

Кроме того, что сайт является средством получения информации и организации общения, он служит средством обучения слушателей работе в сети Интернет. В учебной программе курсов повышения квалификации учителей-предметников в области использования новых информационных технологий в профессиональной деятельности имеется модуль «Использование ресурсов Интернет в образовании» в объеме от 8 до 12 часов.

На примере сайта ИНПО слушатель знакомится с информационными ресурсами образовательного назначения, получает представление и навыки дальнейшего использования информационных ресурсов в своей деятельности. Структура и предоставляемые сервисы сайта ИНПО позволяют легко адаптировать его информационное наполнение к задачам организации учебного процесса:

- обучение технологии поиска информации в Интернет;
- обучение сохранению информации с Интернет (в том числе картинок, файлов);
- знакомство со службой рассылки (организация подписки на новости);
- знакомство с системой дистанционного обучения.

Так же, работая в форуме ИНПО, слушатели имеют возможность ощутить себя участником виртуального круглого стола или Интернет-конференции. Для этого создается специальный раздел в форуме для конкретной группы обучаемых.

В тех случаях, когда, курсовая деятельность осуществляется на базе образовательных учреждений, где имеется сложность с выходом в Интернет, обучение осуществляется с использованием локальной версии сайта, то есть в режиме off-line.

Механизм равноуровневого доступа к сайту позволяет организовать знакомство слушателей с принципом работы в CMS (системах управления контентом) при обучении учителей информатики основам проектирования сайта. Средствами CMS слушатели создают собственные сайты под доменом третьего уровня, используя различные встроенные модули.

Таким образом, сайт ИНПО для работников образования Закамского региона является средством систематизации, обобщения и распространения инновационного педагогического опыта, площадкой для завязывания контактов с коллегами из других городов и даже стран, то есть своеобразной информационно-коммуникативной и методической службой института.

## **Губин М.А., Милов Н.В., Губина Т.Н.** **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ РАБОТЕ СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ МАТЕМАТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ НА ЭВМ**

*gubinma@yandex.ru*

*Елецкий государственный университет им. И.А.Бунина  
г. Елец, Липецкая обл.*

Методы и формы применения информационных технологий в учебном процессе – актуальная методическая и организационная задача каждого преподавателя вуза. При организации компьютерной поддержки образования в последние годы все чаще используется программное обеспечение, разработанное для профессиональной деятельности в соответствующей области знания. Для большинства физико-математических дисциплин – это профессиональные системы компьютерной математики. В настоящей статье рассматривается одна из возможностей применения компьютерных математических систем в образовательном процессе вуза.

Многие математические постановки физических и технических задач (продольный изгиб балки, остывание цилиндров, колебания тонких пластин и др.) приводят к решениям, которые являются, вообще говоря, неэлементарными. Основой для изучения свойств и поведения этих функций служат порождающие их уравнения. Рассмотрим одного из представителей класса специальных функций – бесселевы функции целого порядка и их применение в теории дифракции света. В качестве альтернативной возможности решения аналогичной задачи произведем вычисления в компьютерной системе Mathematica 4.1.

Функции Бесселя представляют основной исследовательский интерес в качестве решения т.н. дифференциального уравнения Бесселя:

$$x^2 y_n'' + x y_n' + (x^2 - n^2) y_n = 0. \quad (1)$$

Доказано, что решением уравнения (1) могут считаться все функции  $y_n(x)$ , которые удовлетворяют следующим рекуррентным соотношениям:

$$y_{n-1}(x) + y_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} y_n(x); \quad (2)$$

$$y_{n-1}(x) - y_{n+1}(x) = 2y_n'(x). \quad (3)$$

и как следствия из (2,3) –

$$y_{n-1}(x) = \frac{n}{x} y_n(x) + y_n'(x); \quad (4)$$

$$y_{n+1}(x) = \frac{n}{x} y_n(x) - y_n'(x); \quad (5)$$

$$\frac{d}{dx} [x^n y_n(x)] = x^n y_{n-1}(x); \quad (6)$$

$$\frac{d}{dx} [x^{-n} y_n(x)] = x^{-n} y_{n+1}(x). \quad (7)$$

Эти соотношения не единственны: наиболее полную подборку можно найти в [2].

