

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
СВЕРДЛОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. Д. Акинъшин П. П. Зольников
С. Н. Конев

ФИЗИКА

Для инженерно-педагогических
специальностей

Учебное пособие

СВЕРДЛОВСК 1990

Акинъшин В. Д., Зольников П. П., Конев С. Н.
Физика: Учеб. пособие / Свердлов. инж.-пед. ин-т.— Свердловск,
1990.— 144 с.

В учебном пособии изложен материал по следующим разделам курса физики: механике, электростатике, молекулярной физике и термодинамике. Самоконтроль знаний по каждой теме осуществляется с помощью контрольных заданий, составленных по тестовой системе.

Учебное пособие рекомендуется студентам дневной и заочной формы обучения инженерно-педагогических специальностей для самостоятельного изучения курса физики.

Рецензенты: кафедра физики Свердловского горного института; кандидат физико-математических наук доцент кафедры физики Уральского политехнического института К. М. Шварев.

ВВЕДЕНИЕ

Физика — наука о наиболее общих свойствах и формах движения материи.

Исчерпывающее определение понятия материи дано В. И. Лениным в работе «Материализм и эмпириокритицизм»: «Материя есть философская категория для обозначения объективной реальности, которая дана человеку в ощущениях его, которая копируется, фотографируется, отображается нашими ощущениями, существуя независимо от них».

К первому виду материи — веществу — относятся микрочастицы, ядра, атомы, молекулы, построенные из них газы, жидкости, твердые тела, а также вещество в плазменном состоянии. Ко второму виду материи относятся гравитационные, электромагнитные и ядерные поля.

Под движением в диалектическом материализме понимается всякое изменение вообще. Движение представляет собой неотъемлемое свойство материи, которое «несотворимо и неуничтожимо, как и сама материя». Материя без движения, как и движение без материи, немыслимы. «Движение есть форма существования материи».

Из всего многообразия форм движения материи физика изучает лишь простейшие, но вместе с тем наиболее общие: механическую, молекулярно-кинетическую, электромагнитную и внутриатомную. Соответственно формам движения материи в курсе общей физики выделяют следующие разделы: механику, молекулярную физику и термодинамику, электричество и магнетизм, оптику, физику атома, физику ядра и элементарных частиц, физику твердого тела.

Физика, изучая наиболее общие законы природы, является основой всего современного естествознания. Невозможно установить четкие границы между физикой и другими естественными науками. Существуют обширные пограничные области между физикой и химией, физикой и биологией, физикой и астрономией и др. Возникли даже особые науки: физическая химия, химическая физика, биофизика, астрофизика, геофизика и т. д. Физика вооружает естественные науки все более тонкими и совершенными методами научного исследования. В свою очередь, другие естественные науки оказывают влияние на развитие физики, которая использует их достижения.

Исключительно велика роль физики в развитии техники. Техника, по существу, прикладная физика. Все ее важнейшие нетрадиционные отрасли возникли на основе тех или иных открытий физики. Так, развитие промышленной электротехники оказалось возможным после открытия закона электромагнитной индукции,

развитию радиотехники положило начало открытие электромагнитных волн. Именно физике обязаны своим происхождением новые отрасли техники, такие как радиоэлектроника, автоматика, атомная энергетика, кибернетика.

Техника также оказывает стимулирующее влияние на развитие физики. Совершенствуясь, техника постоянно ставит перед физикой новые проблемы, решение которых требует более глубокого проникновения в природу физических явлений. Так, развитие авиации и ракетной техники поставило проблемы «звукового барьера», дальней радиосвязи, появление современных химических технологий — проблему сверхпрочных и жаростойких материалов и т. д.

Велика роль физики в формировании инженера-педагога. Являясь научным фундаментом всех инженерных дисциплин, она способствует более глубокому овладению общинженерными и специальными знаниями. Физика более, чем любая другая наука, помогает формированию научного мировоззрения, диалектико-материалистического миропонимания.

Развитие физики показывает, что единственным методом научного познания законов природы является диалектический метод. Суть его предельно кратко сформулировал В. И. Ленин: «От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике». Опыт лежит в истоках развития любой физической теории. И проверяет ее правильность опять-таки опыт. Именно поэтому физика всегда шла по пути раскрытия объективных свойств мира, а подавляющее большинство физиков фактически оказывались стихийными материалистами.

Материалистическая философия, высшей ступенью которой является диалектический материализм, широко использовала для обоснования своих положений физические открытия.

Диалектический подход к явлениям природы и общества обеспечивает неискаженное, правильное отражение действительности в нашем сознании.

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Простейшей формой движения материи является *механическое движение*.

Механическое движение — это процесс изменения взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени.

Раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения, называется механикой. Она состоит из трех частей: классической, квантовой и релятивистской механики.

Исторически первыми были изучены закономерности движения макроскопических (т. е. больших, состоящих из многих атомов и молекул) тел со скоростями, значительно меньшими скорости света в вакууме. Эта часть механики называется классической, или ньютоновской, так как основу ее составляют законы Ньютона. В классической механике рассматривается движение тел с массами m и скоростями v , удовлетворяющими соотношениям $m \gg m_e$, $v \ll c$, где m_e — масса покоя электрона, c — скорость света в вакууме.

Закономерности движения тел со скоростями, близкими к скорости света в вакууме ($v \sim c$), изучает релятивистская механика, или теория относительности.

Закономерности движения микрообъектов, например электронов в атоме ($m \sim m_e$), являются предметом изучения квантовой механики.

В пределе уравнения релятивистской механики при $v \ll c$ и квантовой механики при $m \gg m_e$ переходят в уравнения классической механики.

Но это не означает, что механика Ньютона утратила свое самостоятельное значение. Во многих случаях фактические изменения, вносимые теорией относительности и квантовой механикой, сводятся к небольшим поправкам к ньютоновской механике. Они называются соответственно релятивистскими и квантовыми. Эти поправки в случае медленного движения макроскопических тел столь ничтожны, что выходят далеко за пределы точности самых тонких современных физических измерений. Так, например, если движение космического корабля рассчитывается по законам механики Ньютона, то при скорости корабля $v = 8$ км/с относительная ошибка, связанная с тем, что не учитываются релятивистские

эффекты, будет величиной порядка $(v/c)^2 = (8/300\,000)^2 \sim 10^{-9}$. Здесь классическая механика обеспечивает точность вычислений до 10^{-7} процента. Релятивистские поправки в этом случае практически бесполезны.

Классическая механика имеет очень широкую и важную область применения, в которой она никогда не утратит своего научного и практического значения. Отказываться от классической механики надо лишь тогда, когда рассматриваемая задача выходит за пределы этой области. Такова, например, задача о движении заряженных частиц в ускорителях, при решении которой надо пользоваться релятивистской механикой. Такова задача о движении электронов в атомах, где необходимо использовать квантовую механику.

Классическая механика состоит из трех разделов: кинематики, динамики и статики.

Кинематика изучает движение тел без учета причин, его вызывающих, т. е. исследует пространственно-временное перемещение тел. Она оперирует такими величинами, как траектория, перемещение, пройденный путь, время, скорость и ускорение движения.

Динамика изучает движение материальных тел под действием приложенных к ним сил. К кинематическим величинам добавляются динамические: сила F и масса m .

Статика изучает условия равновесия системы тел. Этот раздел механики изучается в курсе теоретической механики.

В курсе общей физики рассматриваются кинематика материальной точки, динамика материальной точки и динамика вращательного движения твердого тела.

Прежде чем рассматривать кинематику материальной точки, введем понятия пространства и времени. Эти понятия прочно связаны с нашим житейским опытом и кажутся нам очевидными и неизбылемыми. Но в ходе развития физики и философии они претерпели существенные изменения.

В классической механике постулируется, что пространство и время имеют абсолютный характер, т. е. существуют независимо от материи и ее движения. Пространство, по Ньютону, бесконечно протяженное неподвижное пустоеместилище материальных тел. Оно однородно (одинаково во всех точках), изотропно (одинаково по всем направлениям) и эвклидово (его геометрия описывается геометрией Эвклида). Время, по Ньютону, абсолютная реальность, не зависящая от тел, оно однородно и во всей Вселенной течет равномерно и одинаково.

Как мы увидим далее, совершенно иное содержание вкладывается в понятия пространства и времени в релятивистской механике, само рождение которой связано с изучением свойств пространства и времени на опыте.

1.1. Материальная точка. Тело отсчета. Система отсчета. Положение материальной точки в системе отсчета

Материальная точка — это тело, размерами и формой которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Одно и то же тело в разных задачах можно рассматривать и как материальную точку, и как протяженное тело. Например, при определении траектории искусственного спутника Земли его

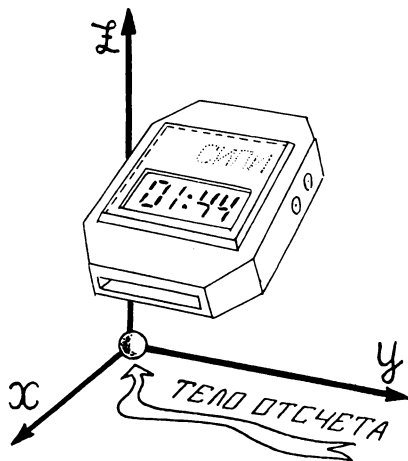


Рис. 1

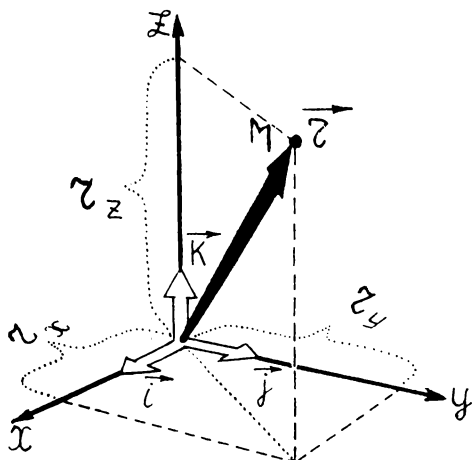


Рис. 2

можно рассматривать как материальную точку. Но, если рассчитывать затраты энергии на преодоление сопротивления атмосферы при выведении спутника на орбиту, следует учитывать его размеры и форму.

Всякое движение относительно. Это положение содержится уже в самом определении механического движения. Мы можем говорить о движении какого-либо тела, лишь сравнивая его положение с положением других тел или другого тела, условно принятого за неподвижное.

Тело, которое условно считается неподвижным и по отношению к которому определяется положение других тел, называется телом отсчета.

Для того чтобы получить возможность описывать движение количественно, необходимо связать с телом отсчета какую-либо систему координат, например декартову (прямоугольную).

Совокупность тела отсчета, жестко связанной с ним системы координат и часов образует систему отсчета (рис. 1).

Положение материальной точки M в системе отсчета однозначно определено, если заданы ее координаты x , y , z (рис. 2).

Положение материальной точки можно задать также, указав ее радиус-вектор, т. е. вектор, проведенный в данную точку из начала координат (\vec{r}). В этом случае координаты x, y, z являются проекциями радиус-вектора \vec{r} на оси координат ($x = r_x, y = r_y, z = r_z$).

Радиус-вектор определяется через свои проекции соотношением

$$\vec{r} = r_x \cdot \vec{i} + r_y \cdot \vec{j} + r_z \cdot \vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты осей координат, т. е. единичные векторы вдоль осей координат.

Модуль вектора \vec{r} равен

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

1.2. Линейные кинематические характеристики движения материальной точки

При движении материальной точки ее положение относительно выбранной системы отсчета изменяется. Найти кинематический закон движения материальной точки — значит найти конкретный вид функций, выражающий зависимость координат от времени:

$$x = f_x(t), \quad y = f_y(t), \quad z = f_z(t). \quad (1.1)$$

Этот способ задания движения материальной точки называется координатным, а параметрические уравнения (1.1) — уравнениями движения точки в декартовых координатах.

Наиболее общим является векторный способ задания движения материальной точки. Он состоит в том, что задается закон изменения радиус-вектора \vec{r} движущейся материальной точки в зависимости от времени в виде векторной функции скалярного аргумента $r = \vec{r}(t)$.

Линия, которую описывает движущаяся точка в пространстве, называется траекторией движения (рис. 3). Уравнение траектории находится в результате решения системы уравнений (1.1) путем исключения параметра t .

В зависимости от формы траектории движение материальной точки может быть прямолинейным и криволинейным. Частным случаем криволинейного движения является движение по окружности. Форма траектории зависит от выбора системы отсчета. Например, если поезд движется по закругленному участку пути

и вдоль вагона идет человек, то относительно вагона движение человека будет прямолинейным, а относительно Земли — криволинейным.

Пусть материальная точка движется по произвольной траектории. В момент времени t_1 она занимает положение M_1 (см. рис. 3), определяемое радиус-вектором \vec{r}_1 , в момент времени t_2 — положение M_2 , определяемое радиус-вектором \vec{r}_2 . Вектор $\vec{\Delta r}$, проведенный из начальной точки M_1 в конечную точку M_2 , называется перемещением.

В соответствии с правилом сложения векторов $\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, $\vec{\Delta r}$ есть приращение радиус-вектора материальной точки за время $\Delta t = t_2 - t_1$.

Длина отрезка траектории между начальным (M_1) и конечным (M_2) положениями точки называется путем, пройденным точкой за время Δt . Путь s — величина скалярная.

В общем случае $s \neq |\vec{\Delta r}|$, при прямолинейном движении $s_{1,2} = |\vec{\Delta r}|$, при криволинейном — $s_{1,2} > |\vec{\Delta r}|$. Они совпадают лишь в пределе, т. е. для бесконечно малого dt $|\vec{dr}| = ds$.

Для характеристики быстроты изменения пространственного положения точки вводится понятие скорости.

Скорость движения материальной точки — это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения пространственного положения точки и равная перемещению, совершаемому за единицу времени.

Различают среднюю и мгновенную скорость.

Средней скоростью точки называется вектор, равный отношению вектора перемещения точки к промежутку времени, в течение которого произошло это перемещение:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}.$$

Направление $\vec{v}_{\text{ср}}$ совпадает с направлением перемещения (см. рис. 3).

$$|\vec{v}_{\text{ср}}| = \frac{|\vec{\Delta r}|}{\Delta t}.$$

Мгновенной скоростью точки называется [предельное значение вектора средней скорости точки при стремлении Δt к нулю

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}.$$

Так как секущая M_1C (см. рис. 3) в пределе при $\Delta t \rightarrow 0$ переходит в касательную M_1K , то мгновенная скорость точки \vec{v} есть

вектор, направленный по касательной к траектории в данный момент времени в сторону движения точки:

$$|\vec{v}| = v = \frac{|\vec{dr}|}{dt} = \frac{ds}{dt}.$$

Поскольку мгновенная скорость направлена по касательной, то ее можно записать как

$$\vec{v} = v \cdot \vec{\tau}, \quad (1.2)$$

где $\vec{\tau}$ — единичный вектор, направленный по касательной к траектории.

Скорость точки определяется из соотношения

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{\vec{dr}}{dt} = \frac{d}{dt} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \\ &= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}, \end{aligned}$$

где v_x, v_y, v_z — проекции скорости точки на оси координат, равные первым производным по времени от соответствующих координат точки.

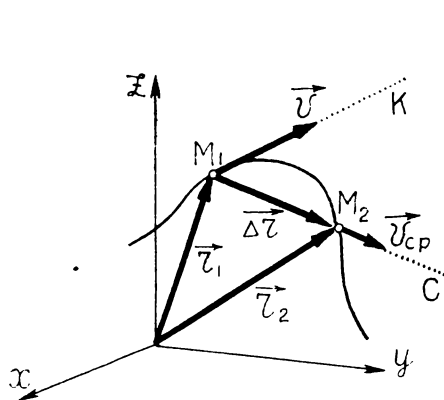


Рис. 3

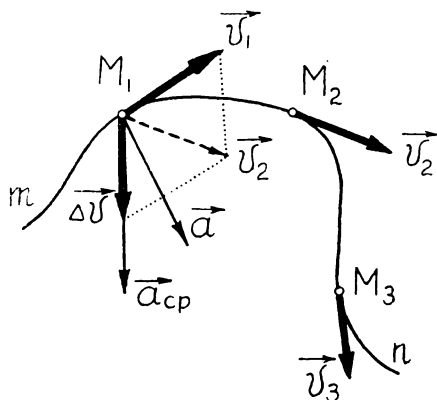


Рис. 4

В процессе движения материальной точки величина и направление ее скорости с течением времени могут меняться. Быстроту изменения скорости характеризует ускорение.

Ускорение материальной точки — векторная физическая величина, характеризующая процесс изменения скорости точки с те-

чением времени и равная приращению скорости за единицу времени.

По аналогии со средней и мгновенной скоростью вводят понятия среднего и мгновенного ускорения.

Пусть точка движется по траектории $m-n$ (рис. 4). В момент времени t_1 она находится в положении M_1 и имеет скорость \vec{v}_1 . В момент времени t_2 она находится в положении M_2 и имеет скорость \vec{v}_2 . В момент времени t_3 она находится в положении M_3 и имеет скорость \vec{v}_3 . Изменение скорости точки за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ характеризуется вектором $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

Среднее ускорение точки за промежуток времени Δt определяется из отношения вектора изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к промежутку времени Δt :

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

По направлению $\vec{a}_{\text{ср}}$ совпадает с вектором $\Delta \vec{v}$ (см. рис. 4).

Мгновенное ускорение определяется из соотношения

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}.$$

Вектор мгновенного ускорения точки всегда направлен «внутри» траектории, что следует из геометрического построения (см. рис. 4).

На рис. 5 представлен участок криволинейной траектории и указан вектор \vec{a} для одной из точек траектории. На этом же рисунке изображена окружность радиуса R , определяющая кривизну траектории в точке A , а также показано разложение вектора \vec{a} на составляющие \vec{a}_n и \vec{a}_τ . Вектор \vec{a}_τ описывает *тангенциальное ускорение*, направленное по касательной к траектории в рассматриваемой точке A , вектор \vec{a}_n — *нормальное, или центростремительное, ускорение*, которое всегда перпендикулярно вектору \vec{a}_τ и направлено к центру кривизны траектории в данной точке A . Подобное разложение вектора \vec{a} на составляющие \vec{a}_τ и \vec{a}_n можно провести для любой другой точки криволинейной траектории.

По правилу сложения векторов $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$. Так как \vec{a}_n и \vec{a}_τ перпендикулярны друг другу, то

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Рассмотрим ускорения \vec{a}_n и \vec{a}_τ .

Учитывая уравнение (1.2), запишем ускорение точки в виде

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (v \cdot \vec{\tau}) = \vec{\tau} \frac{dv}{dt} + v \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (1.3)$$

Первое слагаемое $(\vec{\tau} \cdot dv/dt)$ в формуле (1.3) представляет собой ускорение \vec{a}_τ , так как векторы \vec{a}_τ и $\vec{\tau}$ параллельны друг другу и направлены по касательной к траектории в точке A :

$$\begin{aligned} \vec{a}_\tau &= \vec{\tau} dv/dt, \\ a_\tau &= dv/dt. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Следовательно, тангенциальное ускорение \vec{a}_τ характеризует быстроту изменения скорости тела \vec{v} .

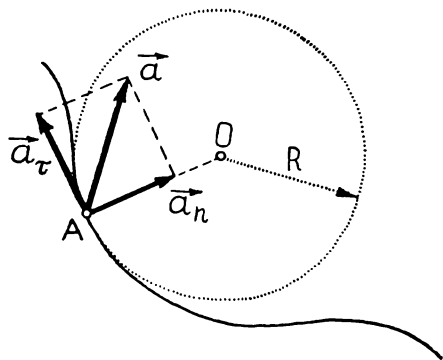


Рис. 5

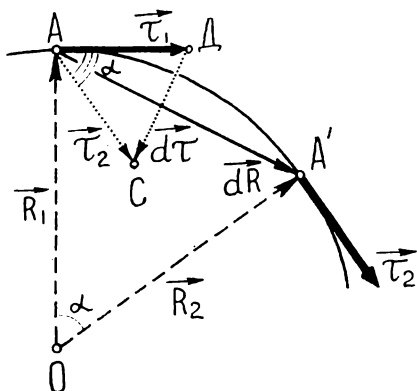


Рис. 6

Рассмотрим второе слагаемое в выражении (1.3), т. е. $(v \cdot d\vec{\tau}/dt)$. Покажем, что его можно отождествить с нормальным ускорением \vec{a}_n . С этой целью рассмотрим рис. 6, на котором показано перемещение точки A за малый отрезок времени dt . Из рисунка следует, что $\vec{\tau}_2 = \vec{\tau}_1 + d\vec{\tau}$. Рассматривая мгновенное значение слагаемого $v \cdot d\vec{\tau}/dt$, необходимо оперировать бесконечно малой величиной dt , т. е. $dt \rightarrow 0$. Но в этом случае и величина $d\vec{r} \rightarrow 0$, так как за время dt тело успевает пройти бесконечно малое расстояние. При этом радиус кривизны R траектории AA' практически не успевает измениться. Кроме того, при $dt \rightarrow 0$ угол α между векторами \vec{R}_1 и \vec{R}_2 , $\vec{\tau}_1$ и $\vec{\tau}_2$ тоже стремится к нулю.

Учитывая, что треугольник ACD , образованный векторами $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$ и $d\vec{\tau}$, равнобедренный ($|\vec{\tau}_1| = |\vec{\tau}_2|$), получим, что при $\alpha \rightarrow 0$

угол ADC должен стремиться к 90° . Это означает, что в пределе при бесконечно малом dt вектор $\vec{d\tau}$ перпендикулярен вектору $\vec{\tau}_1$. Так как вектор $\vec{\tau}_1$ в точке A направлен по касательной к траектории, т. е. перпендикулярен вектору \vec{R}_1 , то вектор $\vec{d\tau}$ должен быть параллелен вектору \vec{R}_1 , а значит, как следует из рис. 6, вектор $\vec{d\tau}$ направлен к центру кривизны траектории O . Учитывая, что вектор \vec{a}_n также направлен к центру кривизны траектории, получим, что $\vec{a}_n \parallel \vec{d\tau}$. Отсюда делаем вывод, что слагаемое $v \cdot \vec{d\tau}/dt$ в уравнении (1.3), описывающее быстроту изменения направления вектора \vec{v} , и есть искомое ускорение \vec{a}_n :

$$\vec{a}_n = v \cdot \vec{d\tau}/dt. \quad (1.5)$$

Рассмотрим более подробно это ускорение, связав его с мгновенной скоростью движения v и мгновенным радиусом кривизны R . Из рис. 6 следует, что треугольники OAA' и ADC равнобедренные (так как при $dt \rightarrow 0$ $R_1 = R_2$, $\tau_1 = \tau_2$) и подобные. Тогда можно записать:

$$\frac{OA}{AD} = \frac{OA'}{AC} = \frac{AA'}{CD}$$

или

$$\frac{R_1}{\tau_1} = \frac{R_2}{\tau_2} = \frac{dr}{d\tau}.$$

Так как $R_1 = R_2 = R$, $\tau_1 = \tau_2 = 1$, то $d\tau = dr/R$.

Учитывая, что векторы \vec{a}_n и $\vec{d\tau}$ параллельны, можно представить вектор $\vec{d\tau}$ в виде $\vec{d\tau} = \vec{i} \cdot d\tau$, где \vec{i} — единичный вектор, направленный к центру O кривизны траектории. Перепишем уравнение (1.5) в следующем виде:

$$\vec{a}_n = \vec{i} \frac{d\tau}{dt} v = \vec{i} \frac{dr}{dt} \cdot \frac{v}{R} = \vec{i} \frac{v^2}{R}.$$

Абсолютная величина вектора \vec{a}_n вычисляется с помощью выражения

$$a_n = v^2/R. \quad (1.6)$$

Рассмотрим ряд частных случаев криволинейного движения.

Равномерное движение по окружности

В данном случае радиус кривизны траектории (радиус окружности) постоянен ($R = \text{const}$), скорость движения тела v по абсо-

плотной величине не меняется, т. е. $v = \text{const}$. Тогда из уравнений (1.4) и (1.6) получим:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0, \quad a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Неравномерное движение по прямой

Радиус кривизны прямой линии бесконечно велик, т. е. $R = \infty$. В этом случае получаем следующие результаты при вычислении ускорений a_τ и a_n :

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \neq 0, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = 0.$$

Равномерное движение по прямой

Как и в предыдущем случае, $R = \infty$. Но $v = \text{const}$. Тогда $a_\tau = dv/dt = 0$, $a_n = v^2/R = 0$.

Ускорение точки вычисляется по формуле

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

где a_x , a_y , a_z — проекции ускорения точки на оси координат, равные вторым производным по времени от соответствующих координат движущейся точки.

1.3. Основная задача кинематики

Основная задача кинематики — нахождение положения движущейся материальной точки, ее скорости и ускорения в любой момент времени.

Пусть, например, известен вид функций, выражающих зависимость координат движущейся точки от времени:

$$x = f_x(t), \quad y = f_y(t), \quad z = f_z(t).$$

Чтобы найти положение точки в данный момент времени, надо подставить время в функции координат. Продифференцировав по t функции координат, находят координаты скорости. Зная v_x , v_y и v_z , определяют величину и направление скорости \vec{v} . Ускорение получают двукратным дифференцированием функций координат по времени.

Пример. Точка движется вдоль оси X по закону $r_x(t) = A + Bt + Ct^2$, $A = 5$ м, $B = -12$ м/с, $C = 10$ м/с². Нужно найти ее скорость и ускорение спустя 5 с после начала движения.

$$v_x = dr_x/dt = B + 2Ct = -12 + 20 \cdot 5 = 88 \text{ м/с},$$

$$a_x = dv_x/dt = 2C = 2 \cdot 10 = 20 \text{ м/с}^2.$$

Существует обратная задача кинематики. Например, по функциям, выражающим зависимость компонент ускорения от времени, надо найти величину и направление скорости, а также координаты точки в данный момент времени. Эта задача решается обратной операцией — интегрированием. Однократным интегрированием получают зависимость от времени координат скорости, двукратным — зависимость от времени координат точки. При этом в формулах появляются постоянные интегрирования. Они находятся из начальных условий. *Начальные условия — это значения параметров механического состояния $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$ в некоторый момент времени*, обычно в момент начала отсчета времени ($t=0$). Начальные условия должны быть заданы, иначе задача становится неопределенной.

1.4. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 130 *.)

Автомобиль проезжает ограниченный участок пути длиной 10 км со скоростью 20 км/ч, а затем еще 10 км со скоростью 60 км/ч. Будет ли средняя скорость автомобиля равна 40 км/ч?

Ответ. Да (17). Нет (8).

Автомобиль, движущийся со скоростью 60 км/ч по сухому асфальту, останавливается торможением за 4 с. Столкнется ли автомобиль с препятствием, если водитель нажал на тормоз за 30 м до него?

Ответ. Да (23). Нет (29).

Падающий человек перестает ускоряться, когда его скорость достигнет порядка 50 м/с. Кроме того, человек на короткое время может выдержать ускорение $a=50g$. Останется ли жив парашютист, если у него на высоте 500 м не раскрылся парашют и он упал в снежный сугроб высотой 3 м? ($g=9,8 \text{ м/с}^2$)

Ответ. Да (21). Нет (10).

Система противоракетной обороны получает сообщение о том, что через минуту над стартовой площадкой ракеты-перехватчика на высоте 200 км будет находиться баллистическая ракета про-

* Из предложенных в каждой задаче ответов надо выбрать правильный. Для проверки результата следует сложить выбранные условные числа (указаны в скобках). При правильном решении всех задач сумма условных чисел равна 130.

тивника. Ракета-перехватчик способна развить ускорение $10 g$. Достаточно ли одной минуты для перехвата ракеты противника?

Ответ. Достаточно (7). Нет (28).

Две лодки, которые двигаются относительно воды со скоростью 5 км/ч , одновременно пересекают реку ($v_{\text{теч}} = 3 \text{ км/ч}$). Лодки начали движение из одной точки и плывут к одному и тому же месту назначения на противоположном берегу. При этом одна лодка держит курс перпендикулярно, а другая — под углом 45° к берегу навстречу течению воды. Какая лодка прибудет к месту назначения первой?

Ответ. Лодка, пересекающая реку перпендикулярно (20). Лодка, пересекающая реку под углом 45° (6). Обе лодки прибудут одновременно (5).

За 2 км до станции машинист выключил двигатель локомотива, после чего движение происходило с постоянным ускорением, равным $-0,1 \text{ м/с}^2$. В момент выключения двигателя скорость поезда была 72 км/ч . Дойдет ли поезд до станции с выключенным двигателем?

Ответ. Да (15). Нет (11).

За сколько минут до прибытия на станцию был выключен двигатель?

Ответ. За 3 мин (24). За 200 с (16).

Автомобиль движется по закруглению дороги радиусом 100 м со скоростью, изменяющейся по закону $v = A + Bt$, где $A = 50 \text{ м/с}$, $B = 10 \text{ м/с}^2$. Будет ли полное ускорение автомобиля равно нормальному?

Ответ. Да (9). Эти ускорения будут близки по величине и направлению (33). Полное ускорение равно векторной сумме нормального и тангенциального ускорения (13).

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Динамика изучает движение тел с учетом их взаимодействия между собой и причин, которые обуславливают тот или иной характер движения.

В основе классической динамики лежат 3 закона динамики, сформулированные Ньютоном в «Математических началах нату-

ральной философии» (1687 г.). Прежде чем рассматривать законы Ньютона, дадим определение некоторых понятий, используемых в динамике.

2.1. Физические характеристики взаимодействующих тел

Опыт показывает, что изменение физических свойств материальных объектов происходит только в процессе их взаимодействия. Одной из форм взаимодействия является механическое воздействие. Механическое воздействие одного тела на другое проявляется либо в изменении размеров и формы тела, либо в изменении его скорости, либо в том и другом одновременно. Для обозначения величины и направления воздействия одного тела на другое используют понятие силы.

Сила — это векторная физическая величина, характеризующая механическое воздействие одного тела на другое, в результате которого тела деформируются или приобретают ускорение.

Воздействие на данное тело других тел вызывает изменение его скорости. Опыт показывает, что всякое тело противится попыткам изменить состояние его движения. Это свойство тел называется *инертностью*. Сопротивление тел тем больше, чем больше их масса. Поэтому в качестве количественной характеристики инертности используется масса тела. *Масса — мера инертности тела.*

Масса тела не зависит от его температуры, агрегатного состояния, электрических, магнитных и иных свойств, в классической механике она не зависит от скорости. Содержание понятия массы не исчерпывается ее динамическими проявлениями. Масса характеризует не только инерционные, но и гравитационные свойства тел. Она определяет запас полной энергии тела.

Произведение массы тела на его скорость называется импульсом тела:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v}. \quad (2.1)$$

Это определение справедливо для материальных точек и протяженных тел, движущихся поступательно. В случае протяженного тела, движущегося непоступательно, нужно представить тело как совокупность материальных точек с массами m_i , определить импульсы точек $m_i \vec{v}_i$ и затем векторно сложить импульсы всех точек. В результате получится полный импульс тела:

$$\vec{P} = \sum_i m_i \vec{v}_i. \quad (2.2)$$

При поступательном движении тела скорости всех точек тела \vec{v}_i одинаковы ($\vec{v}_i = \vec{v}$) и формула (2.2) переходит в формулу (2.1).

2.2. Свободное тело. Инерциальная система отсчета. Первый закон Ньютона

В динамике большую роль играет выбор системы отсчета. В различных системах отсчета физические явления протекают по-разному. Поэтому целесообразно выбирать такие системы, в которых однотипные явления протекают одинаково и наиболее просто. Такой системой отсчета является система, связанная с так называемым свободным телом.

Свободное тело — это тело, не взаимодействующее с другими телами.

Система отсчета, связанная со свободно движущимся телом, называется инерциальной.

Опыт показывает, что в природе не существует абсолютно не взаимодействующих тел. Поэтому нет свободных тел и соответственно инерциальных систем отсчета. В строгом смысле слова это абстракции, такие как, например, материальная точка. Но существует бесчисленное множество реальных систем, которые с большей степенью точности приближаются к инерциальной системе. Так, например, система отсчета, центр которой совмещен с Солнцем, а оси направлены на соответствующим образом выбранные звезды, является инерциальной. Эта система называется гелиоцентрической системой отсчета.

Первый закон Ньютона формулируется следующим образом: всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

Непосредственно на опыте нельзя ни доказать, ни опровергнуть первый закон динамики, ибо абсолютно свободных тел, не связанных взаимодействием с другими телами, в природе не существует. Однако в реальных условиях можно практически полностью скомпенсировать внешнее воздействие и наблюдать почти равномерное прямолинейное движение. Например, если на каком-то прямолинейном участке пути тяга электровоза такова, что лишь компенсирует силу трения, то электровоз будет двигаться практически равномерно и прямолинейно. Значит, в реальных условиях первый закон динамики выполняется, когда векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю.

Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета. Представим себе две системы, движущиеся друг относительно друга с некоторым ускорением. Если относительно одной из них тело покоится, то относительно другой оно, очевидно, движется с ускорением. Следовательно, первый закон Ньютона не может одновременно выполняться в обеих системах.

Чтобы в отсутствие внешнего воздействия тело покоилось или двигалось равномерно и прямолинейно, необходимо, чтобы сама

система отсчета была свободна от воздействия. Такая система отсчета называется, как мы знаем, инерциальной. *Следовательно, первый закон динамики выполняется лишь в инерциальной системе отсчета.* Поэтому определение инерциальной системы отсчета дают с точки зрения выполнимости первого закона Ньютона: *инерциальная система отсчета — это такая система, в которой выполняется первый закон динамики.* А сам первый закон динамики называют иногда законом инерции.

С учетом сказанного первый закон Ньютона следует сформулировать следующим образом: *в инерциальной системе отсчета тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, если векторная сумма всех действующих на него сил равна нулю:*

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0.$$

Примером инерциальной системы отсчета является гелиоцентрическая система. Любая система, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы прямолинейно и равномерно, будет также инерциальной. Будет ли инерциальной система отсчета, связанная с земной поверхностью? Земля движется вокруг Солнца по криволинейной траектории и вращается вокруг своей оси. А всякое криволинейное движение есть ускоренное движение. Следовательно, система отсчета, связанная с земной поверхностью, движется относительно гелиоцентрической системы с ускорением и по этой причине не является инерциальной.

Однако ускорение системы, связанной с Землей, относительно гелиоцентрической системы настолько мало, что в большинстве случаев ее можно считать практически инерциальной.

2.3. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона отвечает на вопрос: каким будет движение тела относительно инерциальной системы отсчета, если на него действует сила?

По второму закону Ньютона ускорение, приобретаемое телом относительно инерциальной системы отсчета, пропорционально силе, действующей на тело, обратно пропорционально массе тела и направлено в сторону силы:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.3)$$

Из второго закона Ньютона видно, что, чем больше масса тела, тем меньшее ускорение приобретает оно под действием данной силы. Именно поэтому говорят, что масса есть мера инертности тела.

В практике на тело могут действовать одновременно несколько сил. Опыт показывает, что в этом случае выполняется принцип независимости действия сил. Согласно этому принципу, каждая из сил действует независимо от других и сообщает телу ускорение, определяемое вторым законом Ньютона. Результирующее ускорение будет пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}.$$

Второй закон Ньютона можно записать в более общей форме. По определению $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, из равенства (2.3) сила \vec{F} запишется в виде $\vec{F} = m d\vec{v}/dt$. В классической механике m не зависит от времени, поэтому m можно внести под знак дифференциала: $\vec{F} = \frac{d}{dt} \times (m\vec{v})$. Величина $m\vec{v}$ есть импульс тела \vec{P} :

$$\vec{F} = d\vec{P}/dt. \quad (2.4)$$

Второй закон Ньютона в форме (2.4) утверждает, что скорость изменения импульса тела равна по величине действующей на него силе и совпадает с ней по направлению.

