

# ТЕОРИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Ю. Б. Мельников,  
Е. П. Матвеева, Г. В. Ваганова

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ И ОЦЕНКЕ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

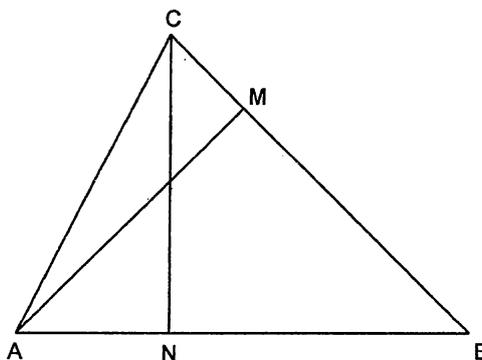
Рассматривается понятие адекватности модели в рамках ее формально-конструктивного определения. Сформулированы принципы характеристик адекватности, на основе которых выделены различные классы адекватности модели.

There are considered question about the notion «adequacy to models» within the framework of formally-constructive determination to models. There was formulated principles of the determination of the adequacy characteristics. By this principles there are created different classes of the adequacy characteristics.

В качестве основы механизма построения новых моделей можно предложить алгебраический подход – применение «операций алгебры моделей» к ограниченному набору базовых моделей. С целью реализации этого подхода в **формально-конструктивном определении модели** [1, 2, 3] мы отказались от требования «аналогичности», «подобия» между моделирующим и моделируемым объектами. Под моделью при этом понимается объект, состоящий из двух компонентов: интерфейсного и модельно-содержательного. **Интерфейсный компонент** представляет систему связей между компонентами моделируемого и моделирующего объектов. **Модельно-содержательный компонент** формализует моделирующий объект и представляется системой из трех компонент: носителя, совокупности характеристик и совокупности отношений. **Носителем** модели называется множество элементов, из которых состоит моделируемый объект (в другой модели в объекте могут быть выделены иные составные элементы). Под **характеристикой** понимается функция, область определения которой включается в некоторую декартову степень носителя с некоторой областью значений, которая может быть нечисловой. В частности, величина – это характеристика с числовым значением (скалярная величина) или векторным значением (векторная величина). Например, могут быть различными решения задачи «Найти длину стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ , если  $BC = 15$ , и длины высот  $AM$  и  $CN$  равны, соответственно, 9 и 12» (рисунок).

Решение, основанное на двойком вычислении удвоенной площади  $\triangle ABC$ :  $AB \cdot CN = BC \cdot AM$ , использует геометрическую модель, носитель которой состоит из отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $AM$ ,  $CN$  и треугольника  $\triangle ABC$ . Система характеристик этой геометрической модели состоит из функций «длина отрезка» (с отрезком сопоставляется его длина) и «площадь треугольника» (с треугольником сопоставляется его площадь). Система отношений представлена

предикатом «быть высотой треугольника». Для этой задачи можно предложить решение, основанное на подобии треугольников  $\triangle ABM$  и  $\triangle BCN$ , тогда в результате вычисления коэффициента подобия двумя способами получаем равенство  $\frac{AB}{CN} = \frac{AM}{CN}$ . В этом случае носитель геометрической модели состоит из отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $AM$ ,  $CN$ , углов  $CNB$ ,  $AMB$ ,  $ABC$  и треугольников  $\triangle ABM$  и  $\triangle BCN$ . Система характеристик этой геометрической модели состоит из функций «длина отрезка» и «коэффициент подобия треугольников». Система отношений состоит из предикатов «быть прямым углом», «быть равными углами», «быть общим углом треугольников», «быть подобными треугольниками».



Таким образом, с позиций формально-конструктивного определения модели, *геометрический чертеж моделью не является*. Более того, по одному и тому же условию задачи и одному и тому же чертежу можно построить различные геометрические модели, с помощью которых можно получить различные решения этой задачи.

### Некоторые отношения и операции алгебры моделей

Модель  $A$  называется **подмоделью** модели  $B$  тогда и только тогда, когда носитель модели  $A$  является подмножеством носителя модели  $B$ , система характеристик модели  $A$  является подсистемой системы характеристик системы  $B$ , и каждое отношение из системы отношений модели  $A$  является подмножеством некоторого отношения из системы отношений модели. Подмодель  $A$  модели  $B$  назовем **собственной**, если  $A$  отлична от модели  $B$ .