Рассмотренные выше функции не являются элементарными – их называют функциями Бесселя целого порядка или цилиндрическими функциями n-го порядка и обозначают  $J_n(x)$ .

Некоторые из приведенных выше соотношений легко проверить при помощи системы Mathematica 4.1:

```

In[1]:= D[BesselJ[n, x]
Out[1]:= 1/2 (BesselJ[-1+n, x] - BesselJ[1+n, x])

In[2]:= D[x^n * BesselJ[n, x]
Out[2]:= n x^(n-1) BesselJ[n, x] + 1/2 x^n (BesselJ[-1+n, x] - BesselJ[1+n, x])

In[3]:= f = BesselJ[n, x];
In[4]:= x^2 D_{x,2} f + x D_x f + (x^2 - n^2) f /. n -> 2 // FullSimplify
Out[4]:= 0

```

Причем в последнем случае видно, что функции Бесселя  $J_n(x)$ , будучи подставленными в уравнение (1), обращают левую часть последнего в ноль, т.е. дают верное тождество. Остальные соотношения проверяются аналогично.

Представление бесселевых функций весьма различно – в зависимости от характера задачи они могут быть выражены, например, при помощи производящей функции:

$$g(x,t) = \exp\left\{\frac{x}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)\right\} \quad (8)$$

Разлагая функцию (8) в ряд Лорана и выполняя преобразования, получим следующее представление  $J_n(x)$  для  $n = 0, 1, 2, \dots$ :

$$J_n(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s!(n+s)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2s} \quad (9)$$

Простой заменой  $n$  на  $(-n)$  получим ряд для  $n < 0$ :

$$J_{-n}(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s!(s-n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2s-n} \quad (10)$$

Однако есть и интегральное представление бесселевых функций – если в (8) положить  $t = e^{i\varphi}$  и, используя свойства ортогональности синуса и косинуса, можно получить следующие формулы:

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(n\varphi - x \sin\varphi) d\varphi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Частный случай (11) при  $n=0$ :

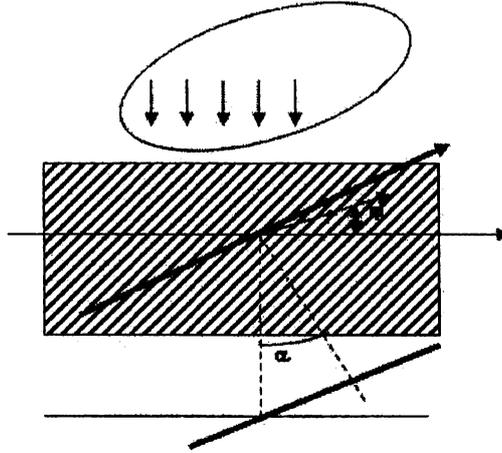
$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin\varphi) d\varphi. \quad (11')$$

Рассмотрим приложение данных функций к решению одной важной физической задачи – дифракции Фраунгофера [1].

В теории дифракции используется интеграл:

$$\Phi \sim \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp\{ibr \sin \varphi\} d\varphi dr, \quad (12)$$

выражающий амплитуду дифрагированной волны ( $\Phi$ ) через азимутальный угол в плоскости отверстия ( $\varphi$ ), а ( $\alpha$ ) – угол между прямой, проходящей через центр отверстия и точку на экране и нормалью к плоскости отверстия.



Число  $b$  является параметром и дается формулой:

$$b = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha. \quad (13)$$

Здесь  $\lambda$  — длина световой волны падающего потока.