Из соотношения (2.4) следует, что

$$d\vec{P} = \vec{F} \cdot dt, \quad (2.5)$$

где вектор $\vec{F} \cdot dt$ — импульс силы.

Согласно формуле (2.5), изменение импульса тела за некоторый промежуток времени равно импульсу действующей на него силы за тот же промежуток времени.

При скоростях, соизмеримых со скоростью света, масса не является постоянной величиной. В этом случае второй закон Ньютона записывается в виде

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}.$$

Здесь учитывается зависимость силы от времени, массы и скорости тела. В скалярной форме второй закон Ньютона используется для определения единицы измерения силы.

В СИ m измеряется в кг, a — в м/с². Соответственно единицей измерения силы будет кг·м/с² = ньютон (Н). Ньютон — это такая сила, под действием которой тело массой 1 кг приобретает ускорение 1 м/с².

2.4. Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. Опыт показывает, что если тело 1 действует на тело 2 с силой $\vec{F}_{2,1}$, то тело 2 действует на тело 1 с силой $\vec{F}_{1,2}$ (рис. 7).

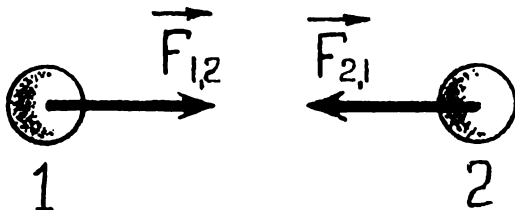


Рис. 7

Третий закон Ньютона утверждает, что силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, равны по величине и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (2.6)$$

Поскольку эти силы приложены к разным телам, то они не уравновешивают друг друга.

Из формулы (2.6) следует, что $\vec{a}_1 \cdot m_1 = -\vec{a}_2 \cdot m_2$, откуда $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2 \cdot m_2 / m_1$. Таким образом, взаимодействие двух тел не может вызвать их перемещение в одном направлении. Для движения в одном направлении необходимо, чтобы на одно из них или на оба действовало третье тело.

2.5. Замкнутая система. Закон сохранения импульса

Совокупность тел, выделенных для рассмотрения, называется замкнутой системой, если на нее не действуют внешние силы.

В изолированной системе действуют лишь внутренние силы, т. е. силы взаимодействия между телами, входящими в систему. Идеально изолированных систем нет. Однако возможны ситуации, когда действие одних внешних сил компенсируется (уравновешивается) или почти компенсируется действием других внешних сил. Тогда результирующая всех внешних сил, действующих на каждое тело системы, может быть пренебрежимо мала по сравнению с результирующей всех внутренних сил. Такую систему можно считать замкнутой. Рассмотрим, например, бильярдные шары на горизонтальном столе. Здесь сила тяжести уравновеши-

вается реакцией опоры, сила трения качения невелика по сравнению с силой удара.

Геометрическая сумма внутренних сил системы всегда равна нулю, так как в эту сумму входят попарно все силы действия и противодействия. Рассмотрим взаимодействие двух тел, составляющих изолированную систему. Для каждого тела этой системы, согласно второму закону Ньютона, запишем

$$\vec{F}_{1,2} dt = d(m_1 \vec{v}_1),$$

$$\vec{F}_{2,1} dt = d(m_2 \vec{v}_2),$$

где $\vec{F}_{1,2}$, $\vec{F}_{2,1}$ — силы, действующие на первое и второе тело со стороны второго и первого тела соответственно; m_1 , m_2 , \vec{v}_1 , \vec{v}_2 — массы и скорости взаимодействующих тел.

Из третьего закона Ньютона следует, что $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$, значит,

$$d(m_1 \vec{v}_1) = -d(m_2 \vec{v}_2),$$

$$d\vec{P}_1 = -d\vec{P}_2.$$

При механическом взаимодействии двух тел изменения их импульсов равны по величине и противоположны по направлению. Следовательно, изменение суммарного импульса системы равно нулю ($d\vec{P} = d\vec{P}_1 + d\vec{P}_2 = 0$) и импульс замкнутой системы есть величина постоянная ($\vec{P} = \text{const}$).

Последнее утверждение есть закон сохранения импульса. Из закона сохранения импульса следует, что в замкнутой системе, состоящей из n тел, векторные суммы импульсов тел до и после их взаимодействия равны:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i', \quad (2.7)$$

где \vec{v}_i , \vec{v}_i' — скорость i -го тела до и после взаимодействия.

Для двух тел, во время взаимодействия которых скомпенсированы внешние силы, равенство (2.7) можно записать в виде

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'.$$

Импульс системы тел может быть представлен в виде произведения суммарной массы тел на скорость центра инерции системы:

$$\vec{P} = m \vec{v}_c,$$

где \vec{v}_c — скорость центра инерции системы.

Центром инерции, или центром масс, системы называется точка c , положение которой задается радиус-вектором \vec{r}_c , определяемым из соотношения

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i},$$

где \vec{r}_i — радиус-вектор i -го тела.

Скорость центра инерции, согласно определению, запишется следующим образом:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \right] = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m} = \frac{\vec{P}}{m}.$$

Для замкнутой системы $\vec{P} = m\vec{v}_c = \text{const}$. Следовательно, $v_c = \text{const}$ и центр инерции замкнутой системы либо остается неподвижным, либо движется равномерно и прямолинейно относительно некоторой инерциальной системы отсчета. Поэтому *система отсчета, связанная с центром инерции, сама является инерциальной*.

2.6. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 106.)

Поезд движется прямолинейно и равномерно. Чему равна равнодействующая всех сил, действующих на поезд?

Ответ. Силе тяги электровоза (4). Нулю (30).

На столе для игры в настольный теннис лежит мяч. Стол сдвинули с места, и мяч пришел в движение. Что является телом отсчета, относительно которого в этом случае верен закон инерции?

Ответ. Стол (1). Пол (27). Земля (24). Солнце (7).

Два тела взаимодействуют друг с другом. Как направлены их ускорения?

Ответ. Ускорения противоположны по направлению (5). Ускорения имеют одинаковое направление (13).

В каком отношении находятся ускорения взаимодействующих тел?

Ответ. Отношение абсолютных значений ускорений является постоянной величиной (19). Отношение абсолютных значений ус-

корений равно обратному отношению взаимодействующих масс этих тел (12).

Могут ли взаимодействующие тела двигаться в одном направлении?

Ответ. Да (25). Нет (26).

На движущийся автомобиль действуют следующие силы: тяжести, сопротивления воздуха, трения, тяги двигателя. Может ли автомобиль находиться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения?

Ответ. Да (3). Нет (14).

Поезд массой 500 кт за 5 мин увеличил скорость с 20 км/ч до 40 км/ч. Какую силу тяги развил при этом электровоз?

Ответ. 550 кН (17). 9,2 кН (14).

Из ружья массой 5 кг вылетает пуля массой $5 \cdot 10^{-3}$ кг со скоростью 600 м/с. Будет ли удар безболезненным, если допустимая кратковременная нагрузка для плеча составляет 300 Н за 0,01 с?

Ответ. Да (9). Нет (18).

Г Л А В А 3. СИЛЫ, РАССМАТРИВАЕМЫЕ В МЕХАНИКЕ

3.1. Фундаментальные силы в природе

Понятие силы введено для характеристики величины и направления воздействия одного тела на другое.

Конкретные силы, рассматриваемые физикой, очень разнообразны: сила всемирного тяготения, сила тяжести, вес, реакция опоры, силы трения, упругие силы, поверхностные, межмолекулярные силы, реактивная сила, сила Ампера, сила Лоренца и т. д. Однако по своей природе все они могут быть сведены к одной из так называемых фундаментальных сил.

Фундаментальные силы — это силы, которые характеризуют основные типы взаимодействий между материальными объектами.

В настоящее время известны 4 типа основных взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, ядерное (или сильное) и слабое. Гравитационное взаимодействие характеризуют гравитационные силы, электромагнитное — электромагнитные силы, ядерное — ядерные силы. Слабое взаимодействие, ответственное лишь за радиоактивные распады ядер, понятием «сила» не характеризуется.

Гравитационные силы действуют между любыми материальными объектами (частицами, телами) и зависят от их массы и расстояния между ними.

Электромагнитные силы действуют между заряженными частицами и зависят от величины электрического заряда частиц, расстояния между ними, их взаимного расположения и относительной скорости движения. Электромагнитные силы принято делить на электрические (обусловлены положением заряженных частиц) и магнитные (обусловлены взаимным движением заряженных частиц).

Ядерные силы действуют внутри ядра, связывают нуклоны — микрочастицы, образующие ядро. Это самые интенсивные и самые короткодействующие силы в природе (радиус их действия 10^{-15} м).

Действие одного материального объекта на другой передается с конечной скоростью при их непосредственном контакте или посредством физических полей, создаваемых этими объектами. В настоящее время в соответствии с типами взаимодействия известны гравитационное, электромагнитное и ядерное поля.

Конкретные проявления сил очень разнообразны. Рассмотрим некоторые силы, изучаемые в механике.

3.2. Неинерциальные системы отсчета. Механические силы

Упругая сила — это сила, возникающая при деформации тела, т. е. при изменении его формы или объема, обусловленном действием внешних сил. Различают упругую и неупругую деформацию. При *упругой деформации* после прекращения действия внешних сил тело полностью восстанавливает свои размеры и форму. При *неупругой деформации* форма и размеры тела полностью не восстанавливаются.

В упруго деформированных телах возникают внутренние силы, препятствующие дальнейшему смещению частиц деформируемого тела. Рассмотрим пример с пружиной (рис. 8).

Для упругой деформации справедлив закон Гука: *упругая сила, возникающая при деформации (например при сжатии или растяжении тела), пропорциональна величине деформации и направлена противоположно смещению частиц тела*. $F_x = -kx$, где x — величина смещения; k — коэффициент упругости, характеризующий вещество, форму и размеры тела.

Силы трения возникают при перемещении соприкасающихся тел или их частей относительно друг друга. Различают внешнее, или сухое, трение (возникает при перемещении соприкасающихся твердых тел) и внутреннее, или вязкое, трение (возникает при относительном перемещении слоев жидкостей, газов и твердых тел).

Силы трения направлены по касательной к трущимся поверхностям (или слоям), причем так, что они препятствуют относительному смещению этих поверхностей (слоев).

К внешнему трению относятся: а) трение скольжения (возникает при скольжении одного тела по поверхности другого); б) трение качения (возникает при качении одного тела по поверхности другого); в) трение покоя (возникает при попытках

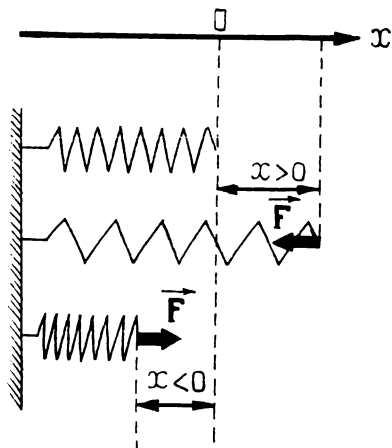


Рис. 8

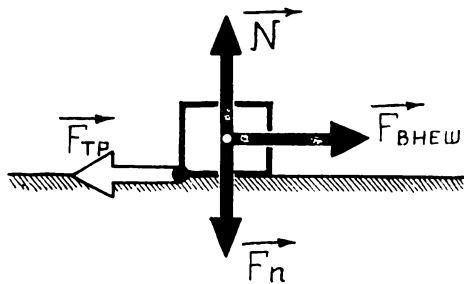


Рис. 9

вызвать скольжение, когда внешняя сила недостаточна, чтобы скольжение произошло).

Сила трения покоя всегда равна по величине и противоположна по направлению внешней силе ($\vec{F}_{\text{тр. покоя}} = -\vec{F}_{\text{внеш}}$). Максимального значения сила трения покоя достигает тогда, когда тело находится на грани скольжения (рис. 9).

Максимальное значение силы трения покоя, а также сила трения скольжения не зависят от площади соприкосновения трущихся поверхностей. По абсолютной величине они приблизительно пропорциональны силе нормального давления \vec{F}_n или нормальной реакции опоры \vec{N} :

$$F_{\text{тр}} = kF_n = kN,$$

где k — коэффициент трения (покоя или скольжения). Он зависит от свойств трущихся поверхностей, определяется экспериментально. В случае скольжения k зависит от скорости, но при сравнительно небольших скоростях зависимость от скорости незначительна.

Сила внутреннего, или вязкого, трения зависит от относительной скорости смещения отдельных слоев жидкости, газа или твердого тела.

При небольших скоростях смещения силы внутреннего трения по модулю пропорциональны скорости, при больших — эта зависимость сильнее (т. е. силы внутреннего трения пропорциональны более высоким степеням скорости). Зависимость силы внутрен-

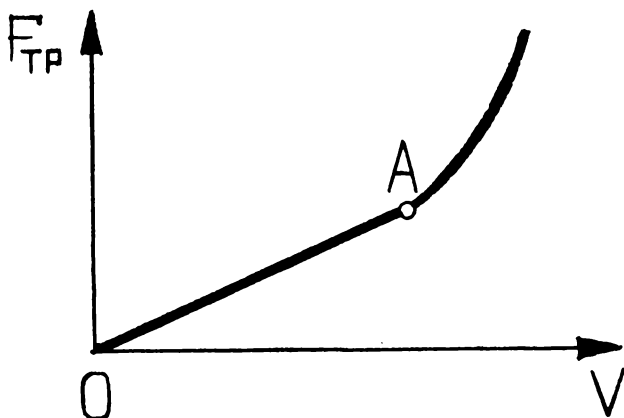


Рис. 10

него трения от скорости представлена на рис. 10. На прямолинейном участке OA $\vec{F}_{\text{внутр. тр}} = -\eta \vec{v}$, где η — коэффициент внутреннего трения (вязкости).

По своей природе силы трения являются электромагнитными.

Силы инерции имеют место в системах отсчета, движущихся с ускорением (неинерциальные системы отсчета). Например, космонавт в стартовой ракете ощущает, что некая сила вжимает его в пилотское кресло, причем, чем больше ускорение ракеты, тем большую перегрузку испытывает космонавт. Сила, создающая перегрузку, является *инерционной* по своему происхождению, так как ускоряющаяся ракета — неинерциальная система (рис. 11).

Рассмотрим, как можно вычислить инерционную силу. Представим себе две системы координат, из которых одна инерциальная, а вторая неинерциальная, т. е. движется относительно первой с ускорением \vec{a} (рис. 12).

Систему $x'y'$ будем считать неподвижной. Система $x'y'$ движется с ускорением \vec{a} относительно системы xy . В системе $x'y'$ находится наблюдатель, следящий за телом массой m , которое неподвижно относительно системы xy , но является движущимся от-

носителю системы $x'y'$. С точки зрения наблюдателя тело массой m движется относительно него с ускорением \vec{a}' (рис. 13), так как наблюдатель вместе с системой $x'y'$ «едет» мимо этого тела с ускорением \vec{a} .

Таким образом, с точки зрения наблюдателя в системе $x'y'$ тело массой m должно испытывать действие некой силы $F_{ин}$, которая и сообщает ему ускорение \vec{a}' : $\vec{F}_{ин} = m\vec{a}'$. Но очевидно, что $\vec{a}' = -\vec{a}$, тогда

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}. \quad (3.1)$$

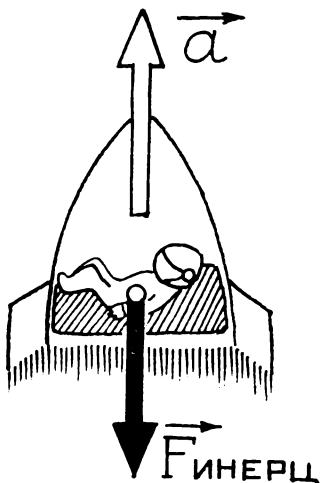


Рис. 11

Это и есть та сила инерции, которая действует на тело массой m в неинерциальной системе отсчета $x'y'$, движущейся с ускорением \vec{a} . Отметим, что для наблюдателя в системе отсчета xy на тело массой m не действует никакая сила.

Уравнение (3.1) показывает, что инерционная сила определяется ускорением, с которым движется неинерциальная система, причем она направлена противоположно этому ускорению.

Рассмотрим тело массой m , вращающееся по окружности радиуса R со скоростью v (рис. 14).

С точки зрения человека, связанного с инерциальной системой координат xy , на тело массой m действует центростремительная сила

$$F_{ц.с} = \frac{mv^2}{R}, \quad (3.2)$$

которая и заставляет тело двигаться по окружности, сообщая ему нормальное ускорение, направленное к центру окружности:

$$a_n = v^2/R. \quad (3.3)$$

С точки зрения другого наблюдателя, связанного с телом, т. е. находящегося в неинерциальной системе отсчета, движущейся с ускорением \vec{a}_n , на тело массой m будет действовать инерционная сила

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_n, \quad (3.4)$$

направленная от центра окружности, по которой движется тело. Тогда

$$|F_{ин}| = |ma_n| = \frac{mv^2}{R}. \quad (3.5)$$

В практике эту силу принято называть *центробежной силой инерции*.

Таким образом, *неинерциальные системы отсчета интересны тем, что в них среди прочих сил действуют еще и дополнительные*

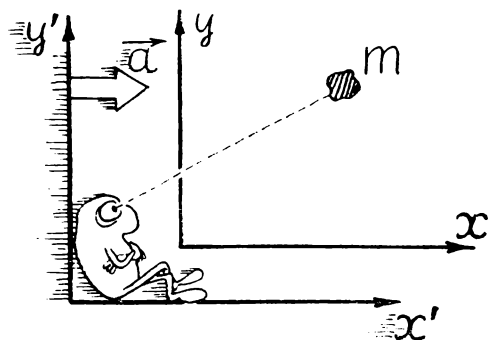


Рис. 12

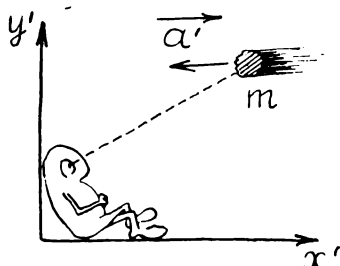


Рис. 13

ные — *инерционные силы*. В результате второй закон Ньютона для этих систем записывается в виде

$$\vec{a} = (\vec{F}_{ин} + \vec{F})/m, \quad (3.6)$$

где \vec{a} — ускорение тела в неинерциальной системе координат; \vec{F} — внешняя сила, действующая на тело; m — масса тела; $\vec{F}_{ин}$ — инерционная сила, действующая на тело в неинерциальной системе координат.

Сила всемирного тяготения — это сила взаимного притяжения, действующая между любыми материальными телами. Она обусловлена гравитационным взаимодействием тел.

Численное значение силы F_γ , действующей между двумя телами с массами m_1 и m_2 , расположенными на расстоянии r друг от друга, находится по закону всемирного тяготения, установленному Ньютоном:

$$F_\gamma = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где γ — гравитационная постоянная, равная $6,62 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$; F_γ — центральная сила (направлена по линии, соединяющей центры масс взаимодействующих тел).

Так как размеры обычных тел малы по сравнению с радиусом Земли и Земля по форме близка к шару, то силу земного тяготения, действующую на тело массой m , можно вычислить по формуле

$$F_{\gamma} = \gamma \frac{m \cdot M_3}{R_3^2},$$

где R_3 — расстояние от тела массой m до центра Земли.

Именно эта сила сообщает всем телам одинаковое ускорение

$$g = \gamma \cdot M_3 / R_3^2 \approx 9,8 \text{ м/с}^2.$$

Сила тяжести \vec{P} — сила, с которой тело действует (давит) на опору (на поверхность Земли, письменного стола и т. д.). Сила тя-

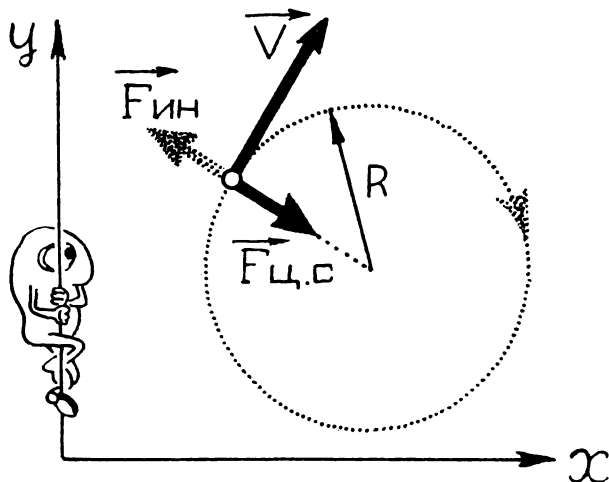


Рис. 14

жести различна по величине и по направлению в разных точках Земли. Поскольку Земля вращается, она является неинерциальной системой отсчета, т. е. на любое тело, кроме силы гравитационного притяжения \vec{F}_{γ} , действует и инерционная сила $\vec{F}_{ин}$. Сила \vec{P} является результирующей этих двух сил (рис. 15). Из рисунка видно, что только на полюсе или на экваторе сила тяжести \vec{P} направлена строго к центру Земли, т. е. по нормали к ее поверхности (причем на полюсе величина $|P|$ больше, чем на экваторе). В остальных точках земного шара сила \vec{P} направлена под некоторым (правда очень малым) углом α относительно нормали к земной поверхности:

$$\vec{P} = \vec{F}_{\gamma} + \vec{F}_{ин},$$

где $F_{\text{ин}} = mv^2/r$; r — расстояние от точки на поверхности Земли до оси вращения; v — скорость вращательного движения данной точки поверхности Земли.

Реакция опоры \vec{N} , обусловленная упругостью опоры, уравнивает не силу тяготения \vec{F}_γ , а ее составляющую \vec{P} , которая и на-

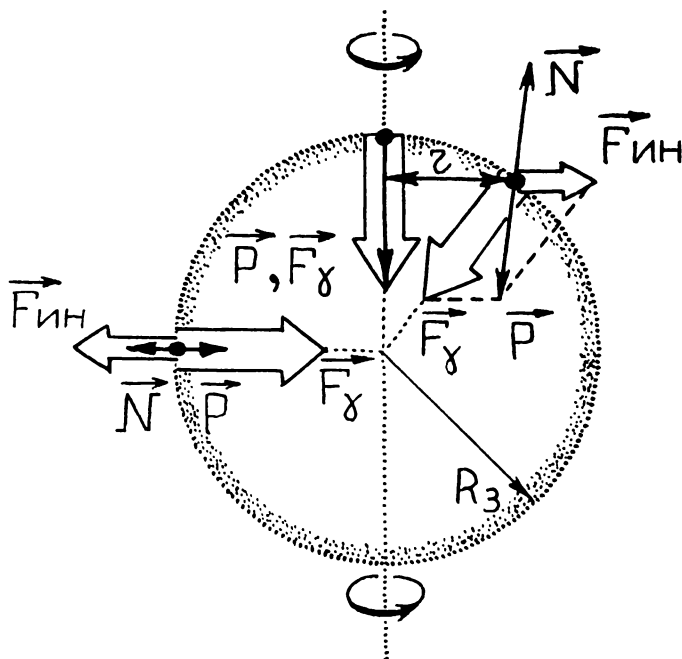


Рис. 15

зывается силой тяжести. Как видно из рисунка, на экваторе $\vec{m}\vec{a}_n = \vec{F}_\gamma + \vec{N}$, в проекциях на направление \vec{a}_n $ma_n = F_\gamma - N$ или $N = F_\gamma - ma_n$, а так как $|\vec{P}| = |\vec{N}|$, то $P = F_\gamma - ma_n$ и $|\vec{P}| < |\vec{F}_\gamma|$. На полюсе $a_n = 0$, следовательно, $F_\gamma = P = N$, $\vec{F}_\gamma = \vec{P}$.

Вес тела — это сила, с которой тело давит на горизонтальную опору или растягивает вертикальный подвес (рис. 16).

Причиной возникновения этой силы являются упругие деформации, возникающие при взаимодействии тела и опоры. В свою очередь деформированная опора действует на тело с некоторой силой, которая в случае горизонтальной опоры равна по 3-му

закону Ньютона весу тела. Эту силу называют *реакцией опоры* \vec{R} . В случае наклонной опоры силу \vec{R} принято разлагать на 2 составляющие: силу трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальную реакцию опоры \vec{N} (рис. 17). \vec{N} — сила, действующая на тело со стороны деформиро-

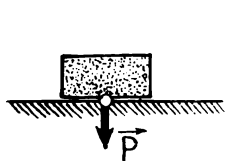


Рис. 16

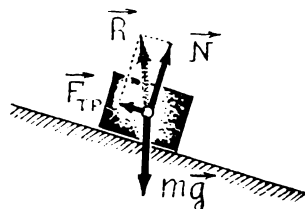
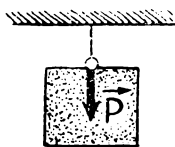


Рис. 17

ванной опоры в направлении, перпендикулярном плоскости соприкосновения тела и опоры.

Если тело и горизонтальная опора покоятся относительно Земли, то сила тяжести численно равна весу тела. Это используется при нахождении силы тяжести. Определив вес тела, т. е. силу, с

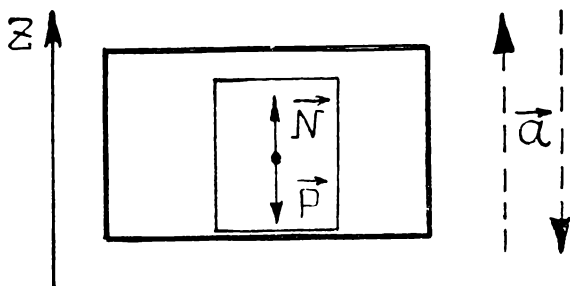


Рис. 18

которой тело давит на чашу неподвижных весов или растягивает неподвижную пружину динамометра, мы тем самым найдем численное значение силы тяжести.

Численное значение веса тела может существенно отличаться от значения силы тяжести (эти силы приложены к разным телам).

Рассмотрим пример. На тело в кабине лифта действует сила тяжести \vec{P} и реакция опоры \vec{N} (рис. 18). При движении лифта с ускорением \vec{a} , направленным вертикально вверх, основное уравнение динамики запишется следующим образом: $m\vec{a} = \vec{N} + \vec{P}$. В проекциях на направление Z $ma = N - P$ или $|F_{\text{вес}}| = N = P + ma$, т. е.

$F_{\text{вес}} > P$ (резкое увеличение веса космонавтов в ускоряющейся ракете). В том случае, когда ускорение направлено вертикально вниз, $-ma = N - P$, $|F_{\text{вес}}| = N = P - ma$, $F_{\text{вес}} < P$. Если $\vec{a} = \vec{g}$, то, поскольку $\vec{P} = m\vec{g}$, $F_{\text{вес}} = mg - mg = 0$, т. е. тело находится в состоянии невесомости.

3.3. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 177.)

Самолет делает «мертвую петлю». Какая сила действует на летчика, прижимая его к сидению?

Ответ. Центостремительная (20). Инерционная (24).

На наклонной плоскости неподвижно лежит груз. Действует ли на тело сила упругости?

Ответ. Да (15). Нет (9).

В каком соотношении находятся сила тяжести и сила трения?

Ответ. Сила тяжести больше силы трения (12). Проекция силы тяжести на направление движения равна силе трения или меньше ее (16).

Груз взвешивают в Мурманске перед полетом в Ташкент и в конце полета. Изменился ли вес груза?

Ответ. Не изменился (26). Изменился (13).

При движении лифта с ускорением пассажир испытывает нагрузку. Во сколько раз увеличился вес пассажира при движении лифта вверх с ускорением $2g$?

Ответ. В два раза (27). В три раза (1).

При каком ускорении лифта пассажир будет испытывать невесомость?

Ответ. При ускорении $-2g$ (3). При ускорении $-g$ (5).

Космический корабль, состоящий из двух отсеков, соединенных переходом длиной 20 м, имеет ось вращения в центре перехода и вращается с частотой 10 об/мин. Испытывают ли космонавты невесомость?

Ответ. Да (7). Нет (10).

Автомобиль массой 1 т трогается с места. Коэффициент трения колес равен 0,1. Сила тяги после выключения сцепления равна 1 кН. Будет ли пробуксовка колес в начале движения?

Ответ. Да (11). Нет (8).

Масса аэростата с балластом 200 кг. Подъемная сила аэростата $8 \cdot 10^2$ Н. В полете с аэростата сбросили балласт массой 25 кг. В каком направлении стал двигаться аэростат?

Ответ. Прямолинейно (18). Начал подниматься (10). Стал опускаться (5).

Стальной трос подъемного крана выдерживает силу натяжения $60 \cdot 10^2$ Н. Максимальный вес груза 0,5 т. Выдержит ли трос, если груз с места подняли рывком с ускорением 1 м/с^2 ?

Ответ. Да (3). Нет (25).

Пассажирский поезд тормозит, и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 3$ с от $v_1 = 50$ км/ч до $v_2 = 30$ км/ч. На верхней полке купе вагона лежит чемодан. Коэффициент трения между чемоданом и полкой равен 0,2. Упадет ли чемодан с полки?

Ответ. Да (19). Нет (22).

Полная масса груженого автомобиля 5 т, коэффициент трения колес автомобиля равен 0,1. Сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, равна 30 кН. Автомобиль подъезжает к горе с уклоном 30° . Поднимется ли автомобиль в гору?

Ответ. Да (27). Нет (20).

Сможет ли совершить обгон этот автомобиль, поднимаясь в гору, если его сила тяги равна 35 кН, а необходимое ускорение для обгона 2 м/с^2 ?

Ответ. Да (4). Нет (23).

ГЛАВА 4. ЭНЕРГИЯ И РАБОТА

4.1. Понятие энергии. Параметры состояния

Опыт показывает, что различные формы движения материи способны к взаимным превращениям. Так, упорядоченное механическое движение может превратиться в хаотическое молекулярное движение, электромагнитное движение — в механическое и т. д.

Опытом установлено, что все взаимные превращения различных форм движения материи происходят в строго определенных количественных соотношениях. «Исчезновение» одной формы движения всегда сопровождается «возникновением» эквивалентного

количества движения другой формы. Этот факт подтверждает одно из основных положений материалистической философии — положение о неуничтожимости движения.

Изучение закономерностей превращения одних форм движения в другие с количественной точки зрения убеждает в том, что должна объективно существовать единая мера различных форм движения материи, одинаковая для всех форм движения и типов взаимодействия.

Поиски такой всеобщей меры различных форм движения и взаимодействия материи привели к открытию одного из важнейших физических понятий — понятия энергии, а также одного из самых фундаментальных законов природы — закона сохранения и превращения энергии.

Энергия — единая мера различных форм движения и типов взаимодействия материальных объектов, зависящая от параметров состояния системы.

Параметры состояния — это физические величины, характеризующие состояние тела или системы тел. Например, механическое состояние материальной точки определяется ее координатами (x , y , z) и проекциями ее вектора скорости на координатные оси (v_x , v_y , v_z); термодинамическое состояние систем определяется объемом V , давлением P , температурой T .

В общем случае в системе могут происходить различные по физической природе процессы. И ее энергия есть однозначная и конечная функция всех этих параметров:

$$E = E(x, y, z, v_x, v_y, v_z, P, V, T). \quad (4.1)$$

Разумно энергию, определяемую соотношением (4.1), рассматривать «по частям», иначе говоря, *каждой форме движения приписывать определенный вид энергии*.

4.2. Работа. Мощность

Работа есть процесс, связанный с упорядоченными перемещениями взаимодействующих макроскопических тел. В ходе этого процесса изменяются параметры состояния тела или системы, передается энергия от одного тела к другому, происходит превращение одного вида энергии в другой.

Для совершения работы необходимо, чтобы на тело действовала сила, вызывающая либо перемещение тела, либо смещение отдельных его частей.

Количественно элементарная работа определяется по формуле

$$dA = F \cdot dr \cos \alpha.$$

Входящие в эту формулу величины указаны на рис. 19. Чтобы вычислить работу, совершаемую на конечном перемещении, надо найти интегральную сумму

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} F \cos \alpha dr.$$

Если $F = \text{const}$, а движение *прямолинейное*, то в результате интегрирования получим

$$A_{1,2} = F \cdot s_{1,2} \cos \alpha,$$

где $s_{1,2}$ — путь, пройденный телом.

Работа есть величина *алгебраическая*. Она может быть положительной, если $0 \leq \alpha < \pi/2$, и отрицательной, если $\pi/2 < \alpha \leq \pi$.

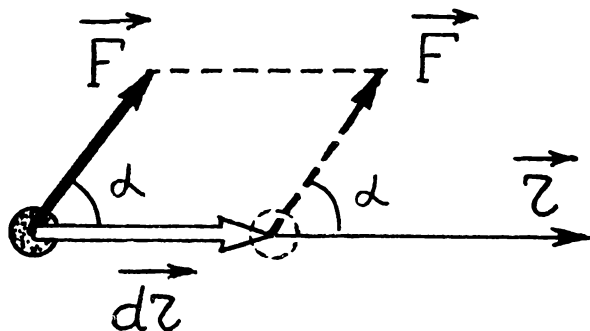


Рис. 19

Если тело покоится ($ds = 0$) или сила перпендикулярна направлению перемещения ($\cos \alpha = 0$), то сила работы не совершает.

Если на тело действует несколько сил, то по принципу независимости действия сил работа равнодействующей силы равна алгебраической сумме работ всех составляющих сил:

$$\begin{aligned} Ad = \vec{F} d\vec{r} &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) d\vec{r} = \vec{F}_1 d\vec{r} + \vec{F}_2 d\vec{r} + \dots + \vec{F}_n d\vec{r} = \\ &= dA_1 + dA_2 + \dots + dA_n. \end{aligned}$$

Для характеристики быстроты совершения работы вводится величина, называемая мощностью.

Мощность — физическая величина, численно равная работе, совершаемой за единицу времени: $N = A/t$.

Мгновенная мощность вычисляется по формуле

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

или

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cos \alpha.$$

Единицей работы в СИ является джоуль (Дж). $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \times 1 \text{ м}$. Джоуль — это работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м при условии, что направление силы совпадает с направлением перемещения.

Единицей мощности в СИ является ватт (Вт). $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$. Ватт — это такая мощность, при которой совершается работа в 1 Дж за 1 с.

4.3. Работа и кинетическая энергия

Покажем, что работа силы, действующей на тело, связана с изменением энергии этого тела.

Пусть тело движется по горизонтальной плоскости под действием некоторой переменной силы \vec{F} , которая изменяет скорость тела от \vec{v}_1 до \vec{v}_2 (рис. 20).

Работа, совершаемая силой на бесконечно малом участке пути ds , равна $dA = F_s ds$, причем $F_s = F_\tau$, где F_τ — касательная составляющая силы F . Применяя второй закон Ньютона, запишем:

$$dA = \vec{F} d\vec{s} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{s} = m d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = m d\vec{v} \cdot \vec{v}_\tau = m d\vec{v} \cdot \vec{v} = m dv \cdot v.$$

Полная работа на участке пути от точки 1 до точки 2 равна

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = m \left. \frac{v^2}{2} \right|_{v_1}^{v_2} = m \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (4.2)$$

Величина $mv^2/2$ является функцией состояния тела, так как ее изменение не зависит от пути перехода тела из начального состояния в конечное, а определяется лишь значениями параметров системы в этих состояниях.