Пусть  $A = \{A; F; P\}$ , где  $A$  – носитель модели  $A$ ,  $F$ ,  $P$  – множество характеристик и, соответственно, отношений модели  $A$ . Будем говорить, что характеристика  $g$  или отношение  $q$  **индуцированы** характеристиками  $f_1, \dots, f_n$  из  $F$  и отношениями  $p_1, \dots, p_n$  из  $P$  тогда и только тогда, когда  $g$  может быть представлена формулой исчисления предикатов, использующей логические связки, предметные переменные, кванторы  $\forall$  и  $\exists$ , символы  $f_1, \dots, f_n, p_1, \dots, p_n$ , круглые скобки, и стандартные теоретико-множественные обозначения.

### Определение адекватности модели

Модель создается с целью изучения моделируемого объекта, поэтому важна «похожесть» моделирующего на моделируемый объект (в различных трактовках «похожести», «аналогичности», «изоморфности» и др.). Приведем несколько примеров. Рассмотрим совокупность моделей некоторого человека. С помощью моделей первого типа оценивается уровень актуальной обученности по различным учебным предметам (математике, физике, химии, истории и др.). Модели второго типа описывают состояние здоровья человека. Модели третьего типа описывают набор качеств, важных для данного вида деятельности: общительность, сформированность профессиональных знаний и умений, внешний вид, ответственность и т. п.

Допустим, нас интересует, в какой степени данный человек соответствует предъявленным требованиям. Для этого мы выбираем соответствующую модель и оцениваем уровень соответствия требованиям. Будем считать, что набор требований – это модель **A**, а модель конкретного человека – это модель **B**. Мы определяем способ оценивания соответствия модели **B** набору требований (т. е. модели **A**). Оценку  $\varphi_A$  уровня соответствия человека, представленного моделью **B**, набору требований, представленных моделью **A**, можно рассматривать как **характеристику адекватности модели B относительно модели A**, т. е. как функцию, определенную на множестве моделей конкретных людей. В этом случае модель **B** мы называем **оцениваемой моделью**, а модель **A** – **эталонной моделью**. Например, в качестве  $\varphi_A$  (**B**) можно взять результат усреднения оценок, поставленных по пятибалльной шкале 10 экспертами.

Другой пример. Рассмотрим движение конькобежца по беговой дорожке. В любой момент времени мы можем измерить характеристики, определяющие положение конькобежца (например, указать его координаты). В итоге получаем модель **C** его движения. Мы рассчитали оптимальную стратегию движения, представленную моделью **D**. Оценивать точность соблюдения стратегии движения можно по-разному. В первом случае мы оцениваем максимум расстояния реального положения конькобежца от расчетного, получаем значение характеристики  $\varphi_D$  (**C**). Во втором случае максимальное отклонение оценивается только в нескольких контрольных точках, получаем значение характеристики  $\varphi''_D$  (**C**). В любом из этих случаев мы оцениваем, насколько реальное движение конькобежца «похоже» на расчетное, но «похожесть» понимается в разных смыслах. В функциональном анализе различными характеристиками адекватности приближения функции  $f$  с помощью функции  $g$  из некоторого класса функций являются различные нормы разности функций  $f$  и  $g$ . Функция  $f$  при этом рассматривается как **эталонная модель**, а ее приближение – как **оцениваемая модель**.

Таким образом, оценивание адекватности всегда происходит путем сравнения двух моделей – **оцениваемой** и **эталонной**. Как правило, оцени-

вание адекватности осуществляется с использованием значений функций, входящих в системы характеристик оцениваемой и эталонной моделей. Поэтому возникает необходимость описания всех возможных способов получения значений характеристик и показателей, определяющих адекватность значения характеристик. Необходимость оценивания формы и содержания модели приводит к выделению двух типов характеристик: корректности и достоверности. Характеристика адекватности описывает **корректность** модели, если сравнение исходной модели производится с моделью, представляющей собой систему требований к получению и оформлению результатов. Для характеристик адекватности, описывающих корректность, эталонная модель может быть представлена стандартом оформления, описанием способа получения значений характеристики, критерием принадлежности данному отношению (или истинности соответствующего предиката) и др. Характеристика адекватности описывает **достоверность** модели, если с ее помощью оценивается «одинаковость», «близость» значений некоторых характеристик, например, «похожесть» значений величины, найденных разными способами (допустим, с одной стороны, с помощью непосредственного измерения, с другой стороны, на основании теоретического расчета). Другим примером оценивания достоверности является оценивание «похожести» предсказанной формы объекта на форму, полученную в результате эксперимента. В последнем случае такая характеристика может принимать, например, значения «похоже», «почти похоже» и «не похоже».

