

Министерство общего и профессионального образования  
Российской Федерации  
Уральский государственный профессионально-педагогический  
университет

П. П. Зольников, В. И. Житенёв

**КУРС ЛЕКЦИЙ ПО ФИЗИКЕ**

Для специальности - профессиональное обучение

Екатеринбург

1997

П.П.Зольников, Б.И.Житенёв. Курс лекций по физике. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф-пед. ун-та, 1997. 216 с.

Учебное пособие является результатом работы авторов по программе "Обновление гуманитарного образования в России". Предлагается рассматривать традиционные разделы курса общей физики на основе представления о человеке как объекте исследования активно взаимодействующем с окружающей средой. Такой подход должен способствовать повышению интереса к изучению курса общей физики у студентов профессионально-педагогических университетов и факультетов.

Рецензенты: д-р экон. наук В.А.Антропов (Уральский государственный технический университет, кафедра практической психологии), доцент, канд. техн. наук А.А.Карпов (Уральский государственный профессионально-педагогический университет)

© Уральский государственный  
профессионально-педагогический  
университет, 1997



## Лекция 1

### 1. Введение

#### 1.1. Предмет и значение физики

Физика - в переводе с греческого - "природа". В глубокой древности под физикой понимали естествознание в самом широком смысле этого слова. Физика тогда включала в себя буквально все сведения о живой и неживой природе. Лишь значительно позднее, когда человечество необычайно расширило и углубило свои познания об окружающем мире, отдельные части физики выделились в ряд самостоятельных естественных наук (геология, зоология, ботаника, химия, астрономия и т.д.).

Что же такое современная физика, каков ее предмет?

*Современная физика есть наука о строении материи, о простейших и наиболее общих формах ее движения, о взаимных превращениях форм движения и видов материи.*

Движение является неотъемлемым свойством материи, способом ее существования. Различные и многообразные формы движения материи подразделяются на некоторые основные: механическую, физическую, биологическую и социальную. Это позволяет классифицировать различные науки в зависимости от того, какой вид движения они изучают.

Поэтому физику можно определить как науку, изучающую механическую и физическую формы движения материи и их взаимные превращения. Более детально физическую форму движения можно подразделить на молекулярно-кинетическую (тепловую), электромагнитную, атомную, внутриядерную. Естественно, что такое деление несколько условно. Тем не менее физику как учебную дисциплину обычно представляют именно такими разделами.

Изучение этих форм движения материи важно потому, что именно эти формы движения неизменно сопутствуют более сложным, более высоким формам движения материи. Так, например, механическое перемещение, закономерности которого изучает физика, имеет место и в таком довольно простом явлении, как диффузия, и в таком сложном биологическом процессе, как передача раздражения в нервной ткани.

Многообразные виды движения материи взаимосвязаны друг с другом. Эта связь порождает новые науки, лежащие на стыке прежних наук. Так, на стыке физики с другими науками появились биофизика, астрофизика,

химическая физика и др. Из физики, например, выделились такие науки и учебные дисциплины, как сопротивление материалов, теплотехника, электроника и др.

*Физика - наука экспериментальная.* Это значит, что всякая теория, независимо от того как она возникла, требует экспериментального подтверждения, которое решает, можно ли считать эту теорию истинной или нет.

Особенностью физической науки является также то, что ее закономерности носят количественный характер, поскольку всякий физический закон устанавливает количественную связь между физическими величинами, характеризующими материальный мир. В связи с этим в основу физического эксперимента ставится измерение. Только с помощью измерений можно установить связь, существующую между физическими величинами, т.е. физический закон.

Можно утверждать, что *успехи физики связаны с усовершенствованием техники измерения.* Только благодаря этому появились современные фундаментальные теории, лежащие в ее основе: теория относительности, квантовая механика.

Роль, которую играет измерение в физике, является одной из причин особого характера ее развития. Повышение точности эксперимента, которое следует за усовершенствованием экспериментальной техники, приводит к созданию новых физических теорий. Но эти новые физические теории не отрицают конкретных результатов старых теорий, а лишь определяют границы применимости их результатов. Например, усовершенствование оптических приборов и повышение точности измерений привели к созданию теории относительности Эйнштейном. Однако эта теория не отбрасывает результаты теории Ньютона, а лишь ограничивает ее применение скоростями, много меньшими скорости света.

Следующей важной особенностью методов физического исследования является то, что при решении конкретных вопросов, при теоретических расчетах приходится иметь дело не с самими объектами, а их моделями - абстракциями, с определенной степенью точности представляющими данные реальные объекты. В физике используются такие абстракции, как материальная точка, математический маятник, абсолютно твердое тело, идеальный газ, плоский конденсатор, абсолютно черное тело и т.д. Используя эти абстрактные модели при решении различных задач, мы потом результаты решений переносим на реальные объекты с той или иной степенью точности.

Многогранна роль физики для наук, связанных с изучением человека, его лечением и совершенствованием. Отметим те направления, по которым осуществляется эта связь.

А. Несмотря на сложность и взаимосвязь различных процессов в организме человека, часто среди них можно выделить процессы, близкие к физическим. Например, такой сложный физиологический процесс, как кровообращение, в своей основе является физическим, так как связан с течением жидкости (гидродинамика), распространением упругих колебаний по сосудам (колебания и волны), механической работой сердца (механика), генерацией биопотенциалов (электричество) и т.п. Дыхание связано с движением газа (аэродинамика), теплопередачей (термодинамика), испарением (фазовые превращения) и т.п.

Б. Многие методы исследования человеческого организма основаны на использовании физических принципов и идей, а большинство современных, диагностических по назначению приборов конструктивно являются физическими приборами. Приведем несколько примеров:

а) механическая величина - давление крови - является показателем, используемым для оценки состояния человеческого организма (и для оценки ряда заболеваний);

б) прослушивание звуков, источники которых находятся внутри организма, позволяет получить информацию о поведении различных внутренних органов;

в) медицинский термометр, работа которого связана с теплообменом и основана на тепловом расширении ртути, - весьма распространенный диагностический прибор;

г) широкое применение получили диагностические методы, основанные на записи биопотенциалов, возникающих в живом организме, среди них наиболее известен метод кардиографии - запись биопотенциалов, отражающих сердечную деятельность;

д) общеизвестна роль микроскопа для медицины - биологических исследований;

е) современные медицинские приборы, основанные на волоконной оптике, позволяют осматривать внутренние полости организма и проводить бескровные операции;

ж) спектральный анализ используется в судебной медицине, гигиене, фармакологии, биологии;

з) достижения атомной и ядерной физики используются в таких известных методах диагностики, как рентгенодиагностика и метод меченых атомов.

В. Физические свойства и характеристики окружающей среды существенно влияют на состояние человека. Живой организм нормально функционирует только благодаря постоянному взаимодействию с окружающей средой. Известно, что организм человека остро реагирует на изменение таких физических характеристик среды, как температура, влажность, давление воздуха и т.д. Действие внешней среды на человеческий организм используется как оздоровляющий фактор: климатотерапия, баротерапия и т.п.

### 1.2. Человек как объект изучения физики

Из всего сказанного выше следует, что и сам человек - это объект изучения физики. Действительно, человек живет в мире, устроенном и функционирующем в соответствии с законами, которые являются предметом изучения физики. Само происхождение человека, его настоящее и будущее связаны как с эволюцией окружающего мира, так и с развитием самих свойств человека, которые определяются физическими условиями во Вселенной и физическими законами, действующими в ней. Отсюда следует, что:

во-первых, человек может рассматриваться как физический объект, который наравне с другими объектами природы совершает перемещения, участвует в силовых взаимодействиях, подвергается воздействию физических полей разного рода;

во-вторых, человек представляет собой сложную физическую систему, функционирование отдельных частей которой и взаимодействие их с окружающей средой (метаболизм) определяются физическими процессами;

в-третьих, человек является субъектом познания, так как наблюдение, измерение, эксперимент, гипотеза, модель, теория - все это изобретения человека, при помощи которых он способен изучать и объяснять окружающий мир и себя в этом мире;

в-четвертых, человек, являясь членом большого сообщества себе подобных, на благо себе и человечеству применяет достижения наук, в том числе и физики, видоизменяя и приспособлявая к своим потребностям окружающую среду, стремясь тем не менее не нарушать с ней гармонического единства.

По сравнению с другими науками - биологией, физиологией, генетикой, психологией, философией, социологией, изучающими человека, - фи-

зика позволяет "увидеть" этот важнейший объект исследования с новой точки зрения и дополнить психобиологическое представление о человеке физической причинностью.

Таким образом, изучая физику, можно продвинуться по пути познания человеком самого себя, лучше понять его природу и возможности, попытаться понять суть ряда специфических явлений, связанных с экстрасенсорными проявлениями способностей человека (телекинез, телепатия, биолокация и т.д.).

### 1.3. Линейные размеры и время - важнейшие параметры окружающего мира

Окружающий нас мир можно охарактеризовать множеством разнообразных физических параметров: линейным размером, временем, массой, плотностью, скоростью и т.д. В ходе изложения курса физики мы постепенно познакомимся со многими из них.

А. Одним из основных параметров является *линейный размер физического объекта*. За единицу линейного размера принимается 1 метр - одна из основных единиц измерения в международной системе единиц (СИ). В настоящее время в качестве *эталона 1 метра принята длина, равная 1650763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями  $2p_{10}$  и  $5d_5$  атома криптона - 86*. Старый платино-иридиевый эталон метра (международный прототип) хранится в подвалах г.Севра (Франция).

В прил.1 приводится табл. П.1 с указанием линейных размеров ряда физических объектов природы. Здесь можно отметить, что известная нам часть Вселенной, имеет линейный размер (радиус) порядка  $10^{26}$  м. Наименьшей линейной величиной из всех известных на сегодня является размер, равный радиусу ядра водорода - протона ( $10^{-15}$  м). В табл. П.1 приводятся также линейные размеры, относящиеся к человеку. Читателю предлагается построить шкалу линейных размеров окружающего мира в логарифмическом масштабе ( $\log 10^N$ ) для более наглядного представления о месте человека в окружающем его мире.

Отметим также, что отношение радиуса видимой части Вселенной к радиусу протона равно  $10^{40}$ . Это число очень важно и играет большую роль в законе больших чисел Дирака. По мнению П.Дирака, число  $10^{40}$  не случайное, так как оно получается и при других расчетах, связанных с комбинациями мировых констант. Это число косвенным образом позво-

ляет оценить возраст Вселенной ( $\sim 10^9$  лет).

Б. Еще одним из важнейших физических параметров является *время*. Прежде всего отметим, что *время неразрывно связано с пространством* и оба они, по определению, представляют собой всеобщие формы существования материи. При этом *пространство - форма существования материальных объектов и процессов* (характеризует отструктурность и протяженность материальных систем), а *время - форма последовательной смены явлений и состояний материи* (характеризует длительность их бытия). Пространство и время имеют объективный характер, неотделимы от материи, неразрывно связаны с ее движением и друг с другом. Пространство и время обладают количественной и качественной бесконечностью. Универсальные свойства времени, по современным представлениям, - длительность, неповторяемость, необратимость.

Единицей измерения времени является 1 секунда (1 с). Как и единица линейного размера, 1 с имеет "человеческие" масштабы, например, период биения сердца равен примерно одной секунде. Проблема выбора стандартной единицы времени более сложна, чем единицы линейного размера. До 1964 г. международная единица времени была основана на точном вращении Земли, но она была подвержена вариациям, которые могли быть обнаружены с помощью обычных электронных часов. Поэтому в настоящее время стандарт единицы измерения времени (1 с) связан с более стабильными физическими объектами - атомами: 1 с - время, в течение которого происходит 9192631770 периодов колебаний в излучении, соответствующем переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния изотопа цезия с массовым числом  $A=133$ .

В прил.1 приведена табл. П.2, включающая самый большой временной интервал, известный людям, - возраст Вселенной, равный  $\sim 10^{18}$  с ( $10^9$  лет), и самый маленький временной промежуток времени  $10^{-24}$  с - время, за которое свет проходит расстояние, равное размеру атомного ядра. Обращаем внимание читателя на то, что отношение этих двух промежутков времени не сильно отличается от  $10^{40}$ . В этой же табл. П.2. для сравнения приведены характерные времена, связанные с жизнедеятельностью человека. Читателю также предлагается построить в логарифмическом масштабе диаграмму времен для более наглядного представления.

## 2. Физические основы механики

Механикой называют раздел физики, в котором изучается механическое движение тел. Под механическим движением понимают перемещение тел, т.е. изменение положения тела, целого или его частей, в пространстве с течением времени.

Механическое движение, как отмечалось ранее, входит составной частью в любое другое, более сложное движение.

Механика как раздел физики состоит из трех взаимосвязанных частей:

1) классической механики, в основу которой положены законы Ньютона. В ней рассматриваются закономерности движения макроскопических тел, происходящего со скоростями, много меньшими скорости света ( $C$ ) в вакууме ( $V \ll C$ );

2) релятивистской механики, основанной на теории относительности, разработанной в трудах А.Эйнштейна, и изучающей движения тел, скорости которых соизмеримы со скоростью света ( $V \approx C$ );

3) квантовой (волновой) механики, изучающей особенности движения микрочастиц, основы которой заложены трудами Я.Шредингера, М.Борна, В.Гейзенберга, П.Дирака (началом квантовой механики считается 1925 г.).

Знакомство с физическими основами механики начнем с изучения классической механики, которая, в свою очередь, включает три части: динамику, кинематику и статику.

### 2.1. Кинематика

#### 2.1.1. Система отсчета. Радиус-вектор

Кинематика как раздел механики изучает законы механического движения тел вне связи с причинами, вызывающими это движение.

Движение тела складывается из движения его частей или даже его отдельных точек. Поэтому прежде всего нужно рассмотреть вопрос о том, как определяется положение точки, а затем, как описывается ее движение. Таким образом, в разделе кинематики материальной точки движение любого макроскопического тела как целого заменяется движением материальной точки. Макроскопическое тело может считаться материальной точкой, если его размеры много меньше расстояния, проходимого этим телом.

О положении и движении материальной точки (тела) можно говорить

лишь относительно других тел и точек. Для того чтобы определить положение материальной точки, нужно выбрать какое-либо твердое тело, взаимное расположение в котором его частей остается неизменным (в первом приближении это могут быть, например, дерево, столб, мачта и т.п.). Назовем его *телом отсчета*. Относительно него мы и можем определять положение рассматриваемой точки, а затем и ее движение.

Но как конкретно определить положение материальной точки относительно тела отсчета? Для этого можно придумать неограниченное число способов. Но наиболее распространен и широко применяется следующий.

В теле отсчета проводим три взаимно перпендикулярные прямые, пересекающиеся в данной точке  $O$  (рис.1). Эти прямые называют осями

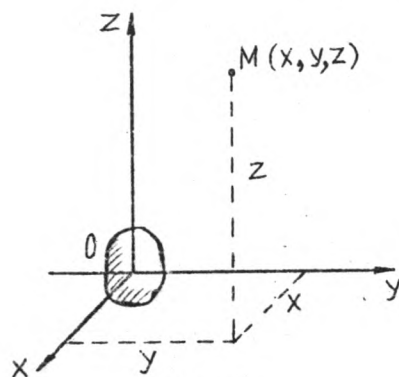


Рис.1

координат и обычно обозначают  $X, Y, Z$ , а точку  $O$  называют началом координат. Эти три оси вместе составляют прямоугольную, или декартову, систему координат по имени французского ученого XVII в. Декарта (1596-1650).

Поместив в систему координат, связанную жестко с телом отсчета, часы, мы получим систему отсчета.

В прил. 2 приведены примеры вариантов выбора реальных систем отсчета.

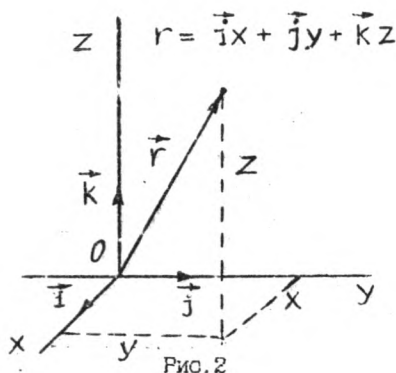


Рис.2

В указанной системе отсчета положение какой-либо точки  $M$  определяется тремя числами, равными расстояниям от этой точки до плоскостей  $YOZ$ ,  $XOZ$ ,  $XOY$ . Эти числа обозначают буквами  $x, y, z$ , называют координатами точки  $M$  и записывают  $M(x, y, z)$ .

Для определения положения точки  $M$  можно воспользоваться также понятием вектора. Если начало координат  $O$  соединить с точкой  $M$  отрезком прямой, то



этот отрезок можно рассматривать как *радиус-вектор*  $\vec{r}$ , начало которого совпадает с началом координат, а конец - с точкой М (рис.2). Конец радиус-вектора  $\vec{r}$  имеет те же координаты, что и точка М, а именно  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Числовое значение координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  одновременно совпадает с величиной проекций радиус-вектора  $\vec{r}$  на оси координат:

$$r_x = x, \quad r_y = y, \quad r_z = z.$$

Определение положения материальной точки М при помощи вектора  $\vec{r}$  имеет ряд преимуществ, и мы в дальнейшем будем ими пользоваться.