Функцию механического состояния, зависящую от скорости движения тела, называют кинетической энергией:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Соотношение (4.2) можно записать в виде

$$A_{1,2} = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k.$$

Таким образом, изменение кинетической энергии тела при переходе его из одного состояния в другое равно работе, совершаемой силой, действующей на тело в процессе этого перехода.

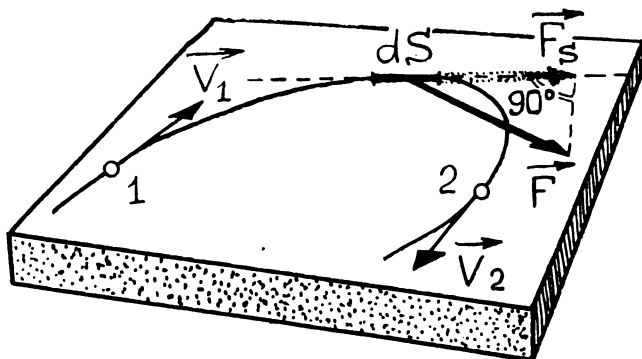


Рис. 20

Если $A > 0$, то $\Delta E_k > 0$, тело получает энергию от тел, которые являются «источником» сил, совершающих работу; если $A < 0$, то $\Delta E_k < 0$, тело отдает энергию окружающим телам.

Итак, обладая кинетической энергией, тело способно совершить работу, т. е. отдать эту энергию другим телам (заставить их двигаться, изменять скорость, деформироваться и т. д.). В этом смысле говорят, что энергия характеризует способность тела совершать работу. Так как $P = mv$, то

$$E_k = P^2/2m.$$

Свойства кинетической энергии

1. Кинетическая энергия зависит только от m и v , т. е. является функцией состояния тела: $E_k = f(m, v)$.

2. E_k , как и v , — величина относительная, т. е. ее числовое значение зависит от выбора системы отсчета.

3. E_k всегда положительна в любой системе отсчета.

4. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий всех тел, входящих в эту систему: $E_k = \sum_i E_{ki}$.

5. Тело, обладающее кинетической энергией, способно совершить максимальную работу $A_{\max} = mv^2/2$.

4.4. Работа и потенциальная энергия

Тело обладает энергией не только когда оно перемещается в пространстве, но и когда оно взаимодействует с другими телами. Энергия взаимодействия зависит от взаимного расположения тел и их частей.

Энергию, которой обладает тело вследствие того, что оно взаимодействует с другими телами, и которая зависит от взаимного расположения тел и их частей, называют потенциальной.

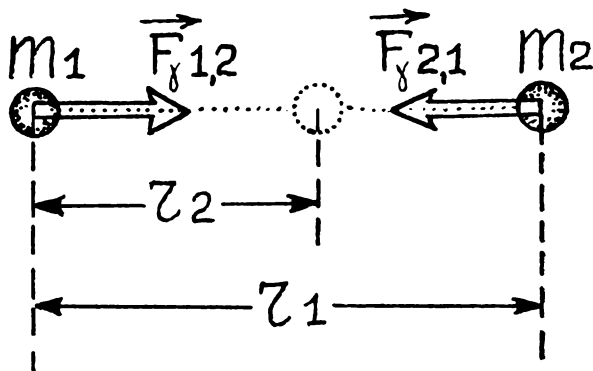


Рис. 21

Потенциальной энергией обладает, например, тело, поднятое над землей, сжатая или растянутая пружина, заряженное тело, находящееся в электростатическом поле, и т. д.

Покажем, что между работой и изменением потенциальной энергии существует связь. Пусть два тела с массами m_1 и m_2 под действием силы тяготения \vec{F}_γ перемещаются относительно друг друга (рис. 21). Вычислим работу силы тяготения \vec{F}_γ . Для простоты будем считать, что тело массой m_1 покоится, а изменение расстояния между телами отнесем за счет перемещения тела массой m_2 относительно тела массой m_1 . Тогда работу совершает лишь сила тяготения F_γ , действующая на тело массой m_2 . Сила F_γ зависит от расстояния r . Поэтому сначала найдем элементарную работу силы F_γ на бесконечно малом перемещении \vec{dr} :

$$dA = \vec{F}_\gamma \cdot \vec{dr} = F_\gamma dr \cos \alpha = F_\gamma \cdot dr \cdot \cos 0 = F_\gamma dr = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} dr.$$

Полная работа вычисляется по формуле

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \frac{dr}{r^2} = \gamma \cdot m_1 m_2 \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r_1} - \gamma \frac{m_1 m_2}{r_2}. \quad (4.3)$$

Таким образом, *работа силы тяготения F_γ при изменении расстояния между телами зависит только от начального и конечного положения тел и не зависит от формы пути перехода из начального положения в конечное.*

Силы, работа которых не зависит от формы пути, называются консервативными.

Силы, работа которых зависит от формы пути, называются неконсервативными (силы трения, силы сопротивления при движении тела в газе или жидкости).

Сила тяготения \vec{F}_γ является, как мы выяснили, консервативной.

Из выражения (4.3) видно, что работа сил тяготения равна разности значений некоторой физической величины $\gamma m_1 m_2 / r$. Эта величина является функцией состояния, так как она зависит только от расстояния между телами и ее изменение не зависит от формы пути перехода из одного состояния в другое. Эта функция состояния и есть по определению потенциальная энергия E_π . Следовательно,

$$A_{1,2} = E_{\pi 1} - E_{\pi 2}.$$

Работа силы тяготения — положительная величина, так как \vec{F}_γ и \vec{dr} направлены одинаково, поэтому и $E_{\pi 1} - E_{\pi 2} > 0$. Но $r_1 > r_2$, поэтому численное значение 1-го слагаемого меньше численного значения 2-го слагаемого. Для выполнения неравенства $E_{\pi 1} - E_{\pi 2} > 0$ необходимо, чтобы значения $E_{\pi 1}$ и $E_{\pi 2}$ были отрицательны, т. е.

$$E_\pi = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r} + C.$$

Найдем, чему равна постоянная интегрирования C . Для этого условимся считать, что потенциальная энергия взаимодействия двух тел $E_\pi = 0$ при $r \rightarrow \infty$, тогда $0 = -0 + C$, т. е. $C = 0$. Итак, *потенциальная энергия двух взаимодействующих тел всегда отрицательна и равна*

$$E_\pi = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}. \quad (4.4)$$

Рассмотрим потенциальную энергию тела, поднятого над Землей (рис. 22). Взаимная потенциальная энергия Земли и тела массой m определяется по формуле

$$E_\pi = -\gamma \frac{M \cdot m}{r} + C,$$

где M — масса Земли.

Теперь выберем *другой нулевой уровень потенциальной энергии* $E_n = 0$, $r = R$, где R — радиус Земли. Найдём значение C :

$$E_n = 0 = -\gamma \frac{M \cdot m}{R} + C; \quad C = \gamma \frac{M \cdot m}{R}.$$

Если тело поднято над Землей на высоту h , то $r = R + h$. Тогда потенциальная энергия этого тела равна

$$\begin{aligned} E_n &= -\gamma \frac{M \cdot m}{R+h} + \gamma \frac{M \cdot m}{R} = \gamma M \cdot m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) = \\ &= \gamma M \cdot m \left(\frac{h}{R^2 + Rh} \right) = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \frac{h}{1+h/R} \approx \gamma \frac{M}{R^2} m h = m g h, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где $g = \gamma M/R^2$ — ускорение свободного падения тел на Землю. Вид функции E_n в равенстве (4.5) изменился по сравнению с (4.4).

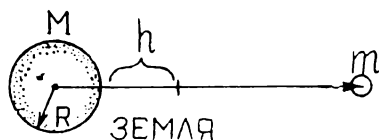


Рис. 22

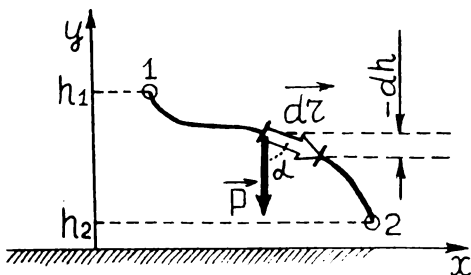


Рис. 23

Это связано с тем, что выбран иной нулевой уровень потенциальной энергии и $h \ll R$.

Найдём работу, которую совершает сила тяжести \vec{P} , действующая на некоторое тело массой m , при его перемещении из точки 1 в точку 2 по произвольному пути (рис. 23). Элементарная работа на бесконечно малом перемещении \vec{dr} равна $dA = P dr \cos \alpha$. Полная работа вычисляется по формуле

$$A_{1,2} = \int_1^2 P \cdot \cos \alpha dr.$$

Сила тяжести постоянна, поэтому выносится за знак интегрирования (при $h \ll R$):

$$A_{1,2} = P \int_1^2 \cos \alpha \cdot dr,$$

где $\cos \alpha \cdot dr = -dh$. Тогда

$$A_{1,2} = P \int_{h_1}^{h_2} (-dh) = -Ph \Big|_{h_1}^{h_2} = Ph_1 - Ph_2 = mgh_1 - mgh_2,$$

$$A_{1,2} = mgh_1 - mgh_2 = E_{п1} - E_{п2} = -\Delta E_{п}.$$

Работа силы тяжести равна убыли потенциальной энергии, зависит только от начального и конечного положений тела над Землей и не зависит от формы пути перехода. Следовательно, сила тяжести есть консервативная сила.

Рассмотрим потенциальную энергию, зависящую от взаимного расположения частей тела. В качестве такого тела возьмем упругую пружину. Внешняя сила, сжимая или растягивая пружину, совершает работу. В результате потенциальная энергия пружины увеличивается. Освобожденная от внешнего воздействия, пружина восстанавливает свою форму. При этом потенциальная энергия, запасенная пружиной в процессе деформации, превращается в другие виды энергии. *Мерой энергии, превратившейся в другие виды, является величина работы, совершенная упругой силой.*

Вычислим работу, которую совершает упругая сила при деформации растянутой пружины. Упругая сила — переменная, поэтому работа при бесконечно малой деформации dx определяется по формуле

$$dA = F_x dx = -kx dx,$$

где $F_x = -kx$ (закон Гука).

Полная работа при изменении длины пружины на конечную величину $\Delta x = x_2 - x_1$ равна

$$A_{1,2} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}. \quad (4.6)$$

По аналогии с выводом формулы (4.4) можно считать, что потенциальная энергия деформированной пружины определяется по формуле

$$E_{п} = \frac{kx^2}{2} + C,$$

где $C = 0$, так как потенциальная энергия недеформированной пружины равна нулю.

Согласно формуле (4.6) работа упругой силы не зависит от того, как произошло изменение длины пружины. Поэтому *упругая сила, так же как сила тяжести, консервативная сила*.

Отметим некоторые особенности потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия — однозначная функция расстояния между взаимодействующими телами или их частями.

2. Потенциальная энергия может быть только взаимной, она в одинаковой мере характеризует оба взаимодействующих тела или все тела, если их несколько.

3. Численное значение потенциальной энергии зависит от выбора нулевого уровня потенциальной энергии и не зависит от выбора системы отсчета.

4. Наличие потенциальной энергии определяют только консервативные силы.

5. Убыль потенциальной энергии системы взаимодействующих тел при изменении их взаимного расположения равна алгебраической сумме работ всех консервативных сил, действующих на тела системы:

$$E_{п1} - E_{п2} = A_{к1} + A_{к2} + \dots + A_{кn}.$$

6. Потенциальная энергия может быть внутренней и внешней:

$$E_{п}^{\text{полн}} = E_{п}^{\text{внут}} + E_{п}^{\text{внеш}}.$$

7. Потенциальная энергия может быть положительной и отрицательной: $E_{п} < 0$, если консервативные силы при перемещении тела на нулевой уровень совершают отрицательную работу; $E_{п} > 0$, если консервативные силы при перемещении тела на нулевой уровень совершают положительную работу.

Полная механическая энергия тела равна

$$E = E_{п} + E_{к}.$$

Энергия, как и работа, в СИ измеряется в джоулях (Дж).

4.5. Связь потенциальной энергии с силой

Установим связь между потенциальной энергией системы взаимодействующих тел и консервативной силой, обуславливающей это взаимодействие.

Если в каждой точке пространства на тело действует консервативная сила, то говорят, что оно находится в потенциальном поле.

При изменении положения тела в этом поле потенциальная энергия тела изменяется, а консервативная сила совершает работу. Будем полагать, что тело под действием некоторой силы \vec{F} переместилось в произвольном направлении \vec{r} на бесконечно ма-

лое расстояние dr (рис. 24). Тогда $dA = Fdr \cos \alpha = F_r dr$. Но $dA = -dE_{\text{п}}$. Тогда $F_r dr = -dE_{\text{п}}$,

$$F_r = -dE_{\text{п}}/dr, \quad (4.7)$$

где $dE_{\text{п}}/dr$ показывает, насколько быстро изменяется потенциальная энергия вдоль направления \vec{r} .

Выясним смысл знака «—»:

а) если в направлении \vec{r} потенциальная энергия возрастает, то согласно формуле (4.7) $F_r < 0$. Это означает, что направление

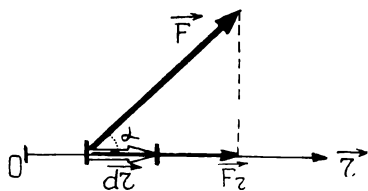


Рис. 24

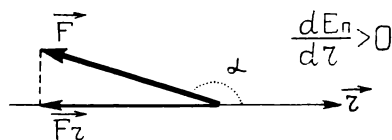


Рис. 25

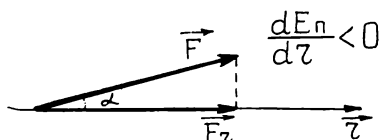


Рис. 26

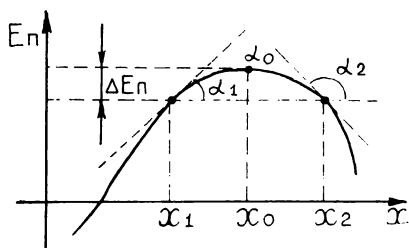


Рис. 27

силы \vec{F} образует с направлением \vec{r} тупой угол, поэтому составляющая F_r этой силы, действующая вдоль \vec{r} , противоположна направлению \vec{r} — направлению возрастания потенциальной энергии (рис. 25);

б) если потенциальная энергия вдоль \vec{r} убывает, то $F_r > 0$, угол между \vec{F} и направлением \vec{r} острый, составляющая этой силы, действующая вдоль \vec{r} , совпадает с направлением \vec{r} — направлением убывания потенциальной энергии (рис. 26).

В общем случае потенциальная энергия может изменяться вдоль любого направления. Тогда в проекциях на оси координат

$$F_x = -\frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial z}.$$

Зная проекции силы, можно записать вектор силы в декартовой системе координат:

$$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$$

или

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_n}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial E_n}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial E_n}{\partial z} \cdot \vec{k}.$$

Вектор, стоящий справа, называется градиентом потенциальной энергии и обозначается $-\overrightarrow{\text{grad}} E_n$ или $-\nabla E_n$. Следовательно,

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_n.$$

Консервативная сила, действующая на тело, равна по величине и противоположна по направлению градиенту потенциальной энергии этого тела.

Градиент потенциальной энергии — это вектор, указывающий направление быстрого возрастания потенциальной энергии и численно равный изменению энергии, приходящемуся на единицу длины этого направления.

При перемещении тела в направлении действия консервативной силы \vec{F} совершается максимальная работа, так как в этом случае $\cos \alpha = 1$. Но $dA = -dE_n$. Следовательно, направление силы \vec{F} указывает направление быстрого уменьшения потенциальной энергии.

Потенциальная энергия может быть представлена графически. График, выражающий зависимость потенциальной энергии от соответствующей координаты, называется потенциальной кривой. По характеру потенциальной кривой можно судить о величине и направлении силы, действующей на частицу вдоль соответствующего направления.

Проанализируем одну из возможных потенциальных кривых. Возьмем кривую изменения потенциальной энергии E_n системы частиц, когда одна из частиц перемещается вдоль оси x , а остальные остаются на своих местах (рис. 27). Из графика видно, что

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta E_n}{\Delta x} = \frac{dE_n}{dx} = \text{tg } \alpha,$$

где α — угол наклона касательной к оси x , проведенной в соответствующей точке кривой $E_n = f(x)$.

Так как $F_x = -dE_n/dx$, то $F_x = -\text{tg } \alpha$.

В точке $x_1 \text{ tg } \alpha_1 > 0$, поэтому $F_x < 0$. Значит, в данной точке составляющая силы, действующей на частицу вдоль оси x , противоположна направлению этой оси, сила препятствует удалению частицы из системы. В точке $x_2 \text{ tg } \alpha_2 < 0$, $F_x > 0$, составляющая

силы вдоль оси x совпадает по направлению с осью x , сила способствует движению частицы в данном направлении. В точке $x_0 \operatorname{tg} \alpha_0 = 0$, сила на частицу не действует. О величине силы судят по крутизне потенциальной кривой: чем круче кривая, тем больше численное значение $\operatorname{tg} \alpha$ и величина силы \vec{F} (в точке 2 F_x больше, чем в точке 1).

Резкое возрастание потенциальной кривой вдоль направления движения частицы говорит о существовании потенциального барьера. Потенциальный барьер характеризуется высотой и шириной. Так, для частицы, находящейся в точке с координатой x_1 , высота потенциального барьера $\Delta E_{\text{п}}$, ширина $\Delta x \sim (x_2 - x_1)$.

Если потенциальный барьер встречается на пути движения частицы как в положительном, так и в отрицательном направлении оси, то говорят, что частица находится в *потенциальной яме*. Форма и глубина потенциальной ямы зависят от природы сил взаимодействия и конфигурации системы.

4.6. Закон сохранения механической энергии

Законы сохранения являются фундаментальными законами физики. Важно понять, что *все эти законы* (сохранения импульса, механической энергии, момента импульса, электрического заряда и т. д.) *справедливы не всегда*, не во всякой системе, а только при соблюдении определенных условий.

Закон сохранения импульса справедлив для замкнутых систем.

Выясним, в каких системах выполняется закон сохранения механической энергии.

Движущееся тело обладает кинетической энергией. Изменение кинетической энергии может быть обусловлено работой как консервативных $A_{\text{конс}}$, так и неконсервативных сил $A_{\text{неконс}}$:

$$dE_{\text{к}} = dA_{\text{конс}} + dA_{\text{неконс}}$$

Работа, совершаемая консервативными силами, равна убыли потенциальной энергии тела: $dA_{\text{конс}} = -dE_{\text{п}}$. Тогда

$$dE_{\text{к}} = dA_{\text{неконс}} - dE_{\text{п}},$$

$$dE_{\text{к}} + dE_{\text{п}} = dA_{\text{неконс}},$$

$$dE_{\text{к}} + dE_{\text{п}} = d(E_{\text{к}} + E_{\text{п}}) = dE = dA_{\text{неконс}},$$

где E — полная механическая энергия.

Таким образом, *изменение полной механической энергии обусловлено работой только неконсервативных сил.*

Если же на тело не действуют неконсервативные силы, т. е. $dA_{\text{неконс}} = 0$, то полная механическая энергия тела остается не-

изменной ($dE = 0$, $E = \text{const}$). Это утверждение есть формулировка закона сохранения механической энергии для изолированного тела. Данный вывод можно распространить на систему, состоящую из нескольких тел. *Для сохранения механической энергии системы тел необходимо, чтобы эта система была консервативной.*

В замкнутой консервативной системе, в которой взаимодействие с внешними телами отсутствует, могут происходить лишь взаимные превращения кинетической и потенциальной энергии, причем убыль кинетической энергии всегда равна приращению потенциальной и наоборот.

Если внутри замкнутой системы действуют неконсервативные силы, например силы трения, то механическая энергия такой системы постепенно уменьшается, превращаясь в другие, немеханические, виды энергии. Мерой этого превращения является работа, совершаемая неконсервативными силами.

*Замкнутые неконсервативные системы, механическая энергия которых убывает, называются диссипативными (от лат. *dissipatio* — рассеяние). В этом случае выполняется более общий закон сохранения энергии, а именно закон сохранения полной энергии. В изолированной от всех внешних воздействий системе остается постоянной сумма всех видов энергии (включая, следовательно, и немеханические).*

Если система незамкнута и неконсервативна, то изменение полной механической энергии при ее переходе из одного механического состояния в другое равно алгебраической сумме работ всех внешних и внутренних неконсервативных сил, действующих на систему в процессе этого перехода. Это есть закон превращения механической энергии.

4.7. Применение законов сохранения к упругому и неупругому соударению двух тел

При соударении тела претерпевают деформации. При этом кинетическая энергия, которой обладали тела перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел.

Столкновения могут быть упругими и неупругими. Их предельные идеализированные случаи — абсолютно упругий и абсолютно неупругий удар.

При абсолютно упругом ударе (например столкновении шаров из слоновой кости или закаленной стали) механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические, виды энергии. При таком ударе кинетическая энергия тел полностью или частично переходит в потенциальную энергию упругой деформации. По завершении удара первоначальная форма тел полностью восстанавли-

ливается. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую энергию и тела разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяются законом сохранения механической энергии и законом сохранения полного импульса системы тел.

При неупругом ударе (например столкновении шаров из воска, двух разноименных ионов с образованием молекулы, захвате свободного электрона положительным ионом и т. д.) *тела не восстанавливают свою первоначальную форму, кинетическая энергия тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию.* При абсолютно неупругом ударе *тела движутся после удара как единое целое с одинаковой скоростью или покоятся.* При абсолютно неупругом ударе *закон сохранения механической энергии не соблюдается. Выполняется лишь закон сохранения импульса и закон сохранения суммарной энергии различных видов — механической и внутренней.*

Абсолютно упругий удар

Рассмотрим случай центрального соударения двух однородных шаров. Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, соединяющей их центры (рис. 28).

Поскольку удар упругий, то механическая энергия не переходит в другие виды энергии и выполняется закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (4.8)$$

где v_1, v_2, u_1, u_2 — скорости шаров до и после удара.

Считаем, что потенциальная энергия шаров не меняется и шары образуют замкнутую систему. Следовательно, выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2. \quad (4.9)$$

Из уравнения (4.8) следует:

$$\begin{aligned} m_1 (v_1^2 - u_1^2) &= m_2 (u_2^2 - v_2^2), \\ m_1 (v_1 + u_1)(v_1 - u_1) &= m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Из уравнения (4.9) следует:

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2). \quad (4.11)$$

Поделив (4.10) на (4.11), получим: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$. Отсюда

$$u_2 = v_1 + u_1 - v_2. \quad (4.12)$$

Подставим (4.12) в (4.9):

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 u_1 + m_2 v_1 + m_2 u_1 - m_2 v_2, \\ u_1 (m_1 + m_2) &= (m_1 - m_2) v_1 + 2m_2 v_2. \end{aligned}$$

Отсюда

$$u_1 = \frac{v_1 (m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.13)$$

По аналогии, подставив u_1 в формулу (4.12), получим:

$$u_2 = \frac{v_2 (m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (4.14)$$

Рассмотрим частные случаи.

1) Массы шаров равны ($m_1 = m_2 = m$). Тогда

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{v_1 \cdot 0 + 2m v_2}{2m} = v_2, \\ u_2 &= \frac{v_2 \cdot 0 + 2m v_1}{2m} = v_1. \end{aligned}$$

Если до столкновения второй шар покоился ($v_2 = 0$), то после столкновения первый шар остановится ($u_1 = v_2 = 0$), а второй будет двигаться со скоростью $u_2 = v_1$.

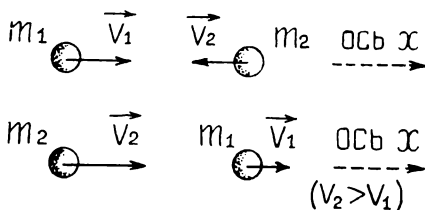


Рис. 28

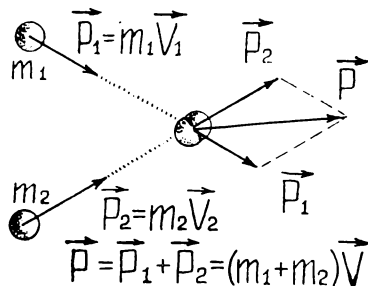


Рис. 29

2) Масса второго шара значительно больше массы первого ($m_2 \gg m_1$). Разделим числитель и знаменатель выражений (4.13) и (4.14) на m_2 :

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{v_1 (m_1/m_2 - 1) + 2v_2}{m_1/m_2 + 1}, \\ u_2 &= \frac{v_2 (1 - m_1/m_2) + 2(m_1/m_2) v_1}{m_1/m_2}. \end{aligned}$$

Отношением m_1/m_2 пренебрегаем ($m_1/m_2 \ll 1$). Тогда $u_1 \cong -v_1 + 2v_2$, $u_2 \cong v_2$, т. е. скорость большого шара практически не меняется.

Если массивный шар покоился ($v_2 = 0$), то он покоится и после удара ($u_2 \cong v_2 = 0$), а малый шар будет иметь скорость $u_1 = -v_1$. Такой тип столкновения рассматривается при расчете давления, оказываемого молекулами газа на стенки сосуда.

Абсолютно неупругий удар

Пусть абсолютно неупруго сталкиваются два тела с массами m_1 и m_2 , движущихся со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . Считаем, что тела образуют замкнутую систему. По закону сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u} + m_2 \vec{u} = \vec{u} (m_1 + m_2).$$

Отсюда скорость после столкновения равна

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Из этой формулы видно, что после столкновения тела двигаются вдоль диагонали параллелограмма, построенного на векторах $m_1 \vec{v}_1$ и $m_2 \vec{v}_2$ (рис. 29).

Закон сохранения суммарной энергии в случае абсолютно неупругого удара запишется в виде

$$m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 = m_1 u^2 / 2 + m_2 u^2 / 2 + A_{\text{деформ.}}$$

Отсюда можно вычислить работу сил деформации.

4.8. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 282.)

Автомобиль массой 1 т движется со скоростью 60 км/ч. За 30 м от препятствия на дороге шофер начинает резко тормозить. Сила трения в тормозных колодках автомобиля постоянна и равна 4×10^3 Н. Произойдет ли столкновение автомобиля с препятствием?

Ответ. Да (7). Нет (9).

Расстояние, которое должен проехать автомобиль массой 1 т, равно 500 км. Водитель на заправочной станции налил в бак 50 л бензина. Удельная теплота сгорания бензина 46 мДж/кг, КПД двигателя 20 %. Средняя скорость движения 36 км/ч. Во время движения автомобиля действует постоянная сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Хватит ли бензина на весь путь?

Ответ. Да (31). Нет (32).

Груз массой 1 т доставлен на 5-й этаж в одном случае с помощью лифта, а в другом — по лестничному пролету подъезда дома. В каком случае работа по поднятию груза была наибольшей?

Ответ. В первом (10). Во втором (11). Работа одинакова (18).

Студент-заочник ежедневно во время лабораторно-экзаменационной сессии расходует 15 МДж энергии. Уменьшится ли вес студента, если калорийность его пищи будет составлять $3 \cdot 10^3$ ккал в день?

Ответ. Да (2). Нет (3).

Автомобиль массой 1 т врезается со скоростью 72 км/ч в твердую стену. Время соударения равно 0,03 с. Падению с какой высоты эквивалентен этот удар?

Ответ. 15 м (4). 20 м (11).

Выдержат ли ремни безопасности пассажира массой 80 кг, если они имеют ширину 5 см и толщину 2 мм, а их прочность на разрыв составляет $5 \cdot 10^8$ Н/м²?

Ответ. Да (40). Нет (2).

Гребцам, несмотря на все их усилия, не удается заставить лодку двигаться против течения. Лодка не движется и вниз по течению. Совершают ли работу гребцы?

Ответ. Да (3). Нет (33).

Совершается ли работа по перемещению лодки?

Ответ. Да (4). Нет (32).

Автомобиль движется по ровной горизонтальной дороге. Совершает ли работу сила тяжести, действующая на автомобиль?

Ответ. Да (34). Нет (35).

Движущееся тело совершает положительную работу. Увеличивается или уменьшается скорость тела?

Ответ. Увеличивается (5). Уменьшается (8).

Студент массой 75 кг поднялся по лестнице на 4-й этаж, зашел в деканат и через некоторое время снова спустился на 1-й этаж. Высота этажа 3 м. Чему равна работа силы тяжести студента?

Ответ. 6,75 кДж (37). 0 (47).

Цирковой артист массой 60 кг прыгает с высоты 10 м на растянутую упругую сетку. Когда артист стоит на сетке, прогиб ее ра-

вен 5 см. На какое минимальное расстояние от пола нужно растянуть сетку?

Ответ. 0,5 м (17). 1 м (13).

Градиент потенциальной энергии запущенной ракеты возрастает. Какое направление имеет консервативная сила?

Ответ. Противоположна по направлению градиенту потенциальной энергии (18). Направлена против движения ракеты (15).

При формировании железнодорожного состава три сцепленных между собой вагона движутся со скоростью 0,4 м/с и сталкиваются с неподвижным вагоном. Масса вагонов одинакова. Чему равна скорость вагонов после столкновения?

Ответ. 0,2 м/с (43). 0,3 м/с (20).

Г Л А В А 5. МЕХАНИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА

5.1. Кинематика поступательного и вращательного движения твёрдого тела

Абсолютно твердое тело — это абсолютно недеформирующееся тело. Под абсолютно твердым телом понимают реальное тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Любое сложное движение твердого тела можно свести к сумме двух простейших — поступательного и вращательного.

Поступательное движение — это такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе. По форме траектории поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным. При поступательном движении все точки твердого тела за один и тот же промежуток времени совершают одинаковые (равные по величине и направлению) перемещения. Следовательно, скорости и ускорения всех точек тела в любой момент времени также одинаковы.

Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения (рис. 30).

Ось вращения может проходить через тело или лежать за его пределами. Если ось вращения проходит сквозь тело, то точки, лежащие на оси, при вращении тела остаются в покое. Точки твердого тела, находящиеся на разных расстояниях от оси вра-

щения, имеют разные линейные скорости. Однако при вращении тела вокруг неподвижной оси *все точки тела за один и тот же промежуток времени совершают одно и то же угловое перемещение.*

Быстроту изменения углового пути характеризует *угловая скорость* ω . По аналогии с линейной скоростью вводят среднюю и мгновенную угловые скорости.

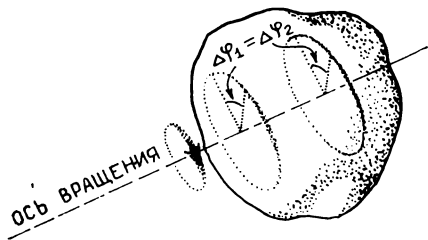


Рис. 30

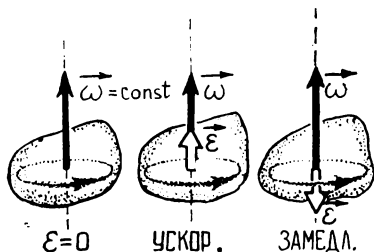


Рис. 31

Средняя угловая скорость находится по формуле:

$$\omega_{\text{ср}} = \Delta\varphi / \Delta t.$$

Мгновенная угловая скорость равна

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловая скорость — величина векторная. Вектор $\vec{\omega}$ совпадает с осью вращения и направлен таким образом, чтобы из его конца вращение тела было видно против часовой стрелки (рис. 31).

Быстроту изменения угловой скорости характеризует *угловое ускорение* ϵ .

Среднее угловое ускорение вычисляется по формуле

$$\epsilon_{\text{ср}} = \Delta\omega / \Delta t.$$

Мгновенное ускорение определяется по формуле

$$\epsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Вектор $\vec{\epsilon} \parallel \vec{\omega}$ может и совпадать с вектором $\vec{\omega}$, и быть противоположным ему.

Угловое перемещение $\Delta\varphi$, угловая скорость ω и угловое ускорение ϵ при равнопеременном вращении связаны между собой

формулами, аналогичными формулам равнопеременного прямолинейного движения:

$$\begin{aligned}\omega_t &= \omega_0 \pm \varepsilon t, \\ \varphi &= \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \\ \omega_t^2 - \omega_0^2 &= 2\varepsilon\varphi,\end{aligned}$$

где ω_t — угловая скорость в данный момент времени; ω_0 — начальная угловая скорость.

В СИ угловое перемещение $\Delta\varphi$ измеряется в радианах (рад), угловая скорость ω — в рад/с, угловое ускорение ε — в рад/с².

Равномерное вращение характеризуется периодом вращения T и частотой вращения ν .

Период вращения T — это промежуток времени, в течение которого тело совершает один оборот. Угловое перемещение за T равно 2π . Следовательно,

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{T} = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частота вращения ν — это число оборотов, совершаемых за единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad \omega = 2\pi\nu,$$

где ω — циклическая частота.

5.2. Связь между угловыми и линейными кинематическими характеристиками

Установим связь между угловыми характеристиками вращения всего тела и линейными характеристиками движения отдельных его точек.

Дуга окружности связана с радиусом этой окружности соотношением $ds = r d\varphi$ (в силу малых значений $d\varphi$ и ds).

Угловая скорость ω по определению равна

$$\omega = d\varphi/dt = ds/(r dt) = v/r$$

или

$$v = \omega r.$$

Угловое ускорение находится по формуле

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} a_\tau, \quad a_\tau = \varepsilon \cdot r.$$

Нормальное ускорение a_n вычисляется по формуле

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r = \omega \cdot v, \quad a_n = \omega \cdot v.$$

5.3. Центр инерции абсолютно твердого тела

Центром инерции, или центром масс, системы материальных точек называется точка C , радиус-вектор \vec{r}_c которой определяется условием

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i. \quad (5.1)$$

Если системой материальных точек является твердое тело и мы его разбиваем на бесконечно малые элементы массы dm_i , то в условии (5.1) суммирование заменяется интегрированием:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \int_0^m \vec{r}_i dm_i.$$

Скорость и ускорение центра инерции твердого тела определяются по формулам

$$\begin{aligned} \vec{v}_c &= \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \int_0^m \vec{v}_i \cdot dm_i, \\ \vec{a}_c &= \frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2} = \frac{1}{m} \int_0^m \vec{a}_i dm_i. \end{aligned}$$

Рассмотрим движение твердого тела как системы материальных точек с массами dm_i . Каждый элемент тела взаимодействует с другими элементами этого же тела и с внешними телами. Назовем силы взаимодействия элементов друг с другом *внутренними*, а силы, действующие со стороны, — *внешними*.

По 2-му закону Ньютона уравнение движения i -го элемента можно записать в виде

$$dm_i \vec{a}_i = \vec{f}_i + \vec{F}_i, \quad (5.2)$$

где \vec{f}_i — результирующая всех внутренних сил, действующих на i -й элемент; \vec{F}_i — результирующая внешних сил, действующих на i -й элемент.

Перейдем от движения i -го элемента к движению всего тела. Для этого проинтегрируем уравнение (5.2) по всем элементам dm_i :

$$\int_0^m \vec{a}_i dm_i = \sum_i \vec{f}_i + \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F},$$

где сумма всех внутренних сил, согласно 3-му закону Ньютона, равна нулю.

При поступательном движении тела все его элементы приобретают одинаковые ускорения $\vec{a}_i = \vec{a}$.

$$\int_0^m \vec{a}_i dm_i = \vec{a} \int_0^m dm_i = m\vec{a} = \vec{F}.$$

Следовательно, *поступательное движение твердого тела может быть заменено движением одной материальной точки, при этом масса точки считается равной массе тела.*

При непоступательном движении ускорения отдельных элементов тела dm_i неодинаковы, следовательно, можно записать $m\vec{a}_c = \vec{F}$. *При непоступательном движении движение тела может быть заменено движением его центра инерции.* Центр инерции твердого тела движется так, как двигалась бы материальная точка под действием результирующей всех внешних сил.