### Метрический пакет

Для создания механизма оценивания адекватности моделей следует каким-либо образом формализовать процесс получения значений характеристики. Анализ показывает, что в настоящее время применяются следующие способы определения значений характеристик: 1) назначение качественных, сравнительно-количественных или количественных показателей на основе их принятия или соглашения; 2) результат единичного непосредственного измерения; 3) результат статистической обработки нескольких (многих) измерений, имеющих вероятностный характер; 4) результат расчета на основе корреляционных зависимостей; 5) результат определения с помощью общих теорий на основе принятых допущений и аксиом. Перечисленные способы получения значений характеристик определяют **корректность характеристики**. Классификация способов измерения значений характеристик позволяет определить характеристики достоверности получаемых их значений. А именно, **достоверность характеристики** и значений характеристик включает три компоненты: 1) достоверность исходных данных; 2) адекватность применяемых моделей; 3) достоверность теоретического аппарата. Перечисленные способы определения характеристик и компоненты достоверности называются **метрическим пакетом**.

### Объективные и субъективные модели

Восприятие и использование результатов исследования моделей в рамках культуры любой конкретной цивилизации требует наличия моделей, общих для всех людей определенной категории, принадлежащих данной цивилизации. Например, все выпускники современной школы должны одинаково воспринимать смысл таких терминов, как «треугольник», «кислота», «скорость», «средние века», «бактерия» и др. Такие модели, общие для всех субъектов некоторого вида деятельности, назовем **объективными моделями**. В то же время у многих субъектов деятельности имеются специфические трактовки некоторых понятий, уникальные модели. Например, учащиеся при изучении темы «равнобедренный треугольник» чаще всего имеют дело с изображением треугольника, у которого основание нарисовано параллельно нижней кромке классной доски или нижнему краю листа. В результате у некоторых учащихся формируется неверное понимание термина «равнобедренный треугольник», т. е. формируется субъективная модель этого понятия, не являющаяся адекватной относительно соответствующей объективной модели. Учащиеся обычно не отдают себе отчета в том, что такие понятия как «выше», «ниже», «слева», «справа» описывают положение объекта относительно наблюдателя. Но наблюдатель не рассматривается в геометрических моделях, поэтому эти понятия не являются геометрическими. Модели, характерные только для единичных субъектов, но воспринимаемые этими субъектами как соответствующие объективные модели (т. е. являющаяся отражением объективной модели в сознании субъекта), мы назовем **субъективными моделями**. Нередко субъективная модель может быть представлена как обогащение объективной модели, например, индивидуальными ассоциациями (треугольник – угловатый, окружность – пустая, круг – теплый). Часто субъективная модель может быть представлена как подмодель объективной модели. В процессе обучения такая субъективная модель обогащается новыми характеристиками и отношениями (реже происходит обогащение носителя модели) и таким образом «приближается» к объективной модели. Среди объективных моделей особую роль играют те, которые представляют собой систему требований, например, тактико-технических требований к объекту, запущенному в массовое производство. Результат испытания конкретного объекта приводит к созданию его субъективной модели. Вывод о том, удовлетворяет ли испытанный объект предъявленным требованиям можно рассматривать как оценку уровня адекватности его субъективной модели в ситуации, когда объективная модель (технические характеристики) выступает в качестве эталонной модели.

### Определение адекватности

Проблема оценивания «похожести» в теории моделирования решается с помощью построения модели (таблица).

Оценивание «похожести» в теории моделирования

Модельно-содержательная компонента адекватности		
Носитель модели	Система характеристик	Система отношений
Совокупность различных моделей	Характеристики, предназначенные для оценивания адекватности модели (характеристики адекватности)	Сравнение моделей по уровню адекватности и др.

