отражением объективно существующих математических структур», и выделяет два типа математических когнитивных структур, которые отличаются своей ведущей функцией и принципом образования (см. табл.1) [11, с. 60]:

Таблица 1

Математические когнитивные структуры

Типы структур	Структуры, отнесенные к одному типу	Ведущая функция структур	Принцип образования структур
I	Алгебраические Порядковые Топологические	Хранение знаний	Горизонтальный
II	Логические, Алгоритмические, Комбинаторные, Образно-геометрические когнитивные схемы	Методы познания	Вертикальный

Эта классификация включает математические когнитивные структуры, входящие в состав математических компетенций. Деление структур в соответствии с их принадлежностью математическим компетенциям происходит на основании анализа и дополнения (по сравнению с традиционным обучением) вертикальных связей. Какое значение это имеет для нашего исследования? Во-первых, чтобы сформировать компетенцию, необходимо ясно представлять ее структуру. Во-вторых, психологи установили, что учащиеся 5–11-х классов лучше усваивают и воспроизводят структурированную информацию, чем несвязную, в то время как для младших школьников это не является определяющим фактором ее понимания и воспроизведения [10]. В-третьих, развитая и структурно организованная когнитивная система позволяет анализировать и синтезировать информацию, обеспечивает гибкость и подвижность мышления [11, с. 62–63]. Совокупность структур в этом случае представляет собой иерархию моделей существующих процессов и явлений, что выступает предпосылкой формирования умения решать теоретические и практические задачи, относящиеся к разным сферам применения математического знания. Поэтому необходимо построить обучение математике как процесс познания реального мира – целостности, компоненты которой изучают различные науки, используя для этого математические модели (структуры разного уровня сложности). Это возможно, если в содержание школьного курса включить систему прикладных задач, обеспечивающих качественное разнообразие межпредметных связей, а каждое понятие рассмотреть как конфигуратор – совокупность систем, раскрывающих многообразие разных типов связей между элементами понятия. В этом случае процесс решения задачи представляет собой интеграцию структур, соответствующих ее условию. Данные положения позволяют сделать вывод о том, что *системно-структурный подход к содержанию* способствует формированию теоретического и прикладного компонентов знаний, необходимых для достижения компетентностного уровня образованности учащихся.

Историко-генетический подход к содержанию. Изучение истории математики должно включать в себя рассмотрение ее философских и логических основ, так как «развитие математического аппарата… определяется общими представлениями о структуре и свойствах материального мира и особенностях познания» [3, с. 153]. При этом основными философскими идеями курса являются «идеи непрерывности и дискретности пространства, идеи движения, симметрии и гармонии окружающего мира, детерминизма и вероятности и т. п.» [3, с. 147]. В этом случае главные направления реализации историко-генетического подхода к содержанию можно представить на следующей диаграмме (рис. 3):

Рис. 3. Основные составляющие историко-генетического подхода к содержанию предмета «математика»

При изучении темы «Производная» историко-генетический подход будет иметь специфические особенности. К ним мы относим получение учащимися сведений об онтологических основаниях дифференциального исчисления, формирование у них понимания сути и сферы применения методов дифференциального исчисления, знакомство школьников с историей построения математической модели непрерывных процессов.

В рамках указанных подходов возникает следующая система методических принципов реализации компетентностного подхода.

Принцип рассмотрения изучаемых в каждой учебной теме понятий и методов как самостоятельных систем и элементов более общих систем (систематизация знаний). Проблема представления объекта как системы, выделение разных типов межэлементных связей и их полный, непротиворечивый синтетический охват потребует от учащихся наличия методологических знаний. Изучив объект как систему или совокупность систем, ученики одновременно представят его как целостность – элемент более общих систем. Таким образом, реализация данного принципа направлена в первую очередь на формирование методологической компетенции.

Принцип формирования системы компетенций в процессе полноценной реализации метода математического моделирования (обучение через приложения). Метод математического моделирования осуществляет системообразующую связь между теоретическим и деятельностным компонентами содержания в процессе решения прикладных задач. В это время формируются компетенции, причем не последовательно, а в различных комбинациях, так как между ними сложно провести четкие границы. Решение задачи, будучи поиском синтеза известных структур, результатом которого являются новые или уже известные алгоритмы, оценки, интерпретации, опирается на системные представления о понятиях и методах.

Принцип установления философских, логических, культурно-исторических связей между элементами содержания (рассмотрение изучаемых понятий и методов в историко-генетическом аспекте). Принцип позволяет рассмотреть единство фундаментальной и прикладной математики, последовательные стадии формирования конкретного знания, вскрыть причины его возникновения, понять исторически сложившиеся философские, в том числе логические, основания предмета, обеспечивает мировоззренческие, культурологические, нравственные аспекты знаний учащихся, а также глубину понимания и усвоения учебного материала.

С учетом данных принципов наиболее важными являются следующие технологии, ориентированные на формирование математических компетенций (табл. 2).