5.4. Динамика вращательного движения. Момент инерции. Момент силы

При описании вращательного движения тел оперируют понятиями «момент инерции» и «момент силы».

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения есть скалярная величина, равная

$$I = mr^2.$$

Моментом инерции некоторого элемента массы твердого тела dm_i относительно оси вращения называется величина, численно равная произведению массы элемента на квадрат расстояния от него до оси вращения r_i^2 (рис. 32): $dI_i = dm_i r_i^2$.

Моментом инерции тела относительно оси называется интеграл

$$I = \int_0^m r_i^2 dm_i.$$

Момент инерции характеризует инерционные свойства вращающихся тел. Чем больше момент инерции тела, тем труднее изменить его угловую скорость. Момент инерции во вращательном движении *аналогичен массе тела* в поступательном движении. Момент инерции тела относительно некоторой оси зависит не только от массы, формы и размеров тела, но также от положения тела по отношению к оси.

Легче рассчитываются моменты инерции тел относительно осей, проходящих через центр инерции тела C . Такие расчеты выполнены для тел различной геометрической формы и приведены в справочниках.

Для расчета момента инерции тела I относительно оси, не проходящей через центр инерции тела C , пользуются теоремой Штейнера. Согласно теореме Штейнера, момент инерции тела относительно произвольной оси I равен сумме момента инерции этого тела I_c относительно оси, проходящей через центр инерции тела

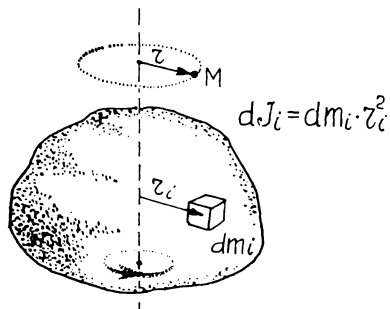


Рис. 32

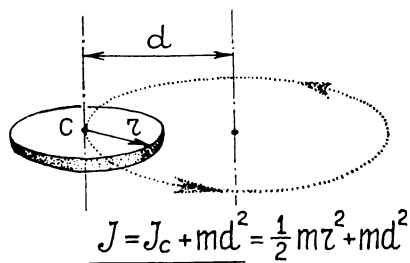


Рис. 33

параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$I = I_c + md^2.$$

Например, для сплошного диска, ось вращения которого не совпадает с центром инерции, момент инерции определяется из соотношения $I = \frac{1}{2}mr^2 + md^2$ (рис. 33).

Вращательное движение тела зависит не только от величины силы, но и от того, в каком направлении она действует и в какой точке тела приложена. Все эти факторы учитывает величина, называемая *моментом силы*.

Пусть на твердое тело, имеющее неподвижную ось вращения, в произвольном направлении действует сила \vec{F} (рис. 34). Разложим эту силу на две составляющие: \vec{F}_\perp , лежащую в плоскости A (перпендикулярно к оси вращения), и \vec{F}_\parallel , параллельную оси вращения. Сила \vec{F}_\parallel вращательного движения вызвать не может, она лишь деформирует тело. Вращательное движение вызывает составляющая \vec{F}_\perp .

Моментом силы \vec{F} относительно оси называется физическая величина, численно равная произведению величины составляющей силы \vec{F}_\perp , действующей в плоскости, перпендикулярной оси вра-

щения, на плечо этой составляющей, т. е. на кратчайшее расстояние h от оси вращения до линии ее действия:

$$\vec{M} = \vec{F}_\perp \cdot \vec{r}; \quad M = F_\perp \cdot r \cdot \sin \alpha = F_\perp \cdot h.$$

\vec{F}_\perp можно разложить на две составляющие \vec{F}_r и $\vec{F}_{вр}$:

$$F_\perp \sin \alpha = F_{вр},$$

поэтому

$$\vec{M} = \vec{F}_{вр} \cdot \vec{r}.$$

Именно эта составляющая в конечном счете вызывает вращательное действие.

Момент силы относительно оси есть вектор, направленный вдоль этой оси. Направление момента совпадает с направлением посту-

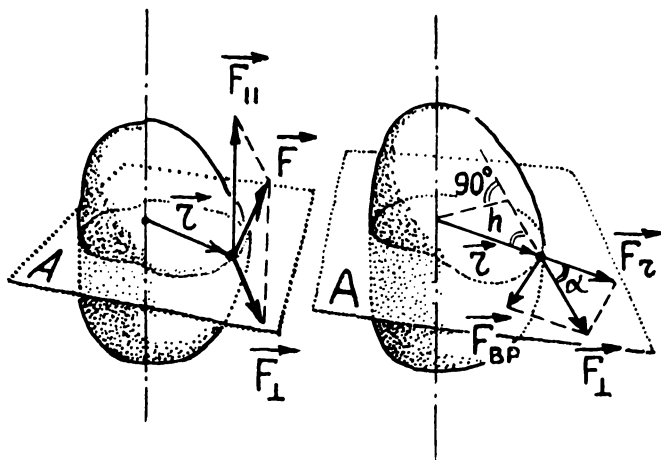


Рис. 34

пательного движения правого буравчика, если ось буравчика совпадает с осью вращения тела, а рукоятка поворачивается по направлению силы.

Произведение $F_\perp \cdot r \sin \alpha$ есть численное значение векторного произведения радиус-вектора \vec{r} и силы \vec{F}_\perp . \vec{r} проводится от оси вращения к точке приложения силы \vec{F}_\perp . Следовательно,

$$\vec{M} = \vec{r} \cdot \vec{F}_\perp.$$

5.5. Основной закон динамики вращательного движения

Рассмотрим тело, которое вращается вокруг оси, проходящей через точку O (рис. 35). Выделим в этом теле элемент dm_i . При вращении тела этот элемент описывает окружность радиуса r_i .

Пусть сила, действующая на элемент dm_i в плоскости, перпендикулярной оси вращения, равна \vec{dF}_i . Разложим ее на две составляющие $\vec{dF}_{i\tau}$ и \vec{dF}_{in} . Первая сообщает выделенному элементу касательное ускорение $\vec{a}_{i\tau}$, вторая — нормальное \vec{a}_{in} .

По 2-му закону Ньютона $\vec{a}_{i\tau} \cdot dm_i = dF_{i\tau}$. Учтем, что $dF_{i\tau} = dF_i \sin \alpha$, $a_{i\tau} = \varepsilon r_i$, тогда $dm_i \cdot \varepsilon \cdot r_i = dF_i \sin \alpha$. Умножив обе части равенства на r_i , получим:

$$dm_i \varepsilon r_i^2 = dF_i r_i \sin \alpha.$$

Из этого соотношения можно выделить: $r_i \sin \alpha$ — плечо силы dF_i ; $dF_i r_i \sin \alpha = dM_i$ — момент силы dF_i ; $dm_i r_i^2$ — момент инерции элемента dm_i . Тогда

$$dI_i \cdot \varepsilon = dM_i. \quad (5.3)$$

Проинтегрируем равенство (5.3) по всем элементам массы

$$\int_m dI_i \varepsilon = \int_m dM_i,$$

где I — момент инерции тела относительно оси вращения; $M = \int_m dM_i$ — полный вращательный момент всех внешних сил, действующих на тело.

Учитывая, что ε есть величина постоянная, получим:

$$I \vec{\varepsilon} = \vec{M}, \quad \vec{\varepsilon} = \vec{M}/I. \quad (5.4)$$

Это и есть основной закон динамики вращательного движения. Угловое ускорение твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси прямо пропорционально вращающему моменту, обратно пропорционально моменту инерции тела относительно этой оси и направлено в сторону момента силы.

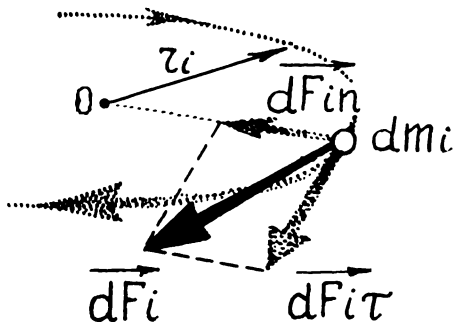


Рис. 35

По определению $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$. Подставив это выражение в формулу (5.4), получим:

$$\begin{aligned}\vec{\varepsilon}I &= Id\vec{\omega}/dt = \vec{M}, \\ Id\vec{\omega} &= \vec{M}dt, \\ d(I\vec{\omega}) &= \vec{M}dt.\end{aligned}\tag{5.5}$$

Величина, равная произведению момента инерции тела I на его угловую скорость, называется моментом импульса тела \vec{L} :

$$\vec{L} = I\vec{\omega}.$$

Величина, равная произведению момента сил \vec{M} на время его действия dt , называется импульсом момента сил.

Уравнение (5.5) есть еще одна форма основного закона динамики вращательного движения. *Изменение момента импульса вращающегося тела равно импульсу вращательного момента сил, действующих на это тело.*

Для конечного промежутка времени Δt изменение момента импульса тела равно

$$I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \vec{M}\Delta t.$$

5.6. Закон сохранения момента импульса

Можно говорить о законе сохранения момента импульса отдельного тела и системы тел. При этом под моментом импульса системы понимается геометрическая сумма моментов импульса всех тел системы.

Закон сохранения момента импульса отдельного тела вытекает непосредственно из основного уравнения динамики вращательного движения:

$$d(I\vec{\omega})/dt = \vec{M}.$$

При $\vec{M} = 0$ $d(I\vec{\omega}) = 0$, $I\vec{\omega} = \text{const}$.

Если результирующий момент всех внешних сил равен нулю, то момент импульса тела остается постоянным.

Рассмотрим систему вращающихся тел, которые взаимодействуют между собой и с внешними телами. Пусть в системе 3 тела. В произвольный момент времени моменты импульсов этих тел соответственно равны $\vec{L}_1 = I_1\vec{\omega}_1$, $\vec{L}_2 = I_2\vec{\omega}_2$, $\vec{L}_3 = I_3\vec{\omega}_3$.

Изменение момента импульса каждого из тел обусловлено действием как внутренних, так и внешних вращательных моментов. По основному закону динамики вращательного движения

$$d\vec{L}_1 = (\vec{M}_{1,2} + \vec{M}_{1,3} + \vec{M}_{1\text{вн}}) dt,$$

$$d\vec{L}_2 = (\vec{M}_{2,1} + \vec{M}_{2,3} + \vec{M}_{2\text{вн}}) dt$$

$$d\vec{L}_3 = (\vec{M}_{3,1} + \vec{M}_{3,2} + \vec{M}_{3\text{вн}}) dt,$$

где $\vec{M}_{1,2}$, $\vec{M}_{1,3}$, $\vec{M}_{2,1}$, $\vec{M}_{2,3}$, $\vec{M}_{3,1}$, $\vec{M}_{3,2}$ — вращательные моменты, действующие на тела со стороны соседних тел; $\vec{M}_{1\text{вн}}$, $\vec{M}_{2\text{вн}}$, $\vec{M}_{3\text{вн}}$ — суммарные вращательные моменты, действующие на тела со стороны внешних сил.

Изменение момента импульса системы тел $d\vec{L}$ равно сумме изменений моментов импульсов тел, входящих в систему, т. е.

$$d\vec{L} = d\vec{L}_1 + d\vec{L}_2 + d\vec{L}_3.$$

Складывая правые части равенства, учтем, что по 3-му закону Ньютона $\vec{M}_{1,2} = -\vec{M}_{2,1}$, $\vec{M}_{1,3} = -\vec{M}_{3,1}$, $\vec{M}_{2,3} = -\vec{M}_{3,2}$. Тогда

$$d\vec{L} = (\vec{M}_{1\text{вн}} + \vec{M}_{2\text{вн}} + \vec{M}_{3\text{вн}}) dt = \vec{M}_{\text{вн}} dt.$$

Рассмотрим 2 случая:

а) если суммарный вращательный момент внешних сил равен 0 (т. е. система замкнутая), то $\vec{M}_{\text{вн}} = 0$, $d\vec{L} = 0$, $\vec{L} = \text{const}$;

б) если система не является замкнутой, то изменение момента импульса этой системы равно импульсу внешнего вращательного момента, действующего на систему.

В замкнутой системе может происходить передача вращательного движения от одного тела к другому, но так, что геометрическая сумма моментов импульсов всех тел остается постоянной:

$$\sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i',$$

где $\vec{\omega}_i$ — угловая скорость вращения тел системы в момент времени t ; $\vec{\omega}_i'$ — угловая скорость вращения тел системы в момент времени $t + \Delta t$.

5.7. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси

Пусть тело вращается вокруг неподвижной оси (см. рис. 35). Кинетическая энергия элемента dm_i , находящегося на расстоянии r_i от оси, равна

$$\frac{dm_i v_i^2}{2} = \frac{dm_i r_i^2 \omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия всего тела вычисляется по формуле

$$E_k = \int_0^m \frac{dm_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \int_0^m r_i^2 dm_i = \frac{I \omega^2}{2}.$$

Эта формула аналогична формуле кинетической энергии поступательного движения тела, только вместо m стоит I , а вместо v — ω .

5.8. Работа при вращательном движении

Найдем работу, совершаемую силами, создающими вращательный момент при повороте тела на некоторый угол вокруг неподвижной оси. Пусть сила, создающая вращательный момент, действует по касательной к окружности, которую описывает при вращении тела точка приложения этой силы (рис. 36).

При повороте тела на бесконечно малый угол $d\varphi$ точка приложения силы переместится на ds . Работа силы \vec{F} при этом повороте будет равна $dA = \vec{F} d\vec{s} = F \cdot ds$. Из геометрии известно, что $ds = r \cdot d\varphi$. Тогда $dA = Fr \cdot d\varphi$, где $F \cdot r = M$ — момент силы \vec{F} относительно оси вращения. Следовательно,

$$dA = M d\varphi. \quad (5.6)$$

При повороте на конечный угол $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ работа силы равна $A_{1,2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M \cdot d\varphi$. Если $M = \text{const}$, то $A_{1,2} = M(\varphi_2 - \varphi_1) = M\Delta\varphi$.

Покажем, что при вращательном движении работа сил, создающих вращательный момент, равна приращению кинетической энергии вращающегося тела.

Подставим в (5.6) величину $M = I \cdot \varepsilon = I d\omega/dt$. Тогда

$$dA = I \frac{d\omega}{dt} d\varphi = I d\omega \frac{d\varphi}{dt} = I d\omega \omega.$$

Полная работа вычисляется по формуле

$$A_{1,2} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I \omega d\omega = I \frac{\omega^2}{2} \Big|_{\omega_1}^{\omega_2} = \frac{I \omega_2^2}{2} - \frac{I \omega_1^2}{2} = \Delta E_{\text{к.}}$$

Сложное движение твердого тела может быть представлено как суперпозиция поступательного движения центра инерции и вращательного движения тела вокруг соответствующей оси.

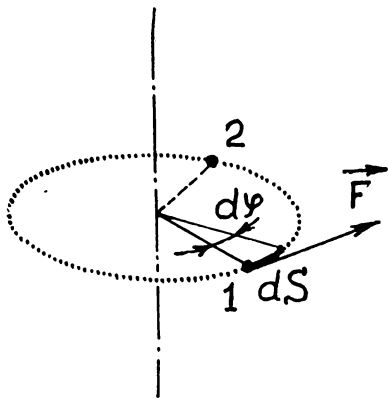


Рис. 36

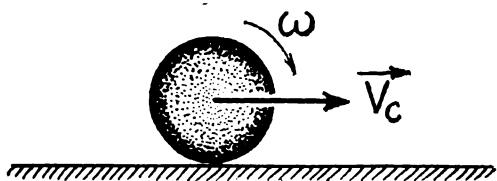


Рис. 37

Полная кинетическая энергия тела равна

$$E_{\text{к}} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где v_c — скорость поступательного движения центра инерции; ω — угловая скорость вращения вокруг оси, проходящей через центр инерции (рис. 37).

Сравним кинематические и динамические характеристики поступательного и вращательного движения тела.

Поступательное движение

1. Линейный путь s
2. Линейная скорость \vec{v}
3. Линейное ускорение \vec{a}
4. Масса m
5. Сила \vec{F}
6. Импульс $\vec{P} = m\vec{v}$
7. Импульс силы $\vec{F}dt$

Вращательное движение

1. Угловой путь φ
2. Угловая скорость $\vec{\omega}$
3. Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$
4. Момент инерции I
5. Момент силы $\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{r}$
6. Момент импульса $\vec{L} = I\vec{\omega}$
7. Импульс момента силы $\vec{M}dt$

8. 2-й закон Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

9. Работа $dA = Fds$

10. Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

8. Основной закон динамики

$$\vec{\epsilon} = \frac{\vec{M}}{I}, \quad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

9. Работа $dA = \vec{M}d\vec{\varphi}$

10. Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

5.9. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 94.)

Земля имеет момент инерции и момент количества движения. Значение какой физической величины наибольшее?

Ответ. Массы (8). Диаметра (10). Момент инерции (12). Момент количества движения (14).

В каком соотношении находятся кинетическая энергия поступательного и вращательного движения Земли?

Ответ. Кинетическая энергия больше (27). Энергия вращательного движения больше (30).

Маховик радиусом 0,2 м и массой 10 кг соединен с электромотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно 14,7 Н. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через $\Delta t = 10$ с после начала движения?

Ответ. 234 об/с (17). 23,4 об/с (18).

Изобретатель построил автомобиль без двигателя внутреннего сгорания. В качестве двигателя он поставил маховик радиусом 0,4 м и массой 200 кг. Перед началом движения с помощью электромотора маховику сообщается угловая скорость 500 об/с. Масса автомобиля 1 т. Возможно ли реально использовать этот автомобиль при передвижении по дороге со скоростью 60 км/ч?

Ответ. Да (21). Нет (33).

Роторы мощных паровых турбин делают 3·10 об/мин. Диаметр рабочего колеса 3 м. Чему равна скорость конца лопаток ротора?

Ответ. 942 м/с (3). 150 м/с (1).

Вокруг собственной оси вращается Земля и стрелка часов. В каком отношении находятся их угловые скорости?

Ответ. Угловые скорости одинаковы (10). Угловая скорость Земли в два раза меньше угловой скорости стрелки часов (13).

ЧАСТЬ II. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

ГЛАВА 6. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О ВЕЩЕСТВЕ

6.1. Размеры, форма, масса молекул

В основе молекулярной физики лежит изучение любого вещества как *совокупности гигантского количества молекул, атомов*. В этом ее отличие от классической механики, которая рассматривает любое тело как единое целое, как одну «гигантскую молекулу». Но если можно определить импульс, скорость, энергию одного или нескольких тел в классической механике, то *аналогично найти соответствующие характеристики каждой молекулы* какого-либо тела, газа, жидкости *невозможно*, так как количество молекул невообразимо велико.

Все молекулы движутся хаотически, каждая *в своем направлении* и каждая *со своей*, отличной от других, *скоростью*. Поэтому единственной более или менее точной характеристикой любой молекулы является ее *масса m* . Что касается *скорости движения, энергии* молекулы, то можно говорить лишь об их *средних величинах*. Кроме того, молекулярная физика оперирует понятиями *давления P , объема V , массы вещества M , температуры T* , которые описывают всю рассматриваемую совокупность молекул в целом. Ниже мы подробно рассмотрим каждое из перечисленных понятий, причем пока только на примере газообразного состояния вещества.

Атомы и молекулы ничтожно малы по массе и размерам. В среднем масса атома, молекулы имеет величину $m \sim 10^{-27} \div 10^{-25}$ кг в зависимости от вида вещества. Размеры молекул $d \sim 10^{-10}$ м. Даже пылинка массой 1^{-3} мг = 10^{-9} кг содержит около 10^{17} молекул! Приблизительно можно говорить и о форме молекул. Точно сказать, какую форму имеет тот или иной атом, невозможно, так как атомы не имеют четко очерченных границ (как облако пара с размытыми неопределенными краями, которое к тому же может менять свои очертания). Формы молекул O_2 и H_2O изображены на рис. 1.

Исторически сложилось так, что в физике и химии количество вещества измеряют в особых порциях — молях. Если, например,

измерять массу вещества, то единицей, или *порцией*, массы служит 1 кг. Если измерять *количество молекул*, то такой порцией является 1 моль.

Количество молекул в 1 моле любого вещества составляет число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль.

Масса N_A молекул — это молярная масса μ [кг/моль]. Отсюда легко найти и массу одной молекулы $m = \mu/N_A$.

Определить молярную массу любого вещества можно с помощью таблицы элементов Менделеева. На рис. 2 приведена ячейка

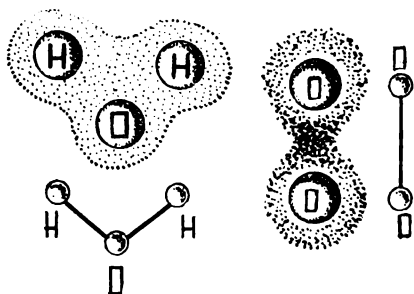


Рис. 1

2
He
4,0026

Рис. 2

из данной таблицы для элемента He. В левом верхнем углу обозначен порядковый номер элемента в таблице, а в нижнем углу показана так называемая относительная молярная масса элемента He ($\mu_{\text{He}}^{\text{отн}} = 4,002$). Если же записать эту молярную массу не в относительных (безразмерных) единицах, а в абсолютных, то окажется, что $\mu_{\text{He}} = 4,002 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Обратите внимание на появившийся множитель 10^{-3} и размерность кг/моль. Невнимание к этому часто приводит к ошибкам, так как μ может измеряться и в г/моль, и в кг/моль: $\mu_{\text{He}} = 4,002 \times 10^{-3}$ кг/моль = 4,002 г/моль = 4,002 кг/кмоль.

Молярная масса химического соединения, например H_2O , — это сумма молярных масс соответствующих компонентов H и O: $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 2\mu_{\text{H}} + \mu_{\text{O}}$. Множитель 2 перед μ_{H} показывает, что в молекуле 2 атома водорода.

6.2. Движение и столкновение молекул газа

В газе молекулы имеют возможность перемещаться, испытывают соударения с другими молекулами. При каждом соударении скорость молекулы изменяется по величине и по направлению.

Схематично путь, проходимый молекулой, можно представить в виде ломаной линии (рис. 3).

Средняя длина пути (средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$), проходимого молекулой без соударений, определяется по формуле

$$\bar{\lambda} = \frac{l_{1,2} + l_{2,3} + \dots + l_{n-1,n}}{z},$$

где $l_{1,2}, \dots, l_{n-1,n}$ — длина пробега молекулы между последовательными столкновениями; z — среднее число соударений.

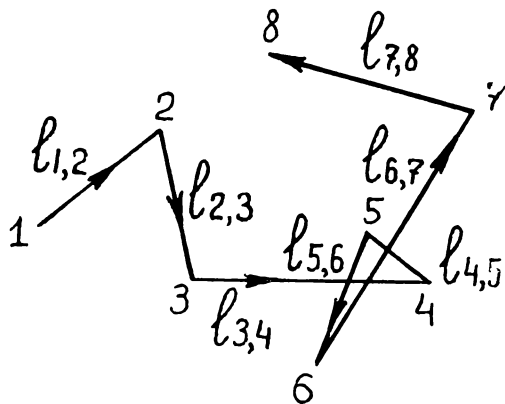


Рис. 3

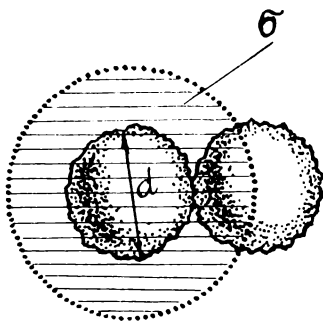


Рис. 4

Среднее время пробега определяется соответственно по формуле $\tau = \bar{\lambda} / \bar{v}$, где \bar{v} — средняя скорость молекулы.

Для того чтобы произошло столкновение, центры молекул должны находиться на минимальном расстоянии друг от друга, равном диаметру d молекулы (рис. 4). Принимая модель сталкивающихся молекул в виде двух упругих шаров, можно определить сечение столкновения как площадь круга радиусом, равным сумме радиусов сталкивающихся молекул: $\sigma = \pi d^2$ (эффективное сечение столкновения). При учете движения обеих молекул сечение будет больше и принимается равным $\sigma = \sqrt{2} \pi d^2$. Длина пробега обратно пропорциональна σ и числу молекул, находящихся в единице объема (концентрации молекул n):

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}.$$

Если диаметр молекулы составляет $d \cong (2 \div 3) \cdot 10^{-10}$ м, концентрация молекул в одном киломоле газа —

$$n = \frac{N_A}{V} = \frac{6,02 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1}}{22,4 \text{ м}^3/\text{кмоль}} = 2,710^{25} \frac{\text{молекул}}{\text{м}^3},$$

то средняя длина свободного пробега равна

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 2,7 \cdot 10^{25}} \approx 10^{-7} \text{ м.}$$

6.3. Макроскопическая система. Параметры состояния. Идеальный газ

Макроскопической системой мы будем называть совокупность рассматриваемых тел, молекул, атомов. Всякая система может находиться в различных состояниях, отличающихся температурой,

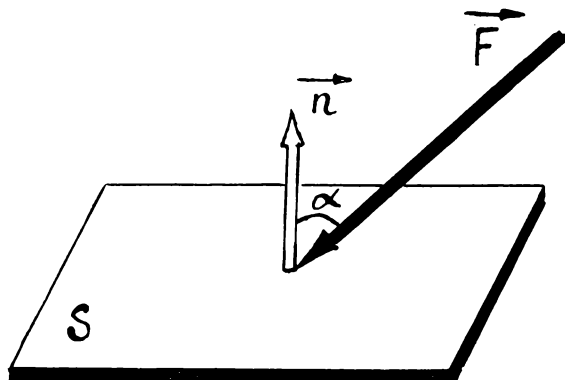


Рис. 5

давлением, объемом. *Величины, характеризующие состояние системы, называются параметрами состояния.* В молекулярной физике параметрами состояния являются объем V , давление P и температура T .

Давление — это скалярная физическая величина, характеризующая распределение силы по поверхности, на которую она действует, и численно равная силе, действующей на единичную площадку в направлении, перпендикулярном площадке.

Согласно определению

$$P = \frac{F \cos \alpha}{S}, \quad (6.1)$$

где α — угол между направлением силы и нормалью к площадке S (рис. 5).

Единица измерения давления носит название паскаль (Па):
 $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$.

Внесистемные единицы:

физическая атмосфера $1 \text{ кгс/см}^2 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$,
техническая атмосфера $1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$,

$1 \text{ мм рт. ст.} = 133 \text{ Н/м}^2$,

$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Н/м}^2$.

Температура. В технике и в быту применяется международная практическая температурная шкала, или шкала Цельсия. Температура по этой шкале обозначается через t °С. В физике более удобна абсолютная шкала. Температура T , отсчитываемая по этой шкале, связана с температурой t по международной практической шкале соотношением $T = t + 273,15$. Единицу абсолютной температуры называют кельвином (К). Значения кельвина и градуса Цельсия одинаковы. Температура, равная нулю по абсолютной шкале, называется абсолютным нулем.

Идеальный газ. Любая реальная макроскопическая система — очень сложный объект. Поэтому молекулярно-кинетический метод описания системы начнем с самой простой системы. Такой системой является идеальный газ.

Газ называется идеальным, если при рассмотрении его свойств соблюдаются следующие условия:

а) соударения молекул газа происходят как соударения упругих шаров;

б) размеры молекул пренебрежительно малы по сравнению с объемом, занимаемым газом;

в) между молекулами не проявляются силы взаимного притяжения.

Идеальный газ — абстракция. Реальным приближением к этой простейшей системе являются газы при низких давлениях и не очень низких температурах. Идеальным можно считать воздух, азот, кислород, гелий и водород при обычных условиях.

6.4. Распределение молекул идеального газа по скоростям и энергиям (распределение Максвелла)

В идеальном газе в условиях равновесия существует *молекулярный хаос*, обусловленный взаимодействием молекул при их столкновениях друг с другом и со стенками сосуда. В равновесном состоянии в газе устанавливается равномерное распределение скоростей и импульсов *по направлениям* и статистическое распределение скоростей и импульсов *по величине*.

Из предположения о полной беспорядочности молекулярного движения следует, что скорости молекул идеального газа могут принимать любые значения в пределах от 0 до ∞ . Это означает, что функция распределения молекул по скоростям должна быть непрерывной. Так как число возможных значений скорости в ин-

тервале $0 \div \infty$ бесконечно велико, а число молекул в любом реальном количестве газа конечно, то, очевидно, бессмысленно говорить о числе молекул, обладающих точно заданной скоростью. Поэтому разумно поставить вопрос о числе молекул, обладающих скоростями, близкими к заданной, или о вероятности того, что данная молекула имеет скорость, лежащую в определенном интервале скоростей от 0 до $v + dv$. Этот вопрос был впервые поставлен и решен теоретически Максвеллом в 1859 г. Им была найдена функция распределения, которая позволяет вычислять число молекул, находящихся в единице объема газа, скорость которых лежит в единичном интервале скоростей в окрестности заданной скорости. Функция распределения имеет вид

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

где k — постоянная Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Исследования данной функции показывают, что при $v = 0$, $v = \infty$ $f(v) = 0$. Это говорит о том, что очень малые и очень большие скорости молекул маловероятны.

При некотором значении скорости функция распределения проходит через максимум. Скорость, соответствующая максимуму функции распределения, называется *вероятной скоростью* и равна $v_B = \sqrt{2kT/m}$. В молекулярной физике пользуются понятием средней и среднеквадратичной скорости молекул, которые соответственно равны $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m} = 1,13v_B$, $v_{кв} = \sqrt{3kT/m} = 1,22v_B$.

Из распределения молекул по скоростям можно определить распределение молекул по энергиям поступательного движения, используя соотношение $\epsilon = mv^2/2$. Это распределение имеет вид

$$f(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi (kT)^3}} e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \cdot \epsilon^{1/2}.$$

Оба вида распределения приведены на рис. 6.

6.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Уравнение Клаузиуса

Давление газа на стенку сосуда складывается из взаимодействий многочисленных молекул, все время ударяющихся об эту стенку и отскакивающих обратно. Выделим на поверхности сосуда достаточно малую площадку dS , чтобы можно было ее считать практически плоской. Пусть все молекулы, находящиеся в сосуде, движутся в направлении этой площадки с одной и той же скоро-

стью v . Будем считать, что молекулы могут двигаться лишь в направлении координатных осей OX , OY , OZ (рис. 7). Вследствие *равновероятности* этих направлений движения вдоль оси OX будет двигаться $1/3$ общего числа молекул. Из этой доли половина молекул, т. е. $1/6$ всех молекул, будет двигаться только в одном направлении оси X , т. е. к стенке сосуда. Тогда о площадку, нахо-

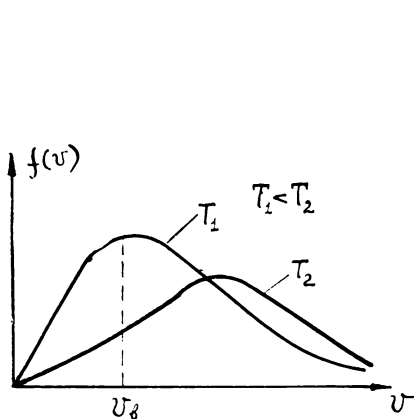


Рис. 6

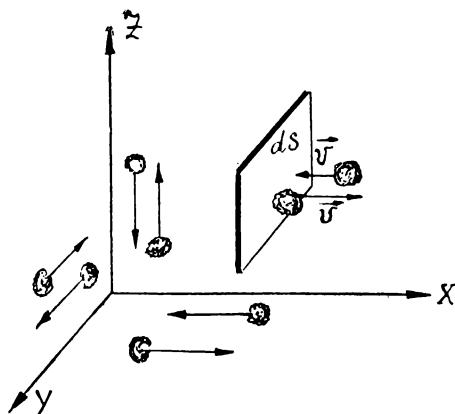


Рис. 7

дящуюся на оси OX , за некоторый промежуток времени dt будет ударяться dN молекул:

$$dN = \frac{1}{6} v dt dS n,$$

где n — концентрация молекул в сосуде.

Так как мы рассматриваем идеальный газ, молекулы которого взаимодействуют со стенкой как упругие шарики, то каждая молекула будет отскакивать от стенки со скоростью, равной скорости до соударения, но противоположного направления.

Согласно второму закону Ньютона, мы можем записать для молекулы, сталкивающейся со стенкой сосуда:

$$f dt = \Delta(mv),$$

где $f dt$ — импульс силы, полученный стенкой от одной молекулы.

Определим изменение импульса молекулы:

$$\Delta(mv) = mv - (-mv) = 2mv.$$

Импульс силы, полученный стенкой от всех молекул, ударяющихся о площадку dS , будет равен

$$F dt = \frac{1}{6} dS v dt \cdot 2mv \cdot n = \frac{1}{3} dt dS v^2 \cdot n \cdot m$$

или

$$F = \frac{1}{3} dS v^2 \cdot n \cdot m.$$

Согласно определению давления, $P = F/dS$. Следовательно,

$$P = \frac{1}{3} v^2 \cdot n \cdot m. \quad (6.2)$$

Если учесть, что скорости отдельных молекул v_i могут быть различными, то величину nv^2 можно заменить величиной $\sum_{i=1}^n v_i^2$. Тогда

$$\overline{v^2} = \frac{\sum v_i^2}{n}.$$

Уравнение (6.2) можно переписать в виде

$$P = \frac{1}{3} m \overline{v^2} n. \quad (6.3)$$

Так как средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы $\overline{\epsilon}_{\text{пост}} = \frac{1}{2} (m \overline{v^2})$, то

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon}_{\text{пост}}. \quad (6.4)$$

Если учесть, что $n = N/V$, то уравнение (6.4) можно записать в виде

$$PV = \frac{2}{3} N \overline{\epsilon}_{\text{пост}}, \quad (6.5)$$

где $N \cdot \overline{\epsilon}_{\text{пост}} = E_{\text{пост}}$ — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Соотношение (6.5) связывает макроскопически наблюдаемые величины P и V с энергией микроскопических движений, происходящих внутри газа и обуславливающих наличие давления его на стенку.

6.6. Уравнение состояния идеального газа

Молекулярно-кинетический метод рассмотрения идеального газа не дает явной связи между основными параметрами состояния. Эта связь была установлена опытным путем и имеет вид

$$\frac{PV}{T} = \text{const}, \quad (6.6)$$

где постоянная величина определяется из закона Авогадро, который устанавливает, что при одинаковой температуре и давлении

киломолекулярный объем всех газов занимает одинаковый объем. При нормальных условиях $P = 1$ атм, $T = 273$ К, $V = 22,4$ м³/кмоль,

$$\text{const} = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 22,4}{273} = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Полученное значение постоянной величины называется универсальной газовой постоянной и обозначается R . В соответствии с принятым обозначением уравнение (6.6) запишется в виде

$$PV = RT. \quad (6.7)$$

Уравнение состояния для идеального газа с массой M запишется в виде

$$PV = \frac{M}{\mu} RT, \quad (6.8)$$

где M/μ — число киломолекул в газе массой M .

Уравнение (6.8) носит название уравнения Менделеева — Клапейрона. Преобразуем уравнение (6.8):

$$PV = \frac{N_A}{N_A} \frac{M}{\mu} RT = N_A \cdot \frac{M}{\mu} \frac{R}{N_A} T = N \cdot kT,$$

где $k = R/N_A = 8,31 \cdot 10^3 / 6,023 \cdot 10^{26} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К носит название постоянной Больцмана; $N = \frac{M}{\mu} N_A$ — число молекул в газе массой M .