Положение материальной точки в любой момент времени задается уравнением движения, которое в декартовой системе координат имеет вид

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t) \quad (1)$$

или в более общей записи

$$\vec{r} = \vec{f}(t), \quad (2)$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор.

### 2.1.2. Траектория, путь, перемещение

Совокупность всех последовательных положений материальной точки

в пространстве дает траекторию движения (рис.3). Таким образом, уравнения (1) являются уравнениями не только движения, но и траектории материальной точки, заданными через параметр  $t$ . Пусть в момент времени  $t_1$  материальная точка находилась в положении  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ , характеризуемом радиус-вектором  $\vec{r}_1$ , а в момент  $t_2$  - в положении  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , характеризуемом радиус-вектором  $\vec{r}_2$  (см.рис.3). Таким образом, за промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$

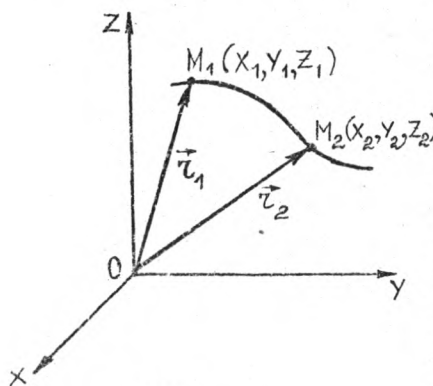


Рис.3

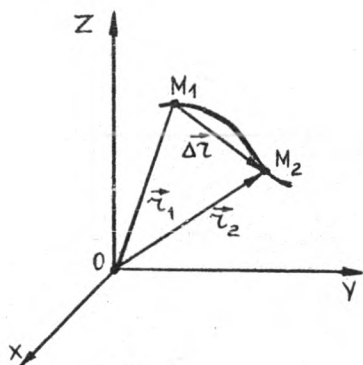


Рис. 4

материальная точка прошла криволинейный отрезок траектории  $\Delta S$  (или  $S_{12}$ ), называемый путем. Вектор

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \quad (3)$$

соединяющий начальную и конечную точки движения за время  $\Delta t$ , называют вектором перемещения (рис. 4). Вектор перемещения равен приращению радиус-вектора  $\vec{r}$  за время  $\Delta t$ .

Отметим, что  $|\Delta \vec{r}_{12}| < S_{12}$ , т.е. путь по модулю больше перемещения, и только в случае прямолинейной траектории  $|\Delta \vec{r}_{12}| = S_{12}$ .

### 2.1.3. Скорость

Скорость одна из важнейших физических величин. Введем понятие средней и мгновенной скоростей.

**Средняя скорость** - векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения материальной точки в пространстве за некоторое время  $\Delta t$  и численно равная при записи в векторной форме

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t}, \quad (4)$$

при записи в скалярной форме

$$V_{cp} = \Delta r_{12} / \Delta t.$$

Из определения средней скорости следует, что  $V_{cp}$  совпадает по направлению с вектором перемещения  $\Delta \vec{r}_{12}$ . В случае прямолинейного движения (траектория - прямая линия) численное значение средней скорости связано с путем следующим соотношением:

$$V_{cp} = \Delta r_{12} / \Delta t = S_{12} / \Delta t.$$

**Мгновенная скорость** - векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения материальной точки (тела) в данный момент времени и численно равная пределу отношения вектора перемещения ко

времени перемещения, если интервал времени стремится к 0:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta \vec{r} / \Delta t). \quad (5)$$

Предел отношения перемещения функции к приращению аргумента ( $t$ ), если приращение аргумента ( $\Delta t$ ) стремится к 0, называется производной этой функции, т.е.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (6)$$

Это выражение есть наиболее полное математическое определение скорости: скорость есть производная от радиус-вектора материальной точки по времени.

Так как в пределе (при  $M_2 \rightarrow M_1$ ) хорда стремится к касательной, то из (6) следует, что вектор скорости направлен по касательной к траектории движения материальной точки (рис.5).

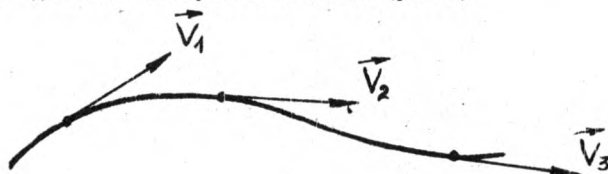


Рис.5

Формулы (4) или (6) позволяют ввести единицу измерения скорости. В системе СИ это будет величина:  $[V] = [S]/[t] = 1\text{м}/1\text{с} = 1\text{ м/с}$ .

Так как проекции  $\vec{r}$  на оси координат равны соответственно  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , то из (6) можно получить проекции вектора скорости на оси:

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt}.$$

Таким образом,

$$\vec{V} = \vec{i}V_x + \vec{j}V_y + \vec{k}V_z = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt}. \quad (7)$$

Диапазон скоростей, известных человеку, очень велик. Об этом свидетельствует табл. П.3, приведенная в прил. 1. Наименьшая из ско-

ростей, указанная в табл. П.3,  $10^{-11}$  м/с - скорость геологических изменений на поверхности Земли. Наибольшая из известных человеку скоростей  $3 \cdot 10^8$  м/с - скорость света в вакууме. Движение материальных тел и сигналов со скоростями, большими скорости света, запрещено теорией относительности Эйнштейна. В этой же табл. П.3 прил.1 для сравнения приведены скорости, связанные с деятельностью человека, и скорости, характеризующие процессы, протекающие в человеческом организме. Читателю опять (для наглядного представления) предлагается построить в логарифмическом масштабе диаграмму скоростей, приведенных в табл. П.3.

Ощущает ли человек на себе действие скоростей?

Еще К.Э.Циолковский пришел к выводу, что сама по себе скорость, как бы велика она ни была, при равномерном движении не должна вызывать какого-либо неблагоприятного влияния на организм, тем более что сам человек не способен оценить скорость аппарата, который перемещает его в пространстве, если это движение равномерное и прямолинейное. Действительно, опыт показывает, что все физические процессы, протекающие внутри организма человека, точно так же, как все физические процессы, протекающие вне его, но внутри движущегося аппарата, будут протекать так, как если бы аппарат покоился. По этому поводу К.Э.Циолковский писал: "Мы тысячи лет неслись по пространству в "затемном" экипаже со скоростью 27 верст в секунду, а может быть, и больше, без толчка и шума, но до Галилея и Коперника не замечали движения, потому что у нас не болела спина". Понятно, что под движением со скоростью 27 верст в секунду К.Э.Циолковский имел в виду скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца, равную в системе СИ  $3 \cdot 10^4$  м/с. Еще большую скорость ( $2,5 \cdot 10^5$  м/с) имеет Солнце вместе с планетами, движущееся вокруг центра нашей Галактики.

#### 2.1.4. Ускорение

**Ускорение** - векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению. Различают среднее и мгновенное ускорение.

**Среднее ускорение.** Пусть в момент времени  $t_1$  точка М находилась в положении  $M_1$  и имела скорость  $\vec{V}_1$ , а в момент времени  $t_2$  - в положении  $M_2$  и имела скорость  $\vec{V}_2$  (рис.6). Для того чтобы представить изменение скорости за время  $\Delta t$ , на чертеже необходимо перенести вектор

$\vec{V}_1$  в точку  $M_2$  параллельно самому себе и найти разность (см. рис.6).

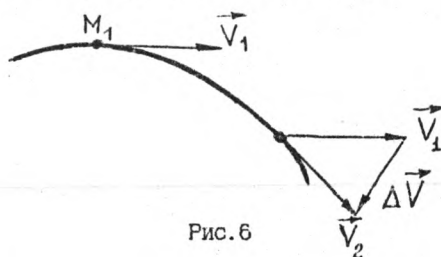


Рис.6

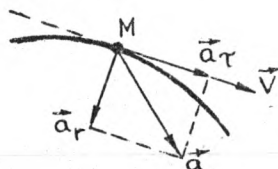


Рис.7

Тогда значение среднего ускорения определится соотношением

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}.$$

**Мгновенное ускорение.** Определим мгновенное ускорение точки  $M$  как предел отношения приращения скорости  $\Delta \vec{V}$  к соответствующему приращению времени  $\Delta t$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (8)$$

Ускорение есть первая производная от скорости по времени и вторая производная от радиус-вектора по времени.

Отметим, что в отличие от скорости вектор ускорения по отношению к траектории может иметь любое направление (в дальнейшем будет отмечено, что это обусловлено зависимостью ускорения от действующих на материальную точку сил).

При рассмотрении движения материальной точки по траектории полезно вектор ускорения раскладывать на два вектора. Направление одного из векторов совпадает с направлением скорости, а другого - перпендикулярно направлению скорости (рис.7).

**Составляющая ускорения, совпадающая с касательной к траектории и характеризующая изменение скорости по величине, называется тангенциальным (касательным) ускорением ( $a_\tau$ ).**

**Составляющая ускорения, перпендикулярная к касательной, т. е. к вектору скорости, и характеризующая быстроту изменения скорости по направлению, называется нормальным ускорением ( $a_n$ ).**

Таким образом,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (9)$$

По определению, модуль тангенциального ускорения равен

$$|\vec{a}_\tau| = \frac{dV}{dt}.$$

Зададимся вопросом, каким образом определяется величина нормального ускорения. Для этого рассмотрим случай, когда криволинейная траектория является частью окружности, а материальная точка движется по этой траектории с постоянной по модулю скоростью ( $a_\tau=0$ ).

Пусть точка М за время  $\Delta t$  перемещается по окружности из точки А в точку В по дуге АВ (рис.8), при этом скорости точки М в этих положениях равны  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , а приращение скорости за время  $\Delta t$  равно  $\Delta\vec{V}$ .

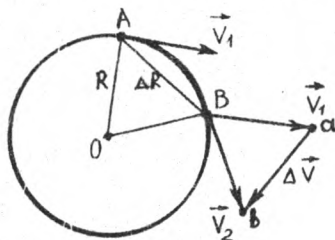


Рис.8

Рассмотрим подобие треугольников AOB и aBb. Из этого подобия следует, что

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V}$$

или

$$\Delta V = V \frac{\Delta R}{R}. \quad (10)$$

Разделим в уравнении (10) обе части равенства на  $\Delta t$ :

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V}{R} \frac{\Delta R}{\Delta t}.$$

Устремим теперь промежуток  $\Delta t$  к нулю. Тогда дуга АВ будет стремиться по своей длине к длине хорды АВ, а направление вектора  $\Delta\vec{V}$  — к направлению радиуса R. Но поскольку

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \vec{a}_n, \quad a_\tau = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta t} = V,$$

то

$$a_n = \frac{V^2}{R} . \quad (11)$$

Итак, вектор ускорения мы рассматриваем как сумму двух векторов  $\vec{a}_\tau$  и  $\vec{a}_n$ , причем модуль  $a_\tau = dv/dt$ , а модуль  $a_n = v^2/R$ , где  $R$  (в общем случае) есть радиус кривизны траектории в данной точке.

Рассмотрим некоторые случаи движения материальной точки:

а)  $a_\tau = 0$  и  $a_n = 0$ . Так как  $a_n = 0$ , то отсюда следует, что  $R \rightarrow \infty$ , т.е. траектория - прямая линия. А поскольку  $a_\tau = 0$ , т.е.  $V = \text{const}$ , то в этом случае имеем равномерное прямолинейное движение.

б)  $a_\tau = \text{const}$ ,  $a_n = 0$ . В этом случае имеет место прямолинейное равнопеременное движение. Причем, если  $a_\tau < 0$ , то движение замедленное, если  $a_\tau > 0$  - ускоренное.

в)  $a_\tau = 0$ ,  $a_n = \text{const}$ . Так как  $a_n = \text{const}$ , то траектория - окружность, а само движение материальной точки равномерное.

г)  $a_\tau = \text{const}$ ,  $a_n = \text{const}$ . Пусть  $a_\tau > 0$ , тогда скорость материальной точки возрастает, но поскольку  $a_n = v^2/R$ , то для выполнения условия  $a_n = \text{const}$  необходимо увеличение радиуса  $R$  пропорционально  $v^2$ , т.е. имеем движение материальной точки по расширяющейся спирали (рис.9). Ясно, что при  $a_\tau < 0$  ее движение будет происходить по сходящейся спирали (рис.10).



Рис.9



Рис.10

Величина и направление ускорения могут оказывать существенное влияние на состояние человека. Подробно об этом будет говориться в разд. 3.7.5.

## Лекция 2

### 2.1.5. О задачах кинематики

Основные задачи кинематики материальной точки можно разделить на две группы. В задачах первой группы задано ускорение точки и нужно найти, как изменяется положение этой точки со временем. Во второй группе задач задан закон движения точки, т.е. изменение со временем ее положения, и надо найти скорость и ускорение этой точки.

Приведем пример одной из таких задач: движение тела под действием силы тяжести.

Нередко движение тела можно заменить движением точки. В частности, это можно сделать, рассматривая движение брошенного тела, если можно пренебречь трением. В данном случае движение точки происходит с постоянной горизонтальной скоростью и постоянным ускорением, направленным вниз. Для простоты будем рассматривать движение в плоской системе координат, у которой ось  $X$  направлена горизонтально, а ось  $Y$  направлена вертикально вверх (рис.1). В этой системе координат компоненты ускорения:

$$a_x = 0, \quad a_y = -g,$$

где  $g$  - ускорение свободного падения (см.рис.1).

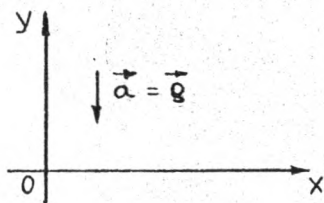


Рис.1

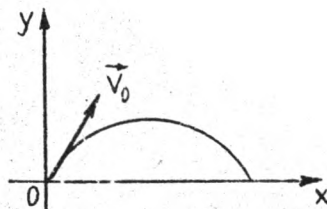


Рис.2



Найдем скорость  $\vec{V}$  точки, для чего определим ее компоненты. Так как  $a_x = dV_x/dt$  и  $a_y = dV_y/dt$ , то значения  $V_x$  и  $V_y$  определяются простым интегрированием. Действительно,  $dV_x = a_x dt$ . Поскольку  $a_x = 0$ , то и  $dV_x = 0$ . Следовательно,  $V_x = C_1$ , где  $C_1$ -постоянная. Аналогично,  $dV_y = a_y dt$ , тогда  $V_y = -gt + C_2$ , где  $C_2$ -тоже постоянная.

Постоянные  $C_1, C_2$  должны быть заданы, например, значениями  $V_x$  и  $V_y$  для какого-либо момента времени. Обычно задаются значениями компонент скоростей в начальный момент времени, т.е. при  $t=0$ . Эти постоянные обозначим через  $V_{0x}$  и  $V_{0y}$ .

В этом случае, считая, что обе составляющие скорости отличны от нуля, имеем

$$C_1 = V_{0x}; \quad C_2 = V_{0y}.$$

Таким образом, для компонент скорости получим

$$\begin{aligned} V_x &= V_{0x}, \\ V_y &= -gt + V_{0y}. \end{aligned} \quad (1)$$

Определим теперь  $\vec{r}(t)$ , для чего найдем  $x(t)$  и  $y(t)$ . Это делается также с помощью интегрирования. Так как

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt},$$

$$\text{то } dx = V_x dt, \quad \int dx = \int V_{0x} dt, \quad x = V_{0x}t + C'_1$$

$$\text{и } dy = V_y dt, \quad \int dy = \int (-gt + V_{0y}) dt,$$

$$y = -\int gt dt + \int V_{0y} dt = -\frac{gt^2}{2} + V_{0y}t + C'_2.$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  имеют простой смысл. Они равны значению координат вектора  $\vec{r}$  при  $t = 0$ , т.е.

$$C'_1 = x_0, \quad C'_2 = y_0.$$

Итак, окончательно имеем следующие уравнения, описывающие изменение во времени координат тела (материальной точки), брошенного под углом к горизонту:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + V_{0x}t, \\ y &= y_0 + V_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Изобразим траекторию точки для рассмотренного случая, считая для простоты, что  $x_0 = y_0 = 0$ . Траектория движения в этом случае является параболой, проходящей через начало координат, ось которой направлена вертикально (рис.2). Примером такого движения является полет брошенного камня, теннисного мяча при игре в теннис, снаряда или пули, атлета при прыжке в длину, прыгуна в воду с трамплина или вышки.

Подчеркнем, что для решения данной задачи кроме ускорения нужно было еще знать начальные значения, т.е. начальное положение точки ( $x_0$ ,  $y_0$ ) и начальные значения компонент скорости точки ( $V_{0x}$ ,  $V_{0y}$ ). Знание таких начальных значений необходимо всегда при решении подобного рода задач.

## 2.2. Динамика материальной точки

### 2.2.1. Инерциальные системы координат.

Закон инерции (первый закон Ньютона)

*Динамика - раздел механики, в котором рассматривается движение тел в зависимости от причин, вызывающих это движение.* Поэтому в этом разделе по сравнению с кинематикой приходится особое внимание уделять выбору систем отсчета.

В кинематике для описания движения точки или тела мы не были ничем связаны при выборе системы отсчета, относительно которой определялись величины, характеризующие это движение. За тело отсчета, с которым связывается система координат, можно было принять любые, произвольно движущиеся относительно других тела.