Носителем модели адекватности является некоторая совокупность моделей. По совокупности моделей определяются различные характеристики, описывающие «похожесть», «аналогичность» моделирующего и моделируемого объектов. Эти характеристики называются **характеристиками адекватности**, если они удовлетворяют следующим аксиомам:

- 1) аксиома оценивания адекватности в результате сравнения моделей;
- 2) аксиома представимости оцениваемой модели в эталонной модели;
- 3) аксиома измерения с помощью частично упорядоченного множества значений;
- 4) аксиома моделирования адекватности;
- 5) аксиома оценивания на базе метрического пакета.

Приведем описание этих аксиом.

**1. Аксиома оценивания адекватности в результате сравнения моделей.** «Бритва Оккама» предписывает не вводить новых понятий, без которых можно обойтись в рассматриваемой теории. Поэтому в теории моделирования мы оперируем только моделями и их компонентами, не рассматривая понятия «реальный объект», «объективная реальность» и т. п. Все способы выявления «объективного существования» обязательно связаны с использованием различных моделей, поэтому совершенно естественно в теории моделирования рассматривать только модели. *Значение любой характеристики адекватности определяется только как результат сравнения различных моделей.* Поэтому мы будем говорить об адекватности модели **A** по отношению к модели **B**. При этом **A** называется **оцениваемой** моделью, а **B** – **эталонной** моделью. Отметим, что термин «эталонная» в данном контексте означает «образец для сравнения», не подразумевая «общепринятости» эталона, его «стандартизации» (фактической или юридической). Этот «образец для сравнения», разумеется, не обязан быть копией оцениваемой модели, он может даже иметь иную «природу». В качестве примера рассмотрим оценивание адекватности модели относительно цели исследования. В соответствии с целью исследования строится система требований к модели объекта. Эту систему требований мы рассматриваем как объективную модель исследуемого объекта. При этом в системе требований должны быть описаны критерии, т. е. определены соответствующие характеристики и отношения, при необходимости указаны способы их измерения и/или выявления отношения, контроля его наличия. В случае, когда **B** – моделируемый объект (обычно представленный в виде некоторой модельно-содержательной компоненты), мы не будем ее упоминать

явно и будем говорить «адекватность модели **A**» и «характеристика адекватности модели **A**».

**2. Аксиома представимости оцениваемой модели в эталонной модели.** Понятие представления одной модели в другой обобщает понятие представления одной алгебраической системы в другой [2]. Рассматриваемый принцип состоит в том, что оцениваемая модель **A** должна быть представима в эталонной модели **B**. Например, рассмотрим случай, когда эталонная модель **A** – это набор из существенных требований конкретного заказчика, **B** – модель услуги, представленная рекламным проспектом. Пусть характеристика  $\varphi$  – разность между числом положительных и отрицательных ответов на все требования из **A** (ответы получены из рекламного проспекта). Определить характеристику адекватности  $\varphi$  можно лишь в случае, когда в рекламном проспекте содержатся ответы на все существенные требования заказчика.

**3. Аксиома измерения с помощью частично упорядоченного множества значений.** Характеристики адекватности необходимы для сравнения уровня «похожести» моделирующего объекта на моделируемый. Поэтому совершенно естественным является требование частичной упорядоченности множества значений любой характеристики адекватности. Отметим, что эта характеристика может принимать не только числовые значения (т. е. может не быть величиной), но и такие значения, как «высокий – средний – низкий» (уровень адекватности), «удовлетворительный – неудовлетворительный» и др.

**4. Аксиома моделирования адекватности** состоит в том, что характеристикам адекватности сопоставляется система моделей. Напомним, что характеристики адекватности вводились выше как компоненты модели. Другим практически важным типом модели характеристики адекватности является модель вычисления или оценивания значения характеристики адекватности.

**5. Аксиома оценивания на базе метрического пакета.** В основе модели процесса измерения любой характеристики, в том числе характеристики адекватности, лежит метрический пакет.

Открытым остается вопрос о механизме формирования конкретных систем характеристик адекватности. В качестве одного из направлений формирования такого механизма можно предложить выделение совокупности принципов формирования системы характеристик адекватности. В частности, для обсуждения мы можем предложить два принципа: принцип открытости метрического пакета и принцип иерархичности.