Учитывая приведенные выше обозначения и определение концентрации $n = N/V$, получим:

$$PV = N \cdot kT, \quad P = \frac{N}{V} kT. \\ P = n \cdot kT. \quad (6.9)$$

Как показывает уравнение (6.9), давление идеального газа зависит только от концентрации молекул и температуры газа, но не зависит от массы молекул. В случае механической смеси газов, не вступающих в химические реакции, давление определяется по формуле $P = n_0 kT$, где n_0 — концентрация молекул смеси газа.

Определим зависимость средней кинетической энергии молекулы идеального газа от температуры. Для этого, учитывая равенство левых частей уравнений (6.5) и (6.9), приравняем их правые части:

$$\frac{2}{3} N \bar{\epsilon}_{\text{пост}} = N \cdot kT.$$

После преобразований получим:

$$\bar{\epsilon}_{\text{пост}} = \frac{2}{3} kT. \quad (6.10)$$

Средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул идеального газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре и является мерой интенсивности теплового движения молекул. С другой стороны, температура тела есть количественная мера энергии теплового движения молекул, из которых состоит это тело:

$$T = \frac{2}{3} \frac{\overline{\varepsilon_{\text{пост}}}}{k}.$$

6.7. Степени свободы. Распределение энергии хаотического движения по степеням свободы молекул

Формула (6.10) определяет энергию только поступательного движения молекулы. Однако наряду с поступательным движением возможны также вращение молекулы и колебания атомов, входящих в состав молекулы. Оба эти вида движения связаны с некоторым запасом энергии; определить его позволяет закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Прежде чем сформулировать этот закон, введем понятие степени свободы.

Число степеней свободы материального объекта называется количеством независимых координат, которые необходимо задать, чтобы однозначно определить положение этого объекта относительно рассматриваемой системы отсчета.

Так, положение материальной точки в пространстве определяется тремя координатами x , y , z . Следовательно, материальная точка обладает тремя степенями свободы (рис. 8, а). Абсолютно твердое тело имеет шесть степеней свободы: координаты x , y , z определяют положение центра масс, углы θ , φ , ψ — ориентацию двух взаимно перпендикулярных жестко связанных с телом осей OO и $O'O'$ (рис. 8, б).

Изменению координат x , y , z соответствует поступательное движение абсолютно твердого тела, изменению углов θ , φ , ψ — вращательное движение, т. е. x , y , z — поступательные степени свободы абсолютно твердого тела, а θ , φ , ψ — вращательные.

Система из N материальных точек, между которыми нет жестких связей, имеет $3N$ степеней свободы.

Две материальные точки, находящиеся на неизменном расстоянии друг от друга (модель двухатомной молекулы с жесткой связью между атомами), имеют пять степеней свободы: три поступательные и две вращательные. Вращательные степени свободы соответствуют вращениям вокруг двух осей, перпендикулярных друг к другу и к оси системы (рис. 9, а).

Нелинейные трех- и многоатомные молекулы с жесткой связью имеют, как и абсолютно твердое тело, шесть степеней свободы.

Две нежестко связанные материальные точки (модель двухатомной молекулы с упругой связью между атомами) имеют шесть степеней свободы: координаты x, y, z определяют положение центра инерции, углы θ и φ — положение оси системы, l — расстояние между точками (рис. 9, б).

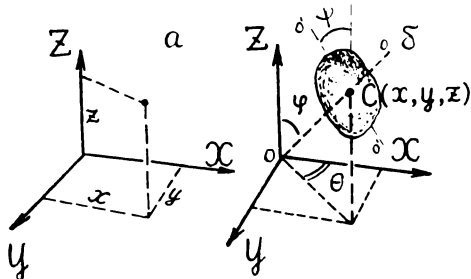


Рис. 8

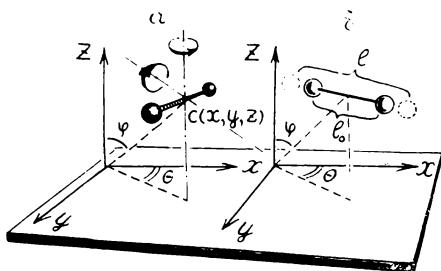


Рис. 9

Изменениям l соответствуют колебания материальных точек, поэтому координату l называют колебательной степенью свободы. Таким образом, двухатомная нежесткая молекула имеет одну колебательную, две вращательные и три поступательные степени свободы. Нежесткая нелинейная трехатомная молекула имеет три колебательные степени свободы. Каким бы числом степеней свободы ни обладала молекула, три из них — поступательные.

Согласно закону распределения энергии по степеням свободы, на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится средняя энергия теплового движения $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы — kT .

Колебательное движение связано с наличием не только кинетической, но и потенциальной энергии, причем для малых колебаний среднее значение потенциальной энергии равно среднему значению кинетической. Поэтому на каждую колебательную степень свободы приходится средняя энергия $\epsilon_{\text{кол}} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$.

Закон распределения энергии по степеням свободы остается справедливым, пока кинетическая энергия частиц является квадратичной функцией скорости (нерелятивистское приближение), а потенциальная — квадратичной функцией координат (малые гармонические колебания).

Средняя энергия хаотического теплового движения одной молекулы находится по формуле

$$\bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT,$$

где i — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы.

6.8. Явления переноса

Явления переноса — кинетические процессы установления равновесия в макроскопической системе.

При отсутствии равновесия в газе всегда имеется пространственная неоднородность тех или иных его параметров — плотности, давления, температуры. Хаотическое движение молекул постепенно выравнивает эту неоднородность, и газ приходит в состояние равновесия.

Процессы выравнивания сопровождаются направленным переносом ряда физических величин: массы, энергии, импульса, электрического заряда и т. д. — поэтому называются *явлениями переноса*.

К явлениям переноса в газах относятся: диффузия, внутреннее трение (вязкость), теплопроводность.

Диффузия в газе — движение молекул, приводящее к переносу вещества из мест с большой концентрацией молекул в места с их меньшей концентрацией.

Внутреннее трение (вязкость) в газе — взаимодействие между слоями газа, движущимися с различными скоростями. Явление сопровождается переносом импульса направленного движения из быстрых слоев в более медленные. В результате этого переноса между соприкасающимися слоями возникают силы внутреннего трения, тормозящие движение быстрого слоя и ускоряющие движение медленного.

Теплопроводность — процесс выравнивания температуры газа, заключающийся в направленном переносе тепла из более нагретых слоев в менее нагретые.

Все явления переноса с математической точки зрения описываются одним и тем же уравнением:

$$dB = \alpha \left(-\frac{da}{dr} \right) dS_{\perp} dt, \quad (6.11)$$

где a — некоторая скалярная физическая величина, неравномерно распределенная в пространстве; r — направление быстрейшего возрастания величины a ; dS_{\perp} — элементарная площадка, расположенная перпендикулярно направлению r ; dB — количество перенесенной через площадку dS_{\perp} физической величины a за время dt ; α — коэффициент пропорциональности (коэффициент переноса).

Знак «минус» означает, что направление возрастания a и направление переноса величины B противоположны: перенос всегда происходит в сторону убыли величины a .

В процессе диффузии переносится масса, а изменяющейся величиной является парциальная плотность диффундирующего газа, т. е. масса данного газа, заключенная в единице объема газовой

смеси. Следовательно, уравнение диффузии (закон Фика) запишется следующим образом:

$$dM = -D \frac{d\rho}{dr} dS_{\perp} dt,$$

где D — коэффициент диффузии; $d\rho/dr$ — градиент парциальной плотности в направлении r .

В процессе внутреннего трения переносится импульс направленного движения молекул. Изменяющейся величиной является скорость направленного движения молекул, следовательно,

$$dP = -\eta \frac{du}{dr} dS_{\perp} dt,$$

где η — коэффициент внутреннего трения (коэффициент вязкости); du/dr — градиент скорости движения молекул в направлении r .

В процессе теплопроводности переносится тепло. Изменяющейся величиной является температура T , т. е.

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dr} dS_{\perp} dt,$$

где κ — коэффициент теплопроводности; dT/dr — градиент температуры в направлении r .

Единицы измерения коэффициентов переноса в СИ:

коэффициент диффузии и самодиффузии — $\text{м}^2/\text{с}$,

коэффициент вязкости — $\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$,

коэффициент теплопроводности — $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$.

Коэффициенты переноса характеризуют движение молекул в макроскопической системе и определяются такими параметрами движения молекул, как масса m , концентрация n , средняя скорость теплового движения \bar{v} , средняя длина пробега $\bar{\lambda}$. Через названные параметры коэффициенты переноса записываются следующим образом: $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$, $\eta = \frac{1}{3} mn\bar{v} \bar{\lambda}$, $\kappa = \frac{1}{2} kn\bar{v} \bar{\lambda}$.

6.9. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 160.)

В гараже средняя температура воздуха летом равна 25°C , а зимой — 0°C . Давление во все времена года одинаково и близко к нормальному. Изменяется ли плотность воздуха, заполняющего гараж, зимой и летом?

Ответ. Летом плотность воздуха выше, чем зимой, примерно в 1,5 раза (12). Зимой плотность воздуха выше примерно в 1,1 раза (7). Плотность воздуха не зависит от температуры (10).

В баллоне объемом 10 м^3 находится азот при давлении 720 мм рт. ст. и температуре 17°C . Можно ли определить массу газа, не взвешивая его?

Ответ. Да, если задана плотность газа (9). Нельзя (4). Можно (8).

На склад поступил свинец и пенопласт. Кладовщик взвесил оба материала и обнаружил, что они имеют одинаковый вес. Правильно ли определен истинный вес материалов?

Ответ. Истинный вес определен правильно (24). Вес, определенный с помощью весов, не соответствует истинному, так как не учитывается вес воздуха, заполняющего объем материалов, и закон Архимеда (27). Истинный вес пенопласта меньше, чем свинца (31).

В специальном помещении находятся два баллона, наполненных газами разного химического состава, но одинаковой концентрации. Будут ли одинаковыми давления в этих баллонах?

Ответ. Да (20). Нет (22).

В аудитории объемом 80 м^3 занимаются 20 студентов. Температура воздуха 20°C , давление 760 мм рт. ст. Какое среднее количество молекул воздуха окружает студента?

Ответ. $2 \cdot 10^{27}$ (3). $2,5 \cdot 10^{25}$ (17). Количество молекул оценить невозможно (9).

Коэффициент внутреннего трения кислорода и азота определяют с точностью до 0,01. Можно ли пренебречь различием в коэффициентах внутреннего трения для этих двух веществ, находящихся при одинаковой температуре?

Ответ. Да (2). Нет (6).

Происходит взрыв смеси газа. При этом в области взрыва температура увеличивается до 3000 К, а химический состав газа не изменяется. Во сколько раз в первый момент меняется давление в области объемного взрыва так называемой вакуумной бомбы?

Ответ. В 2 раза (11). В 1050 раз (13). В 10 раз (15).

Воздушный шар нагревают в струе теплого воздуха. Изменится ли объем воздушного шара?

Ответ. Да (1). Нет (21).

Мегатонная бомба взрывается в подземной полости радиусом 500 м (подземный взрыв). При взрыве выделяется энергия в количестве $4 \cdot 10^{15}$ Дж. Плотность породы, окружающей полость,

равна $3 \cdot 10^3$ кг/м³. На какой глубине от поверхности земли должна находиться подземная полость, чтобы не было выброса энергии наружу?

Ответ. Меньше 1 км (33). Больше 1 км (35).

В баллоне содержится газ. Что произойдет с давлением и температурой газа, если к баллону подсоединить пустой баллон такого же объема?

Ответ. Температура остается неизменной, а давление падает (5). Температура и давление уменьшаются (14).

Студент живет на первом этаже дома, находящегося на улице с интенсивным движением автотранспорта. В какое время года наиболее резко чувствуется запах выхлопных газов?

Ответ. Зимой (16). Диффузия не зависит от температуры воздуха (15). Летом (19).

ГЛАВА 7. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

7.1. Термодинамическая система. Внутренняя энергия идеального газа

Термодинамика изучает способы и формы передачи энергии от одной системы к другой, закономерности превращения одних видов энергии в другие, направление протекающих в природе процессов. В отличие от молекулярной физики термодинамика не рассматривает конкретное строение системы, не использует структурные физические характеристики молекулы. В основе термодинамики лежит несколько фундаментальных законов, установленных на основании обобщения большой совокупности опытных фактов. Опираясь на эти положения, термодинамика делает выводы о свойствах, которыми должна обладать та или иная *термодинамическая система* в определенных условиях.

Термодинамическая система — это совокупность макроскопических тел, обменивающихся энергией в форме работы и тепла как друг с другом, так и с внешней средой.

Внутренняя энергия тела U складывается: а) из кинетической энергии хаотического движения молекул; б) потенциальной энергии, обусловленной взаимодействием молекул; в) энергии колебательного движения атомов в молекуле; г) энергии электронных оболочек атомов и ионов; д) энергии электростатического и гравитационного полей; е) ядерной энергии; ж) энергии электромагнитного излучения.

Внутренняя энергия системы U складывается из внутренних энергий тел, входящих в данную систему, и является однозначной функцией параметров ее состояния P, V, T : $U = f(P, V, T)$.

Изменение внутренней энергии ΔU при переходе системы из одного состояния в другое не зависит от вида процесса ($\Delta U = U_2 - U_1$). Если система совершает круговой процесс, то полное изменение ее внутренней энергии равно нулю.

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом на расстоянии. Изменение состояния идеального газа сопровождается изменением только энергии хаотического движения его молекул. Вследствие этого под внутренней энергией идеального газа понимают энергию хаотического поступательного, вращательного и колебательного движения его молекул.

Внутренняя энергия одного киломоля идеального газа равна произведению средней энергии одной молекулы $\bar{\epsilon}$ на число Авогадро N_A :

$$U_0 = \bar{\epsilon} N_A = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT.$$

Тогда внутренняя энергия произвольной массы идеального газа —

$$U = \frac{M}{\mu} U_0 = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT,$$

где M — масса газа; μ — масса одного киломоля газа; M/μ — число киломолей в газе массой M .

Необходимо отметить, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и вовсе не зависит от объема.

7.2. Работа и теплопередача

Обмен энергией между термодинамической системой и окружающими ее телами может протекать в двух *эквивалентных* формах: макроскопической (в форме работы) и микроскопической (в форме теплопередачи, или теплообмена).

Работа в термодинамике — процесс обмена энергией между рассматриваемой системой и окружающими ее телами, сопровождающийся изменением внешних параметров состояния системы.

Особый интерес представляет работа, совершаемая системой при изменении ее объема. Так, при расширении система совершает работу против внешних сил. В качестве примера рассмотрим расширение газа в цилиндре с поршнем (рис. 10). Предположим, что оно происходит *равновесно*, т. е. в любой момент времени внешнее давление $P_{\text{вн}}$ практически равно давлению газа под поршнем P . При перемещении поршня на dx сила F совершает работу $dA = Fdx$.

Силу, действующую на поршень, можно найти из определения давления (см. формулу (6.1)): $F = PS$, где S — площадь поверхности поршня, соприкасающейся с газом. Тогда $dA = PSdx = PdV$, где dV — приращение объема газа, полученное при перемещении поршня на dx . Работа газа при изменении объема системы от V_1 до V_2 равна:

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

Приращение объема системы может быть как положительным ($dV > 0$), так и отрицательным ($dV < 0$). В первом случае систе-

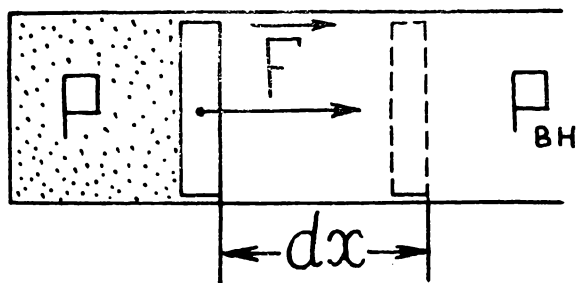


Рис. 10

ма совершает работу над внешними телами (отдает им часть своей энергии), во втором — внешние тела совершают работу над системой (система получает энергию извне).

Состояние системы, при котором все ее параметры при неизменных внешних условиях не изменяются во времени, называется равновесным. Равновесное состояние на PV -диаграмме изображается точкой (рис. 11).

Переход системы из одного равновесного состояния в другое (частный случай расширения системы) изображается линией. Элементарная работа dA , совершенная системой при изменении ее объема на dV , численно равна площади заштрихованной полоски; полная работа $A_{1,2}$ — площади криволинейной трапеции под кривой процесса перехода системы из положения 1 в положение 2 (см. рис. 11). Численное значение работы зависит от направления перехода системы из одного состояния в другое. Так, если система переходит из состояния 1 в состояние 2 один раз по пути a , а другой — по пути b (рис. 12), то $A_{1a2} \neq A_{1b2}$ (не равны площади под кривыми перехода).

Процесс, при котором система, пройдя некоторую последовательность состояний, вновь возвращается в исходное, называется *круговым процессом* (циклом). Работа, совершаемая системой за

цикл, отлична от нуля ($A_{\text{ц}} \neq 0$). Это означает, что силы давления — неконсервативные силы. Графически работа за цикл изображается площадью, заключенной внутри кривой процесса (заштрихованная область на рис. 12). Работа за цикл положительна ($A_{\text{ц}} > 0$; система отдает энергию внешним телам), если цикл идет по часовой стрелке (1a2c1), и отрицательна ($A_{\text{ц}} < 0$; система полу-

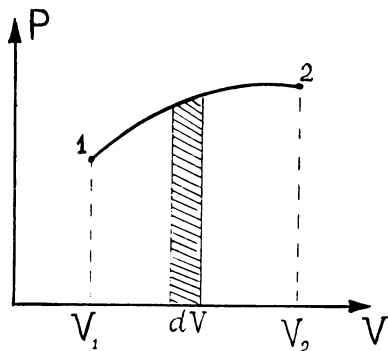


Рис. 11

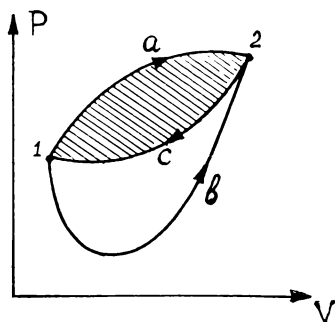


Рис. 12

чает энергию извне), если цикл идет против часовой стрелки (1b2c1).

Теплопередача (теплообмен) — процесс обмена энергией между системой и окружающими ее телами, не сопровождающийся изменением внешних параметров состояния системы. Это процесс передачи энергии неупорядоченного движения молекул от одних тел к другим.

Теплопередача осуществляется либо путем непосредственного взаимодействия частиц системы с частицами среды при их случайных столкновениях (теплопроводность, конвекция), либо путем обмена электромагнитным излучением (лучеиспускание).

Энергия, полученная или отданная системой в процессе теплообмена, называется *количеством тепла* и обозначается Q , δQ .

Количество тепла, как и работа, — функция процесса. Поэтому говорить о запасе тепла или о запасе работы в системе бессмысленно.

В зависимости от того, в какой форме система обменивается энергией с внешними телами, она может быть замкнутой, адиабатически замкнутой и замкнутой в механическом отношении. В замкнутой системе отсутствует теплообмен ($Q = 0$) и не совершается работа ($A = 0$), т. е. имеет место полная энергетическая изоляция. В адиабатически замкнутой системе отсутствует теплообмен ($Q = 0$), но совершается работа ($A \neq 0$). В замкнутой в механическом отношении системе не совершается работа ($A = 0$), но имеет место теплообмен ($Q \neq 0$).

7.3. Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики — частная формулировка закона сохранения и превращения энергии применительно к тепловым процессам. Опыт показывает, что если система совершает некоторый круговой процесс, то, какой бы она ни была по своей природе и каким бы ни был круговой процесс, совершаемая системой работа равна количеству сообщенного ей тепла.

Первое начало термодинамики утверждает, что отношение работы, совершенной системой, к количеству тепла, полученному ею за цикл, одинаково для всех систем и для всех круговых процессов:

$$\frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{ц}}} = 1, \quad A_{\text{ц}} = Q_{\text{ц}}. \quad (7.1)$$

Соотношение (7.1) означает, что *за цикл система не может совершать работу без подвода энергии извне или большую, чем подводимая извне энергия*. Это еще одна из формулировок первого начала термодинамики для кругового процесса.

Сформулируем первое начало термодинамики для некругового процесса. Для этого рассмотрим сначала два произвольных круговых процесса: $1a2c$ и $1b2c$ (см. рис. 12). Обозначим количество тепла, полученное системой на участках a , b и c , через Q_{1a2} , Q_{1b2} , Q_{2c1} , а работу системы на этих же участках — через A_{1a2} , A_{1b2} , A_{2c1} .

Как следует из (7.1), для каждого из рассматриваемых круговых процессов $Q = A$, т. е.

для процесса $1a2c$

$$Q_{1a2} + Q_{2c1} = A_{1a2} + A_{2c1},$$

для процесса $1b2c$

$$Q_{1b2} + Q_{2c1} = A_{1b2} + A_{2c1}.$$

Исключим из рассмотрения ветвь c , для чего из первого уравнения вычтем второе:

$$Q_{1a2} - Q_{1b2} = A_{1a2} - A_{1b2},$$

откуда следует

$$Q_{1a2} - A_{1a2} = Q_{1b2} - A_{1b2}.$$

Таким образом, разность $(Q_{1,2} - A_{1,2})$ не зависит от того, по какому пути система переходит из состояния 1 в состояние 2; она зависит только от начального и конечного состояний. Следовательно, величина $(Q_{1,2} - A_{1,2})$ есть мера изменения некоторой физической величины, являющейся функцией состояния системы — внутренней энергии.

В соответствии с этим первое начало термодинамики для некруговых процессов можно записать в следующем виде:

$$Q_{1,2} - A_{1,2} = U_2 - U_1 = \Delta U$$

или

$$Q_{1,2} = A_{1,2} + \Delta U.$$

Для бесконечно малого изменения состояния системы

$$\delta Q = dA + dU. \quad (7.2)$$

Сформулируем первое начало термодинамики для некругового процесса: *количество тепла, подведенное к системе, затрачивается на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними силами.*

Если на систему действуют только силы давления, а изменение ее состояния происходит равновесно, то первое начало термодинамики можно записать в виде $\delta Q = PdV + dU$, где P — давление системы.

7.4. Термодинамические процессы

Под процессом в термодинамике следует понимать последовательность состояний термодинамической системы. Опыт показывает, что все термодинамические процессы подчиняются первому началу термодинамики. Рассмотрим наиболее распространенные из них.

Изопроцесс — это процесс, протекающий при постоянном значении одного параметра состояния термодинамической системы. Выделяют *изохорический* ($V = \text{const}$, $dV = 0$), *изобарический* ($P = \text{const}$, $dP = 0$) и *изотермический* ($T = \text{const}$, $dT = 0$) процессы.

Первое начало термодинамики для *изохорического процесса* из уравнения (7.2) записывается в виде $\delta Q = dU$, так как $dA = PdV = 0$. Обмен энергией между газом и внешней средой при изохорическом процессе происходит только в форме теплопередачи. Подводимое к системе тепло затрачивается лишь на изменение ее внутренней энергии. Уравнение изохорического процесса (уравнение Шарля) получается из уравнения состояния идеального газа при последующем разделении переменных и постоянных величин:

$$PV = \frac{M}{\mu} RT, \quad \frac{P}{T} = \frac{M}{\mu V} R = \text{const},$$

$$\frac{P}{T} = \text{const}.$$

Ниже приведены графики изохорического процесса в координатах P , T и P , V (рис. 13).

Первое начало термодинамики для *изобарического процесса* записывается в виде $\delta Q = PdV + dU$. Обмен энергией между системой и окружающей средой при изобарическом процессе происходит в форме работы и теплопередачи, т. е. подводимое к системе тепло затрачивается на изменение ее внутренней энергии и на

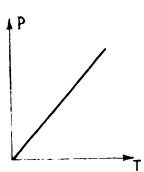


Рис. 13

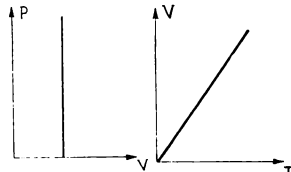


Рис. 14

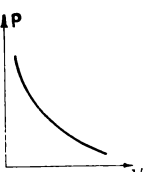


Рис. 15

совершение работы. Работа при изобарическом процессе определяется по формуле

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P(V_2 - V_1) = P\Delta V.$$

Уравнение изобарического процесса (уравнение Гей-Люссака) получается из уравнения состояния идеального газа при последующем разделении переменных и постоянных величин:

$$PV = \frac{M}{\mu} RT, \quad \frac{V}{T} = \frac{M}{\mu P} R = \text{const}, \quad \frac{V}{T} = \text{const}.$$

Графики изобарического процесса в координатах V, T и P, V изображены на рис. 14.

Изотермический процесс возможен только при наличии идеального теплового контакта между газом и окружающей средой. Первое начало термодинамики для изотермического процесса записывается в виде $\delta Q = dA$, $\delta Q = PdV$.

При изотермическом процессе система обменивается энергией с внешней средой в форме теплопередачи и в форме работы. Подводимое к системе тепло затрачивается только на совершение работы:

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV. \quad (7.4)$$

Для идеального газа, согласно уравнению его состояния (6.8),

$$P = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V}.$$

Подставив значение для P в уравнение (7.4) и произведя интегрирование, получим:

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{M}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Уравнение изотермического процесса (уравнение Бойля-Мариотта) следует из уравнения состояния идеального газа при разделении постоянных и переменных величин:

$$PV = \frac{M}{\mu} RT = \text{const}, \quad PV = \text{const}.$$

График изотермического процесса изображен на рис. 15.

Адиабатический процесс идет при идеальной тепловой изоляции системы от окружающей среды. На практике это может быть достигнуто при очень кратковременных процессах, когда система не успевает обменяться теплом с окружающей средой. Так, например, вследствие большой скорости взрыва горючей смеси при работе двигателя внутреннего сгорания можно считать адиабатическими процессы сжатия газа. Так как передачи теплоты при адиабатическом процессе не происходит, то $\delta Q = 0$.

Следовательно, уравнение первого начала термодинамики имеет вид

$$dA + dU = 0. \quad (7.5)$$

При адиабатическом процессе система совершает работу только за счет своей внутренней энергии. Проанализируем адиабатический процесс для идеального газа. Для этого запишем уравнение (7.5) в виде $dU = -dA$, тогда

$$\frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT = -PdV. \quad (7.6)$$

При адиабатическом процессе, когда $dV > 0$, из уравнения (7.6) следует, что внутренняя энергия газа уменьшается ($dT < 0$); это приводит к его охлаждению. Сжатие ($dV < 0$), наоборот, приводит к увеличению внутренней энергии ($dT > 0$) и нагреванию газа.

Охлаждение газа при адиабатическом расширении используется в технике для получения низких температур. Работа холодильных установок также основана на адиабатическом расширении газа. Нагревание газа при адиабатическом сжатии наблюдается при работе дизельного двигателя, в цилиндре которого газ так быстро сжимается, что нагревается больше чем на 500°C .

Работа газа при адиабатическом процессе, согласно первому началу термодинамики, определяется по формуле:

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = - \int_1^2 dU = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT = - \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R (T_2 - T_1). \quad (7.7)$$

Выражение (7.7) можно записать в другом виде, если учесть, что $PV = \frac{M}{\mu} RT$, а $T = \frac{PV\mu}{M \cdot R}$:

$$A_{1,2} = \frac{i}{2} (P_1 V_1 - P_2 V_2).$$

Уравнение адиабатического процесса можно получить из первого начала термодинамики при бесконечно малом изменении температуры и объема:

$$dU + PdV = 0, \\ \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R dT + \frac{1}{V} \frac{M}{\mu} RT dV = 0.$$

После сокращения на $\frac{M}{\mu} R$ имеем

$$\frac{i}{2} dT + T \frac{dV}{V} = 0.$$

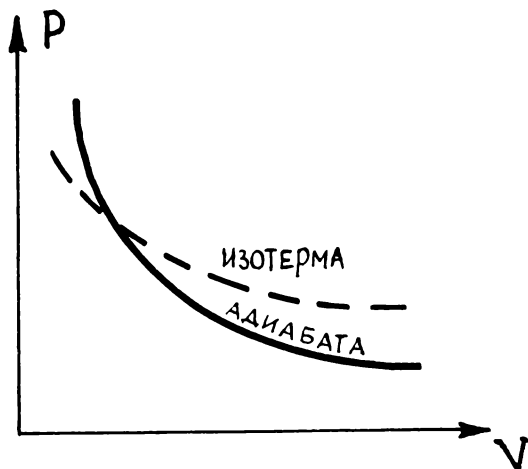


Рис. 16

Приведем данное уравнение к виду

$$\frac{dT}{T} + \frac{2}{i} \frac{dV}{V} = 0.$$

После интегрирования и потенцирования получим уравнение адиабатического процесса:

$$TV^{\frac{2}{i}} = \text{const}_1. \quad (7.8)$$

Уравнение (7.8) после подстановки в него вместо T величины $\frac{\mu PV}{M \cdot R}$ можно записать в виде

$$PV^{\left(1+\frac{2}{i}\right)} = \text{const}_2, \quad PV^\gamma = \text{const}_2, \quad (7.9)$$

где $\gamma = 1 + \frac{2}{i}$.

Уравнение (7.9) называется уравнением Пуассона. График адиабатического процесса приведен на рис. 16 в сравнении с графиком изотермического процесса.

7.5. Теплоемкость

Теплоемкостью какого-либо тела называется величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на один градус по абсолютной шкале Кельвина:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

Молярная теплоемкость численно равна количеству тепла, которое необходимо сообщить одному киломолю вещества, чтобы повысить его температуру на один градус:

$$C_\mu = \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT} \quad (7.10)$$

Удельная теплоемкость численно равна количеству тепла, которое необходимо сообщить единице массы вещества, чтобы повысить его температуру на один градус:

$$C_m = \frac{\delta Q}{m dT} \quad (7.11)$$

Из сопоставления формул (7.10) и (7.11) следует

$$C_\mu = \mu C_m$$

Теплоемкость зависит от характера термодинамического процесса, при котором система получает тепло. В связи с этим различают теплоемкость при постоянном объеме C_V , давлении C_P и температуре C_T .

Теплоемкость при постоянном объеме имеет место в изохорическом процессе, при котором обмен энергией между газом и внешней средой происходит только в форме теплопередачи и подводимое тепло затрачивается лишь на изменение внутренней энергии газа.

В связи с этим молярная теплоемкость при постоянном объеме записывается в виде

$$C_{\mu, \nu} = \frac{\delta Q}{\frac{M}{\mu} dT}.$$

Так как $\delta Q = dU = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R dT$, то

$$C_{\mu, \nu} = \frac{\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R dT}{\frac{M}{\mu} dT} = \frac{i}{2} R, \quad C_{\mu, \nu} = \frac{i}{2} R.$$

Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме зависит только от числа степеней свободы молекул. *Теплоемкость при постоянном давлении* имеет место в изобарическом процессе, при котором обмен энергией происходит и в форме работы, и в форме теплопередачи. Подводимое к газу тепло затрачивается на изменение внутренней энергии газа и на совершение им работы.

Молярная теплоемкость при постоянном давлении —

$$C_{\mu, P} = \frac{\delta Q}{\frac{M}{\mu} dT} = \frac{dU}{\frac{M}{\mu} dT} + \frac{PdV}{\frac{M}{\mu} dT}.$$

Из уравнения состояния $PV = MRT/\mu$ находим PdV :

$$PdV = \frac{M}{\mu} R dT.$$

Кроме того,

$$\frac{dU}{\frac{M}{\mu} dT} = C_{\mu, \nu}.$$

Таким образом,

$$C_{\mu, P} = C_{\mu, \nu} + \frac{\frac{M}{\mu} R dT}{\frac{M}{\mu} dT} = C_{\mu, \nu} + R$$

или

$$C_{\mu, P} = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R.$$

При изотермическом процессе ($dT=0$) газ обменивается энергией с внешней средой и в форме теплопередачи, и в форме работы, а подводимое к газу тепло затрачивается только на совершение работы. Теплоемкость при изотермическом процессе можно записать в виде

$$C_{\mu, \tau} = \frac{\delta Q}{\frac{M}{\mu} dT} = \infty.$$

Найдем отношение молярных теплоемкостей при постоянном давлении и объеме:

$$\frac{C_{\mu, p}}{C_{\mu, v}} = \frac{\frac{i+2}{2} R}{\frac{i}{2} R} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i} = \gamma.$$

В соответствии с этим для одноатомных молекул газа ($i=3$) имеем

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = 1,67;$$

для жестких двухатомных молекул ($i=5$) —

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,40;$$

для жестких трехатомных и многоатомных молекул ($i=6$) —

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{6+2}{6} = 1,33.$$

Сопоставим теоретические и экспериментальные значения теплоемкости при постоянном объеме. Теоретическое значение будем вычислять по формуле

$$C_{\mu, v} = \frac{i}{2} R = \frac{i}{2} 8,31 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Для одноатомных газов получим $C_{\mu, v} = 12,5 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{К})$, для двухатомных — $C_{\mu, v} = 20,8 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{К})$, для трехатомных — $C_{\mu, v} = 25,0 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{К})$.

Согласно классической теории, теплоемкость идеальных газов не зависит от температуры. Однако теплоемкость реальных газов зависит от температуры, поэтому ее определяют для каждого интервала температур отдельно (таблица).

Таким образом, классическая теория теплоемкости применима в ограниченном интервале температур для газов, состоящих из несложных молекул.

Возрастание теплоемкостей двухатомных и многоатомных газов с повышением температуры объясняется заметным воздейст-

вием колебательного движения атомов внутри сложных молекул на изменение их энергии, а также термической *диссоциацией* молекул (распад сложных молекул на более простые). Затрата энергии на диссоциацию приводит к увеличению теплоемкости газов.

Теплоемкость газов при постоянном объеме

Газ или пар	Число атомов в молекуле	Число степеней свободы	Значение C_{μ}, ν , Дж/(моль·К)						
			теоретическое	экспериментальное при температуре, °С					
				0	100	200	500	1 200	2 000
Аргон (Ar)	1	3	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,6	12,6
Водород (H ₂)	2	5	20,8	20,4	20,7	21,2	21,6	23,8	26,4
Пары воды (H ₂ O)	3	6	25,0	24,8	25,2	27,6	29,4	35,2	46,1
Углекислый газ (CO ₂)	3	6	25,0	28,0	29,0	31,6	36,4	45,7	49,0

При понижении температуры колебательные движения внутри сложных молекул затухают, энергия этого движения падает и теплоемкость уменьшается. При дальнейшем переходе в область более низких температур начинает «исчезать» вращательное движение молекул и газ проявляет свойства одноатомного газа.

7.6. Обратимые и необратимые процессы

Процесс называется *обратимым*, если по его завершении система может вернуться в исходное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом процессе, причем после этого в окружающих систему телах не остается каких бы то ни было изменений (не изменяется взаимное расположение окружающих систему тел, их внутреннее состояние, температура и т. д.),

Обратимые процессы равновесны и протекают с бесконечно малой скоростью, при этом совершается максимальная работа. Отметим еще одно важное свойство обратимого процесса: если в прямом процессе на каком-то элементарном участке система получила тепло δQ и совершила работу dA , то при обратном процессе на этом же участке система отдаст тепло $\delta Q' = \delta Q$ и над ней будет совершена работа $dA' = dA$.