В динамике дело обстоит иначе. Здесь приходится выбрать особый класс тел, с которыми связывают координатные системы и получают так называемые инерциальные системы отсчета.

*Инерциальной системой отсчета называют такую, относительно которой свободная материальная точка движется с постоянной скоростью.* При этом под свободной материальной точкой будем понимать тело, на которое не действуют никакие другие тела.

Очевидно, что если установим какую-либо инерциальную систему отсчета, то все остальные системы отсчета, движущиеся по отношению к первой с постоянной скоростью, также будут инерциальными.

Как практически выбрать инерциальную систему отсчета? Для этой цели необходимо найти тело отсчета, на которое не действуют другие тела. Такое тело называется свободным. Тела, которое удовлетворяло бы данному условию абсолютно точно, нет! Поэтому установить инерциальную систему отсчета с абсолютной точностью нельзя. Но выбрать систему отсчета, которая с определенной степенью точности приближается к инерциальной, можно.

Систему координат, связанную с Землей, с известной точностью во многих случаях можно считать инерциальной. Однако для достаточно длительного движения можно заметить, что такая система координат не строго инерциальна. Так, например, плоскость колебания маятника относительно инерциальной системы должна оставаться постоянной, но с течением времени эта плоскость поворачивается относительно поверхности Земли, летящий снаряд также отклоняется в сторону от направления на цель и т.д. Это происходит потому, что Земля вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца. Поэтому систему отсчета, связанную с Землей, можно считать инерциальной только приблизительно.

Более точно за инерциальную систему координат можно принять систему, связанную с Солнцем. Однако и эта система не будет точно инерциальной. Это связано с тем, что Солнце не является, строго говоря, свободным телом. На Солнце влияют другие тела (звезды, планеты и т.д.), действие которых хотя и слабо, но все-таки существует.

Еще более точно за инерциальную систему можно принять систему, связанную с центром масс нашей Галактики. Однако и эту систему отсчета нельзя считать абсолютно точно инерциальной.

Таким образом, понятие инерциальной системы отсчета является абстракцией. Однако в физике, как уже отмечалось выше, мы все время имеем дело с абстрактными понятиями и применяем их к действительным физическим объектам с той или иной точностью. Точно так же пользуются понятием инерциальной системы отсчета, применяя его, когда это возможно, к системе, связанной с Землей или Солнцем.

Утверждение о существовании инерциальных систем координат, т.е. систем, относительно которых свободная материальная точка движется равномерно и прямолинейно, является содержанием закона инерции. Однако обычно он формулируется иначе. Впервые закон инерции был установлен Галилеем (1561-1642) для случая горизонтального движения. Наиболее общая формулировка, данная Галилеем, гласила: "Когда тело движется по горизонтальной плоскости, то... движение его является

равномерным и продолжалось бы постоянно, если бы плоскость простиралась в пространстве без конца".

Более точную формулировку закону инерции дал Декарт, а затем Ньютон (1643-1727). Ньютон сформулировал закон инерции как первый закон движения: "Боякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не принуждается приложенными силами изменить его состояние".

Недостаток формулировки Ньютона заключался в том, что в ней не указано, что движение должно быть отнесено к инерциальной системе отсчета. Он еще не пользовался этим понятием. Вместо этого он ввел понятие абсолютного пространства, всюду однородного и неподвижного. С этим абсолютным пространством он связывал некую абсолютную систему координат, относительно которой и определял скорость тел.

Впоследствии выяснилась бессодержательность понятия абсолютного пространства как абсолютной системы отсчета. Теперь закон инерции формулируется, например, так: *в инерциальной системе отсчета свободное тело (или тело, для которого векторная сумма всех действующих на него сил равна нулю) покоится или движется равномерно и прямолинейно.*

Иногда закон инерции формулируется как утверждение о существовании инерциальных систем отсчета: *существуют инерциальные системы отсчета - системы, в которых первый закон Ньютона выполняется абсолютно точно.*

Легко видеть, что обе формулировки эквивалентны.

### 2.2.2. Сила, масса

Если в выбранной инерциальной системе отсчета материальная точка изменяет скорость, то это говорит о том, что она находится под действием других тел.

Изменить скорость - это значит приобрести ускорение. Величина ускорения, как показывает опыт, зависит от двух обстоятельств:

- 1) от величин, характеризующих действие окружающих тел на исследуемое тело;
- 2) от величин, определяющих особенности этого тела.

Векторная физическая величина, характеризующая механическое действие на тело со стороны других тел, в результате которого тело деформируется или приобретает ускорение, называется силой ( $\vec{F}$ ).

Сила может иметь различную физическую природу, например, сила упругости, вызванная деформацией тел, сила тяжести, сила, действующая на заряженное тело в электрическом поле, и т.д. Все эти силы изменяют скорость данного тела, и это изменение зависит не от природы силы, а от ее величины и направления.

Сила изменяет скорость по величине и направлению, и поскольку скорость - вектор, то и сила тоже вектор. Поэтому действие нескольких сил на тело складывается по правилу сложения векторов.

Для определения численного значения силы нужно выбрать силу, величину которой можно считать единицей величины силы. Например, за единицу можно взять силу, с которой действует на тело определенная пружина, растянутая на определенную длину. Затем для сравнения с этим эталоном других сил мы используем принцип равновесия, т.е. условие, что действие двух равных по величине и противоположно направленных сил равно нулю. Таким образом, мы изготовим множество эталонов - единиц сил. Далее для измерения какой-либо силы  $\vec{F}$ , действующей на тело, мы будем прикладывать к этому телу вместе с силой  $\vec{F}$  наши эталоны сил и подбирать их количество и направление действия на тело (силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , рис.3) так, чтобы тело при действии этих сил оставалось бы в равновесии. Конечно, на практике так не поступают.

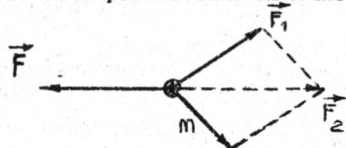


Рис. 3

Для измерения силы изготавливают различные приборы, например динамометры. Динамометр - это прибор, с помощью которого можно измерять силы, построенный по принципу растягиваемой пружины.

Ускорение, приобретаемое телом, зависит и от свойств самого тела. Это свойство самого тела, от которого зависит приобретаемое им ускорение под действием определенной силы, называется **инертностью тела**. Мерой инертности тела является его масса. Таким образом, **масса тела** - это скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертности материальных тел при их поступательном движении.

В классической механике, оправдливой для  $v \ll c$  (скорости света), масса является характеристикой только самого тела и не зависит от его состояния, в частности, и от того, движется это тело или нет. Масса тела в механике не зависит также от какого-либо взаимодействия данного тела с другими телами. Это свойство массы ( $m$ ) привело Ньютона (который и ввел это понятие в механику) к мысли принять массу за ме-

ру материи и полагать, что ее величина определяет количество материи в данном теле. Это было связано с тем, что материя в прежнее время представлялась как некий однородный материал, из которого состоят вещи.

Вслед за Ньютоном и другие ученые понимали массу как количество материи. Однако развитие науки пришло в противоречие с таким толкованием. Серьезный удар этому пониманию был нанесен теорией относительности, согласно которой масса тела не является величиной постоянной, а зависит от состояния самого тела - от его скорости, от энергии, которой оно обладает. Одно и то же тело, нагретое до разной температуры, обладает разной массой (чем выше температура тела, тем больше его масса). И хотя масса очень мало изменяется при нагревании, все же этот факт говорит о том, что масса тела характеризует не только само тело, но и его состояние.

Что касается самого понятия "количество материи", то оно с точки зрения современной науки не имеет физического смысла.

Как уже отмечалось, масса - скалярная величина. В классической механике она обладает свойством аддитивности, т.е. масса тела равна сумме масс его частей. Это свойство аддитивности дает возможность установить правило измерения массы.

Выберем массу какого-либо тела за единицу - эталон массы. В международной системе единиц (СИ) за эталон массы принят 1 кг - масса платино-иридиевого цилиндра, находящегося в Международной палате мер и весов в г.Севре около Парижа. Применяя условие, что равные силы сообщают равным массам равное ускорение (результаты многочисленных опытов), мы можем изготовить множество таких единичных масс. Затем, пользуясь аддитивностью массы, мы можем, соединяя единичные массы, изготовить массы разной величины. Подбирая эти массы так, чтобы какая-либо сила сообщала им такое же ускорение, как и телу, массу которого мы определяем, установим массу последнего.

Так, собственно говоря, мы и поступаем при взвешивании тел на рычажных весах. Если нам нужно определить массу какого-либо тела, то мы кладем его на одну чашу весов, на другую - гири, которые обладают известными массами. Если весы находятся в равновесии, то значит измеряемая масса равна массе гирь, ибо одна и та же сила - сила тяжести - сообщит им одинаковое ускорение. И правая и левая чашки весов стремятся двигаться с одним и тем же ускорением, в результате чего весы остаются в состоянии равновесия.

Диапазон масс, характеризующих окружающий мир, - от массы электрона ( $9 \cdot 10^{-31}$  кг) до массы известной части Вселенной (по одной из оценок  $\sim 10^{53}$  кг) - составляет примерно 80 порядков. Человек, чья масса находится в пределах 50-100 кг, располагается приблизительно в средней части этого диапазона. Читателю вновь предлагается с помощью табл. II.4 (прил. 1) построить для большей наглядности диаграмму масс в природе в логарифмическом масштабе.

После того как установлены понятия силы и массы и способ их измерения, можно сформулировать второй закон Ньютона.

### 2.2.3. Второй закон Ньютона

Из опытов следует, что если данное тело можно считать материальной точкой, то ускорение, приобретаемое телом относительно инерциальной системы отсчета, прямо пропорционально действующей на тело силе  $A$  (или равнодействующей всех сил, действующих на тело, если сил несколько) и обратно пропорционально его массе:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{или} \quad \vec{a} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots + \vec{F}_n) / m = \sum_i \vec{F}_i / m. \quad (3)$$

Выражение (3) и есть математическое представление второго закона Ньютона. Выражение

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \sum_i \vec{F}_i = m \vec{a} \quad (4)$$

называют основным уравнением динамики поступательного движения. Так как полное ускорение материальной точки можно разложить на нормальное и тангенциальное ускорения, то основное уравнение динамики для этих ускорений будет иметь вид

$$\begin{aligned} \vec{F}_{(1)n} + \vec{F}_{(2)n} + \dots + \vec{F}_{(n)n} &= m \vec{a}_n, \\ \vec{F}_{(1)\tau} + \vec{F}_{(2)\tau} + \dots + \vec{F}_{(n)\tau} &= m \vec{a}_\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\vec{F}_{(1)\tau}, \vec{F}_{(2)\tau}, \dots, \vec{F}_{(n)\tau}$  - силы или их составляющие, действующие вдоль ускорения  $\vec{a}$ ;  $\vec{F}_{(1)n}, \vec{F}_{(2)n}, \dots, \vec{F}_{(n)n}$  - силы или их составляющие, действующие вдоль ускорения  $\vec{a}_n$ .

Сам Ньютон формулировал второй закон иначе. Наряду с понятием массы (количества материи) он использовал понятие импульса  $\vec{P}$  (коли-

чества движения), при этом  $\vec{P} = m \vec{V}$ . Сам же закон формулировался следующим образом: изменение импульса (количества движения) пропорционально приложенной силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует, и равно импульсу приложенной силы

$$d(m\vec{V}) = \vec{F} dt. \quad (6)$$

Соотношение (6) можно представить в виде

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \quad (7)$$

и сформулировать второй закон Ньютона (закон Ньютона в дифференциальной форме) так: **в инерциальной системе отсчета скорость изменения импульса тела равна по величине действующей на него силе и совпадает с ней по направлению.**

В рамках классической механики  $m$  - постоянная величина и выражение (7) можно преобразовать

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}, \quad \text{т.е.} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

получаем первоначальную запись второго закона динамики.

Однако, если мы имеем тело, движущееся со скоростью, сравнимой со скоростью света ( $c$ ), то, как сказано выше, массу ( $m$ ) нельзя считать постоянной величиной. В этом случае две записи второго закона динамики не равноценны. Формулировка самого Ньютона правильна и в общем случае, тогда как упрощенная формула уже не верна.

Формула (4) позволяет ввести единицу измерения силы в системе СИ:  $[F] = [m]/[a] = 1 \text{ кг} \cdot 1\text{м}/\text{с}^2 = 1\text{Н}$  (1 Ньютон).

#### 2.2.4. Третий закон Ньютона

До сих пор мы рассматривали лишь одну сторону взаимодействия между телами: влияние других тел на характер движения данного выделенного тела (материальной точки). Такое влияние не может быть односторонним, взаимодействие должно быть, по сути дела, обоюдным. Этот факт отражается третьим законом динамики.

Пусть имеем два взаимодействующих тела: тело 1 и тело 2. Тогда,



если тело 1 действует на тело 2 с силой  $\vec{F}_{12}$ , то в свою очередь тело 2 действует на тело 1 с силой  $\vec{F}_{21}$  (рис.4). Опыт показывает, что в инерциальной системе

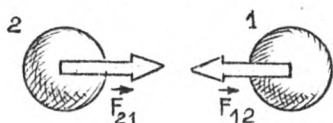


Рис.4

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (8)$$

Таким образом, в инерциальной системе отсчета силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению. Это и есть формулировка третьего закона Ньютона.

Силы  $\vec{F}_{12}$  и  $\vec{F}_{21}$  часто называют силами действия и противодействия. Подчеркнем, что силы действия и противодействия всегда имеют одну и ту же природу.

Из третьего закона динамики непосредственно вытекает одно важное следствие: взаимодействие двух тел не может вызвать их перемещение в одном направлении. Следовательно, необходимо к этим телам приложить еще одну силу или силы.

Пример: лошадь везет телегу, но причиной направленного движения лошади с телегой является то, что и лошадь и телега взаимодействуют еще и с Землей, причем сила взаимодействия лошади с Землей оказывается больше, чем телеги с Землей.

#### 2.2.5. Плотность

**Плотность вещества** - это величина, равная массе единицы объема (V) вещества:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (9)$$

Таким образом, единица измерения плотности равна

$$[\rho] = [m]/[V] = \text{кг}/\text{м}^3 = \text{кг}/\text{м}^3.$$

Плотность является интересным параметром, который позволяет описывать распределение вещества в пространстве. Из табл. П.5. прил. 1 видно, что интервал плотностей разных видов веществ во Вселенной очень велик: от плотности Вселенной через  $10^{-42}$  с после Большого взрыва ( $\sim 10^{93}$  кг/м<sup>3</sup>) до плотности вещества в межгалактическом

пространстве ( $10^{-30}$  кг/м<sup>3</sup>).

Значение средней плотности вещества во Вселенной представляет большой интерес с точки зрения перспектив развития Вселенной. Из общей теории относительности Эйнштейна следует, что, если это значение больше некоторого так называемого критического значения, тогда наша Вселенная должна пульсировать во времени, то расширяясь, то сжимаясь. Если же средняя плотность вещества меньше критического значения, то Вселенная должна расширяться бесконечно. Теоретически рассчитанная критическая плотность составляет  $10^{-26}$  кг/м<sup>3</sup>. Средняя плотность, определяемая экспериментально и связанная с массой видимых объектов, меньше критической. Но если учесть вклад в значение средней плотности "невидимых" объектов Вселенной - горячего межгалактического газа, черных дыр, нейтрино, гравитационных волн и т.п., - может быть, и будет достигнуто значение плотности вещества во Вселенной, превосходящее критическое.

### Лекция 3

#### 2.2.6. Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Использование человеком закона сохранения импульса в различных ситуациях

Импульсом материальной точки, как мы уже отмечали, является величина  $\vec{p} = m\vec{v}$ . Если на материальную точку не действует сила, то ее импульс сохраняется, т.е. остается постоянным, что следует из второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt},$$

если  $F = 0$ , то  $d(mv)/dt = 0$  и  $mv = \text{const.}$

Рассмотрим теперь систему взаимодействующих материальных точек. Пусть для простоты эта система точек состоит из двух материальных точек с массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущихся со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ . Пусть далее между ними действуют силы взаимодействия: на материальную точку с массой  $m_1$  действует сила  $\vec{F}_{12}$ , а на точку с массой  $m_2$  - сила  $\vec{F}_{21}$ . Пусть также на эти тела действуют какие-то другие тела, не входя-

щие в систему этих двух материальных точек. Тела, не входящие в систему, действуют на тело  $m_1$  с результирующей силой  $\vec{f}_1$ , на тело  $m_2$  -  $\vec{f}_2$  (рис.1)

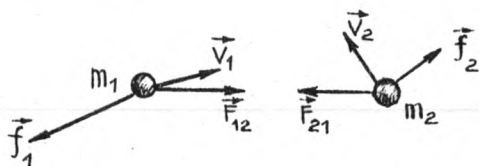


Рис.1

Применим второй закон Ньютона к обеим материальным точкам

$$\frac{d(m_1 \vec{V}_1)}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{f}_1; \quad \frac{d(m_2 \vec{V}_2)}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{f}_2.$$

Сложим два этих равенства

$$\frac{d(m_1 \vec{V}_1)}{dt} + \frac{d(m_2 \vec{V}_2)}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} + \vec{f}_1 + \vec{f}_2.$$

Силы  $\vec{F}_{12}$  и  $\vec{F}_{21}$  - силы действия и противодействия, поэтому по третьему закону динамики  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ , и мы получаем

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2) = \vec{f}_1 + \vec{f}_2.$$

Если на систему этих двух тел не действуют внешние силы, т.е.  $\vec{f}_1 = 0$  и  $\vec{f}_2 = 0$ , то такую систему тел называют замкнутой. В этом случае

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2) = 0$$

или

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = \text{const}. \quad (1)$$

Этот вывод распространяется на любую замкнутую систему материальных точек, а следовательно, и на любую замкнутую систему тел, которые можно считать материальными точками. Таким образом, **импульс замкнутой системы тел (материальных точек) при любых их взаимодействиях между собой есть величина постоянная:**

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots m_n \vec{V}_n = \text{const} \Rightarrow \sum_i m_i \vec{V}_i = \text{const} \quad (2)$$

или

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots m_n \vec{V}_n = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2 + \dots m_n \vec{U}_n . \quad (3)$$

Закон сохранения импульса можно формулировать и применять не только для полного вектора импульса, но и для его компонент (составляющих). Если в данном направлении внешние силы не действуют или компенсируются, например в направлении ( $\vec{e}$ ), то векторная сумма компонент импульсов всех тел системы для этого направления сохраняется:

$$m_1 \vec{V}_{1\tau} + m_2 \vec{V}_{2\tau} + \dots m_n \vec{V}_{n\tau} = \vec{\text{const}} . \quad (4)$$

Подчеркнем еще раз, что закон сохранения импульса справедлив только для замкнутых систем и имеет векторный характер.