**Принцип открытости метрического пакета** состоит в том, что список характеристик, представленный в метрическом пакете, может обогащаться. Однако для такого обогащения нужны веские причины. К настоящему времени приведенная выше структура метрического пакета нам представляется полной.

**Принцип иерархичности** проявляется в различных формах. Необходимость выстраивать систему приоритетов лежит в основе большинства задач, связанных с оцениванием уровня адекватности модели. Одним из прояв-

лений этого принципа является упомянутый выше принцип измерения адекватности с помощью частично упорядоченного множества значений. Другим проявлением принципа иерархичности является преимущественное формирование новых характеристик адекватности на базе уже известных, используемых характеристик. Это приводит к формированию иерархии характеристик адекватности по уровню сложности состава (элементарная, базовая, составная характеристика).

### Проблема вычисления адекватности. Прямая и обратная задачи оценивания адекватности

**Формализация понятия адекватности** моделей представляет собой актуальную, непростую и чрезвычайно интересную задачу. Необходимо создать банк стандартных моделей и стандартных характеристик адекватности. Следует выделить наиболее важные типы характеристик адекватности и построить различные классификации характеристик адекватности. Некоторые типы адекватности уже выделены, к ним можно отнести характеристики *корректности* и *достоверности*. Другим примером выделения типов адекватности является использование постулатов теории моделирования [1, 2], что позволяет выделить адекватность *целей исследования*, адекватность *формирования носителя*, *совокупности характеристик* и *совокупности отношений*, адекватность *стандартных форм представления*.

Процесс формирования банка стандартных характеристик адекватности естественно начать с применения стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций. В качестве таковых можно рассматривать следующие ситуации:

- 1) Эталонная модель **B** является результатом обогащения оцениваемой модели<sup>1</sup> **A**.
- 2) Оцениваемая модель **A** является результатом обогащения эталонной модели **B**.
- 3) Эталонная модель **B** является моделью модельно-содержательной компоненты оцениваемой модели **A**. Важными случаями являются ситуации, когда
  - Модель **B** представляет собой систему требований к модели **A**;
  - Модель **A** представляет собой систему требований к модели **B**.
- 4) Оцениваемая модель **A** является моделью модельно-содержательной компоненты эталонной модели **B**. Важными случаями являются ситуации, когда
  - Модель **B** представляет собой систему требований к модели **A**;
  - Модель **A** представляет собой систему требований к модели **B**.
- 5) Оцениваемая модель **A** и эталонная модель **B** рассматриваются как модели одного и того же объекта **C**.

<sup>1</sup> Т. е. модели.

Отметим, что систему требований к некоторому объекту можно рассматривать как один из частных случаев объективной модели этого объекта.

Оценивать модель с помощью подмодели (т. е. когда оцениваемая модель является обогащением эталонной) приходится в тех случаях, когда необходимо подтвердить или опровергнуть непротиворечивость и/или другие характеристики корректности моделей. Случай, когда эталонная модель является обогащением исходной модели, возникает, например, когда необходимо убедиться в возможностях обогащенной модели.

Примером ситуации, когда модель **B** является моделью модельно-содержательной компоненты модели **A**, является представление линейного оператора конечномерного линейного пространства матрицей в некотором базисе. Другой пример: представление билинейной и квадратичной форм с помощью матрицы этой формы в некотором базисе. Представление технического устройства (например, автомобиля, телевизора, компьютера) техническим описанием, представлением процесса эксплуатации в виде инструкции по эксплуатации.

Как пример ситуации, когда оцениваемая модель **A** и эталонная модель **B** рассматриваются как модели одного и того же объекта **C**, можно рассматривать модель деятельности человека на определенном посту, которую строит, допустим, начальник отдела кадров на основании документов, представленных соискателем. Содержание совокупности документов в этом случае следует рассматривать как модель данного человека, созданную с целью определения его пригодности к выполнению профессиональных обязанностей.

**Использование алгебры моделей** приводит к специфической задаче изучения связей между результатом применения операции алгебры моделей и операндами этой операции. Стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций позволяет выделить две задачи в проблеме вычисления адекватности.