Обратимые процессов, строго говоря, в природе не существует. Такие процессы можно представить лишь мысленно. Например, обратимы равновесные изопроцессы: изотермический, изобарический, изохорический.

Процесс называется *необратимым*, если по его завершении систему нельзя вернуть в исходное состояние так, чтобы в окружающих телах не осталось каких-либо изменений. Необратимые процессы — процессы *неравновесные*, они протекают с конечной скоростью и только *в одном направлении* так, что каждое последующее состояние системы оказывается ближе к состоянию термодинамического равновесия, чем предыдущее. *В этом направлении необратимые процессы развиваются самопроизвольно, в обратном же направлении они могут протекать только в сопровождении процессов, оставляющих в окружающих систему телах изменения.*

Опыт показывает, что все без исключения самопроизвольные процессы необратимы. Например, смешивание жидкостей, радиоактивный распад, электрический разряд, излучение света, распространение звука, диффузия, передача тепла от нагретых тел к холодным, расширение газа в пустоту, *превращение механической энергии во внутреннюю* и т. д.

Проанализируем два примера необратимого процесса.

1. Пусть имеется сосуд с перегородкой. С одной стороны перегородки — газ, с другой — пустота. Если перегородку убрать, то газ расширится и заполнит весь сосуд. Может ли газ самопроизвольно вернуться в исходное состояние, т. е. сжаться? Опыт показывает, что нет. Вернуть газ в первоначальное состояние могут внешние силы, сжимая его и совершая над ним работу. При этом во внешней среде произойдут изменения, связанные с уменьшением энергии. При сжатии газ нагреется. Чтобы температура газа стала прежней, придется отвести от него некоторое количество тепла, вследствие чего изменится внутренняя энергия окружающих тел. Таким образом, когда расширившийся газ снова вернется в первоначальное состояние, в окружающих его телах произойдут изменения: часть механической энергии этих тел превратится в тепло. Следовательно, *расширение газа необратимо.*

2. Пусть жидкость, налитая в сосуд, приведена во вращательное движение, после чего предоставлена самой себе. Опыт показывает, что через некоторое время механическое движение жидкости исчезнет, превратившись в тепловое движение ее молекул (температура жидкости слегка повысится). Обратное самопроизвольное превращение невозможно: жидкость никогда сама по себе не придет во вращение. Следовательно, процесс превращения механической энергии во внутреннюю необратим.

7.7. Энтропия. Термодинамическая вероятность

Мы рассмотрели понятие необратимого процесса с макроскопической (феноменологической) точки зрения. Рассмотрим теперь это понятие с *микроскопической (статистической) точки зрения.*

То, что все необратимые процессы имеют одностороннее направление, означает, что одни состояния системы более вероятны, другие — менее. Система, свободная от внешних воздействий, стремится перейти в наиболее вероятные состояния. Для характеристики различных состояний вводится понятие *термодинамической вероятности*. Рассмотрим его на примере *распределения частиц газа по объему*.

Мысленно разделим объем V , занимаемый газом, на m одинаковых ячеек (в общем случае число и размеры отдельных ячеек могут быть какими угодно). Все N частиц пронумеруем (классические частицы различимы). Вследствие теплового движения частицы газа будут переходить из ячейки в ячейку.

Состояние, определяемое тем, сколько частиц и какие именно находятся в каждой из ячеек, называется микросостоянием или микрораспределением этих частиц.

С макроскопической точки зрения состояние газа определяется только количеством частиц в каждой из ячеек, а какие это частицы, не имеет значения (например, манометру, измеряющему давление, «безразлично», какие молекулы бомбардируют его мембрану, важно — сколько их). *Состояние, определяемое только тем, сколько частиц находится в каждой из ячеек, называется макросостоянием или макрораспределением.*

На рис. 17 изображены некоторые из возможных микро- и макросостояний для случая двух ячеек ($m=2$) и шести частиц ($N=6$): 1 — одинаковые макро- и микросостояния; 2 — одинаковые макро-, но различные микросостояния; 3 — различные макро- и микросостояния.

Так как частицы газа находятся в непрерывном тепловом движении, переходят из ячейки в ячейку, то ясно, что микро- и макросостояния газа непрерывно изменяются. Каждое макросостояние при этом реализуется весьма большим числом микросостояний. Число микросостояний, посредством которых реализуется данное макросостояние системы, называется *термодинамической вероятностью W этого макросостояния*.

Термодинамическая вероятность макросостояния, при котором в первой ячейке оказывается N_1 частиц, во второй — N_2 , в m -й — N_m частиц, находится по формуле

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_m!}. \quad (7.12)$$

Следовательно, разные макросостояния имеют различную термодинамическую вероятность. Можно убедиться, найдя максимум функции (7.12), что максимальная термодинамическая вероятность соответствует равновесному макросостоянию, для которого $N_1 = N_2 = N_3 = \dots = N_m$, если размеры ячеек одинаковы.

Найдем термодинамические вероятности макросостояний, изображенных на рис. 18:

$$1) W_1 = \frac{6!}{6!0!} = 1 \text{ (по определению } 0! = 1);$$

$$2) W_2 = \frac{6!}{4!2!} = 15;$$

$$3) W_3 = \frac{6!}{3!3!} = 20.$$

Из полученных результатов видно, что даже в случае небольшого числа частиц термодинамическая вероятность макросостоя-

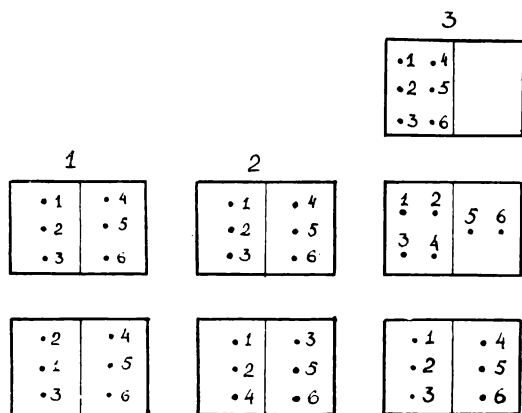


Рис. 17

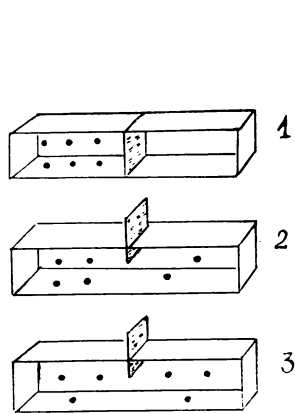


Рис. 18

ния, при котором частицы распределены по ячейкам равномерно (равновесное состояние), значительно больше термодинамической вероятности макросостояний, при которых частицы распределены по ячейкам неравномерно (неравновесное состояние).

Термодинамическая вероятность позволяет предсказать возможное направление изменения состояния системы при самопроизвольных процессах. Пусть рассматриваемая нами система из шести частиц в данный момент времени находится в макросостоянии 1 (см. рис. 18). В каких состояниях она будет находиться в последующем? Возможно, в том же состоянии 1, но более вероятно — в состоянии 2, а еще более вероятно — в состоянии 3 (так как $W_3 > W_2 > W_1$). Иными словами, в системе вероятнее всего будет развиваться процесс, сопровождающийся *возрастанием термодинамической вероятности*.

Пусть система находится в состоянии 3. В каких состояниях она будет пребывать в дальнейшем? Вероятнее всего, в этом же состоянии, но не исключено, что она самопроизвольно перейдет

в состояние 2 или даже в состояние 1. Правда такие переходы, сопровождающиеся *уменьшением термодинамической вероятности*, случаются чрезвычайно редко (практически никогда), особенно если велико число частиц, но в принципе они возможны.

Переход из неравновесных состояний в равновесное (необратимый процесс) есть переход из состояний с термодинамической вероятностью меньшей, чем максимальная, в состояние с максимальной термодинамической вероятностью. Такой переход осуществляется с наибольшей вероятностью. Вместе с тем принципиально возможен самопроизвольный переход системы из равновесного состояния в неравновесное или из некоторого неравновесного состояния в еще более неравновесное. Вероятность такого перехода невообразимо мала, но то, что она отлична от нуля, означает, что необратимыми следует называть такие процессы, обратные которым не невозможны абсолютно, а только крайне маловероятны.

Отметим особенности термодинамической вероятности:

- 1) W — однозначная функция состояния системы;
- 2) в равновесном состоянии W максимальна;
- 3) *если система не находится в равновесии, то наиболее вероятным изменением W является возрастание;*
- 4) W — величина мультипликативная, т. е. W системы, состоящей из n невзаимодействующих частей, равна произведению термодинамических вероятностей состояний этих частей (теорема умножения вероятностей):

$$W = W_1 W_2 \dots W_n.$$

Термодинамическая вероятность, не будучи величиной аддитивной, весьма неудобна в обращении. Л. Больцман ввел в рассмотрение физическую величину S , называемую *энтропией*, которая связана с термодинамической вероятностью W соотношением

$$S = k \ln W,$$

где k — постоянная Больцмана.

Энтропия — скалярная величина, характеризующая макросостояние термодинамической системы и численно равная постоянной Больцмана, умноженной на логарифм термодинамической вероятности этого состояния.

Так как энтропия непосредственно связана с термодинамической вероятностью, то ее свойства определяются свойствами термодинамической вероятности:

- 1) энтропия — однозначная функция состояния;
- 2) в равновесном состоянии энтропия максимальна;
- 3) *если система не находится в равновесии, то наиболее вероятным изменением энтропии является возрастание;*

4) энтропия — величина аддитивная, т. е. энтропия системы, состоящей из n не взаимодействующих частей, равна сумме энтропий этих частей:

$$S = k \ln W = k \ln (W_1 W_2 \dots W_n) = k \ln W_1 + k \ln W_2 + \dots + k \ln W_n, \\ S = S_1 + S_2 + \dots + S_n.$$

7.8. Изменение энтропии в изопроцессах

Пусть система совершает процесс с изменением термодинамической вероятности по определенному закону (рис. 19).

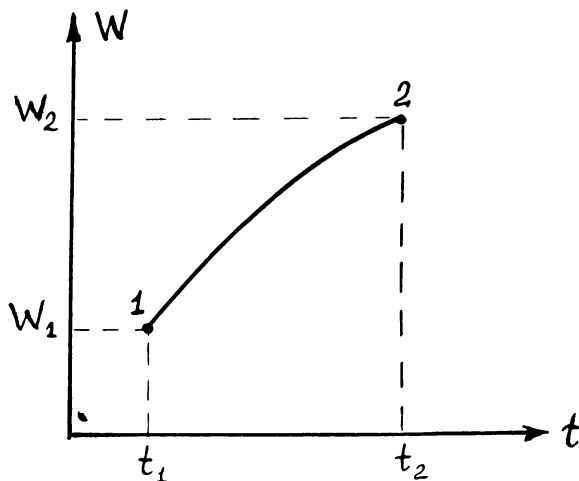


Рис. 19

Состоянию системы с термодинамической вероятностью W_1 в начальный момент времени t_1 соответствует энтропия $S_1 = k \ln W_1$. Соответственно в момент времени t_2 система имеет энтропию $S_2 = k \ln W_2$. При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 энтропия изменится на величину

$$\Delta S_{1,2} = S_2 - S_1 = k \ln W_2 - k \ln W_1 = k \ln \left(\frac{W_2}{W_1} \right). \quad (7.13)$$

Для самопроизвольных процессов термодинамическая вероятность системы с течением времени возрастает ($W_2 > W_1$) и, следовательно, можно записать соотношения:

$$\ln \left(\frac{W_2}{W_1} \right) > 0, \quad \Delta S_{1,2} > 0.$$

В качестве примера рассмотрим систему, состоящую из идеального газа. Предположим, что газ изотермически расширяется от V_1 до V_2 . В статистической физике доказывается, что при изотермическом изменении объема газа выполняется соотношение

$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^N.$$

Тогда уравнение (7.13) можно записать в виде

$$\begin{aligned}\Delta S_{1,2} &= k \ln \left(\frac{W_2}{W_1}\right) = k \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^N = kN \ln \frac{V_2}{V_1} = \\ &= kN_A \frac{M}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1} = R \frac{M}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.\end{aligned}\quad (7.14)$$

При расширении газ совершает работу, которая, согласно (7.4), находится по формуле

$$A_{1,2} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.\quad (7.15)$$

Из сравнения (7.14) и (7.15) можно установить связь между изменением энтропии и работой газа при изотермическом расширении: $A_{1,2} = T \cdot \Delta S_{1,2}$.

Для изотермического процесса работа, совершенная системой при расширении в интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$, согласно первому началу термодинамики, равна количеству тепла $Q_{1,2}$, переданному системе за этот интервал времени: $A_{1,2} = Q_{1,2}$.

Из последних двух равенств можно записать соотношение

$$\Delta S_{1,2} = \frac{Q_{1,2}}{T}.$$

При изотермическом расширении газа за бесконечно малый промежуток времени dt изменение энтропии составит $dS = \delta Q/T$. Это соотношение называется приведенным количеством тепла (приведенной теплотой).

Изменение энтропии за интервал времени Δt вычисляется путем интегрирования:

$$\Delta S_{1,2} = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.\quad (7.16)$$

Соотношение (7.16) справедливо для любого изопроцесса, протекающего в идеальном газе.

Для определения изменения энтропии необходимо знать количество приведенного тепла в системе. В изохорическом процессе в соответствии с первым началом термодинамики количество приведенного тепла определяется следующим образом: $\delta Q/T = dU/T$.

Следовательно, энтропия при переходе системы из состояния

с температурой T_1 в состояние с температурой T_2 изменится на величину

$$\Delta S_{1,2} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \frac{dT}{T} = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{M}{\mu} C_{\mu, v} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

При изобарическом процессе, в котором количество приведенного тепла определяется в соответствии с первым началом термодинамики как

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{PdV}{T},$$

энтропия изменится на величину

$$\begin{aligned} \Delta S_{1,2} &= \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} + \int_1^2 \frac{PdV}{T} = \frac{M}{\mu} R \frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} \frac{dV}{T} = \\ &= \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{\mu} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \end{aligned} \quad (7.17)$$

Учитывая, что для изобарического процесса $T_2/T_1 = V_2/V_1$, уравнение (7.17) можно записать в виде

$$\Delta S_{1,2} = \frac{M}{\mu} \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{M}{\mu} C_{\mu, p} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Следовательно, изменение энтропии в изопроцессах зависит от теплоемкости вещества и параметров состояния системы.

7.9. Цикл Карно

Работа любой тепловой машины содержит следующие этапы. Газ (рабочее тело) нагревают до температуры T_1 , при этом растет давление P . Затем этот газ расширяется, приводя в движение механическую систему и остывая до температуры T_2 (давление падает). После этого часть энергии, сообщенной механической системе, тратится на сжатие газа до первоначального объема. Наконец, газ опять нагревают, и процесс повторяется.

Изобразим этот процесс в координатах P, V (рис. 20). Полезная работа A — это площадь между кривыми 1 и 2. Сообщенная системе энергия E_1 равна площади под кривой 1, потерянная энергия E_2 — площади под кривой 2.

Коэффициент полезного действия тепловой машины — это относительное количество энергии, переданное тепловой машине и превращенное в полезную работу:

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1}.$$

Из определения КПД тепловой машины видно, что $\eta < 1$. Например, для двигателя внутреннего сгорания он не превышает 0,56. Однако теоретически можно построить тепловую машину, у которой КПД близок к единице. Такая машина должна работать по циклу Карно (рис. 21).

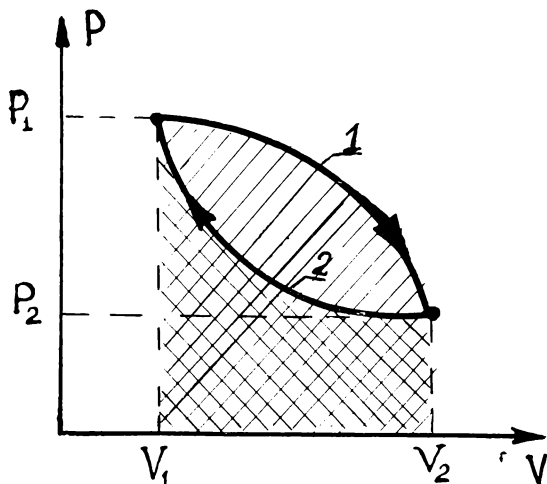


Рис. 20

В машине Карно может быть использован цилиндр с поршнем без клапанов. Источник энергии (например бензин или мазут) используется для поддержания постоянной температуры T_1 теплового резервуара. Для работы машины необходим еще один резервуар с более низкой температурой T_2 (холодильник). Например, машину Карно можно установить на берегу озера, которое будет служить холодным резервуаром ($T_2 \approx 290$ K), а в качестве горячего резервуара можно использовать кипящую воду ($T_1 = 373$ K). Итак, в машине Карно вокруг наполненного газом цилиндра попеременно циркулирует вода то из горячего, то из холодного резервуара (рис. 22).

При изотермическом расширении рабочее тело получает от горячего резервуара тепло Q_1 , а при изотермическом сжатии холодному резервуару отдается тепло Q_2 , причем $Q_1 > Q_2$. Потеря тепла $Q_1 - Q_2$ переходит в механическую работу A с помощью силового привода. Следовательно, КПД машины Карно можно найти по формуле

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (7.18)$$

Определим КПД η через параметры состояния рабочего тела машины Карно как термодинамической системы. Из рис. 21 видно, что термодинамическая система совершает круговой процесс, проходя ряд равновесных процессов,

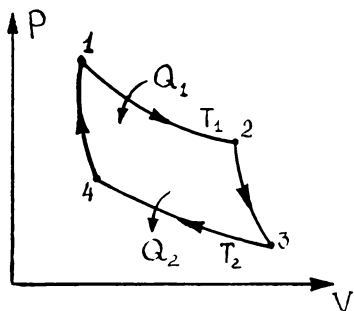


Рис. 21

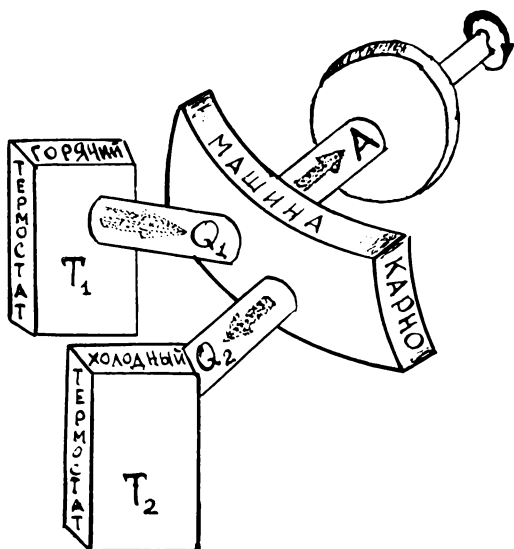


Рис. 22

Изменение энтропии замкнутой системы при круговом процессе равно нулю ($\oint dS = 0$). Для цикла Карно это изменение можно разложить по составляющим процесса:

$$\oint dS = \int_1^2 dS + \int_2^3 dS + \int_3^4 dS + \int_4^1 dS = 0.$$

Найдем каждую составляющую. Для изотермических процессов цикла запишем

$$\int_1^2 dS = \Delta S_{1,2} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_1} = \frac{Q_{1,2}}{T_1} = \frac{Q_1}{T_1},$$

$$\int_3^4 dS = \Delta S_{3,4} = \int_3^4 \frac{\delta Q}{T_2} = \frac{Q_{3,4}}{T_2} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Изменение энтропии при адиабатических процессах равно нулю, так как равенство $\delta Q = 0$ есть необходимое условие адиабатического процесса:

$$\int_2^3 dS = \Delta S_{2,3} = \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = 0,$$

$$\int_4^1 dS = \Delta S_{4,1} = \int_4^1 \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Следовательно, для всего цикла изменение энтропии можно представить в виде

$$\oint dS = \int_1^2 dS + \int_3^4 dS = \Delta S_{1,2} + \Delta S_{3,4} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0,$$

$$\frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2}.$$

Здесь следует отметить, что рабочее тело машины Карно во время процесса 1, 2 получает тепло Q_1 , а во время процесса 3, 4 отдает Q_2 . Считая тепло Q_1 положительным и соответственно Q_2 — отрицательным, можно записать $Q_1/T_1 = Q_2/T_2$, откуда

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (7.19)$$

Подставляя соотношение (7.19) в (7.18), получим КПД, выраженный через температуру рабочего тела машины Карно:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Например, если термостатами машины Карно являются кипящая и замерзающая вода, то

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{373 - 273}{373} \approx 0,27.$$

Если использовать в качестве холодильника воду озера ($T_2 \approx 290$ К), то η будет еще меньше:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{373 - 290}{373} \approx 0,22.$$

При использовании в машине Карно энергии горения бензина горячий термостат может быть нагрет до температуры $T_1 \approx$

≈ 2700 К, а температура холодного термостата (окружающий воздух) $T_2 = 300$ К. При этом КПД машины Карно будет равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{2700 - 300}{2700} \approx 0,89,$$

что существенно выше теоретического максимального значения КПД для двигателя внутреннего сгорания ($\eta \approx 0,56$).

В действительности столь высокий КПД машины Карно практически недостижим вследствие потерь энергии на трение, утечки тепла, а также необратимости происходящих процессов.

Все тепловые электростанции в качестве горячего резервуара используют кипящую воду. Поэтому их КПД не может превышать 0,27. Однако если воду нагревать под давлением, то она будет закипать при более высокой температуре. На тепловых электростанциях, как правило, используют перегретый пар под давлением с температурой $T \approx 500$ К. При этом добиваются КПД $\approx 0,4$.

Атомные электростанции, использующие ядерное топливо, работают при более низких давлениях и температурах, поэтому их КПД обычно не превышает 0,3.

Следовательно, в том и другом случае большая часть получаемой из топлива энергии возвращается низкотемпературному резервуару в форме тепла. Эта энергия в конечном итоге полностью рассеивается и приводит к нагреву окружающей среды вблизи электростанций, или тепловому загрязнению, так как нагрев окружающей среды — нежелательное явление. Однако, как следует из предыдущего материала, этого избежать нельзя ($\text{КПД} < 1$), и в целях защиты окружающей среды необходимо тщательно выбрать место для тепловых электростанций.

7.10. Второе начало термодинамики

Приведем наиболее простую формулировку второго начала термодинамики: *тепло не может переходить самопроизвольно от холодных тел к горячим*. Это утверждение многократно подтверждается в нашей практике, в быту. Например, каждый день мы наблюдаем переход тепла от горячего чайника к холодному окружающему воздуху (чайник остывает, нагревая вблизи себя воздух), но никто никогда не замечал обратного, чтобы чайник сам по себе стал нагреваться все больше и больше, забирая тепло от окружающего холодного воздуха.

Несмотря на кажущуюся очевидность формулировки второго начала термодинамики, в нем скрыт большой смысл. *Это один из немногих фундаментальных законов природы*. И, как всякий фундаментальный закон, его *невозможно доказать!* Можно лишь экспериментально проверять его справедливость (что успешно и

происходит каждый день, по крайней мере, в течение времени, подвластного памяти человечества). По сути, второе начало термодинамики — это постулат.

Другая особенность этого начала заключается в том, что оно не является абсолютно непогрешимым, неизбежно выполняющимся. Дело в том, что нет законов природы, запрещающих, например, молекулам воздуха соударяться со стенками того же чайника, отдавая ему часть своей кинетической энергии, т. е. нагревая чайник. В принципе ничто не запрещает любому из чайников самопроизвольно нагреться за счет окружающего более холодного воздуха. Почему же этого никто не встречал в своей практике? Реально происходят два типа соударений молекул воздуха со стенками чайника: в первом случае молекулы теряют часть своей энергии, отдавая ее молекулам стенки, во втором — молекулы воздуха, наоборот, получают дополнительную энергию от молекул стенки (стенки теряют эту энергию, остывают),

Остынет чайник или нагреется, зависит от соотношения числа соударений 1-го и 2-го типов. Если первый тип преобладает, то чайник будет нагреваться, если превалирует второй тип — чайник остывает. Сам тип удара зависит от таких факторов, как амплитуда, фаза колебаний каждой из молекул стенок чайника, скорость и угол движения молекул воздуха, а также от типов молекул стенок чайника и воздуха и др. Факторов много, важно их соотношение в каждом конкретном ударе. Но ничто не запрещает, чтобы случайно даже в холодном воздухе преобладали удары первого типа, т. е. чтобы чайник нагревался за счет еще большего охлаждения и так уже холодного воздуха.

Ничто не запрещает также того, чтобы в обычной комнате молекулы воздуха, обладающие наибольшими скоростями, случайно сконцентрировались в одном углу комнаты, а молекулы с малыми скоростями (вспомните распределение Максвелла молекул по скоростям) — в противоположном углу. Это соответствует самопроизвольному нагреванию воздуха в одной части комнаты и охлаждению его в другой. В силу хаотического движения молекул (броуновское движение) это случайно может произойти. Наконец, никто не запрещает, чтобы случайно из 1000 бросков монеты все 1000 раз она упала бы точно на ребро.

Можно привести много примеров случайных событий, которым ничто не запрещает произойти, но тем не менее никто никогда их не наблюдал. Интуитивно, вероятно, каждый понимает, почему это происходит: данные события случайно возможны, но чрезвычайно маловероятны,

В результате приведенных рассуждений у нас появилось слово, играющее ключевую роль во втором начале термодинамики, — *вероятность*. События в природе могут быть маловероятными, а могут быть и наиболее вероятными.

Второй закон термодинамики описывает лишь наиболее вероятные процессы, события. Например, перераспределение тепла от нагретого угла комнаты (где находится батарея отопления) к другому, менее нагретому,— это наиболее вероятный процесс. Обратный процесс тоже возможен, но так маловероятен, что вряд ли кто-то с ним встречался, а если и встречался, то трактовал это как чудо.

Найденное нами понятие «вероятность» неразрывно связано с понятием *состояния*, в котором находится тело, система тел,

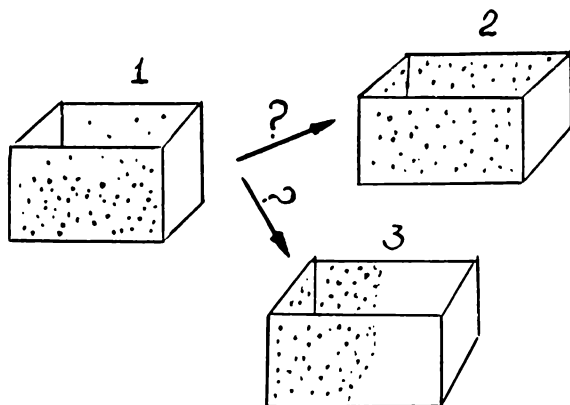


Рис. 23

молекул, атомов, частиц. Любой физический процесс — это переход из одного состояния в другое, т. е. переход от одной вероятности к другой. На рис. 23 показан объем V , содержащий газ, и три различных состояния в распределении этого газа по объему V .

Ясно, что состояние 2 является наиболее вероятным для газа, равномерно заполняющего весь объем. Состояние 3 весьма и весьма маловероятно (ведь никто не наблюдал, чтобы воздух в комнате сам собой сконцентрировался бы в одном из ее углов). Состояние 1, очевидно, занимает промежуточное положение между 2 и 3. Если обозначить вероятность как W , то $W_3 < W_1 < W_2$.

Из практики нам также известно, что если газ в состоянии 1 предоставить самому себе, то он перейдет в состояние 2, а не 3, т. е. система молекул «выберет» такой путь, при котором вероятность W растет (или, по крайней мере, не уменьшается).

Обратите внимание, речь идет о *самопроизвольном* процессе, т. е. без воздействия на систему внешних сил. Действительно, можно было бы перевести систему молекул из состояния 1 в состояние 3, если газ сжать с помощью поршня, но ведь к поршню, а значит, и к газу была бы приложена внешняя сила.

Второе начало термодинамики справедливо только лишь для изолированных систем, т. е. не подверженных внешним воздействиям.

Именно поэтому возможна работа холодильников и кондиционеров, которые, казалось бы, вопреки второму началу термодинамики забирают тепло у более холодного воздуха и перекачивают его более горячему (например, из охлаждаемой комнаты кондиционер передает тепло наружу более горячему воздуху). Дело в том, что в этих случаях обязательно существует внешнее воздействие со стороны электромотора холодильника или кондиционера, питаемых электроэнергией от далекой электростанции. Система не является изолированной, а значит, второе начало термодинамики не может быть применимо (отсюда любопытный вывод: в неизолированной системе можно организовать практически любое «чудо», любое редкое событие, вопрос лишь в издержках энергии для него).

Вспомним, что энтропия неразрывно связана с вероятностью W состояния системы: $S = k \ln W$.

Обратившись к рис. 23, можем записать $S_3 < S_1 < S_2$.

Так как имел место переход $1 \rightarrow 2$, то и энтропия системы (молекул газа) менялась: $S_1 \rightarrow S_2$. Поскольку $S_1 < S_2$, то $S_2 - S_1 > 0$. Обозначив $\Delta S = S_2 - S_1$, получим $\Delta S > 0$.

Если учесть, что возможны и такие переходы, когда вероятность состояния, а значит, и энтропия не меняются, то приведенное выше соотношение можно записать: $\Delta S \geq 0$.

Это еще одна из формулировок второго начала термодинамики: *энтропия замкнутой системы не убывает.*

Очевидно, что если система не замкнута, то изменение энтропии ΔS может быть любым, т. е. возможно и $\Delta S < 0$. Вспомним еще одно определение энтропии как меры хаоса, беспорядка в системе и с этой точки зрения рассмотрим второе начало термодинамики. Итак, чем больше хаоса, тем больше энтропия системы. Тогда из второго начала термодинамики ($\Delta S \geq 0$) следует, что все самопроизвольные процессы ведут к увеличению хаоса в системе.

На рис. 24 показан сосуд с газом, находящимся в двух разных состояниях. В состоянии 1 каждой молекуле газа предоставлено в два раза меньше места для возможного местонахождения по сравнению с состоянием 2. Следовательно, состояние 2 связано с большим хаосом, чем состояние 1. Ни у кого из нас нет сомнения в том, что если в перегородке, разделяющей сосуд пополам, сделать отверстие, то газ сам собой заполнит весь сосуд, перейдя в состояние 2. Налицо пример спонтанного процесса, сопровождаемого ростом хаоса в системе, т. е. ее энтропии ($\Delta S > 0$).

Запомним, что переход газа из состояния 1 в состояние 2 — это необратимый процесс (ведь газ обратно в половинку объема

сам не соберется). Очевидно, процесс, при котором хаос и энтропия растут, необратим.

Процесс, при котором энтропия не растет и не уменьшается ($\Delta S = 0$), обратим. Примером такого процесса является обмен молекулами левой и правой половинок сосуда (см. рис. 24). За время Δt слева направо и наоборот перемещается одинаковое количество молекул. В результате равновесие газа в половинках

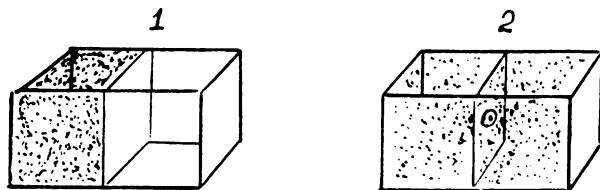


Рис. 24

не нарушается. Не исключено, что спустя некоторое время эти же молекулы совершат и обратную «миграцию». В состоянии системы это ничего не изменит.

В заключение еще раз вспомним все основные выводы о втором начале термодинамики.

1. Закон справедлив для изолированных систем с гигантским числом тел, частиц.

2. Закон носит статистический, не абсолютно строгий характер, говорит лишь о наиболее вероятном направлении развития процессов, событий.

3. Это фундаментальный закон природы, т. е. он носит характер постулата или гипотезы, которую теоретически доказать невозможно.

4. Справедливость закона подтверждается лишь экспериментальной проверкой его предсказаний (до сих пор все всегда подтверждалось!).

5. Нет законов природы, запрещающих хотя бы раз нарушить второе начало термодинамики для изолированных систем.

6. Суть закона: *в изолированных системах все процессы идут так, что энтропия растет или, по крайней мере, не меняется.*

7.11. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 269.)

15 молей газообразного кислорода изохорически подогреты так, что давление газа увеличилось на 200 мм рт. ст. Объем сосуда с газом 2 л. Какая информация в условии задачи является избыточной для определения изменения внутренней энергии газа?

Ответ. Количество молей (17). Газообразность кислорода (12). Объем сосуда (10).

Чему равно изменение температуры газа?

Ответ. 21 К (19). 6,3 К (14). 0,4 К (18).

Газ, находившийся при нормальных условиях, изотермически расширен в 5 раз. Чего не хватает в условии задачи для нахождения механической работы, совершенной расширившимся газом?

Ответ. Температуры (14). Давления (11). Числа молей (7).

Два моля газа совершают изобарически некоторую механическую работу. С помощью инфракрасного телескопа определили, что температура газа изменяется на 300 °С. Можно ли определить величину работы газа, не зная его состава?

Ответ. Не зная состава газа, найти работу невозможно (13). Знать состав газа необязательно, но и данных в условии задачи недостаточно для определения работы (10). Состав газа знать необязательно, $A = 5\,000$ Дж (27).

Нагревается кислород массой 5 г, находящийся в одном случае в стальном баллоне объемом 8 л, в другом — в обычном воздушном шаре. Одинакова ли теплоемкость кислорода?

Ответ. Одинакова (30). Теплоемкость кислорода в стальном баллоне больше (38). Теплоемкость в воздушном шаре больше (40).

Адиабатно расширяющиеся 5 молей газа совершили механическую работу, равную 3,11 кДж. При этом температура газа уменьшилась на 30 °С. Какой из возможных газов (воздух, гелий) взят в качестве рабочего тела тепловой машины?

Ответ. Гелий (41). Воздух (47).

Железо массой 1 кг при температуре 100 °С находится в тепловом контакте с таким же куском железа при 0 °С. Чему будет равно изменение энтропии ΔS при достижении равновесной температуры 50 °С?

Ответ. $\Delta S = 0$ (43). $\Delta S < 0$ (39). $\Delta S = 10$ Дж/К (40).

Двулитровый сосуд разделен перегородкой на две равные части. Одна его часть заполнена водородом, а другая — азотом. Перегородка убирается, и газы перемешиваются. Изменяется ли энтропия системы?

Ответ. Энтропия уменьшается в 2 раза: $\Delta S = -1$ Дж/К (29). Энтропия увеличивается в 2 раза: $\Delta S = 1$ Дж/К (28). Энтропия возрастает на 0,5 Дж/К (21).

Высота водопада 50 м. Изменится ли температура воды у подножия водопада?

Ответ. Да (4). Нет (2).

Отношение максимального и минимального объемов воздушной смеси в цилиндре бензинового двигателя равно 8. Температура горения горючей смеси 500°C . Чему равна температура воздушной смеси при выхлопе?

Ответ. 500°C (21). 217°C (20). 63°C (15).

Чему равен теоретический верхний предел КПД бензинового двигателя?

Ответ. 0,125 (31). 0,56 (23). 1,0 (1).

Два помещения отапливаются дровами, но разными методами. Первое помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно, которая приводится в действие тепловой машиной, работающей в пределах температур 100°C и 0°C . Второе помещение отапливается железной печкой. Температура воздуха на улице — 10°C , а в помещениях 20°C . Какой метод является более экономичным?

Ответ. Помещение получает в три раза меньше количества тепла от сгорания дров в печке, чем при отоплении его холодильной машиной (5). При тепловой изоляции оба метода равнозначны (8).