Закон сохранения импульса является отражением свойства однородности пространства. Однородность пространства означает, что если замкнутую систему тел перенести в пространстве так, что все тела системы будут находиться в тех же условиях, в каких они находились раньше, то это не отразится на протекании всех физических явлений. Другими словами, существует симметрия физических законов относительно сдвига начала координат системы отсчета.

Рассмотрим некоторые проявления закона сохранения импульса и использование его человеком.

А. Явление отдачи. Закон сохранения импульса позволяет объяснить явление отдачи. Это явление имеет место как при взаимодействии макроскопических тел (выстрел из орудия, реактивное движение), так и при взаимодействии микрообъектов (например, распад атомных ядер). Рассмотрим  $\alpha$ -распад. При  $\alpha$ -распаде ядра радиоактивного элемента выбрасывают  $\alpha$ -частицы - ядра атомов гелия (He). Если до распада основное ядро покоилось, то суммарный импульс продуктов распада должен остаться равным 0:

$$0 = M_{\text{я}} \vec{V}_{\text{я}} + m_{\alpha} \vec{V}_{\alpha} ,$$

где  $M_{\text{я}}$  - масса вновь образовавшегося ядра;  $m_{\alpha}$  - масса  $\alpha$ -частицы.

Спроектируем импульсы ядра и  $\alpha$ -частицы на выбранную ось X (рис.2). Тогда в проекциях закон сохранения импульса примет вид

$$0 = M_{\text{я}} V_{\text{я}} - m_{\alpha} V_{\alpha} \quad \text{или} \quad M_{\text{я}} V_{\text{я}} = m_{\alpha} V_{\alpha} .$$

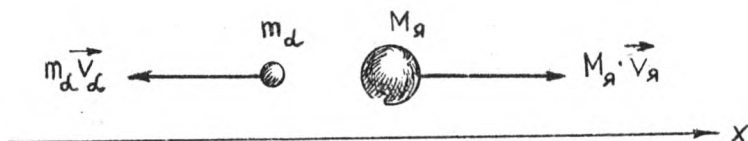


Рис. 2

Таким образом,  $\alpha$ -частица и ядро разлетаются в разные стороны, а их скорости обратно пропорциональны их массам:

$$\frac{v_я}{v_α} = \frac{m_α}{M_я} . \quad (5)$$

Заметим, что на явлении отдачи ядер был осуществлен один из первых экспериментов по обнаружению нейтрино - самой "неуловимой" из элементарных частиц.

Соотношение (5) справедливо и при любых других явлениях отдачи, например при выстреле из орудия или ружья. Учет явления отдачи составляет стрелка крепко прижимать приклад ружья к плечу, изготавливать орудия с подвижным стволом.

В прямой связи с отдачей при выстреле находится вопрос о сравнении силы удара двух спортсменов: боксера и каратиста. Оба они развили обычные человеческие способности к нанесению спортивных ударов путем специальных тренировок. В обоих рассматриваемых случаях сила удара возникает за счет изменения импульса стоящего спортсмена, ускоряющего для удара руку из состояния покоя до некоторой скорости на пути, равном размаху руки человека. Можно считать, что исходные условия обоих ударов одинаковы. Почему же различны результаты ударов? Все дело в том, что боксер передает большой импульс всей массе противника, сбивая его с ног. Каратист же концентрирует свой удар на очень малом участке тела и старается завершить его на небольшой глубине. Поэтому удар каратиста легко может разрушить ткани и кости противника, на которые он направлен. В кино и по телевидению часто показывают, как каратист рукой разбивает деревянные бруски и кирпичи. Обусловлено все вышесказанное еще и тем, что длительность удара каратиста  $\sim 0,005$  с, а удара боксера  $\sim 0,1$  с. Поэтому величина возникающей при ударе силы

оказывается у каратиста равной нескольким тысячам Н, а у боксера - нескольким сотням Н. Характерные графики зависимости силы удара от времени  $t$  для боксера и каратиста приведены на рис.3.

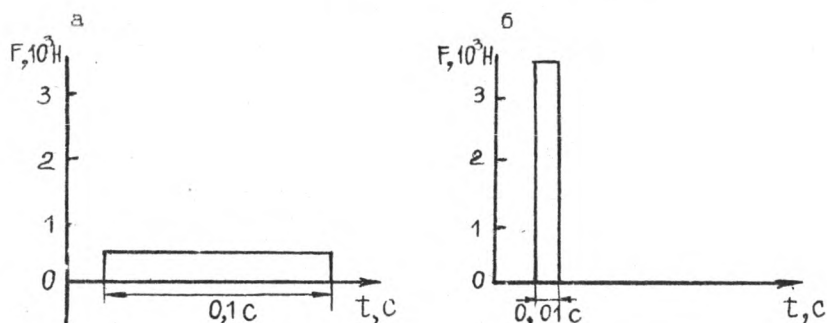


Рис.3 Графики зависимости от времени сил, развиваемых спортсменами при ударе: а - боксера, б - каратиста

**Б. Неупругое соударение двух шаров.** Использование закона сохранения импульса дает возможность просто решать определенные задачи в механике, которые при прямом применении законов Ньютона представляли бы значительные затруднения. В качестве примера рассмотрим задачу о неупругом соударении.

Пусть два шара с массами  $m_1$  и  $m_2$  движутся со скоростями  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$  так, что их центры все время находятся на одной прямой, например, параллельной оси  $X$  (рис.4,а). При этом  $V_{1x}$  и  $V_{2x}$  могут иметь положительный или отрицательный знак в зависимости от того, в каком направлении относительно оси  $X$  они движутся. При неупругом ударе шары после соударения не отскакивают друг от друга, а продолжают двигаться вместе с одинаковой скоростью в одном направлении (рис. 4,б).

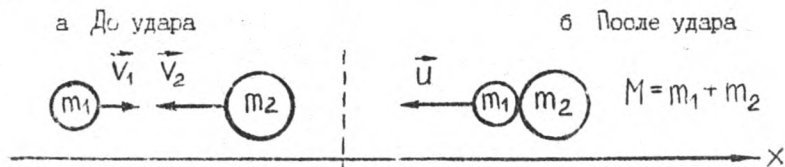


Рис.4

Будем считать нашу систему из двух шаров замкнутой (или можно считать, что вдоль оси X нет составляющих внешних сил). Применим к ней закон сохранения импульса.

До удара общий импульс шаров

$$\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 ;$$

после удара они имеют общий импульс

$$\vec{P}_2 = (m_1 + m_2) \vec{U},$$

где U - скорость, с которой вместе движутся шары после удара.

Применение закона сохранения импульса в векторном виде дает

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{U} \text{ и } \vec{U} = (m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2) / (m_1 + m_2).$$

Для конкретного случая эту задачу можно решать в числах, спроектировав векторное равенство на ось X. Тогда имеем

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = -(m_1 + m_2) U \text{ и } U = \frac{m_2 V_2 - m_1 V_1}{m_1 + m_2}.$$

Как мы видим, приведенное решение очень простое. Если бы мы захотели непосредственно применить для решения задачи второй закон Ньютона, то должны были бы знать, как деформируются шары при ударе, как изменяются их скорости в процессе удара и т.д., т.е. провести весьма сложные расчеты.

*В. Реактивное движение.* Существуют очень серьезные причины для выхода человека за пределы мира, называемого "Земля", в космическое пространство. Одной из них, очевидно, будет нехватка будущим поколениям людей жизненных ресурсов: воздуха, воды, жизненного пространства, полезных ископаемых и т.д. Кроме того, получение и использование энергии на Земле, связанное, по современным представлениям, с прогрессом человечества, ведет к тепловому загрязнению окружающей среды, которое не может увеличиваться беспределно, так как иначе произойдут необратимые изменения климата планеты. В космосе же возможности получения и рассеяния тепла несравненно шире.

Для передвижения в космосе из всех известных человечеству способов подходит лишь один - реактивное движение. Существенным отличием реактивного движения является то, что при нем тяга создается за счет

истечения части массы движущегося тела.

Наиболее распространенным примером реактивного движения является полет ракеты. Движение ракеты осуществляется за счет непрерывной отдачи, которая может быть осуществлена по-разному (жидкостная ракета, ракета на твердом топливе, фотонная ракета и т.д.). Например, все современные ракеты ускоряют или замедляют свое движение за счет истечения продуктов сгорания топлива (жидкого, твердого или газообразного).

Рассмотрим движение ракеты, ускоряющейся благодаря отдаче части своей массы. Пусть летящая ракета имеет в данный момент массу, равную  $M$ , и пусть количество горючего, сгорающего в ракете за время  $dt$ , равно  $dM$ , а скорость вылетающих из сопла газообразных продуктов сгорания относительно ракеты равна  $V_p$ . Тогда за время  $dt$  изменение импульса ракеты равно  $MdV$ , где  $dV$  - изменение скорости за время  $dt$ . Изменение импульса ракеты должно равняться изменению импульса вылетающих газов  $V_p dM$ . По закону сохранения импульса

$$-V_p dM = M dV.$$

Разделим обе части равенства на  $dt$  и в результате получим

$$V_p \frac{dM}{dt} = -M \frac{dV}{dt} = -Ma. \quad (6)$$

Знак " - " в формуле учитывает тот факт, что истечение газов происходит в направлении, противоположном движению ракеты. Таким образом, ускорение, приобретаемое ракетой, равно

$$a = \frac{V_p}{M} \frac{dM}{dt},$$

а выражение, стоящее слева в уравнении (6), может быть названо силой реактивной тяги. Как видно из уравнения (6), сила реактивной тяги пропорциональна скорости истечения продуктов сгорания из сопла ракеты и расходу массы. Уравнение (6) движения тела переменной массы впервые было получено русским ученым И.В. Мещерским (1859 - 1935).

Теперь воспользуемся полученным уравнением (6), чтобы определить, какую максимальную скорость может приобрести ракета при сгорании всего запаса топлива.

Пусть в начальный момент масса ракеты вместе с топливом была  $M_0$ , причем запас топлива  $m$ . Через конечное время топливо будет израсхо-



вано, и масса ракеты станет  $M = M_0 - m$ . Проведем разделение переменных в уравнении (6)

$$dV = -V_P \frac{dM}{M}.$$

Проинтегрируем левую и правую части уравнения

$$\int_{V_0}^{V_{\max}} dV = -V_P \int_{M_0}^M \frac{dM}{M},$$

тогда

$$V_{\max} - V_0 = -V_P \ln \frac{M}{M_0} = V_P \ln \frac{M_0}{M}.$$

Так как  $M_0 = M + m$ , то

$$V_{\max} = V_0 + V_P \ln \frac{M+m}{M},$$

следовательно,

$$V_{\max} = V_0 + V_P \ln \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (7)$$

Полученная формула впервые была выведена К.Э. Циолковским (1857 - 1935). Отношение массы  $m$  запасенного топлива на старте к массе самой ракеты  $M$ , т.е. величина  $m/M$ , называется числом Циолковского. Если начальная скорость ракеты  $V_0 = 0$ , то вместо (7) имеем

$$V_{\max} = V_P \ln \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (8)$$

Если, например,  $V_{\max} = 2000$  м/с, а число Циолковского  $m/M = 10$ , то скорость ракеты оказывается равной  $\sim 4,8$  км/с. Дальнейший рост  $m/M$  приводит к довольно медленному росту скорости ракеты.

В настоящее время все используемые человечеством ракеты работают на химическом топливе. Поэтому проблема получения максимальной скорости ракеты на химическом топливе свелась к проблеме снижения затрат топлива (уменьшения доли массы топлива в общей массе ракеты). Из формулы К.Э. Циолковского следует, что этого можно добиться несколькими способами:

а) созданием многоступенчатой ракеты, в которой последовательно отбрасываются ступени, содержащие баки для топлива, после его сгорания (идея К.Э. Циолковского);

б) увеличением тяги ракеты путем параллельного соединения нескольких ракетных двигателей (идея С.П. Королева, успешная реализация которой способствовала достижению нашей страной выдающихся успехов в освоении космоса);

в) увеличением скорости истечения продуктов сгорания топлива ( $V_p$ ), которая, по современным оценкам, не сможет превысить скорости 4 - 5 км/с для химического топлива.

Оценки показывают, что для достижения скоростей, обеспечивающих межзвездные перелеты в разумные сроки, потребуется фантастическое количество химического топлива. Например, для достижения скорости 0,25 от скорости света (0,25 с) число Циолковского оказывается фантастически большим ( $\mu/M = 5 \cdot 10^{3327}$ , если считать, что обеспечена скорость истечения продуктов сгорания, равная  $V_p = 10$  км/с). Поэтому для обеспечения межзвездных полетов потребуются разработка ракет, использующих какие-то особые виды топлива, или принципиально новые способы создания реактивной тяги.

Г. Баллистокардиография. На законе сохранения импульса основан метод исследования проявления сердечной деятельности, называемый баллистокардиографией. Поясним его суть. Для этого запишем закон сохранения импульса системы, состоящей из двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , при условии неподвижного центра масс

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$$

или

$$\vec{P}_1 = -\vec{P}_2,$$

Окончательно имеем

$$m_1 \vec{V}_1 = -m_2 \vec{V}_2.$$

Очевидно, что по импульсу одной части системы, например  $\vec{P}_1$ , можно судить об импульсе другой ее части  $-\vec{P}_2$ . Это обстоятельство можно использовать тогда, когда удобнее, проще и доступнее измерить импульс одной части системы с целью получения нужной информации о движении другой части системы. Так, например, о деятельности сердца и течения крови можно судить по "отдаче" тела человека. Понятно, что зафиксировать движение тела проще, чем крови.

Баллистокардиограф состоит из легкой подвижной платформы, на которой лежит исследуемый человек (или животное), и датчиков (рис.5), присоединенных к платформе и фиксирующих ее перемещение. По виду

ривой - баллистокардиограммы, отображающей зависимость смещения платформы с телом от времени, можно определить движение крови и состояние сердечной деятельности. На рис.6. показана примерная баллистограмма.

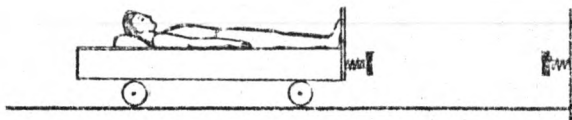


Рис.5

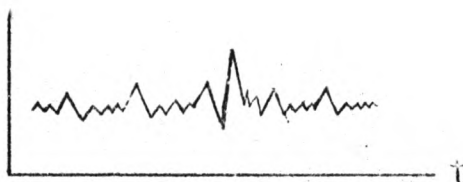


Рис.6

#### 2.2.7. Фундаментальные силы в природе и их классификация.

##### Категории и виды сил

Все существующие в природе виды взаимодействия между материальными телами можно разделить на четыре основных вида: гравитационное, слабое, электромагнитное и сильное (ядерное). В табл. 1. приведены основные характеристики этих видов взаимодействия. Соответственно можно говорить о четырех типах фундаментальных сил, возникающих при перечисленных выше видах взаимодействия.

С другой стороны, все силы, характеризующие различные взаимодействия, можно классифицировать несколько иначе, разделив их на три большие категории:

- 1) силы, характеризующие взаимодействие тел, находящихся в не-

Таблица 1

| Вид взаимодействия | Источник взаимного действия        | Относительная интенсивность | Радиус действия       |
|--------------------|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| Гравитационное     | Масса                              | $10^{-38}$                  | Дальнодействие        |
| Слабое             | Все элементарные частицы           | $10^{-15}$                  | $10^{-15}$ м<br>(1Fm) |
| Электромагнитное   | Электрические заряды               | $10^{-2}$                   | Дальнодействие        |
| Сильное (ядерное)  | Протоны, нейтроны, мезоны (адроны) | 1                           | $10^{-15}$ м<br>(1Fm) |

посредственным соприкосновении друг с другом (силы деформации или упругие силы, силы трения и т.п.), хотя по своей природе это электромагнитные силы, так как они обусловлены взаимодействием частиц (атомов и молекул), из которых эти тела состоят;

2) силы, связанные с взаимодействием тел через посредство особой формы материи - поля (гравитационного или электромагнитного), т.е. соответственно это гравитационные или электромагнитные силы;

3) силы инерции, являющиеся условными силами, которые вводятся при описании движения тел в неинерциальных системах отсчета.

