Емельянов А.А., Бурмистров С.В., Медведев А.В., Петухов А.А.
ГОУ ВПО «Российский государственный
профессионально-педагогический университет», Екатеринбург

СТРУКТУРНАЯ СХЕМА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В НЕПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Рассмотрим асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором ($\bar{u}_R = 0$), кроме того, т.к. $m \sim \bar{\psi}_R \cdot \bar{i}_S$ исключим из системы уравнений $\bar{\psi}_S$ и $\bar{i}_R$:

$$\begin{cases} \bar{u}_S = r_S \cdot \bar{i}_S + \dfrac{d\bar{\psi}_S}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_S; & (1) \\ 0 = r_R \cdot \bar{i}_R + \dfrac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot (\alpha_k - \nu \cdot p) \cdot \bar{\psi}_R; & (2) \\ \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R; & (3) \\ \bar{\psi}_R = x_R \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot \bar{i}_S. & (4) \end{cases}$$

Выразим ток ротора из уравнения (4):

$$\bar{i}_R = \frac{1}{x_R} \cdot \bar{\psi}_R - \frac{x_m}{x_R} \cdot \bar{i}_S.$$

Подставим $\bar{i}_R$ в (3) уравнение:

$$\bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \left(\frac{1}{x_R} \cdot \bar{\psi}_R - \frac{x_m}{x_R} \cdot \bar{i}_S\right) = \left(x_S - \frac{x_m^2}{x_R}\right) \cdot \bar{i}_S + \frac{x_m}{x_R} \cdot \bar{\psi}_R.$$

Обозначим $x_S - \frac{x_m^2}{x_R} = x_S'$ и $\frac{x_m}{x_R} = k_R$, тогда:

$$\boxed{\bar{\psi}_S = x_S' \cdot \bar{i}_S + k_R \cdot \bar{\psi}_R.}$$

В уравнении (2) исключим $\bar{i}_R$:

$$0 = r_R \cdot \left(\frac{1}{x_R} \cdot \bar{\psi}_R - \frac{x_m}{x_R} \cdot \bar{i}_S\right) + \frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot (\alpha_k - \nu \cdot p) \cdot \bar{\psi}_R,$$

$$0 = \frac{r_R}{x_R} \cdot \bar{\psi}_R - r_R \cdot \frac{x_m}{x_R} \cdot \bar{i}_S + \frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot (\alpha_k - \nu \cdot p) \cdot \bar{\psi}_R.$$

Обозначим $\frac{x_R}{r_R} = \bar{T}_R$, $\frac{x_m}{x_R} = k_R$, тогда:

$$0 = \frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R - r_R \cdot k_R \cdot \bar{i}_S + \frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot (\alpha_k - \nu \cdot p) \cdot \bar{\psi}_R.$$

Из последнего уравнения выделим $\frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_R$, которое в дальнейшем подставим в уравнение (1):

$$\frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_R = -\frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R + r_R \cdot k_R \cdot \bar{i}_S + j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R.$$

В уравнение (1) сделаем следующие преобразования:

$\bar{u}_s = r_s \cdot \bar{i}_s + \frac{d}{d\bar{t}}\left(x_s' \cdot \bar{i}_s + k_R \cdot \bar{\psi}_R\right) + j \cdot \alpha_k \cdot \left(x_s' \cdot \bar{i}_s + k_R \cdot \bar{\psi}_R\right) = r_s \cdot \bar{i}_s + x_s' \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + k_R \frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot \bar{i}_s + j \cdot \alpha_k \cdot k_R \cdot \bar{\psi}_R = r_s \cdot \bar{i}_s + x_s' \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot \bar{i}_s + k_R \cdot \left(\frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_R\right) = r_s \cdot \bar{i}_s + x_s' \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot \bar{i}_s - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R + r_R \cdot k_R^2 \cdot \bar{i}_s + j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R \cdot k_R = (r_s + r_R \cdot k_R^2) \cdot \bar{i}_s + x_s' \cdot \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot \bar{i}_s + j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R \cdot k_R - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R$

Обозначим $r_s + r_R \cdot k_R^2 = r$, тогда:

$$\boxed{\bar{u}_s = r \cdot \bar{i}_s + x_s' \cdot \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot \bar{i}_s + j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R \cdot k_R - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R}$$

Рассмотрим процессы в неподвижной системе координат, когда $\omega_k = 0$, $\alpha_k = 0$:

$$\begin{cases} \bar{u}_s = r \cdot \bar{i}_s + x_s' \cdot \frac{d\bar{i}_s}{d\bar{t}} + j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R \cdot k_R - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R; \\ 0 = \frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \bar{\psi}_R - r_R \cdot k_R \cdot \bar{i}_s + \frac{d\bar{\psi}_R}{d\bar{t}} - j \cdot \nu \cdot p \cdot \bar{\psi}_R. \end{cases} \qquad (**)$$