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОСТАТИКА**8.1. Элементарный электрический заряд.
Закон сохранения электрического заряда**

Электрический заряд — одна из основных характеристик любого тела, системы тел. В СИ он измеряется в кулонах (Кл). Существует *наименьший* из возможных в природе зарядов — элементарный электрический заряд, величина которого равна заряду электрона: $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Наряду с элементарным отрицательным зарядом e существует и аналогичный положительный заряд p , равный по модулю заряду e : $p = +1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Любое заряженное тело всегда содержит целое число n элементарных зарядов: $|q| = n|e|$, где q — заряд тела, n — число элементарных зарядов ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$). Каждое тело содержит как положительные, так и отрицательные элементарные заряды. Результирующий заряд тела будет определяться из соотношения: $q = n_1 e + n_2 p$, где n_1 — число отрицательных зарядов; n_2 — число положительных зарядов. Если $n_1 > n_2$, то $q < 0$, если $n_1 < n_2$, то $q > 0$, если $n_1 = n_2$, то $q = 0$.

В изолированной от внешней среды системе заряженных тел сумма всех зарядов этой системы есть величина постоянная, не зависящая от процессов в самой системе, так как электрические заряды не могут сами собой исчезать или появляться:

$$\sum_{i=1}^n q_i = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.}$$

Постоянство электрического заряда изолированной системы тел носит название *закона сохранения электрического заряда*.

8.2. Закон Кулона

В 1785 г. Шарль Кулон экспериментально установил, что электрические заряды, помещенные на некотором расстоянии друг от друга, взаимодействуют, т. е. притягиваются или отталкиваются. В частном случае, когда заряды точечные (т. е. размерами за-

ряженных тел можно пренебречь, поскольку они малы по сравнению с расстоянием между телами), сила их взаимодействия записывается в следующем виде:

$$|\vec{F}| = k \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}, \quad (8.1)$$

где F — сила взаимодействия зарядов q_1 и q_2 ; r — расстояние между этими зарядами; k — коэффициент пропорциональности, зависящий от размерности входящих в формулу величин; ϵ — относи-

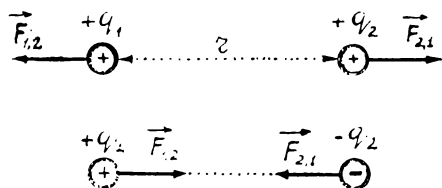


Рис. 1

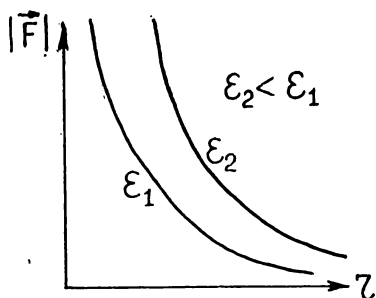


Рис. 2

тельная диэлектрическая проницаемость, характеризующая среду, окружающую заряды.

В эксперименте было установлено, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные — притягиваются (рис. 1).

Среда, отличная от вакуума, всегда ослабляет кулоновское взаимодействие зарядов в ϵ раз по сравнению с взаимодействием в вакууме: $\epsilon = F_v/F_c$. Следовательно, для вакуума $\epsilon = 1$, а для любой другой среды $\epsilon > 1$.

На рис. 2 приведены графики, иллюстрирующие закон Кулона (8.1) для разных r и ϵ . Очевидно, что при $r \rightarrow 0$ $F \rightarrow \infty$, при $r \rightarrow \infty$ $F \rightarrow 0$.

Коэффициент пропорциональности k определяется исходя из размерности величин, входящих в формулу (8.1). В СИ при $q_1 = q_2 = q = 1$ Кл, $r = 1$ м сила взаимодействия между этими зарядами будет равна $9 \cdot 10^9$ Н, тогда $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл². В силу сферической симметрии электрического поля точечного заряда коэффициент k записывают в виде $k = 1/4\pi\epsilon_0$, где $\epsilon_0 = 1/4\pi k = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл²/(Н·м²) носит название *электрической постоянной*. С учетом изложенного выше закон Кулона записывается в виде

$$|\vec{F}| = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (2)$$

В соответствии с (8.2) сформулируем закон Кулона: *сила электрического взаимодействия двух точечных зарядов в среде прямо пропорциональна величине каждого из зарядов, обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости среды и квадрату расстояния между ними и направлена по прямой, соединяющей эти заряды.*

8.3. Напряженность электрического поля

Каждый электрический заряд создает вокруг себя электрическое поле, благодаря которому заряды способны взаимодействовать на расстоянии. Электрическое поле — форма существования материи; оно обладает энергией и массой.

Электрическое поле способно оказывать силовое воздействие на помещенный в это поле заряд q . В связи с этим одним из методов исследования электрического поля является метод пробных зарядов.

Пробный заряд q_+ должен быть положительным, точечным и малым по величине, чтобы не исказить исследуемое электрическое поле.

Сила \vec{F} , действующая на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, зависит от свойств поля в этой точке и величины пробного заряда. Однако отношение \vec{F}/q_+ зависит только от свойств поля в рассматриваемой точке и, следовательно, является независимой от величины пробного заряда характеристикой поля. Отношение

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+} \quad (8.3)$$

называется *напряженностью электрического поля*.

Напряженность электрического поля есть векторная физическая величина. Направление вектора напряженности \vec{E} совпадает с направлением силы \vec{F} , действующей на пробный заряд q_+ . Соотношение (8.3) можно представить в виде уравнения

$$\vec{F} = q_+ \vec{E}, \quad (8.4)$$

из которого следует, что, чем больше напряженность поля \vec{E} , тем больше сила \vec{F} , действующая на заряд q_+ со стороны электрического поля. Таким образом, напряженность электрического поля \vec{E} — это силовая характеристика электрического поля. Если в фор-

мулах (8.3), (8.4) заряд q_+ положить равным 1 Кл, то окажется, что величина \vec{E} численно равна величине \vec{F} , т. е. напряженность электрического поля E — векторная силовая характеристика электрического поля, численно равная силе \vec{F} , действующей на единственный положительный заряд ($q_+ = 1$ Кл), помещенный в это электрическое поле.

8.4. Электрическое поле точечного заряда

Соотношения (8.2) и (8.4) позволяют найти электрическое поле, создаваемое одиночным точечным или сферическим электрическим зарядом, так как можно рассматривать кулоновское взаимодействие заряда q_1 с зарядом q_2 как воздействие на заряд q_2 электрического поля напряженностью \vec{E}_1 , созданного зарядом q_1 :

$$|\vec{F}| = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r^2} = |\vec{E}_1| |q_2|,$$

откуда

$$|\vec{E}_1| = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r^2}. \quad (8.5)$$

Формула (8.5) позволяет найти величину напряженности электрического поля \vec{E}_1 , созданного зарядом q_1 на расстоянии r . Напряженность поля \vec{E} , созданного произвольным по величине точечным зарядом q , равна

$$|\vec{E}| = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r^2}.$$

Направление вектора \vec{E} можно найти, если мысленно поместить в исследуемую точку пространства возле заряда q пробный заряд q_+ . Со стороны заряда q на него будет действовать сила $\vec{F} = \vec{E}q_+$ (рис. 3).

8.5. Принцип суперпозиции для электрического поля

На практике электрические поля создаются обычно несколькими зарядами, расположенными в пространстве произвольным образом. В этом случае создаваемое зарядами общее электрическое поле является суммой полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности (сумма полей с учетом их направленности — векторная сумма) (рис. 4). Для доказательства этого утверждения можно мысленно

поместить в точку A пробный заряд q_+ и рассмотреть действующие на него силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 (рис. 5). Согласно принципу суперпозиции сил, известному из механики, результирующая сила $\vec{F}_{\text{общ}}$, действующая

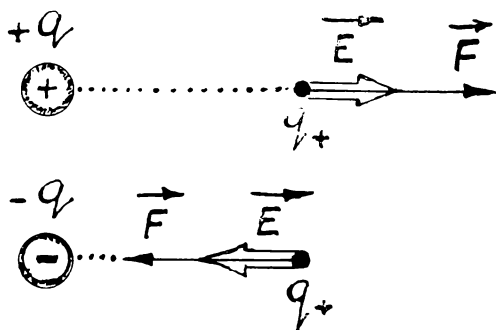


Рис. 3

на заряд q_+ , будет равна векторной сумме сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Но так как $\vec{F}_{\text{общ}} = \vec{E}q_+$, $\vec{F}_1 = \vec{E}_1q_+$, $\vec{F}_2 = \vec{E}_2q_+$, то $\vec{E}q_+ = \vec{E}_1q_+ + \vec{E}_2q_+$ или.

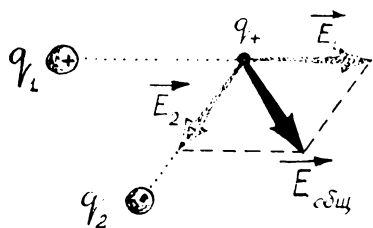
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (8.6)$$


Рис. 4

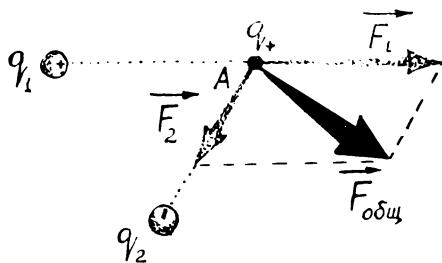


Рис. 5

Выражение (8.6) означает, что для электрических полей, как и для механических сил, справедлив принцип суперпозиции:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

т. е. напряженность электрического поля, созданного несколькими зарядами, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

8.6. Силовые линии электрического поля

Силовые линии — это наглядная форма представления электрического поля. Силовую линию проводят так, чтобы в любой ее точке вектор напряженности электрического поля \vec{E} был направлен по касательной к ней (рис. 6). Это означает, что силовые линии указывают направление электрического поля для любой точки пространства. В то же время густота силовых линий характеризует величину поля (чем линии гуще, тем поле больше).

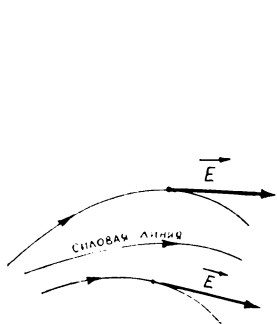


Рис. 6

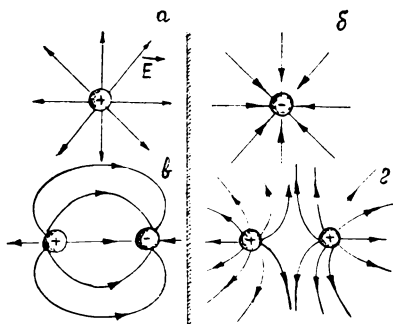


Рис. 7

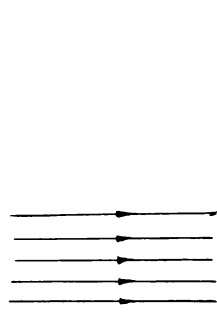


Рис. 8

На рис. 7 показаны электрические поля одиночного положительного заряда (а), одиночного отрицательного заряда (б), двух разноименных зарядов (в) и двух положительных зарядов (г). Из рисунка, в частности, видно, что силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных и не пересекаются друг с другом.

Электрическое поле, силовые линии которого искривлены, проходят с разной густотой в разных точках пространства (см. рис. 6, 7), называют *неоднородным*. Если же силовые линии прямые, идут с одинаковой густотой (рис. 8), то это поле *однородное*.

8.7. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса

Под потоком N_E вектора напряженности электрического поля через некоторую площадку S понимается число силовых линий, пересекающих эту площадку (рис. 9). Очевидно, что их количество зависит от густоты линий и от их ориентации относительно площадки.

Рассмотрим поток вектора \vec{E} через малую площадку dS , такую, что в ее пределах густота линий одинакова, линии параллельны (рис. 10). Введем вектор нормали \vec{n} , перпендикулярный площадке dS , длина которого равна 1 ($|\vec{n}|=1$). Тогда угол α между векторами \vec{n} и \vec{E} характеризует ориентацию площадки dS

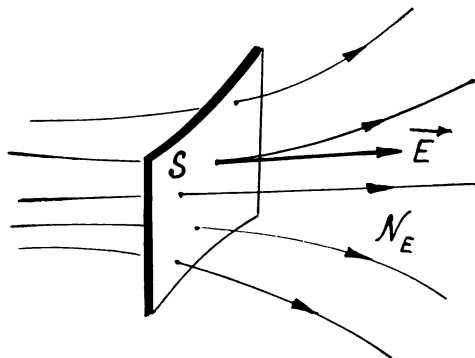


Рис. 9

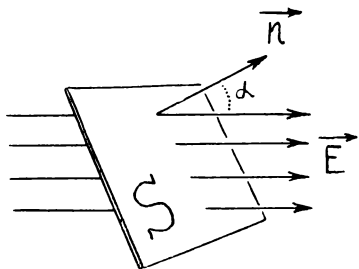


Рис. 10

относительно электрического поля. Поток вектора \vec{E} через элементарную площадку dS равен

$$dN_E = E dS \cos \alpha.$$

Для нахождения потока вектора \vec{E} через произвольную поверхность S нужно сложить все элементарные потоки dN_E через все элементарные площадки dS этой поверхности, т. е. взять соответствующий интеграл по всей поверхности S :

$$N_E = \int_S E \cos \alpha dS. \quad (8.7)$$

Для однородного электрического поля ($E = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$) из уравнения (8.7) легко получить $N_E = ES \cos \alpha$.

В качестве примера рассчитаем поток N_E через сферическую поверхность, в центре которой находится точечный заряд q (рис. 11). В данной задаче силовые линии расходятся от заряда q во все стороны. Выберем на сфере бесконечно малую площадку dS . Вектор нормали \vec{n} направим вне сферы. Очевидно, что в любой точке площадки dS вектор \vec{E} параллелен вектору \vec{n} , т. е. $\alpha = 0$, и что в силу сферической симметрии величина напряженности электрического поля $|\vec{E}|$ в каждой точке сферы одна и та же, так как все точки сферы находятся на одинаковом расстоянии R

от заряда q . Согласно соотношению (8.7), учитывая, что на поверхности сферы $E = \text{const}$, $\alpha = 0$, получим:

$$N_E = \int_S E \cos \alpha dS = E \cos \alpha \int_S dS = ES, \quad (8.8)$$

где N_E — поток вектора \vec{E} через сферу; S — площадь поверхности сферы.

Известно, что $S = 4\pi R^2$, а $E = q/(4\pi\epsilon_0\epsilon R^2)$. Подставив значения для S и E в формулу (8.8), получим:

$$N_E = \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot R^2} = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon}.$$

Гаусс решил подобную задачу для общего случая, когда произвольная по форме замкнутая поверхность скружает систему

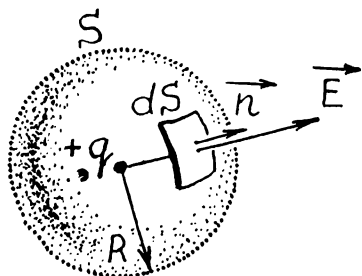


Рис. 11

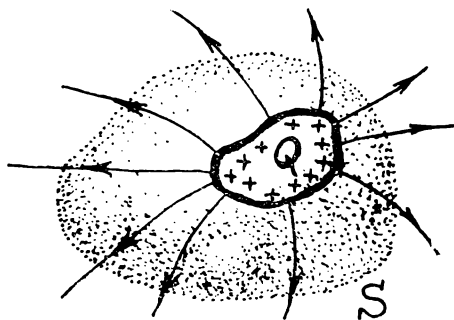


Рис. 12

зарядов, суммарный заряд которых равен Q (рис. 12). Оказалось, что независимо от формы заряда Q , формы замкнутой гауссовой поверхности, охватывающей заряд Q , полный поток N_E вектора \vec{E} через поверхность определяется как

$$N_E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_a}, \quad (8.9)$$

где Q — алгебраическая сумма зарядов; ϵ_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость, $\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon$.

Формула (8.9) называется *теоремой Гаусса*, которая формулируется так: *полный поток вектора напряженности через замкнутую поверхность произвольной формы численно равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, поделенной на абсолютную диэлектрическую проницаемость.*

8.8. Работа и энергия электрического поля

На заряды, вносимые в электрическое поле, действует с его стороны сила \vec{F} . Следовательно, электрическое поле, воздействуя на движущиеся в нем заряды, совершает над ними механическую работу A . Определим эту работу. Для этого предположим, что в поле, созданном положительным точечным зарядом q , перемещается другой точечный заряд q_+ (рис. 13). Рассмотрим работу,

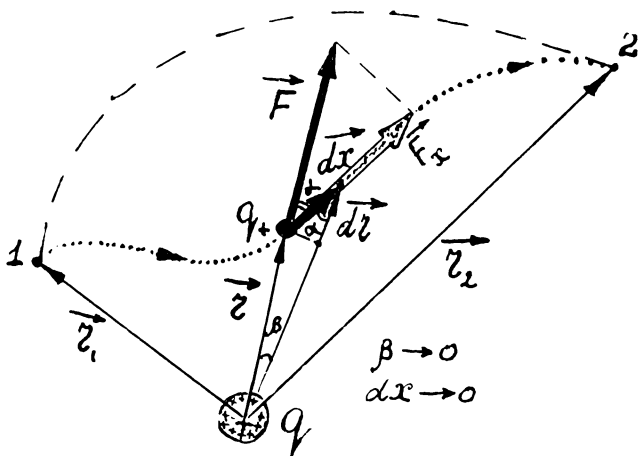


Рис. 13

совершаемую электрическим полем на элементарном участке dx траектории движения заряда q_+ . Согласно определению механической работы,

$$dA = F \cos \alpha dx = F dr = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} dr,$$

где $dr = dx \cos \alpha$.

Работа по перемещению заряда из точки 1 в точку 2 траектории определяется в результате интегрирования:

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot e} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r_1} - \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r_2}. \quad (8.10)$$

Из уравнения (8.10) следует, что работа электрического поля не зависит от траектории заряда q_+ . И если бы заряд q_+ совершал движение по пунктирной линии (см. рис. 13), то работа электрического поля в этом случае тоже определялась бы из соотношения (8.10).

Точно такими же свойствами обладает и гравитационное поле (см. ч. I). Мы назвали силу тяжести *консервативной силой*. Следовательно, сила электрического взаимодействия между зарядами есть консервативная сила, а электрическое поле потенциально. В механике было показано, что работа консервативных сил, действующих на тело, равна убыли его потенциальной энергии. Исходя из этих позиций, мы можем утверждать:

$$A_{1,2} = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r_1} - \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r_2} = W_1 - W_2, \quad (8.11)$$

где $W_1 = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r_1} + C$ есть потенциальная энергия электрического поля, образованного зарядом q на расстоянии r_1 от него при его взаимодействии с зарядом q_+ ; C — постоянная интегрирования, которая зависит от начала отсчета потенциальной энергии, определяемого выбором точки в пространстве, в которой потенциальная энергия заряда q_+ условно полагается равной нулю,

В общем виде потенциальную энергию электрического поля двух взаимодействующих зарядов, находящихся на расстоянии r друг от друга, можно записать как

$$W = \frac{qq_+}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon r} + C.$$

8.9. Потенциал электрического поля

Потенциальная энергия заряда q_+ в электрическом поле зависит от местонахождения и величины этого заряда. Следовательно, разные по величине заряды в одной и той же точке электрического поля будут обладать разными потенциальными энергиями. Однозначной характеристикой электрического поля будет величина, определяемая из соотношения $\varphi = W/q_+$. Эта величина называется *потенциалом электрического поля*.

Потенциал данной точки электрического поля — это скалярная физическая величина, характеризующая энергетическое состояние поля в рассматриваемой точке и численно равная потенциальной энергии единичного точечного положительного заряда, помещенного в данную точку. За единицу потенциала в СИ принимается один вольт (В). Это потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией в 1 Дж: $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл}$.

Согласно определению потенциала и соотношению (8.11), работа электрического поля по перемещению заряда из точки I в

точку 2 траектории движения заряда (см. рис. 13) определяется по формуле

$$\frac{A_{1,2}}{q_+} = \frac{W_1}{q_+} - \frac{W_2}{q_+} = \varphi_1 - \varphi_2, \\ A_{1,2} = q_+(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (8.12)$$

Работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда, равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек пути.

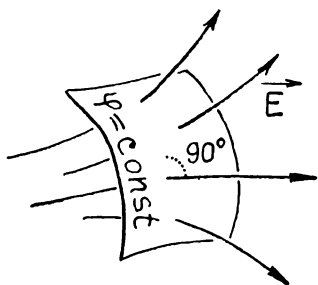


Рис. 14

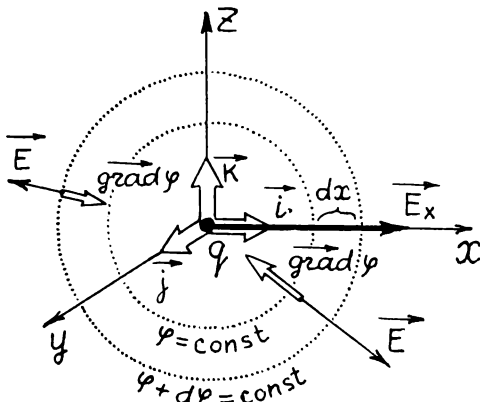


Рис. 15

Вновь обратимся к рис. 13. Переместим заряд q_+ из точки 1 в бесконечно удаленную точку, где напряженность и потенциальная энергия электрического поля равны нулю. Тогда работа при таком перемещении заряда согласно (8.12) определяется следующим образом: $A_{1,\infty} = q_+(\varphi_1 - 0) = q_+\varphi_1$. Потенциал электрического поля в точке 1 запишется в виде $\varphi_1 = A_{1,\infty}/q_+$.

Следовательно, потенциал данной точки электрического поля численно равен работе, которую нужно совершить при перемещении единичного положительного заряда по любому пути из данной точки в бесконечность.

Для графического изображения распределения потенциала в электрическом поле используют понятие *эквипотенциальных поверхностей*. Каждая такая поверхность представляет собой совокупность точек пространства, имеющих одно и то же значение потенциала, т. е. *по всей эквипотенциальной поверхности* $\varphi = \text{const}$. Особенностью любой эквипотенциальной поверхности является то, что *силовые линии электрического поля всегда пересекают под прямым углом эквипотенциальную поверхность* (рис. 14).

8.10. Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля

Силовые и энергетические характеристики электрического поля в его любой точке можно задавать соответственно напряженностью \vec{E} и потенциалом φ . Какова связь между этими величинами?

Рассмотрим электрическое поле, созданное точечным положительным зарядом (рис. 15). Определим работу электрического поля по перемещению заряда q_+ в направлении оси x с эквипотенциальной поверхности φ на эквипотенциальную поверхность $\varphi + d\varphi$:

$$\begin{aligned} dA &= q_+ E_x dx, \\ dA &= q_+ [\varphi - (\varphi + d\varphi)] = -q_+ d\varphi. \end{aligned}$$

Из этих равенств следует, что $q_+ E_x dx = -q_+ d\varphi$ и

$$E_x = - \frac{d\varphi}{dx}. \quad (8.13)$$

Так как напряженность и потенциал поля изменяются в направлении всех трех координатных осей, то в общем виде равенство (8.13) можно записать так:

$$\vec{E} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right), \quad (8.14)$$

где величина, стоящая в скобках, называется *градиентом потенциала* и обозначается $\overrightarrow{\text{grad}} \varphi$ или $\vec{\nabla} \varphi$. Следовательно, равенство (8.14) можно записать в виде

$$\vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad}} \varphi; \quad \vec{E} = - \vec{\nabla} \varphi.$$

Градиент потенциала — это вектор, указывающий направление наиболее быстрого возрастания потенциала в пространстве и численно равный изменению потенциала на единицу длины. Вектор градиента потенциала направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности в сторону, противоположную вектору напряженности электрического поля.

В связи с определением градиента потенциала напряженность электрического поля в СИ измеряется в вольтах на метр (В/м).

8.11. Проводники в электрическом поле

Проводниками называются тела, в которых электрические заряды способны перемещаться под действием сколь угодно слабого электрического поля. Электрическими зарядами в проводнике могут быть заряды, принесенные извне путем *электризации*, и *микроскопические заряды*, из которых состоят атомы и молекулы про-

водника (электроны, ионы). Проводниками являются все металлы, а также электролиты и ионизированные газы.

При помещении незаряженного проводника во внешнее электрическое поле напряженностью \vec{E}_0 свободные положительные микроскопические заряды будут перемещаться к поверхности проводника в направлении \vec{E}_0 , отрицательные — против \vec{E}_0 . В результате на одном конце проводника скопится избыточный положительный заряд, на другом — отрицательный (рис. 16), Заряды на

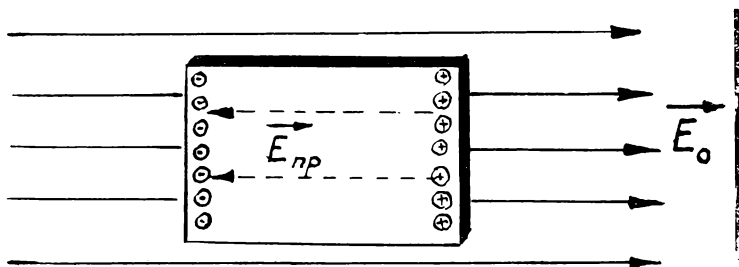


Рис. 16

противоположных концах проводника называются *индуцированными или наведенными*.

В проводнике возникнет собственное электрическое поле $\vec{E}_{пр}$, направленное от избыточных положительных зарядов к избыточным отрицательным, т. е. противоположное внешнему полю \vec{E}_0 . Причем заряды в проводнике будут разделяться внешним полем до тех пор, пока не окажется, что $|\vec{E}_{пр}| = |\vec{E}_0|$. Следовательно, поле внутри проводника отсутствует, так как

$$\vec{E}_{пр} = -\vec{E}_0, \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{пр} = 0.$$

Напряженность внешнего поля \vec{E}'_0 вблизи проводника будет значительно отличаться от напряженности \vec{E}_0 в случае отсутствия проводника, т. е. проводник искажает электрическое поле и делает его неоднородным (см. рис. 16).

Возникновение индуцированных (наведенных) зарядов на проводнике, помещенном в электрическое поле, используется для зарядки проводников при помощи так называемых *электростатических индукционных машин*. Отсутствие поля внутри проводника, помещенного в электрическое поле, широко применяется в технике для *электростатической защиты* от внешних электрических полей различных электрических приборов и проводов (экранировка).

8.12. Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектриками называются вещества, не способные проводить электрический ток. В идеальном диэлектрике нет свободных зарядов, способных под действием электрического поля перемещаться через весь диэлектрик. Атомы и молекулы диэлектрика содержат равное количество положительных и отрицательных микроскопических зарядов и в целом электрически нейтральны. Под действием электрического поля в молекулах диэлектрика про-

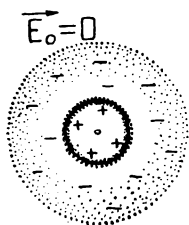


Рис. 17

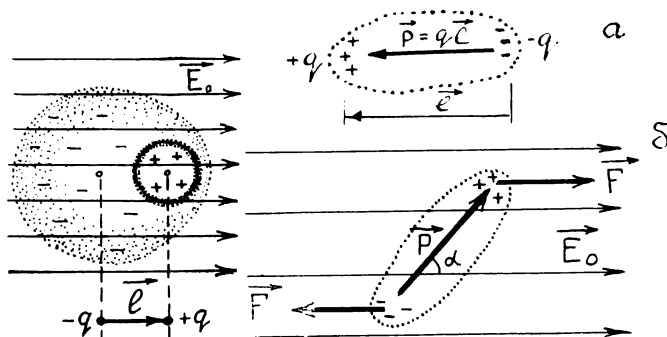


Рис. 18

исходит перераспределение зарядов, создающее *поляризацию* диэлектрика. Эффект поляризации заключается в том, что весь объем диэлектрика приобретает *электрический момент*.

В зависимости от строения вещества диэлектрика существуют три типа поляризации.

1. У таких диэлектриков, как парафин, бензол, водород, азот и др., во внешнем электрическом поле «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов молекул смещаются в противоположные стороны на некоторое расстояние l , малое по сравнению с размерами молекулы (рис. 17). Каждая молекула приобретает *дипольный электрический момент* $\vec{p} = q\vec{l}$, величина которого прямо пропорциональна напряженности внешнего поля \vec{E}_0 . При снятии внешнего поля молекулы возвращаются в первоначальное состояние и электрический момент диэлектрика исчезает.

2. У таких диэлектриков, как вода, нитробензол и др., «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов молекулы не совпадают даже при отсутствии внешнего электрического поля (рис. 18, а). Однако вследствие теплового движения дипольные электрические моменты ориентированы в пространстве хаотично и диэлектрик в целом электрическим моментом не обладает. При по-

мещении такого диэлектрика в однородное внешнее поле на каждый диполь молекулы будет действовать электрическая сила \vec{F} , поворачивающая его вдоль поля (рис. 18, б).

С другой стороны, хаотическое тепловое движение препятствует ориентации диполей и вновь располагает их под самыми различными углами α к направлению поля. В результате этих

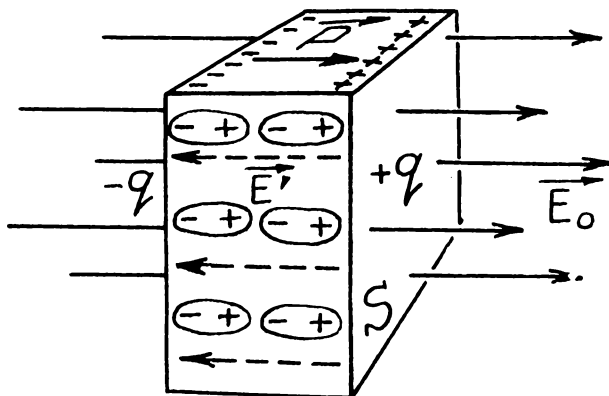


Рис. 19

противоположных воздействий среднее значение проекции дипольного момента молекулы на направление поля \bar{p}_E будет отличным от нуля, прямо пропорциональным напряженности поля \vec{E}_0 и обратно пропорциональным абсолютной температуре T .

3. В кристаллических диэлектриках, таких как хлористый натрий, хлористый калий и др., при внесении их в электрическое поле происходит смещение положительных и отрицательных ионов, что образует дипольный момент, направленный вдоль внешнего поля и пропорциональный \vec{E}_0 .

Все рассмотренные виды поляризации диэлектриков приводят к уменьшению напряженности поля в самом диэлектрике. Эффект поляризации диэлектрика можно учесть с помощью относительной диэлектрической проницаемости ϵ . Тогда напряженность поля в диэлектрике определяется из соотношения

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}, \quad (8.15)$$

где \vec{E}_0 — напряженность внешнего поля в вакууме.

Установим количественные закономерности поляризации. Для этого рассмотрим поляризацию диэлектрической пластинки в однородном электрическом поле напряженностью \vec{E}_0 (рис. 19). В ре-

зультате поляризации пластинка приобретает дипольный момент \vec{P}_V , являющийся суммой дипольных моментов \vec{p}_i всех молекул диэлектрика в данном объеме $V = Sd$:

$$\vec{P}_V = \sum_i \vec{p}_i,$$

где S — площадь грани пластинки, d — толщина пластинки.

Дипольный момент единицы объема называется *вектором поляризации*:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{Sd}.$$

Вектор поляризации всегда направлен вдоль внешнего электрического поля и пропорционален величине напряженности поля в диэлектрике:

$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}, \quad (8.16)$$

где κ — диэлектрическая восприимчивость вещества.

В результате возникновения объемной поляризации на гранях диэлектрика образуются поляризационные, или связанные, заряды q с некоторой поверхностной плотностью σ :

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (8.17)$$

Образование поляризационных зарядов приводит к возникновению в диэлектрике дополнительного электрического поля с напряженностью \vec{E}' . Суммарную напряженность электрического поля внутри диэлектрика находят по формуле

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}'. \quad (8.18)$$

Абсолютная величина напряженности \vec{E}' дополнительного поля в диэлектрике может быть рассчитана с помощью теоремы Гаусса:

$$E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (8.19)$$

С другой стороны, выполняется равенство $\sigma = |\vec{P}|$, так как исходя из определения полного дипольного момента пластины диэлектрика

$$\begin{aligned} P_V &= P \cdot Sd, \quad P_V = \sigma \cdot Sd = qd, \\ PSd &= \sigma Sd, \\ P &= \sigma. \end{aligned} \quad (8.20)$$

Учитывая соотношения (8.16), (8.19) и (8.20), запишем уравнение (8.18) в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} = \vec{E}_0 - \frac{\kappa \epsilon_0 \vec{E}}{\epsilon_0} = \vec{E}_0 - \kappa \cdot \vec{E}.$$

Тогда

$$E = \frac{E_0}{1 + \kappa}. \quad (8.21)$$

Сравнивая последнее соотношение с (8.15), получим:

$$\epsilon = 1 + \kappa. \quad (8.22)$$

Из (8.15) и (8.22) следует, что диэлектрическая восприимчивость есть безразмерная величина и всегда положительна.

8.13. Электрическая емкость уединенного проводника

Проводник, удаленный от других проводников, называется уединенным. Рассмотрим уединенный проводник в виде стального шара (рис. 20). Будем электризовать этот проводник, последовательно сообщая ему заряд. Сообщенный заряд q будет перераспределяться до тех пор, пока в любой точке внутри проводника напряженность электрического поля не станет равной нулю ($\vec{E} = 0$). Равенство (8.13) означает, что электрический потенциал всех точек внутри и на поверхности проводника одинаков.

Сообщенный проводнику избыточный заряд, вследствие взаимного отталкивания распределяется по поверхности проводника. Это распределение зависит от формы проводника и образует внутри проводника поле с нулевой напряженностью и всюду одинаковым потенциалом. Потенциал проводника в виде шара будет определяться так же, как потенциал электрического поля точечного заряда q , сосредоточенного в центре шара.

Таким образом, потенциал электрического поля внутри и на поверхности шара будет определяться по формуле:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}, \quad (8.23)$$

где R — радиус шара.

Как видно из формулы (8.23), потенциал проводника в виде шара пропорционален его заряду. Эта пропорциональность наблюдается и для проводников любой другой формы. Вводя соответствующий коэффициент пропорциональности, запишем

$$\Phi = \frac{1}{C} q, \quad (8.24)$$

где C — электрическая емкость проводника (электроемкость).

Определив из соотношения (8.24) емкость как

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (8.25)$$

дадим ей определение: *емкость проводника численно равна величине заряда, который нужно сообщить данному проводнику, чтобы повысить его потенциал на единицу.*

В СИ за единицу емкости принимают емкость такого проводника, при сообщении которому заряда в 1 Кл его

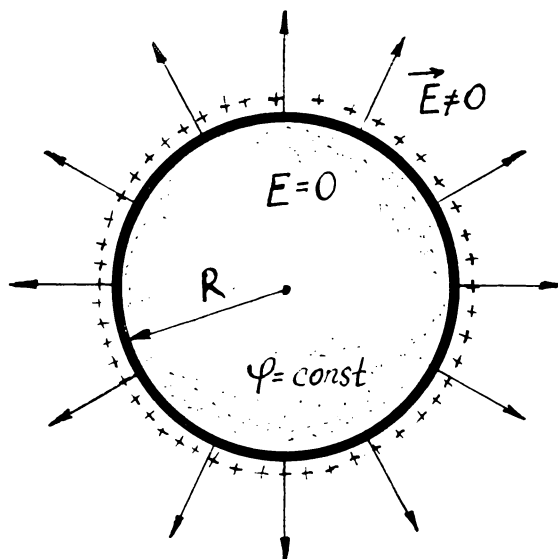


Рис. 20

потенциал изменяется на 1 В. Эта единица называется фарадой (Ф). Так как фарада представляет собой большую единицу измерения емкости, то в практике используются единицы, кратные фараде: 1 мкФ = 10^{-6} Ф — микрофарада; 1 пФ = 10^{-12} Ф — пикофарада.