Рассмотрим некоторые виды сил в механике, относящиеся к первой категории в предложенной нами классификации.

#### 2.2.7.1 Силы упругости

**Упругая сила** - это сила, возникающая при деформации тела, т.е. при изменении его формы или объема, обусловленном действием внешних сил.

Различают деформацию упругую и неупругую. При упругой деформации тело после прекращения действия внешних сил полностью восстанавливает свою форму и размеры. При неупругой деформации форма и размеры тела

полностью не восстанавливаются.

С другой стороны, различают деформации сжатия, растяжения, изгиба, кручения, сдвига.

Рассмотрим простейший вид деформации - деформацию линейного растяжения или сжатия тела, например, растяжение или сжатие пружины. Пусть мы имеем пружину, у которой один конец закреплен, а второй может свободно перемещаться вдоль оси  $X$  (рис.7, а).

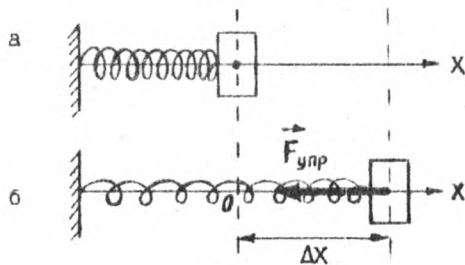


Рис.7

При растяжении пружины на величину  $\Delta x = r_x$  (здесь  $r_x$  - проекция на ось  $X$  радиус-вектора свободного конца пружины относительно равновесного положения этого конца) возникает упругая сила  $\vec{F}_{упр}$ , которая стремится вернуть пружину в положение равновесия (см.рис.7,б). В пределах смещений конца пружины, соответствующих упругой деформации,

справедлив **закон Гука**: упругая сила, возникающая при деформации линейного растяжения или сжатия, пропорциональна величине этой деформации.

В векторном виде этот закон имеет вид

$$\vec{F} = -k\vec{r}.$$

В проекции на ось  $X$  имеем

$$F_x = -kx,$$

где  $x$  - величина смещения (деформации);  $F_x$  - проекция силы на направление смещения;  $k$  - коэффициент упругости, являющийся константой, характеризующей вещество и "геометрию" тела. Напомним, что по природе упругая сила связана с электромагнитным взаимодействием частиц вещества (атомов и частиц их составляющих).

Примером упругой силы является нормальная реакция опоры. На рис.8 показаны направления этой силы при различных вариантах расположения взаимодействующих тел.

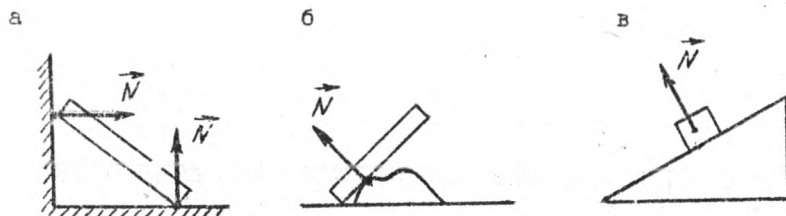


Рис.8. а - брусок, опирающийся на стену и пол;  
б - брусок, опирающийся на камень;  
в - тело на наклонной плоскости

Большую роль в жизнедеятельности самого человека играют упругие силы, действующие на различные элементы строения тела человека, и в первую очередь на опорно-двигательную систему скелета. При этом существенными являются упругие и прочностные свойства всех элементов опорно-двигательной системы скелета, который достаточно часто испытывает сильные, хотя и кратковременные, нагрузки во время ударов, падений, прыжков, в аварийных ситуациях. Действующие при этом на скелет силы могут в 15-20 раз превосходить собственный вес человека.

Как и все упругие материалы, вещество кости, мышц, сухожилий под действием нагрузки деформируется. Интересно, что на примере тела человека можно проследить все виды деформаций: сжатие, растяжение, изгиб, кручение. Так, кости позвоночного столба, таза и нижних конечностей в основном подвергаются сжатию и изгибу, кости верхних конечностей, связки, мышцы, сухожилия - растяжению. Деформации кручения подвержены шея, туловище в поясничной области, кисти рук.

#### Лекция 4

##### 2.2.7.2. Силы трения

**Силы трения** - это силы, возникающие при перемещении друг относительно друга тел или их частей. Они, как правило, направлены по касательной к трущимся поверхностям тел в сторону, противоположную направлению относительного движения этих тел.

Различают **внешнее** (оно возникает при относительном перемещении соприкасающихся твердых тел) и **внутреннее трение** (оно существует в

газах, жидкостях и твердых телах при относительном перемещении их частей).

А. Внешнее трение. Существуют три вида внешнего трения:

- трение скольжения,
- трение покоя,
- трение качения.

Соответственно перечисленным видам внешнего трения говорят о силах трения покоя, трения скольжения и трения качения.

Сила трения покоя - это сила, возникающая тогда, когда величина внешних сил, действующих на тело, недостаточна для того, чтобы вызвать его перемещение по некоторой поверхности. Сила трения покоя всегда равна по величине и противоположна по направлению результирующей внешних сил, действующих в направлении вдоль соприкосновения тела и опоры (рис.1). При этом сила трения покоя  $\vec{F}_{\text{тр}}$  равна по величине и противоположна по направлению результирующей внешних сил  $\vec{F}_{\text{внеш}}$ , параллельной плоскости соприкосновения.

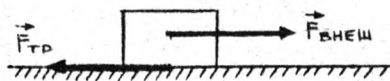


Рис.1

Сила трения скольжения - это сила, возникающая при скольжении одного тела по поверхности другого и направленная вдоль плоскости соприкосновения скользящих друг относительно друга тел (рис.2).

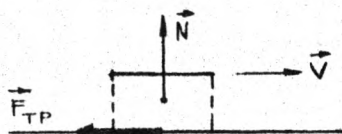


Рис.2

Численное значение силы трения скольжения при малых скоростях движения можно вычислить по формуле

$$|\vec{F}_{\text{тр}}| = \mu N, \quad (1)$$

где  $N$  - модуль силы нормального давления или нормальной реакции опоры (величина модуля обычно находится из основного уравнения динамики поступательного движения, записанного в проекции на направление  $\vec{N}$ );  $\mu$  - динамический коэффициент трения, который зависит от материала и свойств поверхностей соприкасающихся тел и определяется экспериментально.

Трение - довольно сложное физическое явление. Для правильного его объяснения требуется представление о взаимодействии между поверхностными атомами, для чего необходимо применение знаний из области физики твердого тела и химии. Отметим также, что для силы трения скольжения справедлив закон Амонтона: сила трения скольжения не зависит от величины поверхности соприкосновения скользящих друг относительно друга тел.

Сила трения качения - это сила, возникающая тогда, когда тело катится по поверхности опоры. Численное значение силы трения качения определяется формулой, аналогичной формуле (1). Однако вместо динамического коэффициента трения вводится другой - динамический коэффициент трения качения, который также определяется экспериментально. Коэффициент трения качения существенно меньше коэффициента трения скольжения. Этот факт связан с тем, что если при скольжении адгезионные связи\*) в области контакта двух поверхностей "рвутся" одновременно и на большой площади, то при качении - последовательно и притом весьма малыми порциями.

Рассмотрим роль трения в жизнедеятельности человека. Трение - неизбежный спутник множества окружающих человека явлений, и в первую очередь такого важного, как перемещение тел. Поскольку существование людей связано с движением по земле, воздуху и воде, наличие трения накладывает отпечаток на все виды человеческой деятельности, играя иногда полезную, а иногда вредную роль. В частности, трение поразительным образом помогает человеку перемещаться в пространстве. Именно благодаря силе трения между землей и ступнями человека обеспечивается

---

\*) адгезионные связи - это связи, обусловленные взаимодействием атомов или молекул соприкасающихся тел.



его поступательное движение вперед. Однако всевозрастающие скорости используемых человеком средств передвижения заставляют его расплачиваться за них все более чудовищными расходами энергии и топлива. Кроме того, трение всегда сопровождается выделением тепла, что на заре цивилизации позволило людям сделать одно из важнейших изобретений: научиться добывать огонь. И наконец, изнашивание машин и оборудования - безусловно, самое разорительное и неизбежное следствие действия трения, наносящее большой ущерб. Для повышения долговечности машин и оборудования применяются всевозможные смазки, наносящиеся между трущимися поверхностями и существенно уменьшающие коэффициент трения за счет снижения адгезионных связей.

Трение важно для человека, так как без него невозможно перемещение, преобразование поступательного движения мышц во вращательное движение конечностей в суставах. Суставы человека и животных близки по своим функциям к шарнирам: шаровому и цилиндрическому. Например, плечевой и тазобедренный суставы; сочленение головы с позвоночником; глаза в своей орбите устроены по принципу шарового шарнира, состоящего из двух соприкасающихся сферических поверхностей (выпуклой и вогнутой) равного радиуса; локтевой и коленный суставы; суставы пальцев напоминают цилиндрический шарнир, допускающий вращение только в одной плоскости.

Вся поверхность сустава, испытывающего трение, покрыта особой хрящевой тканью, пропитанной так называемой синовиальной жидкостью. Эта жидкость по своему составу близка к плазме крови, но обладает значительно большей вязкостью. Под периодической внешней нагрузкой, например при ходьбе, жидкость выдавливается из капилляров хряща и, действуя как смазка, обеспечивает коэффициент трения 0,003. Только болезни, вызванные отсутствием тренировок или возрастными изменениями, могут нарушить совершенство суставов. Последствия этого бывают тяжелыми для человека: часто он практически лишается способности нормально ходить.

Вообще же проблема трения и изнашиваемости в суставах решена природой на таком уровне, о котором инженеры-трибологи (специалисты по трению) только мечтают. Динамические нагрузки, превышающие тысячу ньютонов при прыжках, практическое отсутствие трения и изнашивания, никакого особого "техобслуживания" и безотказная работа в течение всей жизни - вот перечень качеств природного уала трения - сустава.

Б. *Внутреннее трение.* Силы внутреннего трения, или вязкого трения, зависят от относительной скорости смещения отдельных слоев газа, жидкости или твердого тела друг относительно друга. Эти силы возникают, например, при течении жидкости или газа по трубам, при движении тел в жидкости или газе и т.п.

При небольших скоростях силы внутреннего трения пропорциональны скорости относительного смещения, а при больших скоростях эта зависимость становится более сильной. Примерный вид графика зависимости силы внутреннего трения ( $\vec{F}_{\text{вн.тр}}$ ) от скорости относительного перемещения слоев представлен на рис.3.

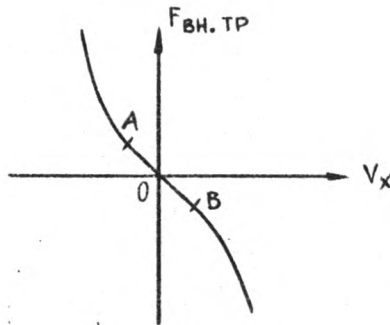


Рис.3

На прямолинейном участке АВ, соответствующем малым скоростям относительного перемещения слоев, сила внутреннего трения пропорциональна первой степени скорости:

$$|\vec{F}_{\text{вн.тр}}| \sim V.$$

Вводя коэффициент внутреннего трения (коэффициент вязкости)  $\eta$ , можно записать

$$\vec{F}_{\text{вн.тр}} = -\eta V.$$

Сила внутреннего трения гораздо меньше силы сухого трения. Поэтому для уменьшения трения между деталями машин применяют смазку, о чем говорилось выше.

При движении твердых тел в жидкости или газе, кроме силы внутреннего трения, на тело (в случае больших скоростей и размеров тел) начинает оказывать существенное влияние сила сопротивления движению,

равная по модулю

$$F_{\text{сопр}} = \frac{\Delta(mV)}{\Delta t} = \rho S V^2, \quad (2)$$

где  $V$  - скорость движения тела;  $\rho$  - плотность среды (жидкости или газа);  $S$  - площадь поперечного сечения тела.

Таким образом, тело, движущееся в среде, испытывает действие двух сил: силы жидкого трения ( $F_{\text{тр}}$ ) и силы сопротивления ( $F_{\text{сопр}}$ ). При небольших скоростях сила сопротивления меньше силы жидкого трения, а при больших - значительно превосходит ее (рис.4).

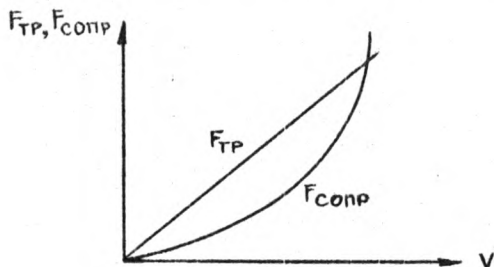


Рис.4

Из рис.4 видно, что при некотором значении скорости силы  $F_{\text{тр}}$  и  $F_{\text{сопр}}$  становятся равными по модулю. В этом случае говорят о так называемом установившемся движении, т.е. движении с постоянной скоростью.

Из формулы (2) для силы сопротивления движению видно, что ее значение сильно зависит от формы движущегося тела. Форму тела, при которой сила сопротивления мала, называют обтекаемой. Ракетам, самолетам, автомобилям и другим машинам, движущимся с большими скоростями в воздухе или в воде, придают обтекаемую, каплеобразную форму. С другой стороны, изменяя размеры падающего тела, увеличивая или уменьшая силу сопротивления воздуха, можно менять установившуюся скорость. Так, например, установившаяся скорость парашютиста, выполняющего затыжной прыжок, составляет примерно 60 м/с. Разводя руки и ноги в сторону, парашютист может уменьшить свою скорость до 40 м/с. Установившаяся скорость при полете с раскрытым парашютом равна примерно 5-8 м/с. А шар с массой, равной массе человека, имеет установившуюся скорость ~ 105 м/с.

### 2.2.7.3. Сила всемирного тяготения. Сила тяжести

Сила тяготения - самая великая сила природы. Многим обязан человек этой силе.

Не будь тяготения, человек лишился бы дома. Именно тяготение соединяет единою горные породы, собирает воды планеты, образуя моря и океаны, удерживает у Земли ее голубую атмосферу - основу всего живого на Земле. Не будь этой силы, Земля и другие тела нашей планетной системы - от мельчайшего астероида до гигантского Юпитера - понеслись бы в разные стороны в черное пространство Вселенной.

Да и сама Вселенная не устояла бы без силы всемирного тяготения: распались бы галактики, разрушилась бы структура Вселенной.

Сила всемирного тяготения определяется **законом всемирного тяготения**:

*Две материальные точки (два тела сферически симметричной формы) массами  $m$  и  $M$ , находящиеся на расстоянии  $r$  друг от друга, взаимодействуют с силой*

$$F_g = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \quad (3)$$

*или в векторной форме*

$$\vec{F}_g = \gamma \frac{mM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (4)$$

где  $\gamma$  - коэффициент пропорциональности, называемый гравитационной постоянной и равный  $6,62 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$ . Численное значение гравитационной постоянной определено опытным путем. Впервые  $\gamma$  была измерена в опытах с крутильными весами английским ученым Г.Кавендишем (1731-1810) в 1797 г.

На языке современной науки закон всемирного тяготения постулирует введение одного из 4-х фундаментальных видов взаимодействия - гравитационного (см. табл.1).

Анализ расчетов величины силы  $F_g$  для разных объектов позволяет утверждать, что сила тяготения слабо проявляет себя для объектов микромира и макротел малой массы. Однако ее значения достигают огромных величин для больших масс, т.е. для космических объектов.

Закон всемирного тяготения не только позволяет рассчитать величину взаимодействия двух масс, но и, как оказалось, из него следует основополагающий принцип современной космологии - нестационарность нашего мира.

Действительно, два объекта по закону всемирного тяготения, взаимодействуя, испытывают ускорение  $a = \gamma M / R^2$ .

Факт, что любые две галактики, находящиеся в однородной Вселенной на расстоянии  $R$  друг от друга, испытывают относительное отрицательное ускорение  $\ddot{a}$ , определяемое вышеприведенной формулой, означает, что Вселенная должна быть нестационарной (изменяться во времени). Действительно, если мы представим, что в некоторый момент времени галактики покоятся и плотность вещества во Вселенной не меняется, то в следующий момент галактики приобретут скорость под действием взаимного тяготения всего вещества, сообщившего им ускорение  $\ddot{a}$ . Из этого следует необходимость движения галактик - сближение или удаление, изменение со временем радиуса взаимодействия галактик и плотности вещества Вселенной.

Вселенная должна быть нестационарной, ибо в ней действует тяготение - таков основной вывод из всего рассмотренного выше.

Конечно, Ньютон не предполагал такого вывода из своей теории. К нему пришли гораздо позже, уже в нашем веке. Разбегание галактик - экспериментальный факт. Известны многочисленные его подтверждения методами астрофизики. Все существующие теории эволюции Вселенной постулируют ее нестационарность как данность. Они утверждают, что очень давно, в некий момент времени  $t=0$ , все вещество нашей Вселенной было сжато в точку и обладало колоссальной плотностью. После "Большого взрыва" вещество Вселенной начало расширяться с огромными скоростями во всех направлениях, и это расширение длится по сегодняшний день.