**Прямая задача.** Пусть модель **C** является результатом применения некоторой операции  $\lambda$  алгебры моделей к моделям **A**<sub>1</sub>, **A**<sub>2</sub>, ..., **A**<sub>k</sub> и пусть  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$  – оценки адекватности этих моделей относительно моделей **B**<sub>1</sub>, **B**<sub>2</sub>, ..., **B**<sub>k</sub>. Требуется с помощью характеристик  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$  определить характеристику  $\psi$  адекватности модели **C** относительно модели **D**, являющейся результатом применения некоторой операции  $\mu$  (наиболее интересен случай  $\lambda = \mu$ ) алгебры моделей к моделям **B**<sub>1</sub>, **B**<sub>2</sub>, ..., **B**<sub>k</sub>.

Ясно, что прямая задача вычисления адекватности в такой постановке допускает бесконечное множество решений. Обычно в таких случаях используется уточнение задачи, иногда рассматривается несколько ее трактовок. Таким образом, актуальными являются следующие проблемы.

Проблема 1. Каким образом уточнить формулировку прямой задачи и определить на множестве характеристик адекватности такое отношение эквивалентности, чтобы решение прямой задачи свелось к отысканию класса

эквивалентных характеристик, и искать либо класс эквивалентных характеристик, либо минимальную или максимальную характеристику.

Проблема 2. Каким образом уточнить формулировку прямой задачи и определить на множестве характеристик адекватности такое отношение частичного порядка, чтобы решение прямой задачи имело единственное решение, являющееся минимальной или максимальной характеристикой.

**Обратная задача.** Пусть модель  $C$  является результатом применения некоторой операции  $\lambda$  алгебры моделей к моделям  $A_1, A_2, \dots, A_k$  и пусть  $\psi$  – характеристика адекватности модели  $C$  относительно модели  $D$ , являющейся результатом применения некоторой операции  $\mu$  алгебры моделей к моделям  $B_1, B_2, \dots, B_k$ . Требуется определить такие характеристики  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$  адекватности моделей  $A_1, A_2, \dots, A_k$  относительно моделей  $B_1, B_2, \dots, B_k$ , чтобы вычислить или оценить значение характеристики  $\psi$  с помощью характеристики, индуцированной характеристиками  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$ .

#### Некоторые типы характеристик адекватности

**Аксиома оценивания адекватности в результате сравнения моделей** позволяет определить типы характеристик адекватности в зависимости от особенностей оцениваемой и эталонной моделей. Например, характеристику адекватности назовем *внутренней*, если оцениваемая и эталонная модели инцидентны, т. е. эталонная модель является подмоделью оцениваемой или наоборот. Примером является оценка адекватности геометрической модели, построенной для решения задачи «Выяснить, каким является треугольник: остроугольным, прямоугольным, тупоугольным, если его стороны равны по длине 3, 4 и 8 метров». В основной геометрической модели рассматриваются отрезки (стороны треугольника) и углы, а противоречие – некорректность (неадекватность) – обнаруживается в подмодели, состоящей только из сторон треугольника (не выполняется «неравенство треугольника»  $3+4 < 8$ ). В данном случае рассматривается характеристика адекватности, принимающая только 2 значения: модель противоречива/непротиворечива. Противоречивость этой модели можно интерпретировать как ее неадекватность, «непохожесть на треугольник».

Выделение типов характеристик адекватности в соответствии с **аксиомой представимости оцениваемой модели в эталонной модели** позволяет выделять такие типы характеристик адекватности, как сравнение моделей по их потенциалу, богатству возможностей, по эффективности аналитического аппарата анализа этих моделей. Например, координатная модель геометрии обладает более мощным аналитическим аппаратом, по сравнению с традиционной геометрией, лучше приспособлена к компьютерным технологиям. Поэтому при использовании моделей *поиска решения* и моделей *оформления решения* в качестве эталонных моделей обычно получается, что модели решения достаточно сложных геометрических задач, основанные на координатной модели, оказываются более адекватными, чем модели решения, основанные на тради-

ционной геометрии. Предполагается, что в качестве характеристик адекватности рассматриваются различные оценки сложности и трудности поиска решения и оформления решения, причем здесь мы рассматриваем лишь этап получения системы уравнений, без анализа процесса их решения.