Используя формулы перехода от экспоненциальной к тригонометрической форме записи, попутно используя формулу (11), можно написать:

$$\Phi \sim 2\pi \int_0^a J_0(br) r dr. \quad (14)$$

Используя (6), получаем:

$$\Phi \sim \frac{2\pi ab}{b^2} J_1(ab) \sim \frac{\lambda a}{\sin \alpha} J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha\right) \quad (15)$$

Аналогичное решение в системе Mathematica 4.1 имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{In[8]:= } \Phi &= \int_0^a \left( \int_0^{2\pi} \text{Exp}[i * b * r * \text{Sin}[\varphi]] d\varphi \right) * r dr \\ \text{Out[8]:= } &\int_0^a r \text{If}[\text{Im}[b r] == 0, 2 \pi \text{BesselJ}[0, \sqrt{b^2 r^2}], \int_0^{2\pi} e^{i b r \text{Sin}[\varphi]} d\varphi] dr \end{aligned}$$

Зная, что величины  $b$  и  $r$  являются действительными и неотрицательными, т.е.  $\text{Im}(br)=0$ , можно считать, что

$$\begin{aligned} \text{In[9]:= } \Phi &= \int_0^a 2 \pi \text{BesselJ}[0, b r] r dr \\ \text{Out[9]:= } &a \lambda \text{BesselJ}\left[1, \frac{2 a \pi \text{Sin}[\alpha]}{\lambda}\right] \text{Csc}[\alpha] \end{aligned}$$

Известно, что световая интенсивность на дифракционной картине пропорциональна квадрату последнего выражения в (15), поделенному на  $(\lambda a)^2$ , т.е.

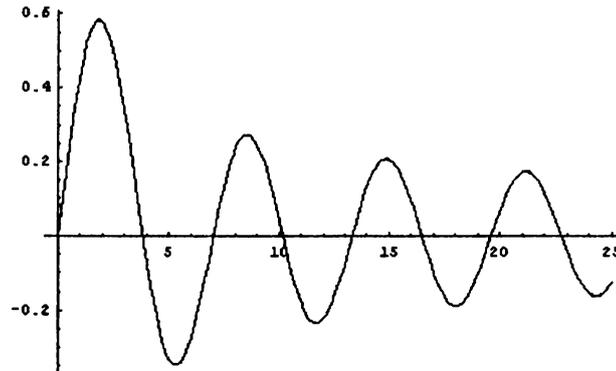
$$\Phi^2 \sim \left[ \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\sin \alpha} \right]^2 \quad (16)$$

Учитывая, то обстоятельство, что функции Бесселя – периодические, данная функция имеет столько же нулей, сколько их у

$$J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha\right) = 0. \quad (17)$$

Данная функция имеет бесконечно много корней – в этом легко убедиться, построив график функции  $J_1(x)$ .

`In[23]:= F = Plot[BesselJ[1, t], {t, 0, 25}];`



Для практического вычисления нулей бesselевых функций широко используются специально составленные таблицы, например рассмотренные в [3,4], в которых приводятся численные значения п первых корней функций Бесселя. Однако использование таблиц существенно замедляет расчеты. При этом в некоторых случаях может возникнуть необходимость использовать значения с повышенной точностью, чего таблицы иногда обеспечить не могут. Для устранения этого недостатка в системе Mathematica 4.1 предусмотрены функции, производящие указанные операции. Их можно использовать, подключив модуль 'BesselZeros', оснащенный численными методами нахождения нулей для различных функций Бесселя (в том числе и модифицированных).

Функция BesselZeros[n,k] позволяет вычислить первые k корней для функции Бесселя n-го целого порядка. В нашем случае 5 первых корней функции  $J_1(x)$ :

`In[12]:= << NumericalMath`BesselZeros`  
BesselZeros[1, 5]`

`Out[13]:= {3.83171, 7.01559, 10.1735, 13.3237, 16.4706}`

Итак, для решаемой задачи имеем (используя при этом первый из вычисленных корней с точностью до 4 знаков):

$$\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha = 3.8317 \quad (18)$$

Однако, как уже было сказано выше, решениями могут быть:  $\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha = 7.0156$ ,  $\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha = 10.1735$ , и так далее [4].