Вернемся к формуле (3). В этой формуле гравитационные массы  $m$  и  $M$  двух взаимодействующих тел в соответствии с принципом эквивалентности равны инертной массе этих тел, суть которой проявляется во втором законе Ньютона. Справедливость принципа эквивалентности подтверждается многочисленными опытами, проводимыми учеными разных стран.

Используя сказанное выше и считая одно из взаимодействующих тел Землей, а второе - находящимся вблизи или на поверхности Земли, можно записать формулу (3) следующим образом:

$$F_g = ma = \gamma \frac{mM_3}{R_3^2}, \quad (5)$$

где  $m$  - масса тела;  $M_3$  - масса Земли;  $R_3$  - радиус Земли.

Из равенства (5) следует, что

$$\alpha = g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2} \approx 9,82 \text{ м/с}^2. \quad (6)$$

Таким образом, сила всемирного тяготения  $F_g$  сообщает всем телам, находящимся вблизи поверхности Земли, одинаковое ускорение  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ , называемое ускорением свободного падения.

**Сила тяжести.** Сила тяжести ( $F_{тяж}$ ) - это ортальная составляющая силы Земного тяготения (на Луне - лунного тяготения, на Марсе - марсианского тяготения и т.д.). Сила тяжести во всех точках земной поверхности, кроме полюсов и экватора, не совпадает с силой тяготения по направлению и во всех точках, кроме полюсов, меньше ее по величине. Это обусловлено вращением Земли. Чтобы пояснить этот факт обратимся к рис.5.

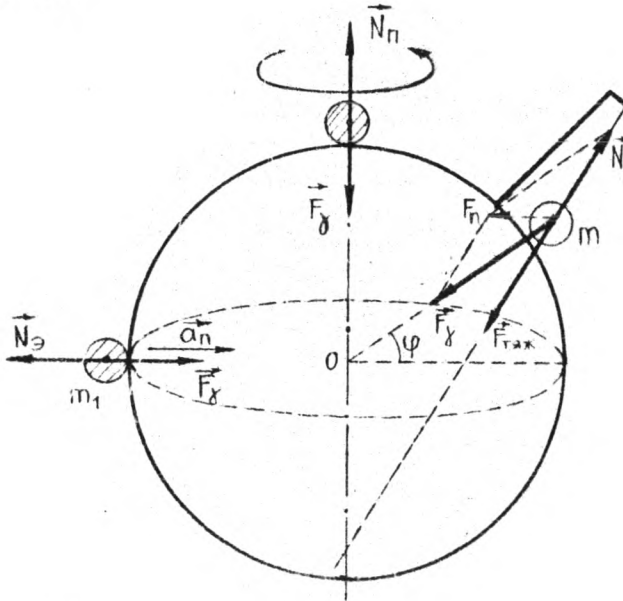


Рис. 5

Пусть некоторое тело массой  $m$  висит на подвесе, установленном на поверхности Земли в точке, находящейся на широте  $\varphi$ .

На тело действует сила тяготения  $\vec{F}_\gamma$  и реакция опоры  $\vec{N}$  (эта сила обусловлена упругостью нити). Равнодействующая этих сил  $\vec{F}_n$  сообщает телу нормальное ускорение  $\vec{a}_n$ , так как тело вместе с Землей вращается по окружности в плоскости, перпендикулярной оси вращения Земли. Эта сила направлена к центру окружности, лежащему на оси вращения. Реакция опоры (нити) уравнивает не силу тяготения  $\vec{F}_\gamma$ , а ее составляющую  $\vec{F}_{\text{тяж}}$ , которая и называется силой тяжести.

Как видно из рис. 5, силы  $\vec{F}_\gamma$  и  $\vec{F}_{\text{тяж}}$  не равны по величине и не совпадают по направлению, за исключением полюсов. Рассмотрим тело  $m_1$ , находящееся на экваторе. Для этого тела второй закон Ньютона имеет вид

$$\vec{F}_\gamma + \vec{N}_3 = m_1 \vec{a}_n.$$

В проекции на направление ускорения  $a_n$  имеем

$$F_\gamma - N_3 = m_1 a_n$$

или

$$N_3 = F_\gamma - m_1 a_n.$$

Так как  $N_3 = F_{\text{тяж}}$ , то

$$F_{\text{тяж}} = F_\gamma - m_1 a_n.$$

На полюсе  $a_n = 0$ . Тогда

$$F_\gamma - N_n = m_1 a_n = 0,$$

т. е.  $F_\gamma = N_n = F_{\text{тяж}}$ .

Таким образом, на полюсах имеем

$$F_\gamma = F_{\text{тяж}} = m_1 g.$$

Добавка  $m_1 a_n$  к силе  $F_\gamma$  весьма не велика. (Читателю предлагается самостоятельно убедиться в этом.) Поэтому во многих опытах и задачах можно считать, что

$$F_{\text{тяж}} \approx F_\gamma = mg.$$

#### 2.2.7.4. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции

Законы Ньютона выполняются не в любых системах отсчета. Системы отсчета, в которых эти законы справедливы, называются, как отмечалось выше, инерциальными. Инерциальной в некотором приближении может считаться гелиоцентрическая система (система, связанная с Солнцем). Все инерциальные системы движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно или находятся в соотношении относительного покоя. Система отсчета, которая движется относительно инерциальной с ускорением, называется неинерциальной.

Рассмотрим механику неинерциальных систем. В этих системах отсчета ее законы имеют особую специфику.

В качестве примера неинерциальной системы отсчета рассмотрим ускоренно движущийся поезд. Опыт показывает, что тела, находящиеся в движущейся с изменяющейся скоростью неинерциальной системе отсчета, (поезде) начинают двигаться ускоренно, хотя между этими телами нет взаимодействия, вызывающего ускорение: вещи с полок в вагоне поезда падают на пол, пассажиры прижимаются к стенкам сидений и т.д.

Для того чтобы можно было использовать второй закон Ньютона в неинерциальной системе отсчета, вводят дополнительные силы - силы инерции. Эти силы обусловлены ускоренным движением неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной.

При произвольном движении неинерциальной системы отсчета и тел в этой системе учет сил инерции достаточно сложен, поэтому разберем один, наиболее простой случай.

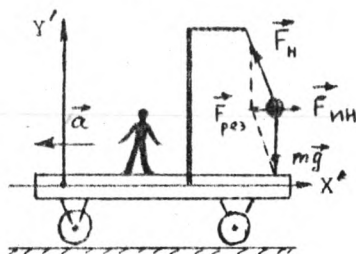
Рассмотрим неподвижное тело в неинерциальной системе отсчета, движущейся прямолинейно с постоянным ускорением относительно инерциальной системы (рис. 6).

Пусть тележка (неинерциальная система) с маятником перемещается ускоренно и прямолинейно. При таком движении маятник будет отклонен на некоторый угол  $\alpha$  (см. рис. 6). На маятник действуют следующие силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила натяжения нити  $\vec{F}_H$ . Так считает наблюдатель в инерциальной системе отсчета ("неподвижный" наблюдатель). Равнодействующая этих сил равна

$$\vec{F} = \vec{F}_H + m\vec{g} \quad .$$



а Неинерциальная система отсчета



б Инерциальная система отсчета

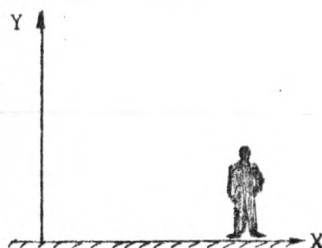


Рис. 6.

Под действием силы  $F$  маятник ускоренно движется вместе с тележкой относительно "неподвижного" наблюдателя в соответствии с основным уравнением динамики

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_H = m\vec{a}.$$

Наблюдатель, находящийся в неинерциальной системе отсчета ("подвижный" наблюдатель), замечает, что маятник покоится, будучи отклоненным на некоторый угол  $\alpha$ . Чтобы это соответствовало законам Ньютона, "подвижный" наблюдатель кроме двух сил ( $m\vec{g}$  и  $\vec{F}_H$ ) вынужден ввести третью - силу инерции ( $\vec{F}_{ин}$ ), которая направлена противоположно  $F$  и равна ей по модулю:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}. \quad (7)$$

Таким образом, сила инерции равна взятому с обратным знаком произведению массы тела на ускорение системы отсчета.

Итак, в неинерциальной системе отсчета на маятник действуют три силы: сила тяжести, сила натяжения нити и сила инерции. Векторная сумма этих сил равна нулю, поэтому маятник согласно второму закону Ньютона не имеет ускорения в этой системе.

Силу инерции следует считать "фиктивной" в том смысле, что нет реального тела, со стороны которого эта сила действует.

Рассмотрим еще один пример. В кабине лифта на пружинных весах подвешено тело массой  $m$ . Лифт перемещается вверх с ускорением  $\vec{a}$ . "Не-

подвижный" наблюдатель (инерциальная система отсчета) отмечает, что на тело действует сила тяжести  $\vec{m\vec{g}}$  и сила упругости  $\vec{F_{упр}}$  пружины (рис.7,а). Разность модулей этих сил равна по второму закону Ньютона

произведению массы тела на ускорение:

$$F_{упр} - mg = -ma.$$

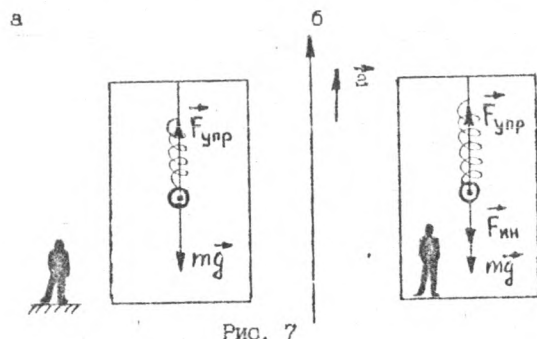


Рис. 7

"Подвижный" наблюдатель в неинерциальной системе отсчета считает, что на тело действуют следующие силы (рис.7,б): сила тяжести  $\vec{m\vec{g}}$ , сила упругости  $\vec{F_{упр}}$  и сила инерции  $\vec{F_{ин}} = -\vec{ma}$ . Так как тело покоится отно-

сительно этой системы, то

$$m\vec{g} + \vec{F_{упр}} + \vec{F_{ин}} = 0.$$

В проекции на направление ускорения имеем

$$-mg + F_{упр} - F_{ин} = 0$$

или

$$mg + F_{ин} = F_{упр}.$$

В более сложных случаях, когда тело перемещается во вращающейся неинерциальной системе, соотношение (7) неверно, так как имеет другой вид.

Как видно из приведенных примеров, одно и то же явление допустимо рассматривать в различных системах отсчета, однако использование второго закона Ньютона в неинерциальных системах отсчета возможно лишь при учете сил инерции.

Силы инерции и силы тяготения (гравитационные) являются эквивалентными и физически неразличимыми. Рассмотрим это на примере с лифтом. В наших рассуждениях предполагалось, что лифт находится вблизи Земли и на него и на тело, находящееся в нем, действуют силы тяжести, обусловленные тяготением Земли. Если бы это не было известно, то отличить силы инерции от силы тяготения было бы невозможно. Представим

случай, изображенный на рис.7,б. Пусть неизвестно, влияет ли гравитация. Что можно утверждать в системе отсчета, связанной с лифтом? Лишь то, что на тело действует сила, растягивающая пружину. Почему возникла эта сила, сказать нельзя, так как может реализовываться один из трех вариантов: а) система при отсутствии полей тяготения движется ускоренно, так что натяжение создается только силой инерции; б) система неподвижна или движется прямолинейно и равномерно в гравитационном поле, и тогда натяжение пружины вызывается исключительно силой тяжести; в) система движется ускоренно в поле тяготения, и сила, растягивающая пружину, складывается из силы тяжести и силы инерции (как и было рассмотрено в приведенных выше примерах).

Эквивалентность сил тяготения и сил инерции отражает один из принципов общей теории относительности, созданной А.Эйнштейном в 1915 г.

Величины сил, встречающиеся в природе, приведены в табл.6 прил.1. В этой же таблице для сравнения представлены значения сил, развиваемых человеком в различных ситуациях.

Рассмотрим некоторые физические и биофизические вопросы, связанные с неинерциальными системами отсчета.

## Лекция 5

### 2.2.7.5. Вес тела. Невесомость и перегрузки

**Вес тела.** *Весом тела назовем силу, с которой тело действует на горизонтальную опору или растягивает подвес благодаря притяжению Земли и возможному ускоренному движению вместе с опорой или подвесом.*

Если тело неподвижно относительно Земли или движется равномерно и прямолинейно, то вес тела равен силе тяжести.

Как следует из определения, вес тела зависит не только от силы притяжения, но и от ускорения опоры (подвеса). Таким образом, вес тела не определяется однозначно массой тела и его местонахождением. Так, на рис.7,б видно, что вес тела  $\vec{P}$  складывается из силы инерции и силы тяжести, эта суммарная сила действует на опору (пружину):

$$\vec{P} = \vec{F}_{ин} + m\vec{g} . \quad (1)$$

При нормальном, привычном состоянии биологической системы, в частности человека, вес равен силе тяжести. Для целей космической медицины интересны случаи, когда вес отличается от силы тяжести. Рассмотрим подробнее такие состояния.

Невесомость. Если опора вместе с телом движется в сторону Земли с ускорением  $g$ , то

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{g},$$

следовательно,

$$\vec{P} = -m\vec{g} + m\vec{g} = 0. \quad (2)$$

Вес тела равен нулю, тело не действует на опору. Такое состояние называют невесомостью.

Итак, в неинерциальной системе отсчета невесомость возникает, когда сумма сил тяжести и инерции равна 0. В инерциальной системе отсчета состояние невесомости можно охарактеризовать как такое, при котором на систему действуют только силы тяжести или вообще никакие силы не действуют. Безотносительно к системам отсчета невесомость определяют как состояние механической системы, при котором действующие на систему внешние силы не вызывают взаимных давлений тел системы друг на друга. Это и происходит при свободном падении.

На практике в земных условиях состояние невесомости наблюдают:

а) в "башнях невесомости" (высоких сооружениях, внутри которых свободно падают контейнеры с исследовательской аппаратурой);

б) в самолетах, движущихся по особым траекториям ("горкам Кеплера");

в) с помощью ракет-вондов, которые поднимаются в разреженные слои атмосферы, после чего их двигатели отключаются, и они переходят в режим свободного падения.

Еще один способ получения невесомости в земных условиях - иммерсия, т.е. погружение тела в жидкость с плотностью, равной плотности тела. В этом случае вес тела уравнивается силой Архимеда, тело становится невесомым, приобретая способность свободно перемещаться в любом направлении. Именно таким образом тренируются космонавты в Центре подготовки космонавтов им. Ю. А. Гагарина для работы на космических станциях. Необходимо, однако, помнить, что гидроневесомость отличается от подлинной невесомости прежде всего сопротивлением, которое оказывает телу человека водная среда.

Своеобразной моделью состояния невесомости может служить опреде-

ленное положение тела человека в постели, при котором верхняя часть тела располагается ниже горизонтальной линии, - так называемое анти-ортостатическое положение. В специально проводимых опытах угол наклона тела в положении "вниз головой" менялся от -4 до -30 градусов. При этом оказалось, что чем больше наклон, тем сильнее проявляется действие земной невесомости. Исследователи пришли к выводу, что 15-минутное пребывание человека под углом 30 градусов можно использовать как тест на выносливость к невесомости.

Человек зарождается, формируется и живет в условиях одновременного воздействия силы тяжести и реакции опоры. Отсутствие воздействия опоры при невесомости может привести к серьезным изменениям физиологических функций человека и животных.

Чем же отвечает организм человека на состояние невесомости? В области сознания - более или менее выраженной дезориентацией в пространстве. У человека возникают иллюзии положения и перемещения, связанные с нарушением сложной деятельности вестибулярного аппарата, зрения, кожной и мышечной чувствительности. Человек начинает испытывать ощущение, как будто он падает или совершает полет вниз головой.

Другая группа реакций человеческого организма связана с тем, что в невесомости кровь также становится невесомой. В результате происходит перераспределение массы циркулирующей крови: из нижней части тела она устремляется в верхнюю. Возрастающий поток крови к сердцу воспринимается нервными окончаниями, которые контролируют объем и давление циркулирующей крови, как аварийная ситуация. Запускаются механизмы циркуляции, они приводят к уменьшению объема циркулирующей крови; почки выделяют повышенное количество воды. Одновременно уменьшается чувство жажды, усугубляется отрицательный водный баланс. Через несколько недель полета могут возникнуть явления, которые медики называют детренированностью сердечно-сосудистой системы.

Еще одно действие невесомости проявляется в том, что кости и мышцы лишаются весовой нагрузки. Весь характер двигательной активности приобретает новые черты: человек не ходит, а плавает в космическом корабле. Для перемещения как внутри корабля, так и вне его большие преимущества приобретает руки, а не ноги. Мышцы начинают частично атрофироваться, меняется координация движений. Для того чтобы не допустить детренированности, космонавты должны проводить специальные комплексы тренировок и носить специальные костюмы.