Критерии отбора содержания:

• *Полнота системы методов, позволяющих полноценно реализовать метод математического моделирования.* Так как «схемы действий и схемы предметов могут в значительной мере замещать друг друга в том смысле, что известные свойства предмета начинают обозначать определенные способы действия, а за каждым звеном действия предполагаются определенные свойства его предмета» [5, 17], то система методов полностью определит необходимую систему понятий.

• *Качественное разнообразие межпредметных связей* (сфер применения методов). Реализуется через системное рассмотрение понятий и методов, систему прикладных задач.

• *Включение методологических знаний, обеспечивающих построение систем понятий и методов.*

• *Отражение мировоззренческого смысла нового знания, культурно-исторического аспекта знания, связь научных проблем современности и других эпох.*

Таблица 2

Система технологий, ориентированная на формирование математических компетенций

№	Название технологии	Ведущая функция технологии в системе
1	Становление системы личностных образовательных смыслов ученика (А. В. Хуторской)	Реализует личностно-деятельностный аспект компетентностного подхода.
2	Наглядно-модельное обучение (Е. И. Смирнов)	Опирается на системно-структурный и генетический подходы к содержанию, методические принципы систематизации знаний и рассмотрения изучаемых понятий и методов в историко-генетическом аспекте, формирует методологическую и наглядно-модельную компетенции, раскрывает содержательный аспект математики
3	Поисково-исследовательская (задачная) технология (В. И. Загвязинский, А. И. Лернер, А. В. Хуторской)	Позволяет организовать обучение через систему прикладных задач, являющихся средством формирования компетентностного подхода

В результате можно выделить следующие особенности изучения математики в 10–11-х классах при реализации компетентностного подхода:

1. Основы наглядно-модельной компетенции закладываются в процессе изучения понятий посредством выделения существенных свойств реальных процессов и явлений. Каждое понятие рассматривается многоаспектно, как целостность. Ее описание возможно в виде совокупности систем, основная структура которых отражает различные свойства объектов. Это позволяет выявить интерпретации данного понятия с точки зрения внутри- и межпредметной интеграции. При переходе от одной модели к другой у учащихся возникает представление о математике как об особом универсальном языке.

2. Реализация метода математического моделирования позволяет формировать всю систему компетенций:

- обеспечивает связь теории и практики, т. е. позволяет рассмотреть межпредметные связи и осуществить отбор необходимого содержания;
- предполагает применение основных видов математической деятельности, адекватных структуре математических компетенций;
- позволяет сочетать научный уровень обучения с доступностью (обращение к наглядности) и познавательным интересом (связь с реальной жизнью через содержательную постановку задач), что обеспечивает мотивацию деятельности учащихся;
- способствует формированию мировоззрения учащихся, раскрывает сущность методологии через осознание математики как метода познания реального мира (непрерывных и дискретных процессов).

Литература

1. Башамков М. И. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10–11 кл. сред. шк. – 3-е изд. – М: Просвещение, 1993. – № 47 (1). – С. 121.

2. Блауберг И. В. Проблема целостности и системный подход: Моногр. – М.: Эдиториал УРРС, 1997. – 448 с.

3. Бондаренко Т. М. Формальные и содержательные аспекты математизации знания // Научное знание: логика, понятия, структура. – Новосибирск: Наука, 1987. – 255 с.

4. Гайденко П. История греческой философии в ее связи с наукой: Учеб. пособие для вузов. – М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. – 319 с.

5. Гальперин П. Я. К исследованию интеллектуального развития ребенка // Вопросы психологии. – 1969. – № 1. – С. 15–25.

6. Загвязинский В. И. Теория обучения: Современная интерпретация: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М.: Академия, 2001. – 192 с.

7. Загвязинский В. И., Атаханов Р. Методология и методы психолого-педагогического исследования: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М.: Академия, 2001. – 208 с.

8. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание: Учеб. пособ. для вузов. – 2-е изд., доп. – М.: Наука, 1985. – 176 с.

9. Смирнов Е. И. Педагогический процесс наглядно-модельного обучения математике // Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учеб. пособ. / Под ред. В. Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.

10. Солсо Роберт Л. Когнитивная психология. – М.: Тривола, 1996.

11. Тестов В. А. Стратегия обучения математике. – М.: Технологическая школа бизнеса, 1999. – 304 с.

12. Фридман Л. М. Теоретические основы методики обучения математике: Учеб. пособие. Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 248 с.

13. Хинчин А. Я. Краткий курс математического анализа. – М.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1957. – 627 с.

14. Хуторской А. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования. – 2003. – № 2. – С. 58–64.

Л. Н. Попов

ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗА

В статье рассматривается педагогический образ как структурированная педагогическая интонация (тон) и коннотация и предлагается технологическая модель создания целостного речевого педагогического образа.

In the article the author examines an image of a teacher as an organized pedagogical information (tone) and connotation and suggest a technological model of creating an integral image of a speaking teacher = an image of a teacher as he/she is.