Нам представляется, что значительные перспективы имеет следующее понятие. Пусть  $A$  – оцениваемая модель,  $B$  – эталонная модель. Для любой характеристики  $\varphi$  адекватности модели  $A$  по отношению к модели  $B$   **$\varphi$ -значимой** подмоделью модели  $B$  назовем подмодель  $C$  такую, что для вычисления значения характеристики  $\varphi$  используются только элементы носителя, отношения и характеристики моделей  $A$  и  $C$ . Назовем подмодель  $C$  модели  $B$  **минимальной  $\varphi$ -значимой** подмоделью, если любая собственная (т. е. отличная от  $C$ ) подмодель модели  $C$  не является  $\varphi$ -значимой. Из принципа представимости оцениваемой модели в эталонной модели следует, что оцениваемая модель  $A$  должна быть представима в минимальной  $\varphi$ -значимой подмодели  $C$  эталонной модели  $B$ .

При оценивании адекватности моделей нас нередко интересует не столько собственно значение характеристики адекватности, сколько верхняя или нижняя оценка ее значения. Поэтому **аксиома измерения с помощью частично упорядоченного множества значений** позволяет выделить 2 типа характеристик адекватности: 1) характеристики с точным значением; 2) характеристики с оцениваемым значением. Как обычно, «точное значение характеристики» не всегда понимается буквально, в прикладных исследованиях это словосочетание чаще понимается скорее в смысле «значения, вычисляемого с известной точностью».

**Аксиома моделирования адекватности** позволяет выделить еще несколько типов моделей адекватности, например: 1) модели, в которых характеристики адекватности включаются в прямое произведение: а) носителей оцениваемой и эталонной моделей; б) совокупностей характеристик оцениваемой и эталонной моделей; в) совокупностей отношений оцениваемой и эталонной моделей; 2) модели адекватности, являющиеся базовыми (элементарными), вторичные модели адекватности, которые можно рассматривать как результат внутреннего обогащения других моделей адекватности, или результат применения операций алгебры моделей к другим моделям адекватности. Например, адекватность приближения функции  $f$ , непрерывно-дифференцируемой на отрезке  $[a; b]$  с помощью функции  $g$  из некоторого класса функций, непрерывно-дифференцируемых на отрезке  $[a; b]$ , можно оценивать с помощью нормы в  $C_0[a; b]$ . Оценивание адекватности приближения с помощью нормы в  $C_1[a; b]$  можно рассматривать как результат внутреннего обогащения первой модели адекватности.

В соответствии с **аксиомой оценивания на базе метрического пакета** можно выделить несколько типов характеристик адекватности, в соответствии со способом нахождения значения величины. В соответствии с принципом оценивания на базе метрического пакета определяются харак-

теристики адекватности второго уровня, т. е. характеристики. Например, для тупоугольного треугольника  $\Delta$  уровень  $\varphi(\Delta)$  его «тупоугольности» определим как наибольшее такое число, что для любого  $p \in [0; \varphi(\Delta)]$  остается тупоугольным такой треугольник, длины сторон которого больше или меньше длин соответствующих сторон треугольника  $\Delta$  на  $p$  единиц длины. В частности, для треугольника  $\Delta$  со сторонами 3, 4 и 6 м из теоремы косинусов и неравенства треугольника получаем:

$$\begin{cases} (6-p)^2 > (3+p)^2 + (4+p)^2; \\ 6+p < (3-p) + (4-p); \\ p \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < p < \frac{1}{3}, \text{ откуда } \varphi(\Delta) = \frac{1}{3}.$$

Другими примерами характеристик адекватности модели тупоугольного треугольника являются 1) диапазон такого изменения длины самой длинной стороны, при которых новый треугольник останется тупоугольным; 2) отношение величины самого большого угла к величине прямого угла и др.

Подробнее с формально-конструктивным подходом к моделированию, системой исследовательских стратегий и др. можно ознакомиться на сайтах <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>.

### Литература

1. Мельников Ю. Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей: Монография. – Екатеринбург: Урал. изд-во, 2004. – 384 с.
2. Мельников Б. Н., Мельников Ю. Б. Геотехногенные структуры: теория и практика: Монография. – Екатеринбург: Урал. изд-во, 2004. – 556 с.
3. Мельников Ю. Б., Мельникова Н. В., Федулов С. В., Мельникова Ю. Ю. О формально-конструктивном определении модели // Вестник УГТУ – УПИ. Информационные системы и технологии в радиотехнике, связи, автоматике и управлении: Серия радиотехническая. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2005. – № 17(69). С. 201–209.