Перегрузки. В том случае, когда вес преобладает над силой тяжести ( $F > mg$ ), возникают перегрузки. В неинерциальной системе отсчета можно, учитывая (1), записать

$$|\vec{F}_{\text{ин}} + m\vec{g}| > mg.$$

На рис.7,6 (лекция 4) показан наиболее простой случай, когда появляются перегрузки: сила инерции и сила тяжести направлены в одну сторону. Перегрузку обычно выражают отношением

$$\eta = |\vec{F}_{\text{ин}} + m\vec{g}| / (mg) = |-m\vec{a} + m\vec{g}| / (mg). \quad (3)$$

Так, например, если неинерциальная система движется с  $\vec{a} = -4\vec{g}$  противоположно ускорению  $\vec{g}$ , то перегрузка равна 5 (пятикратная перегрузка).

В отличие от скорости, величина которой не ощущается человеком, (см.разд. 2.1.3) ускорение может ощутимо влиять на человека. Возрастающие ускорения по сравнению с величиной ускорения свободного падения  $g$ , приводящее к перегрузкам, может оказаться опасным для человека.

При перегрузках происходит замедление кровообращения. Действительно, в норме давление крови у человека на уровне сердца составляет 0,12 атм. Так как голова человека на 30 см выше сердца, то при ускорении  $4g$  этого давления достаточно лишь для того, чтобы кровь могла дойти до головного мозга. Чтобы обеспечить кровообращение при  $8g$ , сердце должно увеличить напор крови более чем вдвое. При ускорении  $5g$ , действующем вдоль тела в направлении "ноги-голова", кровь утяжеляется настолько, что сердце вообще не может гнать ее к голове. Человек испытывает в этом случае ощущение "черной пелены" перед глазами и теряет сознание. Если ускорение направлено в противоположную сторону "голова-ноги", перед глазами встает "красная пелена" и наступает потеря сознания в результате прилива крови к голове. Уже при ускорении несколько большем  $g$  у человека могут появиться нарушения зрения, могут наблюдаться галлюцинации. Определенный вклад в ощущение человеком перегрузки дает увеличение давления одних внутренних органов на другие в теле человека.

Известные из опыта безопасные для человека перегрузки и время их действия приведены на рис.1. Из рис.1 следует, что перегрузки, превышающие  $10g$ , человек может выдерживать в течение промежутка времени порядка 1 с.

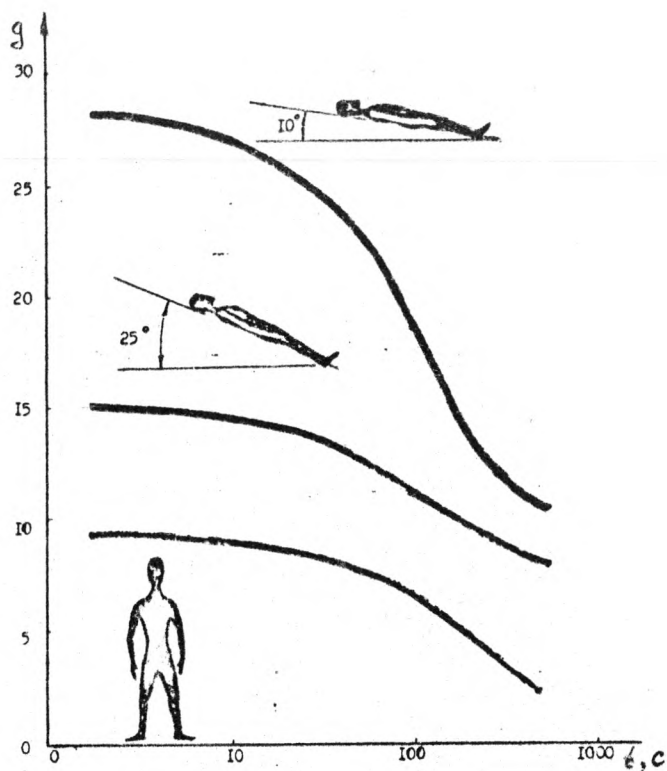


Рис. 1

Возникновение перегрузок обычно связывают со стартами космических кораблей, когда на космонавта в течение времени работы двигателей (порядка 5 с) действуют перегрузки (7g - 9g).

Большие перегрузки (до 10g) возникают при раскрытии парашюта, управляемом спуске космического аппарата, резком маневрировании на скоростном самолете, автомобильной аварии.

Методы борьбы с опасными перегрузками предложил еще К.Э.Диолковский. Один из них - помещение космонавта при старте и финише ракеты в жидкость с плотностью, равной плотности тела человека. Второй

способ, подтвержденный многочисленными опытами и применяемый в современной космонавтике, заключается в расположении тел космонавтов так, чтобы перегрузка была направлена перпендикулярно длинной оси человеческого тела. Последнее делается для того, чтобы, уменьшая размеры подвергнутых деформации кровеносных сосудов, свести к минимуму нарушение условий кровообращения.

Оказывается, что к идее о горизонтальном расположении тела человека на старте ракеты К.Э. Циолковский пришел благодаря наблюдениям такого рода. Известно, что человек в случае ухудшения здоровья или при сильном утомлении стремится лечь, так как в этом положении ему легче переносить даже "обычную перегрузку" - земное тяготение. В горизонтальном положении тренированные люди способны переносить без последствий для здоровья перегрузки до  $30g$  (см. рис. 1).

В космической медицине для тренировки людей к перегрузкам, а также при подобных экспериментах на животных используются большие центрифуги. В таких системах центробежная сила инерции и сила тяжести действуют под прямым углом друг к другу, но при больших перегрузках направление равнодействующей этих сил мало отличается от направления центробежной силы инерции.

В заключение раздела отметим, что большие перегрузки человек испытывает и при аварии автомобилей. В результате многочисленных экспериментов на манекенах и изучения статистики несчастных случаев на дорогах удалось выяснить, что реальные шансы выжить имеют те автомобилисты, чье ускорение при аварии не превышает  $30g$ . При наличии ремней безопасности величина ускорения при аварии возрастает за счет меньшего смещения человека. Однако из вышесказанного следует, что, выдерживая большие ускорения, автомобилист имеет больше шансов уцелеть при аварии с ремнями безопасности, чем при ударе о части автомобиля, если этих ремней нет.

#### 2.2.7.6. Вестибулярный аппарат как инерциальная система ориентации

В обычных условиях положение свободно подвешенного маятника указывает направление силы тяжести. Если маятник связан с неинерциальной системой отсчета, то его положение указывает направление равнодействующей сил тяжести и инерции. Проградуированный пружинный маятник кроме направления способен оценить и значение этой равнодействующей,



зная массу маятника можно найти (см. раад. 2.2.7.4) ускорение системы. Такой индикатор является инерциальной системой ориентации, т.е. системой, с помощью которой определяются направления сил инерции (и сил тяжести) и ускорение системы.

Более удобным индикатором ускорения системы является устройство, изображенное на рис. 2: тело известной массы закреплено на 6 пружинах. По деформации пружины можно определить значение и направление сил инерции, а отсюда значение и направление ускорения системы в сумме с ускорением свободного падения. Такого рода индикаторы используются в инерциальной навигации, которая получила развитие в связи с решением космических задач.

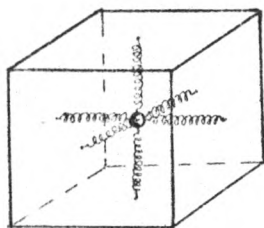


Рис. 2

В самом деле, если известно ускорение системы, например, ракеты, в каждый момент времени, то можно получить зависимость скорости от времени:

$$\vec{V} = \int \vec{a} dt. \quad (4)$$

Определив  $V = f(t)$ , можно найти положение системы в любой момент времени:

$$x = \int v_x dt; \quad y = \int v_y dt; \quad z = \int v_z dt.$$

Итак, можно без помощи средств, находящихся вне ракеты, измеряя силы инерции, автономно установить такие параметры, как местоположение, скорость и ускорение в любой момент времени.

В человеческом организме имеется орган, который тоже, по существу, является инерциальной системой ориентации, - это вестибулярный аппарат. Он расположен во внутреннем ухе и состоит (рис. 3) из трех взаимно перпендикулярных полукружных каналов К и полости - преддверия В. На внутренней поверхности стенок преддверия и в части полукружных каналов находятся группы чувствительных нервных клеток, имеющих свободные окончания в форме волосков. Внутри преддверия и полукружных каналов имеется студенистая масса (эндолимфа), содержа-

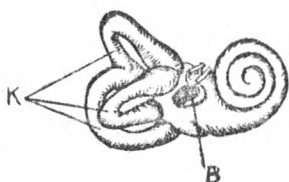


Рис. 3

шая мелкие кристаллы фосфорнокислого и углекислого кальция (отолиты). Ускоренное перемещение головы вызывает перемещение эндолимфы и отолитов, что воспринимается нервными клетками (через волоски). Вестибулярный аппарат, как и любая

другая биофизическая система, не различает силы тяжести и силы инерции, а реагирует на равнодействующую этих сил. Кроме того, от системы, изображенной на рис. 2, вестибулярный аппарат принципиально отличается тем, что не способен количественно определить ускорение человека (неинерциальной системы). Это обстоятельство не позволяет человеку, едущему в закрытой кабине машины, определить местонахождение автомобиля.

Наш организм приспособился к действию силы тяжести. Соответствующую привычную информацию клетки вестибулярного аппарата сообщают в мозг, поэтому состояния невесомости и перегрузок воспринимаются нами посредством вестибулярного аппарата (и других органов) как необычные состояния, к которым необходимо приспособиться.

Если силы инерции будут периодически воздействовать на вестибулярный аппарат, например, при качке корабля (раскачивание на качелях), то это может привести организм в особое состояние, называемое морской болезнью.

## 2.2.8. Понятие об энергии

Импульс тела не является полной мерой механического движения. Чтобы пояснить эту мысль, рассмотрим следующий пример: если два шара одинаковой массы, сделанные из пластилина, движутся навстречу друг другу с одинаковой скоростью, то после удара в соответствии с законом сохранения импульса они остановятся. Хотя в этом случае и не произошло изменения импульса системы "шар - шар", однако движение стало совершенно иным: шары остановились, но одновременно в результате удара произошли их деформация и нагревание.

Таким образом, импульс не отражает этих изменений. Опыт показывает, что нет прямой связи между изменением температуры тел при

ударе и импульсом, который был у шаров. Поэтому необходимо введение другой, более полной и единой меры механического (и не только механического) движения тел, особенно в тех случаях, когда происходит превращение одной формы движения материи в другую. В примере с шарами механическая форма движения переходит в молекулярно-кинетическую (тепловую). Можно привести еще несколько наглядных примеров превращения механической формы движения материи в тепловую: нагрев детали при механической обработке на станке, нагрев опускаемого космического аппарата при его движении в атмосфере. В различных тепловых двигателях, наоборот, тепловое движение превращается в механическое. Наконец, в электродвигателях электромагнитная форма движения материи превращается в механическую, а при протекании электрического тока по проводнику происходит превращение электромагнитной формы движения в тепловую и т.д.

Опытом установлено, что взаимные превращения различных форм движения материи происходят в строго определенных количественных соотношениях, т.е. движение бесследно не исчезает.

Изучение закономерностей превращения одних форм движения в другие с количественной точки зрения убеждает в том, что должна объективно существовать единая мера различных форм движения материи, одинаковая для всех форм движения и типов взаимодействия.

Поиски такой всеобщей меры, посредством которой можно было бы количественно оценивать любые формы движения и взаимодействия, привели к появлению одного из важнейших физических понятий - энергии. Само слово "энергия" происходит от греческого слова "ἐνέργεια", что в переводе означает деятельность.

Впервые термин "энергия" был введен в физику английским ученым Томасом Юнгом (1773-1829).

Какого-то единого, раз и навсегда установленного определения энергии нет, поскольку наше представление об этом фундаментальном физическом понятии постоянно совершенствуется и расширяется. Однако в настоящее время энергию можно определить так, как это понятие было сформулировано другим английским ученым Уильямом Томсоном (лорд Кельвин), жившим в 1824-1907 гг.

*Энергия - это единая мера различных форм движения и типов взаимодействия материальных объектов, являющаяся однозначной и конечной функцией параметров состояния системы.*

Под параметрами состояния понимаются физические величины, опре-

деляющие состояние тела или системы тел, частиц и т.д. Параметрами состояния, например, являются координаты материальной точки  $x, y, z$  и проекции вектора ее скорости на координатные оси ( $V_x, V_y, V_z$ ); они определяют механическое состояние материальной точки. Молярный объем  $V$ , давление  $p$  и абсолютная температура  $T$  определяют так называемое термодинамическое состояние системы и т.д.

Таким образом,

$$E = E(x, y, z, V_x, V_y, V_z, p, V, T, \dots). \quad (5)$$

Разумно энергию, определяемую соотношением (5), рассматривать "по частям", иначе говоря, каждой форме движения приписывать определенный вид энергии.

Энергию, являющуюся мерой превращения механической формы движения в другие виды движения и зависящую от параметров механического состояния, назовем **механической энергией**:

$$E_{\text{МЕХ}} = E(\vec{V}, \vec{r}). \quad (6)$$

Представляется весьма удобным рассматривать механическую энергию как сумму двух слагаемых, каждое из которых зависит только от одного параметра:

$$E(\vec{V}, \vec{r}) = E(\vec{V}) + E(\vec{r}). \quad (7)$$

Часть механической энергии, зависящая от скорости движения тела в пространстве, называется **кинетической энергией**:

$$E(\vec{V}) = E_K. \quad (8)$$

Часть механической энергии, зависящая от относительного расположения взаимодействующих тел или их частей, называется **потенциальной энергией**:

$$E(\vec{r}) = E_P. \quad (9)$$

### 2.2.9. Работа

Итак, различные формы движения материи способны к взаимным превращениям, и эта способность определяется энергией. Сами же процессы перехода и превращения форм движения материи и, следовательно, энергии могут происходить либо в результате работы, т.е. когда осуществляется перемещение тела под действием силы, либо в результате теплообмена. Мерой изменения энергии в ходе работы является физическая величина, называемая работой ( $A$ ). (Не вполне удачно, что работой называют и один из возможных процессов передачи энергии, и меру передачи энергии в этом процессе.)

Таким образом, **работа** - это скалярная физическая величина, являющаяся мерой изменения энергии при ее передаче от одного тела к другому, ее превращении из одного вида в другой в ходе процессов, связанных с упорядоченным перемещением взаимодействующих макроскопических тел.

Подчеркнем, что превращение одного вида энергии в другой - важнейший признак работы. Например, когда мы говорим, что при движении автомобиля сила трения совершает работу, то это лишь иной способ сказать, что энергия движения автомобиля как целого, т.е. его механическая энергия, превращается в энергию беспорядочного молекулярного (теплого) движения.

Для того чтобы совершалась работа (т.е. происходил процесс упорядоченного перемещения макроскопических тел), необходимо, чтобы на тело действовала сила, вызывающая перемещение либо тела, либо отдельных его частей. Отсюда следует, что численное значение работы нужно связывать с силой и перемещением. Определим величину элементарной работы как произведение силы на перемещение точки приложения силы и на косинус угла между направлением силы и направлением перемещения (рис.4):

$$dA = F dr \cos \alpha. \quad (10)$$

Формула (10) представляет собой количественное определение работы. Именно эта величина оказывается однозначно связанной с изменением энергии.

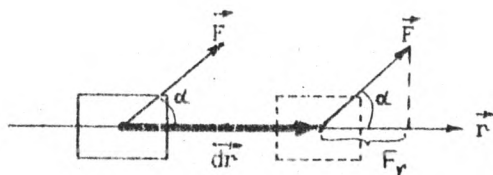


Рис. 4

Поскольку  $\vec{F}$  и  $d\vec{r}$  - векторные величины, то запись (10) можно рассматривать как скалярное произведение этих двух векторов:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (11)$$

С другой стороны,  $F \cdot \cos \alpha$  можно рассмотреть как проекцию силы  $\vec{F}$  на направление перемещения  $d\vec{r}$  (см. рис. 4):  $F \cdot \cos \alpha = F_r$ , тогда

$$dA = F_r \cdot dr. \quad (12)$$

Так как при малом перемещении  $dr = dS$ , то

$$dA = F dS \cos \alpha = F_s dS. \quad (13)$$

Формулы (10) - (13) справедливы и для постоянных и для переменных сил.

Работа, совершаемая переменной силой на конечном произвольном пути  $S_{12}$ , определяется интегрированием выражений (10) - (13)

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{S_{12}} F dS \cos \alpha = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) d\vec{r}. \quad (14)$$

Если  $\vec{F} = \text{const}$ , то

$$A_{12} = F_s \cdot S = F \cdot S \cdot \cos \alpha. \quad (15)$$

Если на тело действуют несколько сил, то из принципа независимости действия сил вытекает, что работа равнодействующей силы (полная работа) равна алгебраической сумме работ всех составляющих сил:

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots) d\vec{r} = \vec{F}_1 d\vec{r} + \vec{F}_2 d\vec{r} + \vec{F}_3 d\vec{r} + \dots =$$

$$= dA_1 + dA_2 + dA_3 + \dots$$

Единицей работы в системе СИ является Джоуль (сокращенно Дж):

$$[A] = [F] \cdot [S] = 1\text{Н} \cdot 1\text{м} = 1\text{Дж}.$$

Зная то, зависит работа силы от формы траектории или нет, различают консервативные и неконсервативные силы.