Сравнивая соотношения (8.23) и (8.24), запишем емкость сферического проводника:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot R. \quad (8.26)$$

Из соотношения (8.26) следует, что емкость уединенного проводника зависит от его геометрических размеров, формы и диэлектрических свойств окружающей среды.

8.14. Конденсаторы электрической энергии

Могут ли быть накопителями заряда, а следовательно, и электрической энергии уединенные проводники? Расчет электроемкости Земли по формуле (8.26) показывает, что $C_{\text{Земли}} \approx 700$ мкФ. Электроемкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, радиус которого в 1 500 раз больше радиуса Земли. В практике необходимы накопители энергии малых размеров с электроемкостью по-

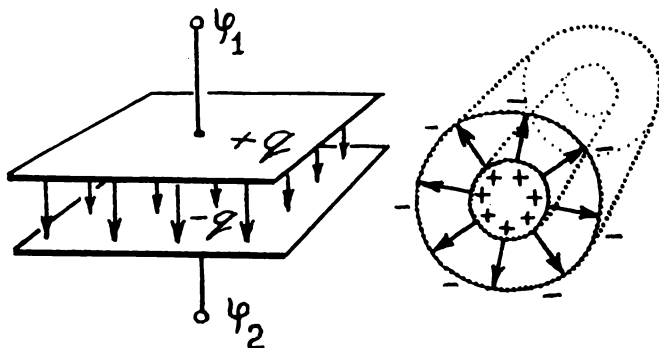


Рис. 21

рядка микрофард и фард. Поэтому уединенные проводники не могут быть использованы для этих целей.

В качестве накопителей энергии используют *конденсаторы* — устройства с большой электроемкостью. Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных прослойкой диэлектрика (рис. 21). Приближая вторую обкладку к первой и помещая между ними вещество с высокой диэлектрической проницаемостью ϵ , можно создать конденсаторы большой электроемкости и накапливать на их обкладках большие заряды при незначительной разности потенциалов и малых объемах системы. Практически очень важно, что электрическое поле конденсатора сосредоточивается почти целиком в узком зазоре между его обкладками, так что его электроемкость не зависит от наличия других проводников и диэлектриков вблизи конденсатора.

Если приложить к конденсатору некоторую разность потенциалов, его обкладки зарядятся равными по величине зарядами q противоположных знаков. Под электроемкостью конденсатора C_K понимается отношение заряда одной из его обкладок q к разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ между обкладками:

$$C_K = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (8.27)$$

Для плоского конденсатора (см. рис. 21, а) поле между пластинами практически однородно, а его напряженность $E = q/S\varepsilon_0 \cdot \varepsilon$, где S — площадь одной из пластин конденсатора.

С другой стороны, согласно соотношению (8.13),

$$E = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}.$$

Сравнивая два последних соотношения, получим:

$$\frac{q}{S\varepsilon_0 \cdot \varepsilon} = \frac{U}{d}, \quad U = \frac{qd}{S\varepsilon_0 \cdot \varepsilon}.$$

Подставляя значение U в формулу (8.27), получим значение для емкости плоского конденсатора:

$$C_{\text{к}} = \frac{q}{U} = \frac{S\varepsilon_0 \cdot \varepsilon}{d}.$$

Емкость плоского конденсатора зависит от его геометрических размеров (S), от взаимного расположения обкладок конденсатора (d) и диэлектрической проницаемости диэлектрика ε . Увеличивать емкость плоского конденсатора можно, уменьшая расстояние между пластинами, но, однако, это ведет к возрастанию напряженности электрического поля $E = U/d$ в диэлектрической прослойке. В очень сильных полях (порядка 10^7 В/м) возникает пробой диэлектрика и конденсатор разрушается. Для

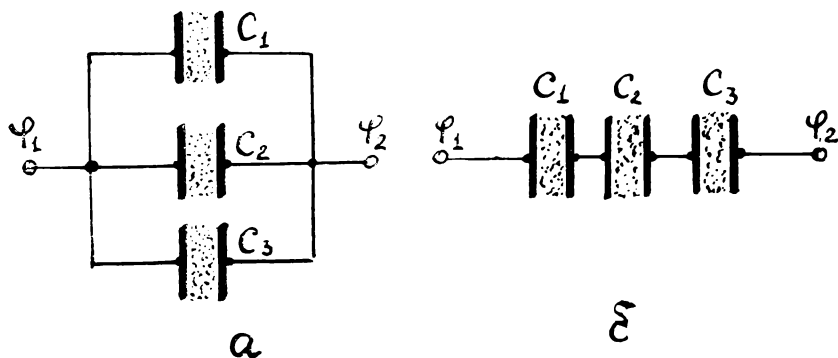


Рис. 22

предотвращения пробоя расстояние между пластинами при выбранном диэлектрике не следует делать меньше некоторого минимального значения $d_{\min} = U/E_{\text{пробой}}$, а при постоянном расстоянии между пластинами к конденсатору нельзя прикладывать разность потенциалов, превышающую некоторое максимальное значение $U_{\max} = d \cdot E_{\text{пробой}}$.

Для накопления энергии используют параллельное соединение конденсаторов в батареи (рис. 22, а), при котором емкость

батареи равна сумме электроемкостей включенных в нее конденсаторов: $C_6 = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$.

Для предотвращения пробоя конденсаторы соединяют последовательно (рис. 22, б), при этом суммарная электроемкость определяется из соотношения

$$\frac{1}{C_6} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

и всегда будет меньше электроемкости каждого из конденсаторов.

8.15. Энергия электрического поля заряженного проводника и конденсатора

При сообщении проводнику некоторой малой порции заряда dq потенциальная энергия электрического поля вокруг него возрастет на величину, равную работе dA , совершенной внешними силами при перемещении заряда dq из бесконечности на поверхность проводника:

$$dW = dA = dq\varphi = \frac{1}{C} q' dq,$$

где C — электроемкость проводника; φ , q' — соответственно потенциал электрического поля и заряд на поверхности проводника до переноса заряда dq .

Тогда энергия W проводника, заряд которого достиг некоторой величины q , может быть найдена интегрированием выражения $q'dq/C$:

$$W = \int_0^q \frac{1}{C} q' dq = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2}.$$

Для плоского конденсатора энергию электрического поля, сосредоточенную между обкладками, находим по формуле

$$W_K = \frac{q^2}{2C_K} = \frac{q^2 U}{2 \cdot q} = \frac{1}{2} qU = \frac{1qU \cdot U}{2U} = \frac{1}{2} C_K U^2.$$

Подставляя в последнее выражение значение для C_K и $U = Ed$, получим:

$$W_K = \frac{1}{2} C_K U^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon E^2 V,$$

где V — объем конденсатора.

Отсюда объемную плотность энергии электрического поля плоского конденсатора можно найти по формуле

$$\omega_K = \frac{W_K}{V} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{2} E^2.$$

8.16. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 137.)

Электроны в атоме испытывают электростатическую и гравитационную силу взаимодействия. Чему равно отношение электростатической и гравитационной силы взаимодействия двух электронов?

Ответ. $4 \cdot 10^{-40}$ (6). $4 \cdot 10^{42}$ (7). $1 \cdot 10^0$ (9).

Чему равна сила притяжения между ядром атома водорода и электроном, если расстояние между ними $5 \cdot 10^{-9}$ см?

Ответ. $9 \cdot 10^{-12}$ Н (31). $9 \cdot 10^{10}$ Н (32). $9 \cdot 10^{-8}$ Н (33).

В вершинах правильного шестиугольника расположены положительные заряды величиной в $1,5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Сторона шестиугольника 3 см. Чему равна напряженность электрического поля в центре шестиугольника?

Ответ. Нулю (10). $6 \cdot 10^4$ В/м (11). $3 \cdot 10^4$ В/м (18).

Металлической сфере сообщен положительный заряд. Что произойдет при этом с массой сферы?

Ответ. Увеличится (2). Уменьшится (3). Останется прежней (4).

Заряд — $1 \cdot 10^{-6}$ Кл находится в центре полой металлической сферы, внешняя поверхность которой несет положительный заряд $1,5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Чему равен полный поток вектора напряженности электрического поля?

Ответ. $1,1 \cdot 10^5$ Н·м²/Кл (11). $5,6 \cdot 10^4$ Н·м²/Кл (40). $1,7 \cdot 10^5$ Н·м²/Кл (2).

Пуля массой 9 г имеет положительный заряд 10^{-9} Кл и движется со скоростью 600 м/с по направлению к мишени, имеющей положительный заряд 10^{-9} Кл. Будет ли попадание в мишень?

Ответ. Будет, если расстояние между стрелком и мишенью не больше 20 м (4). Попадание пули в мишень невозможно, так как пуля может приближаться к ней, но никогда не коснется ее (3). Будет, если пуля и мишень имеют отрицательные заряды (33).

Шарик массой 1 г и зарядом 10^{-8} Кл перемещается из точки, потенциал которой равен 600 В, в точку, потенциал которой равен нулю. Конечная скорость шарика зафиксирована и равна 20 см/с. Как изменялась скорость шарика при перемещении?

Ответ. Увеличивалась (32), Уменьшалась (34). Не изменялась (35).

В высоковольтные трансформаторы медицинских рентгеновских установок заливают специальное масло. С какой целью это делают?

Ответ. Для предохранения деталей от коррозии, ржавчины (1). Для увеличения электрического поля в трансформаторе с целью улучшения его работы (5). Для ослабления электрического поля с целью предотвращения электропробоя (8).

Электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической по отношению к ней цилиндрической оболочки, между которыми находится изоляция. Чему равна емкость единицы длины кабеля, если радиус жилы — 0,5 мм, оболочки — 8 мм и диэлектрическая проницаемость изоляции — 3,2?

Ответ. 64 пФ (37). 64 мкФ (47). 128 пФ (17).

ГЛАВА 9. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

9.1. Электрический ток

Электрическим током называется всякое направленное движение заряженных частиц. Электрический ток может быть *конвекционным*, когда заряженное тело перемещается в пространстве, *током проводимости*, когда заряженные частицы движутся внутри проводника, и *током в вакууме*, когда заряженные частицы движутся в вакууме.

Рассмотрим законы тока проводимости как наиболее часто встречающегося в технике. Для количественного описания электрического тока в проводнике вводят величину, называемую *силой тока* или просто током:

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq — количество заряда, прошедшее через выбранное сечение проводника за промежуток времени dt .

Ток — это физическая величина, характеризующая интенсивность направленного движения заряженных частиц и численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника в единицу времени. Если величина I постоянна во времени, то ток будет называться *постоянным*:

$$I = \frac{dq}{dt} = \text{const.}$$

Если же со временем соотношение dq/dt изменяется, то такой ток называется *переменным* и обозначается через $I(t)$.

При прохождении тока в проводнике перемещаются в противоположных направлениях заряды обоих знаков. В связи с этим понятие о направлении электрического тока является до некоторой степени условным. Исторически сложилось так, что за направление электрического тока условились считать *направление движения положительных зарядов*, или направление, обратное движению отрицательных зарядов. Величина тока в СИ измеряется в амперах (А).

9.2. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление и электропроводность проводника

Рассмотрим участок цепи, содержащий цилиндрический проводник длиной l (рис. 23). Для того чтобы в этом проводнике

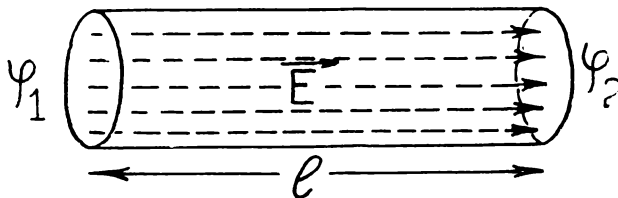


Рис. 23

существовал постоянный ток I , необходимо внутри проводника создать постоянное электрическое поле с напряженностью \vec{E} . Согласно соотношению (8.13), напряженность электрического поля в проводнике существует тогда, когда в нем имеется градиент потенциала:

$$E = -\frac{d\varphi}{dl} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}, \quad (9.1)$$

где φ_1 и φ_2 — электрические потенциалы на концах проводника; $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — падение потенциала на выделенном нами участке электрической цепи, называемое *напряжением*, приложенным к проводнику. При наличии напряжения U в проводнике возникает ток

$$I = \frac{1}{R} U = GU, \quad (9.2)$$

где R — электрическое сопротивление проводника; G — проводимость проводника.

В СИ единицей измерения сопротивления является ом (Ом). Согласно соотношению (9.2), 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В идет ток в 1 А. Сопро-

тивление R зависит от материала, из которого сделан проводник, его геометрических размеров и формы. Для цилиндрических проводников справедливо соотношение:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (9.3)$$

где ρ — удельное сопротивление материала проводника; l , S — соответственно длина и площадь сечения проводника.

Подставляя выражение (9.3) в (9.2), получим:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot S}{\rho l}.$$

Введем понятие *плотности тока* j как отношения I/S и, учитывая соотношение (9.1), запишем

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l} = \frac{1}{\rho} E, \quad (9.4)$$

где $1/\rho = \gamma$ — удельная проводимость, или электропроводность, проводника.

В общем виде, учитывая векторный характер напряженности электрического поля \vec{E} , соотношение (9.4) запишем:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Последнее соотношение носит название *закона Ома в дифференциальной форме*. Определим, от каких параметров зависит электропроводность проводника. Для этого рассмотрим классическую теорию электропроводности металлов Друде — Лоренца, в которой предполагается, что свободные электроны в проводнике образуют идеальный электронный газ и что электроны при *тепловом движении* сталкиваются с ионами, находящимися в узлах кристаллической решетки. В рамках классической теории электрическое сопротивление движению свободных электронов возникает в результате их механического столкновения с ионами кристаллической решетки.

В промежутке между столкновениями электрон движется под действием электрического поля с ускорением

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m},$$

где e , m — соответственно заряд и масса электрона.

Перед столкновением электрон под действием поля приобретает максимальную скорость

$$u_{\max} = a\tau,$$

где $\tau = \bar{\lambda}/(\bar{u} + v)$ — среднее время свободного пробега; $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега ($\bar{\lambda} \approx 10^{-9}$ м); $\bar{u} = u_{\max}/2$ — средняя ско-

рость поступательного движения электрона под действием поля (предполагается, что в момент столкновения электрон полностью теряет скорость поступательного движения); $v = \sqrt{3kT/m}$ — скорость теплового движения электронов при температуре проводника T (при комнатной температуре $v \approx 10^5$ м/с).

Расчеты показывают, что при допустимых плотностях тока в проводниках $v \gg \bar{u}$ и, следовательно, $\tau = \bar{\lambda}/v$, а

$$\bar{u} = \frac{a \cdot \tau}{2} = \frac{a \cdot \bar{\lambda}}{2v} = \frac{e \cdot E \cdot \bar{\lambda}}{2mv} = b \cdot E, \quad (9.5)$$

где $b = e\bar{\lambda}/(2mv)$ — подвижность электрона, зависящая от структуры и температуры проводника.

Учитывая, что $j = I/S$, $I = dq/dt$, получим;

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{dt \cdot S} = \frac{\bar{u} e S n dt}{S \cdot dt} = \bar{u} \cdot ne, \quad (9.6)$$

где n — концентрация свободных электронов ($n = 10^{28} \div 10^{29}$ м⁻³), $\bar{u} dt S \cdot n$ — число электронов, проходящих через сечение проводника S за время dt .

Сравнивая соотношения (9.5) и (9.6), запишем выражение для плотности тока:

$$j = b E n e = \frac{e^2 \bar{\lambda} n}{2mv} E = \gamma E,$$

где $\gamma = e^2 \bar{\lambda} n / 2mv$ — электропроводность проводника.

Тогда сопротивление проводника R можно записать в виде

$$R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S} = \frac{2mv}{e^2 \bar{\lambda} n} \cdot \frac{l}{S}.$$

Так как $v = \sqrt{3kT/m}$, то, следовательно, сопротивление возрастает с повышением температуры пропорционально \sqrt{T} . Опыт показывает, что в первом приближении сопротивление металлических проводников возрастает с температурой линейно:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

где t — температура, °C; α — температурный коэффициент сопротивления; R_0 — сопротивление при 0°C.

Различие между теоретической и экспериментальной зависимостью сопротивления проводника от температуры свидетельствует о том, что классическая теория не учитывает некоторых специфических свойств движения свободных электронов в провод-

нике. Созданная в 20-х гг. текущего столетия *квантовая механика* позволила представить реальную картину движения электронов в металлах, что привело к хорошему совпадению экспериментальных результатов с теоретическими.

9.3. Закон Ома для замкнутой цепи

На основании выводов, изложенных в п. 9.2, мы можем сформулировать следующие условия существования постоянного тока в проводнике:

1) наличие электрического поля в проводнике (т. е. разности потенциалов на его концах);

2) существование свободных зарядов, способных быть в проводнике носителями тока.

Какова природа сил, обеспечивающих постоянство разности потенциалов на концах проводника? Эти силы не могут быть электростатического (кулоновского) происхождения, поскольку они приводят к перераспределению зарядов в проводнике и в итоге к нейтрализации электрического поля в нем (они могут вызвать только кратковременный импульс тока в течение времени перераспределения зарядов). По своей природе постоянный ток в проводнике тоже есть перераспределение зарядов, приводящее к нейтрализации первоначально созданной на его концах разности потенциалов.

Следовательно, для поддержания постоянной разности потенциалов на концах проводника необходимо иметь силы, разделяющие положительные и отрицательные заряды (*сторонние силы*). Природа сторонних сил может быть различна. В электрофорной машине и генераторе на электростанции создание и поддержание необходимой разности потенциалов на концах проводника происходит за счет механической работы; в гальваническом элементе — за счет энергии химической реакции,

Устройства, в которых действуют сторонние силы, называются *источниками тока* или *источниками напряжения*.

Сторонние силы действуют на заряды только в источнике тока. В замкнутой цепи, имеющей источник тока, помимо сторонних сил действуют и электростатические силы. Электростатические силы действуют и в источнике тока, и во внешней цепи. Таким образом, в источнике тока на заряженные частицы одновременно действуют сторонние и электростатические силы.

На рис. 24 схематично изображена замкнутая электрическая цепь с источником тока (R — сопротивление нагрузки (резистор), подключенной к источнику тока; r — сопротивление внутренних деталей источника тока, или внутреннее сопротивление; $\varphi_1 - \varphi_2$ —

разность потенциалов на выходных электродах источника тока, приложенная к сопротивлению нагрузки R).

Суть работы источника тока состоит в том, чтобы за счет внутренних сил (не кулоновского типа) разделять положительные и отрицательные заряды внутри источника тока, скапливая их у выходных электродов, и поддерживать таким образом неизменной разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на выходных электродах.

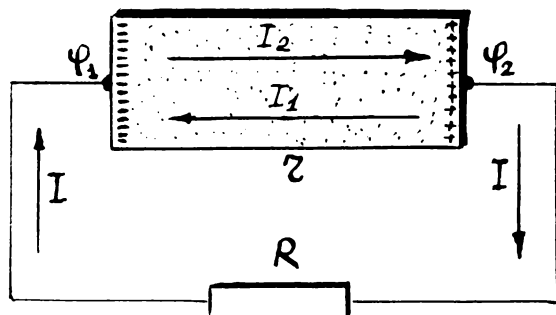


Рис. 24

Так как к резистору R приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, то, согласно закону Ома, через него будет идти ток

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \quad (9.7)$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — это падение напряжения на резисторе R . Аналогично можно считать, что и по внутренним деталям источника тоже идет ток I_1 (через сопротивление r):

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} = \frac{U}{r}.$$

Токи I_1 и I приводят к разряду источника тока, уменьшению количества избыточных положительных и отрицательных зарядов на его электродах. Однако сторонние силы (связанные, например, с химическими реакциями в батарейках для приемников и т. д.) непрерывно восстанавливают количество этих зарядов на выходных электродах, т. е. непрерывно переносят положительные заряды в источнике слева направо или, что то же самое, отрицательные заряды — справа налево (см. рис. 24). Таким образом, в источнике тока идет еще один ток I_2 , противоположный I_1 .

Так как мы рассматриваем стационарный процесс, когда $I = \text{const}$, то избыточные заряды на электродах источника тока не растут и не уменьшаются. Следовательно, ток I_2 , приводящий к

зарядке источника тока, равен сумме токов $I + I_1$, приводящих к его разряду (динамическое равновесие): $I_2 = I + I_1$ или

$$I = -I_1 + I_2. \quad (9.8)$$

Сторонним силам источника тока, вызывающим ток I_2 , ставят в соответствие некую разность потенциалов E , вырабатываемую данным источником и называемую электродвижущей силой (ЭДС) источника тока (термин ЭДС неточен, так как это, конечно, не сила, поскольку измеряется не в ньютонах, а в вольтах). Считается, что ток I_2 возникает под действием этой ЭДС, а так как он идет по тем же внутренним деталям, что и ток I_1 , то связь I_2 и E имеет следующий вид:

$$I_2 = \frac{E}{r}. \quad (9.9)$$

Тогда, используя уравнения (9.7) и (9.9), можно представить уравнение (9.8) в виде;

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{E}{r}.$$

Сделаем ряд алгебраических преобразований:

$$\varphi_1 r - \varphi_2 r = -\varphi_1 \cdot R + \varphi_2 \cdot R + E \cdot R,$$

$$\varphi_1 r - \varphi_2 r + \varphi_1 \cdot R - \varphi_2 \cdot R = E \cdot R,$$

$$\varphi_1 (r + R) - \varphi_2 (r + R) = E \cdot R,$$

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{E}{r + R}. \quad (9.10)$$

Так как левая часть уравнения (9.10) — это ток I , то

$$I = \frac{E}{r + R}. \quad (9.11)$$

Выражение (9.11) носит название закона Ома для замкнутой цепи; E и r — это внутренние характеристики источника тока.

Перепишем уравнение (9.11) в иной форме: $I r + I R = E$ или

$$U_{\text{внутр}} + U = E, \quad (9.12)$$

где $U_{\text{внутр}} = I r$ — падение напряжения на внутренних деталях источника тока; $U = I R$ — падение напряжения на внешнем нагрузочном резисторе R .

Из уравнения (9.12) следует, что всегда $E > U$, т. е. не надо путать ЭДС источника тока и то реальное напряжение U , которое этот источник способен создать на нагрузке R . Здесь все зависит от соотношения r и R . Если $r \ll R$, то

$$I = \frac{E}{r + R} \cong \frac{E}{R},$$

т. е. $I \cdot R = U \cong E$. Если же r соизмеримо с R (т. е. $r \sim R$), то $U < E$ (именно поэтому говорят, что источник тока «подсажива-

ется» при подключении к нему мощного потребителя тока, обладающего малым сопротивлением R , так как $U = E - U_{\text{внутр}} = E - Ir$, т. е., чем больше ток I , тем меньше напряжение U на электродах источника тока).

Из рис. 24 следует, что в целом в цепи идет ток I , проходящий последовательно через резистор R и внутреннее сопротивление

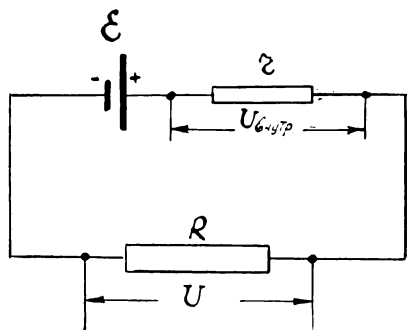


Рис. 25

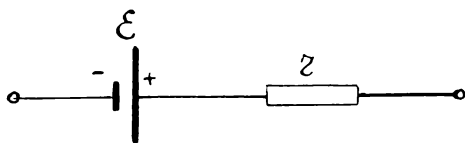


Рис. 26

источника тока r , т. е. полное сопротивление данной цепи $R_{\text{полн}} = R + r$, тогда

$$I = \frac{E}{R_{\text{полн}}}, \quad E = I \cdot R_{\text{полн}}.$$

Условно электрическую цепь (см. рис. 24) принято изображать в следующем виде (рис. 25): сопротивление r выносят из источника тока E , включая его последовательно с резистором R . На рис. 26 изображена эквивалентная схема любого источника тока.

Из уравнения (9.11) и схемы (см. рис. 26) следует, что возможности создания большого тока I у любого источника тока ограничены из-за существования сопротивления r . Максимальный ток I_{max} можно получить, если положить $R = 0$, т. е. устроить короткое замыкание: $I_{\text{max}} = E/r$. Обычно r невелико, составляет десятые или сотые доли ома. Отсюда легко оценить ток I_{max} . Если, например, у батареи $U = 1,5$ В, $r = 0,1$ Ом, то $I_{\text{max}} = E/r = 1,5/0,1 = 15$ А. Конечно, долго такой ток никакая батарея не выдержит и испортится (т. е. разрядится), но в первый момент короткого замыкания ток пойдет именно такой.

9.4. Работа и мощность постоянного тока

При прохождении тока I через электрическую цепь в течение некоторого времени t в проводнике, согласно закону Джоуля — Ленца, выделяется количество теплоты $Q = I^2 R t$. Количество

теплоты есть мера изменения внутренней энергии тела. Учитывая, что мерой изменения энергии является работа, мы можем для работы электрического тока в замкнутой электрической цепи записать соотношение $A = Q = I^2 R_{\text{полн}} \cdot t$. Так как $R_{\text{полн}} = R + r$, то

$$A = I^2 r t + I^2 R t = A_r + A_R,$$

где A_r — работа, затраченная на прохождение тока I по деталям источника тока; A_R — работа по прохождению тока I через резистор R . Так как A_r и A_R в итоге целиком уходят на выделение тепла, то можно записать

$$Q = Q_r + Q_R.$$

Работающий на внешнюю нагрузку R источник тока тоже нагревается (это паразитные потери энергии, которые всегда стремятся уменьшить; отсюда и давняя мечта электротехников о создании сверхпроводящих генераторов тока, у которых $r \rightarrow 0$).

Работа A_R считается полезной, A_r — бесполезной, так как с ней связана бесполезная потеря энергии Q_r в самом источнике тока.

Для характеристики источника тока вводится понятие мощности.

Мощность — работа, отнесенная ко времени ее выполнения: $P = dA/dt$. Если работа сторонними силами выполнялась равномерно, т. е. $I = \text{const}$, то

$$P = \frac{A}{t},$$

где t — время совершения работы. Отсюда имеем:

$$P_{\text{полезн}} = \frac{A_R}{t} = \frac{I^2 R t}{t} = I^2 R = IU = \frac{U^2}{R},$$

$$P_{\text{потерь}} = \frac{A_r}{t} = \frac{I^2 r \cdot t}{t} = I^2 r,$$

$$P_{\text{полн}} = \frac{A}{t} = I^2 (R + r) = IE.$$

Мощность источника тока измеряется в ваттах ($1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$).

Наконец, коэффициент полезного действия η того или иного источника тока определяется по формуле

$$\eta = \frac{A_R}{A} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

Очевидно, что всегда $\eta \leq 1$, так как $r \geq 0$.

9.5. Контрольное задание

(Сумма условных чисел равна 141.)

Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = 4 + 2t$. Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с?

Ответ. 48 Кл (1). 4,8 Кл (20). 480 Кл (24).

При какой силе постоянного тока через поперечное сечение проводника за это время проходит такое же количество электричества?

Ответ. 12 А (21), 12 мА (15). 1,2 мА (9).

Имеется 75 м нихромовой проволоки диаметром 1 мм и электросеть с напряжением 220 В. Возможно ли сделать электрокамин мощностью 500 Вт?

Ответ. Можно (13). Невозможно, так как не хватает длины проволоки (20). Невозможно, так как сечение проволоки мало и она сгорит при включении (24).

Какое количество тепла за час будет выделять электрокамин, сделанный из имеющегося материала?

Ответ. 30 кДж (10). 7 ккал (10). 500 Дж (20),

На розетке обозначен предельный ток 6 А. Можно ли через систему тройников одновременно включить утюг ($P = 200$ Вт), телевизор ($P = 300$ Вт), торшер ($P = 180$ Вт), электрокамин ($P = 500$ Вт)?

Ответ. Можно (12). Можно только утюг, телевизор, камин (16). Можно только камин и торшер (25).

Включенный вентилятор начинает быстро и сильно нагреваться, если происходит заклинивание его механизма вращения. Какие явления обуславливают резкое нагревание?

Ответ. Прекращается обдув воздухом корпуса вентилятора (26). Резко увеличивается сопротивление обмотки вентилятора (10). Прекращается превращение электроэнергии в энергию механического движения (13).

Ток короткого замыкания источника с ЭДС 3 В равен 10 А. Чему равна мощность, выделяемая на нагрузке сопротивлением 0,5 Ом?

Ответ. 12,5 Вт (27). 7 Вт (24). 3 Вт (28).

Две батарейки с ЭДС 1,5 В и 4,5 В соединили параллельно. Внутреннее сопротивление первой из них 0,1 Ом, второй — 0,3 Ом. Какой ток пойдет в цепи?

Ответ. 1,5 А (3). 0,2 А (14). 7,5 А (5).

В телевизоре сгорел резистор сопротивлением 1,5 кОм. В магазине оказались резисторы по 3 кОм, 1 кОм и 7,5 кОм. Какие резисторы нужно купить?

Ответ. Резисторы по 3 кОм (5). Резисторы по 3 кОм и 1 кОм (4). Все резисторы по два экземпляра (7).

Как соединить резисторы, чтобы получить сопротивление 1,5 кОм?

Ответ. Параллельно соединить два резистора по 3 кОм (30). Последовательно соединить резисторы по 3 кОм и 1 кОм и к ним параллельно — резистор по 7,5 кОм (8). Параллельно соединить по одному все три типа резисторов (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. Джанколи Д. Физика: В 2 т.— М.: Мир, 1989.— Т. 1, 2.
2. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики: В 3 т.— М.: Наука, 1972.— Т. 1, 2.
3. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности.— М.: Высш. шк., 1986.— 320 с.
4. Матвеев А. Н. Молекулярная физика.— М.: Высш. шк., 1987.— 360 с.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм.— М.: Высш. шк., 1983.— 463 с.
6. Орир Дж. Физика: В 2 т.— М.: Мир, 1981.— Т. 1, 2.
7. Суорц К. Э. Необыкновенная физика обыкновенных явлений: В 2 т.— М.: Наука, 1986.— Т. 1, 2.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Часть I. Физические основы механики	
Глава 1. Кинематика материальной точки	5
1.1. Материальная точка. Тело отсчета. Система отсчета. Положение материальной точки в системе отсчета	7
1.2. Линейные кинематические характеристики движения материальной точки	8
1.3. Основная задача кинематики	14
1.4. Контрольное задание	15
Глава 2. Динамика материальной точки	16
2.1. Физические характеристики взаимодействующих тел	17
2.2. Свободное тело. Инерциальная система отсчета. Первый закон Ньютона	18
2.3. Второй закон Ньютона	19
2.4. Третий закон Ньютона	21
2.5. Замкнутая система. Закон сохранения импульса	21
2.6. Контрольное задание	23
Глава 3. Силы, рассматриваемые в механике	24
3.1. Фундаментальные силы в природе	24
3.2. Неинерциальные системы отсчета. Механические силы	25
3.3. Контрольное задание	33
Глава 4. Энергия и работа	34
4.1. Понятие энергии. Параметры состояния	34
4.2. Работа. Мощность	35
4.3. Работа и кинетическая энергия	37
4.4. Работа и потенциальная энергия	39
4.5. Связь потенциальной энергии с силой	43
4.6. Закон сохранения механической энергии	46
4.7. Применение законов сохранения к упругому и неупругому соударению двух тел	47
4.8. Контрольное задание	50
Глава 5. Механика вращательного движения абсолютно твердого тела	52
5.1. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела	52
5.2. Связь между угловыми и линейными кинематическими характеристиками	54
5.3. Центр инерции абсолютно твердого тела	55

5.4. Динамика вращательного движения. Момент инерции. Момент силы	56
5.5. Основной закон динамики вращательного движения	59
5.6. Закон сохранения момента импульса	60
5.7. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси	62
5.8. Работа при вращательном движении	62
5.9. Контрольное задание	64

Часть II. Основы молекулярной физики и термодинамики

Глава 6. Молекулярно-кинетическое представление о веществе	65
6.1. Размеры, форма, масса молекул	65
6.2. Движение и столкновение молекул газа	66
6.3. Макроскопическая система. Параметры состояния. Идеальный газ	68
6.4. Распределение молекул идеального газа по скоростям и энергиям (распределение Максвелла)	69
6.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Уравнение Клаузиуса	70
6.6. Уравнение состояния идеального газа	72
6.7. Степени свободы. Распределение энергии хаотического движения по степеням свободы молекул	74
6.8. Явления переноса	76
6.9. Контрольное задание	77
Глава 7. Основы термодинамики	79
7.1. Термодинамическая система. Внутренняя энергия идеального газа	79
7.2. Работа и теплопередача	80
7.3. Первое начало термодинамики	83
7.4. Термодинамические процессы	84
7.5. Теплоемкость	88
7.6. Обратимые и необратимые процессы	91
7.7. Энтропия. Термодинамическая вероятность	92
7.8. Изменение энтропии в изопроцессах	96
7.9. Цикл Карно	98
7.10. Второе начало термодинамики	102
7.11. Контрольное задание	106

Часть III. Электростатика. Постоянный ток

Глава 8. Электростатика	109
8.1. Элементарный электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда	109
8.2. Закон Кулона	109
8.3. Напряженность электрического поля	111
8.4. Электрическое поле точечного заряда	112
8.5. Принцип суперпозиции для электрического поля	112
8.6. Силовые линии электрического поля	114
8.7. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса	114
8.8. Работа и энергия электрического поля	117
8.9. Потенциал электрического поля	118
8.10. Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля	120
8.11. Проводники в электрическом поле	120
8.12. Диэлектрики в электрическом поле	122
8.13. Электрическая емкость уединенного проводника	125

8.14. Конденсаторы электрической энергии	127
8.15. Энергия электрического поля заряженного проводника и конденсатора	129
8.16. Контрольное задание	130
Глава 9. Постоянный ток	131
9.1. Электрический ток	131
9.2. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление и электропроводность проводника	132
9.3. Закон Ома для замкнутой цепи	135
9.4. Работа и мощность постоянного тока	138
9.5. Контрольное задание	140
Литература	141

*Валерий Дмитриевич Акинъшин
Петр Пантелеймонович Зольников
Сергей Николаевич Конев*

ФИЗИКА

Для инженерно-педагогических специальностей

Учебное пособие

Редакторы *Е. А. Ушакова, И. В. Зырянова*
Технический редактор *А. В. Курленко*
Корректор *А. Я. Дубов*

Темплан 1990

Сдано в набор 18.04.90. Подписано в печать 17.09.90.
Формат 60×84¹/₁₆. Бумага типогр. № 2. Печать
высокая. Гарнитура литературная. Усл. печ. л. 9,0.
Уч.-изд. л. 9,5. Тираж 1000 экз. Заказ № 148.
Цена 50 к.

Свердловский инженерно-педагогический институт.
620012, Свердловск, ул. Машиностроителей, 11.

Типография изд-ва «Уральский рабочий».
620151, Свердловск, пр. Ленина, 49.