Вещественную ось обозначим α, а мнимую через β. Пространственные вектора в этом случае раскладываются по осям:

$$\bar{u}_s = u_{s\alpha} + ju_{s\beta};\ \bar{i}_s = i_{s\alpha} + ji_{s\beta};\ \bar{\psi}_R = \psi_{R\alpha} + j\psi_{R\beta}.$$

Подставим эти значения в уравнения (**) и, приравняв отдельно вещественные и мнимые части, получим:

$u_{s\alpha} + ju_{s\beta} = r \cdot (i_{s\alpha} + ji_{s\beta}) + x_s' \cdot \frac{d(i_{s\alpha} + ji_{s\beta})}{d\bar{t}} + j \cdot \alpha_k \cdot x_s' \cdot (i_{s\alpha} + ji_{s\beta}) + j \cdot \nu \cdot p \cdot (\psi_{R\alpha} + j\psi_{R\beta}) \cdot k_R - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot (\psi_{R\alpha} + j\psi_{R\beta})$

$$\begin{cases} u_{s\alpha} = r \cdot i_{s\alpha} + x_s' \cdot \frac{di_{s\alpha}}{d\bar{t}} - \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta} - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha}; \\ u_{s\beta} = r \cdot i_{s\beta} + x_s' \cdot \frac{di_{s\beta}}{d\bar{t}} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha} - \frac{k_R}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\beta}. \end{cases}$$

$$0 = \frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha} + j\frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\beta} - r_R \cdot k_R \cdot i_{s\alpha} - jr_R \cdot k_R \cdot i_{s\beta} + \frac{d\psi_{R\alpha}}{d\bar{t}} + j\frac{d\psi_{R\beta}}{d\bar{t}} - j\nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha} - r_R \cdot k_R \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\psi_{R\alpha}}{d\bar{t}} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}; \\ 0 = \frac{1}{\bar{T}_R} \cdot \psi_{R\beta} - r_R \cdot k_R \cdot i_{s\beta} + \frac{d\psi_{R\beta}}{d\bar{t}} - \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha}. \end{cases}$$

Окончательно, с учетом электромагнитных моментов получим:

$$\begin{cases} u_{S\alpha} = r \cdot i_{S\alpha} + x'_S \cdot \dfrac{di_{S\alpha}}{d\overline{\tau}} - \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta} - \dfrac{k_R}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha}; \\ u_{S\beta} = r \cdot i_{S\beta} + x'_S \cdot \dfrac{di_{S\beta}}{d\overline{\tau}} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha} - \dfrac{k_R}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\beta}; \\ 0 = \dfrac{1}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha} - r_R \cdot k_R \cdot i_{S\alpha} + \dfrac{d\psi_{R\alpha}}{d\overline{\tau}} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}; \\ 0 = \dfrac{1}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\beta} - r_R \cdot k_R \cdot i_{S\beta} + \dfrac{d\psi_{R\beta}}{d\overline{\tau}} - \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha}; \\ m - m_c = \overline{T}_m \cdot \dfrac{d\nu}{d\overline{\tau}}; \\ m = k_R \cdot (\psi_{R\alpha} \cdot i_{S\beta} - \psi_{R\beta} \cdot i_{S\alpha}). \end{cases} \qquad (***)$$

Система уравнений (***) в операторной форме примет вид $\frac{d}{d\overline{\tau}} = S$:

$$\begin{cases} u_{S\alpha} = r \cdot (1 + \overline{T}_S \cdot S) \cdot i_{S\alpha} - \dfrac{k_R}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha} - k_R \cdot \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}; & (1) \\ u_{S\beta} = r \cdot (1 + \overline{T}_S \cdot S) \cdot i_{S\beta} - \dfrac{k_R}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\beta} + k_R \cdot \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha}; & (2) \\ 0 = -r_R \cdot k_R \cdot i_{S\alpha} + \dfrac{1}{\overline{T}_R}(1 + \overline{T}_R \cdot S) \cdot \psi_{R\alpha} + \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}; & (3) \\ 0 = -r_R \cdot k_R \cdot i_{S\beta} + \dfrac{1}{\overline{T}_R}(1 + \overline{T}_R \cdot S) \cdot \psi_{R\beta} - \nu \cdot p \cdot \psi_{R\alpha}; & (4) \\ \nu = (m - m_c) \cdot \dfrac{1}{\overline{T}_m \cdot S}; & (5) \\ m = k_R \cdot (\psi_{R\alpha} \cdot i_{S\beta} - \psi_{R\beta} \cdot i_{S\alpha}). & (6) \end{cases}$$