Запишем (18) в виде:

$$\sin \alpha = 3.8317 \frac{\lambda}{2\pi a} \quad (18')$$

Последняя формула (при малых a можно положить  $\alpha \approx \sin \alpha$ ) имеет весьма важный как в практическом, так и в теоретическом смысле результат. Если, например  $a = 0.5$  см и принять  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-5}$  см (для зеленого цвета), то  $\alpha \approx 14^\circ$ . Придавая различные значения  $\lambda$  и  $a$ , получим,

например,  $\lambda = 7,5 \cdot 10^{-5}$  см (красный) и при  $a = 0.25$  см получаем  $\alpha \approx 37,7''$ , аналогично, для фиолетового –  $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-5}$ ,  $a = 0.4$  см –  $\alpha \approx 14,15''$ . Таким образом, из проведенных вычислений видим, что световой луч любой длины волны из видимого спектра отклоняется на весьма незначительную величину от прямолинейного направления. Данный факт стал основным в подтверждении волновой теории света.

Таким образом, возможности современных математических пакетов определяют необходимость их широкого внедрения в образовательный процесс в высшей школе в преподавании предметов естественнонаучного цикла, что позволит перевести подготовку будущих специалистов на более высокий уровень.

#### *Литература*

1. Арфкен Г. Математические методы в физике. Перев. с англ. / Арфкен Г. М.: «Атомиздат», 1970. - 712с.
2. Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции. В 3 Т. Т.2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены (сер. Справочная математическая библиотека) / Бейтмен Г., Эрдейи. А. 2-е изд. М.: «Наука», 1974. - 296с.
3. Янке Е. Специальные функции (формулы, графики, таблицы) / Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. М.: «Наука», 1964. - 344с.
4. Abramowitz M. Handbook of Mathematical Functions / Abramowitz M., Stegun I.A., eds. Washington D.C., National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series-55, 10 th ed., 1972. - 1073 p.
5. Wolfram S. The MATHEMATICA book. / Wolfram S. 5th ed., Wolfram Media, 2003. - 1301p.

### **Давыдова Е.М., Мещеряков Р.В., Шелупанов А.А. ПРОЕКТНЫЕ ГРУППЫ СТУДЕНТОВ КАК ОСНОВА ДЛЯ ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НАУКОЕМКОГО БИЗНЕСА**

*office@keva.tusur.ru*

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)*

*г. Томск*

В настоящее время в России возрастает потребность в квалифицированных кадрах, выпускаемых техническими вузами. Кроме того, актуальными, для настоящего выпускника, являются вопросы, связанные с трудоустройством и работой по специальности. Очевидно, что при учебе в вузе студенты должны не только получить знания и навыки согласно ГОСов, но и научиться работать в условиях рыночной быстроразвивающейся экономики. При приеме на работу современному выпускнику необходимо кроме общепрофессиональной и специальной подготовки обладать коммуникативными качествами и стремлением к постоянному повышению своей профессиональной подготовки.

Для формирования нового мышления, навыков инновационной деятельности, работы в коллективе, создания новых проектов была разработана концепция развития инновационной деятельности. Основной идеей развития деятельности студентов являлось использование группового проектного обучения[1]. Для использования данной методики в вузе необходимы следующие условия:

1. Проводимая студентами работа должна иметь исследовательский характер и быть законченным целым. Вся деятельность должна проводиться на получение принципиально новых, пусть небольших, результатов в области развития продукта, услуги, бизнеса. Данное условие позволяет научиться генерировать и анализировать существующее методы решения проблемы. В связи с этим группа должна определить «место» своей работы в исследуемой предметной области. Еще одной особенностью выполняемой работы является ее междисциплинарный характер.
2. Цели работы должны быть четко структурированы и каждому из участников проекта должны быть поставлены цель, соответствующая его роли в проекте с определением ожидаемого эффекта при ее достижении. Выполнение проекта не является «деловой» игрой, а действительно реальной работой, в результате которой можно получить или развить продукт, услугу, бизнес. Например, при разработке программно-аппаратных комплексов, часть студентов предпочитает заниматься разработкой аппаратуры, а часть работать в области программного обеспечения.
3. Должна быть четко проработанная стратегия развития проекта, потребление финансовых, людских, материальных ресурсов. В этой связи необходимо помнить о соблюдении студентами сроков исполнения проекта. Эта часть проекта связана также с