Выразим $i_{S\alpha}$ из уравнения (1):

$$i_{S\alpha} = \left(u_{S\alpha} + \frac{k_R}{\overline{T}_R} \cdot \psi_{R\alpha} + k_R \cdot \nu \cdot p \cdot \psi_{R\beta}\right) \cdot \frac{r^{-1}}{(1 + \overline{T}_S \cdot S)}.$$

Составим структурную схему $i_{S\alpha}$ рис. 1:

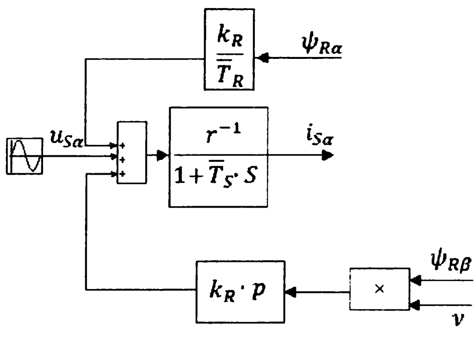

Рис. 1. Структурная схема $i_{S\alpha}$

Аналогично для уравнения (2) находим структурную схему $i_{S\beta}$ рис. 2:

$$i_{S\beta} = \left(u_{S\beta} - \frac{k_R}{\overline{T}_R}\cdot\psi_{R\beta} - k_R\cdot p\cdot v\cdot\psi_{R\alpha}\right)\cdot\frac{r^{-1}}{(1+\overline{T}_S\cdot S)},$$

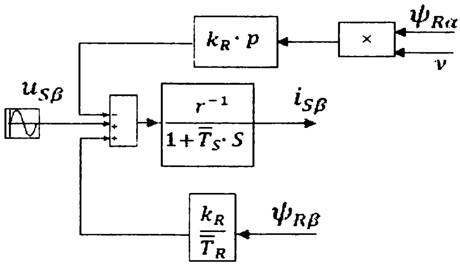

Рис. 2. Структурная схема $i_{S\beta}$

Из уравнения (3) находим $\psi_{R\alpha}$, тогда её структурная схема будет иметь вид (рис. 3):

$$\psi_{R\alpha} = (r_R\cdot k_R\cdot i_{S\alpha} - v\cdot p\cdot\psi_{R\beta})\cdot\frac{\overline{T}_R}{(1+\overline{T}_R\cdot S)},$$

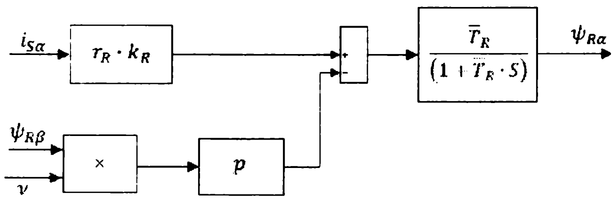

Рис. 3. Структурная схема $\psi_{R\alpha}$

Аналогично, из уравнения (4) находим $\psi_{R\beta}$ и составляем её структурную схему (рис. 4):

$$\psi_{R\beta} = (r_R\cdot k_R\cdot i_{S\beta} + p\cdot v\cdot\psi_{R\alpha})\cdot\frac{\overline{T}_R}{(1+\overline{T}_R\cdot S)},$$

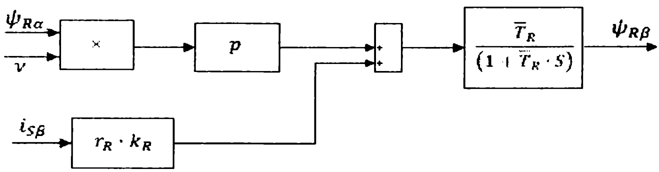

Рис. 4. Структурная схема $\psi_{R\beta}$

Наконец, из уравнений (5) и (6) составляем структурную схему параметра ν (рис. 5):

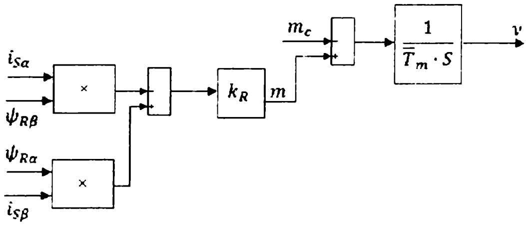

Рис. 5. Структурная схема параметра ν

Библиографический список

1. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. Екатеринбург: УРО РАН, 2000. 654 с.

2. Герман-ГалкинС.Г., Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0 : Учебное пособие. – СПб.: КОРОНА принт, 2007.-320 с.