Сила называется консервативной, если совершаемая ею работа не зависит от формы траектории, по которой перемещается тело из начального положения в конечное. Примером таких сил является сила тяжести, сила упругости.

Сила называется неконсервативной, если совершаемая ею работа зависит от формы траектории, по которой движется точка приложения силы. Примером таких сил является сила трения.

#### 2.2.10. Мощность. Диапазон мощностей

Мощность является одной из важных энергетических характеристик. **Мощность (N)** - это скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, производимой над телом в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt}. \quad (16)$$

Единицей измерения мощности в системе (СИ) является ватт (сокращенно Вт):

$$[N] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{с}} = 1\text{Вт}.$$

Диапазон мощностей различных природных объектов огромен. В прил.1, табл. П.7 приведены различные мощности объектов и явлений, встречающихся в природе. Как следует из табл. П.7, самыми большими значениями мощности в природе обладают астрономические объекты. Например, мощность излучения астрономического объекта - квазара - равна  $10^{45}$  Вт, чуть меньше мощность, выделяемая при взрывах сверхновых и новых звезд, -  $10^{36}$  и  $10^{32}$  Вт соответственно. Еще меньшую мощность излучает Солнце -  $10^{23}$  Вт. Мощность всех рек и водопадов Земли составляет  $\sim 10^{13}$  Вт, мощность урагана  $\sim 10^{11}$  Вт. Предельная мощность, достигнутая техническим устройством, - мощность импульсного лазера  $\sim 10^{12}$  Вт.

## Лекция 6

### 2.2.11. Работа и мощность человека. Эргометрия

Работа, которую способен совершить человек в течение дня, зависит от многих факторов, поэтому трудно указать какую-либо ее предельную величину.

Сила мышц человека достаточно велика. О возможностях мышц совершать значительную работу свидетельствуют следующие примеры:

- спортсмен может бежать со скоростью 15-18 км/ч в течение 1-2 часов;

- при езде на велосипеде человек за одну минуту выполняет работу, равную 12000 Дж, на протяжении многих часов.

Даже при ходьбе по ровному месту человек совершает работу.

Энергия затрачивается главным образом на периодическое поднятие тела и на ускорение или замедление ног. Например, при ходьбе по ровному участку пути при каждом двойном шаге человек массой 65 кг выполняет, как показывают расчеты, следующий ряд работ:

- 1) занесение вперед свободной ноги - 2,9 Дж;
- 2) горизонтальное перемещение центра тяжести - 18,12 Дж;
- 3) вертикальное перемещение центра тяжести - 39,52 Дж.

Из приведенных данных видно, что самой большой работы требует вертикальное перемещение центра тяжести. Освобождение энергии при опускании центра тяжести практически не используется и приводит в большинстве случаев только к накоплению тепла. Исследования физиолога А.А.Ухтомского показали, что работа, выполняемая организмом человека при ходьбе, не изменяется, если человек делает от 110 до 150 шагов в минуту, а при повышении скорости быстро возрастает и при 190 шагах в минуту оказывается большей, чем при медленном беге с 210-220 шагами в минуту. Таким образом, медленный бег энергетически более выгоден, чем быстрая ходьба. Однако для похудения лучше быстро ходить, чем совершать медленный бег.

Работа обращается в нуль, если перемещения нет. Поэтому если груз находится на опоре, подставке или подвешен к нити, то сила тяжести не совершает работу. Однако каждому из нас знакома усталость мышц рук или плеча, если держать неподвижно в вытянутой руке гирю или гантель. Точно также устают мышцы ног, если долго неподвижно стоять.



или устают мышцы спины и поясничной области, если сидящему человеку поместить на спину груз. Во всех случаях работы нет, так как груз и сам человек неподвижны. Усталость же свидетельствует о том, что мышцы совершают работу. Такую работу называют *статической работой мышц*.

Рассмотрим подробнее, что происходит в этом случае. Нервное возбуждение, передаваемое мышце по двигательному нерву, возбуждает мышцу, и она несколько сокращается. Если мышцаотягощена некоторым грузом, то при этом совершается работа поднятия груза. Процесс возбуждения и сокращения мышцы заканчивается расслаблением ее, причем она принимает прежнюю длину. Такой цикл длится у человека от 0,03 до 0,06 с.

Если в момент сокращения мышцы ее возбудить вторично, то произойдет новое сокращение и новое поднятие груза. Каждое новое раздражение увеличивает сокращение мышцы. В результате длина мышцы приближается к некоторому пределу, зависящему от силы, растягивающей мышцу. Если раздражения следуют одно за другим все чаще и чаще, то сокращение происходит все плавнее и плавнее. Приблизительно при 100 раздражениях в секунду мышца человека сокращается практически плавно и дрожание перестает быть заметным. Наступает кажущееся равновесие.

*Длительное кажущееся равновесие сокращенной скелетной мышцы называется тетанусом.* Если не видны колебания груза, то только потому, что они чрезвычайно малы. Теперь нам становится понятной и статическая работа скелетных мышц. Статики, так как ее понимают в механике, на самом деле нет, а имеются очень мелкие и очень частые незаметные глазу сокращения и расслабления мышц, совершающих при этом работу против сил тяжести. Другими словами, *статическая работа человека фактически является динамической работой.*

Для измерения работы человека или отдельных частей его тела (рук, ноги и т.д.) применяют приборы, называемые эргометрами. Соответствующий раздел измерительной техники называется эргометрией.

Как и в случае с работой, мощность, которую способен развить человек, зависит от многих факторов. Поэтому трудно конкретно указать ее предельную величину. Так, при кратковременных усилиях человек может развить мощность порядка нескольких киловатт.

Если спортсмен массой 70 кг подпрыгивает с места так, что его центр масс поднимается на 1 м по отношению к нормальной стойке, а фаза отталкивания длится 0,2 с, то он развивает мощность около 3,5 кВт.

Человек массой 75 кг при ходьбе со скоростью 5 км/ч развивает мощность около 60 Вт. С увеличением скорости эта мощность быстро

возрастает, достигая 200 Вт при скорости 7 км/ч. При езде на велосипеде положение центра масс человека изменяется гораздо меньше, чем при ходьбе, и ускорение ног тоже меньше. Поэтому мощность, затрачиваемая при езде на велосипеде, значительно меньше: ~ 30 Вт при 9 км/ч, ~ 120Вт при 18 км/ч.

Мощности, характерные для человека, приведены в табл. П.7. прил.1. Эти значения отмечены сравнительно небольшими величинами, от мощности сердца (порядка 1 Вт) до мощности в несколько киловатт, которые кратковременно может развить человек.

Приведенные выше данные показывают, что человек не может развивать большую мощность в течение длительного промежутка времени.

Ограничение на величину развиваемой человеком мощности накладывает величина скорости, с которой человеческий организм преобразует химическую энергию пищи в механическую энергию. Эта скорость определяется быстротой сгорания жиров и углеводов. Она не поддается регулировке, так как выработалась в процессе естественного отбора применительно к условиям жизни на нашей планете.

Эксперименты показывают, что человеческий организм, обычно совершая в секунду до 100 Дж механической работы, может иногда увеличить мощность в 5-10 раз, но в течение короткого времени.

Способность организма человека совершать достаточно большую механическую работу в течение сравнительно большого интервала времени называется выносливостью. Это свойство очень ценится во многих видах спорта, в частности у стайеров-бегунов на длинные дистанции, марафонцев, велосипедистов, лыжников, пловцов на длинные и сверхдлинные дистанции. В этих видах спорта особое значение приобретает правильное распределение сил на дистанции и экономная техника движений.

Моментальная, или взрывоподобная, отдача энергии, когда развиваемая человеком мощность может превысить основную скорость обмена веществ почти в 500 раз, имеет место в таких видах спорта, как спринтерский бег, прыжки, толкание ядра, поднятие штанги. Способность развивать очень большую мощность хотя бы на короткий промежуток времени - одно из основных качеств, которыми должен обладать организм таких спортсменов. На выработку этого умения и направлены в основном много-часовые, требующие большого напряжения тренировки спортсменов.

В заключение раздела несколько слов о сердце человека.

Сердце - маленький природный двигатель (насос), служащий для прокачивания крови - носителя кислорода и питания ко всем тканям и

органам человеческого тела. Сердце осуществляет бесперебойную работу в течение всей жизни человека, хотя вырабатываемая им мощность мала: всего около 1 Вт, что сравнимо по значению с мощностью электрического звонка.

Сердце сокращается с частотой 60-80 ударов в минуту и при каждом сокращении проталкивает в аорту 60-70 мл крови. При усиленной работе частота сокращений увеличивается до 150 ударов в минуту, а объем прокачиваемой крови до 200 мл крови (стакан).

Если провести расчеты по определению величины работы сердца, то оказывается, что работа, совершенная сердцем человека в течение его жизни, примерно равна работе по поднятию железнодорожного состава из 50 вагонов по 60 т на самую высокую вершину Европы - Монблан ( $h=4810$  м).

### 2.2.12. Работа и кинетическая энергия

Покажем теперь, что действительно работа силы, действующей на тело, однозначно связана с изменением энергии этого тела.

Пусть на тело, движущееся в горизонтальной плоскости, в течение некоторого времени действовала переменная сила (берем самый общий случай), которая изменила скорость этого тела от  $\vec{V}_1$  до  $\vec{V}_2$  (рис.1).

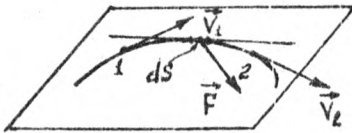


Рис.1

Выясним, на что затрачивается работа этой силы. Подсчитаем сначала работу, совершаемую силой на бесконечно малом отрезке пути  $dS$ . Эта работа равна  $dA = F_S dS$ , где  $F_S$  (или  $F_\tau$ ) - касательная составляющая силы.

По второму закону Ньютона  $F_S = F_\tau = ma = m dV/dt$ , тогда

$$dA = m \frac{dV}{dt} dS,$$

но  $dS/dt = V$ , т.е.

$$dA = m V dV. \quad (1)$$

Чтобы найти полную работу, совершаемую силой на всем пути от точки 1 до точки 2, надо сложить все элементарные работы, т.е. проин-

тегрировать (1). Итак,

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{V_1}^{V_2} mV dV = \frac{mV^2}{2} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}. \quad (2)$$

Мы видим, что работа силы, изменяющей величину скорости тела, равна разности двух значений физической величины  $mV^2/2$ . Величина  $mV^2/2$  является функцией состояния тела, так как ее изменение не зависит от пути перехода тела из начального состояния 1 в конечное состояние 2, а также от способов, посредством которых достигалось изменение скорости от  $V_1$  до  $V_2$ .

Функция механического состояния, зависящая от скорости движения тела, и есть кинетическая энергия, т.е.

$$E_K = \frac{mV^2}{2} + C. \quad (3)$$

Таким образом,

$$A_{12} = E_{K2} - E_{K1} = \Delta E_K, \quad (4)$$

где  $E_{K1}$  - кинетическая энергия в 1-м состоянии;

$E_{K2}$  - кинетическая энергия во 2-м состоянии;

$\Delta E_K$  - приращение кинетической энергии.

Обращаем ваше внимание на то, что  $A_{12}$  - это работа, совершенная силой любого типа (консервативной или неконсервативной), действующей на тело в процессе перехода его из начального состояния в конечное. Так как для сил справедлив принцип независимости, то  $A_{12}$  может представлять собой алгебраическую сумму работ всех сил, действующих на тело.

Если скорость изменяется на бесконечно малую величину, то

$$dE_K = dA.$$

Итак, кинетическая энергия - это физическая величина, характеризующая движущееся тело, изменение которой при переходе из одного состояния в другое равно алгебраической сумме работ, совершаемых всеми силами, действующими на тело в процессе перехода.

Обладая кинетической энергией, тело способно совершить работу, т.е. способно отдать эту энергию другим телам - заставить их двигаться, изменять скорость, деформироваться и т.д. В этом смысле можно го-

ворить, что энергия - это есть величина, характеризующая способность тела совершать работу.

Свойства кинетической энергии (табл.2):

1) кинетическая энергия зависит только от  $m$  и  $V$ , т.е. является функцией состояния движения тела,  $E_k = f(m, V)$ ;

2) кинетическая энергия в любой системе отсчета всегда положительна ( $E_k > 0$ );

3) численное значение кинетической энергии зависит от выбора системы отсчета;

4) кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий всех тел, входящих в эту систему,  $E_k = \sum E_{ki}$ ;

5) изменение кинетической энергии тела равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на тело:

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = A_{12(\text{конс})} + A_{12(\text{не конс})}.$$

Данное утверждение носит название *теоремы об изменении кинетической энергии*;

6) тело, обладающее кинетической энергией, способно совершить работу, при этом  $A_{\text{макс}} = mV^2/2$ .

## 2.2.13. Кинетическая энергия и закономерности живой природы

А. При рассмотрении биологических объектов (животных и человека) теорему об изменении кинетической энергии можно проиллюстрировать таким образом.

Пусть на тело, обладающее кинетической энергией, действует тормозящая сила со стороны другого тела, приводящая к остановке этого тела. В соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии тела имеем

или

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{\text{торм}}$$

$$\frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = F \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

Так как  $V_0 = 0$ , а угол  $\alpha$  будем считать равным  $180^\circ$ , то

$$\frac{mV_1^2}{2} = F \cdot S.$$

Тогда

$$F = \frac{mV_1^2}{2S}. \quad (5)$$

Отсюда следует, что развиваемая при столкновении тел сила тем больше, чем больше энергии запасено в теле или чем меньше  $S$ , на котором расходуется эта энергия. При этом сила удара тем больше, чем тверже сталкивающиеся тела. Поэтому в живой природе имеют место следующие закономерности:

1) все ударные орудия боя (рога, бивни, клыки) должны быть из твердого материала;

2) удар, пришедшийся по мягкой ткани, воспринимается менее болезненно, чем по твердой части - кости, суставу;

3) искусственно удлиняя путь торможения, можно произвольно ослабить силу удара (этим объясняется действие пружины, рессоры, суставов при сгибании ног в конце прыжка).

Б. Попробуем ответить на вопрос: почему из всех видов перемещения - плавание, полет, ползание, ходьба - природа наделила человека способностью ходить?

Для это посмотрим, как распределяется (или перераспределяется) кинетическая энергия в различных случаях перемещения.

При ходьбе мы имеем следующее. Поскольку масса Земли очень велика по сравнению с массой человека, то вся кинетическая энергия будет использована им на перемещение своего тела. Земля же приобретает скорость практически равную 0, а вместе с ней и кинетическую энергию  $\sim 0$ .

Иначе обстоит дело, когда человек плавает. Движения рук и ног смещают назад несколько десятков килограммов воды, на что расходуется приблизительно столько же энергии, сколько на сообщение скорости самому пловцу.

Еще менее выгодно использование кинетической энергии при полете. Здесь отбрасываемая масса (масса воздуха) имеет совсем малую величину. Затраты энергии на движение будут почти полностью связаны с отбрасыванием воздуха, т.е. сообщением ему кинетической энергии, а не перемещением летящего тела.

#### 2.2.14. Работа и потенциальная энергия

Тело обладает энергией не только тогда, когда оно перемещается в пространстве, но и тогда, когда оно взаимодействует с другими телами, оставаясь в покое. Энергию, которой обладают тела вследствие взаимодействия их с другими телами и зависящую только от взаимного располо-

жения тел или их частей, как уже отмечалось выше, называют потенциальной.

Потенциальной энергией обладают Земля, взаимодействуя с Солнцем, тело, поднятое над Землей, сжатая или растянутая пружина, заряженное тело, находящееся в электростатическом поле, и т.д.

Покажем, что между работой и изменением потенциальной энергии существует вполне определенная связь, рассмотрев примеры расчета потенциальной энергии деформированной пружины и гравитационного взаимодействия тел.

#### 2.2.14.1. Потенциальная энергия упругой пружины

Вычислим работу, которую совершает упругая сила при линейной деформации пружины от значения  $x_1$  до значения  $x_2$  (рис.2).

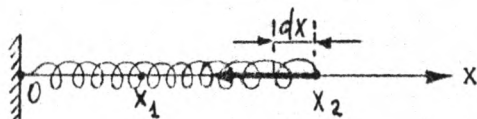


Рис.2

Вычислим сначала работу при малом перемещении  $dx$  (так как упругая сила - величина переменная)

$$dA = F \cdot dx \cdot \cos \alpha,$$

где  $F = kx$ , а угол  $\alpha = 180^\circ$  ( $\cos 180^\circ = -1$ ). Отсюда следует, что

$$dA = -kx dx.$$

Полная работа упругой силы при изменении длины пружины от  $x_1$  до  $x_2$  равна

$$A_{12} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = - \frac{kx^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}. \quad (6)$$

Из соотношения (6) следует, что работа упругой силы связана с изменением величины  $kx^2/2$ , зависящей только от взаимного расположения частей пружины. Такой величиной может быть только потенциальная энергия. Итак, потенциальная энергия пружины определена с точностью до

некоторой постоянной  $C$  и равна

$$E_n = \frac{kx^2}{2} + C. \quad (7)$$

Значение  $C$  выберем из условия, что  $E_n = 0$  при  $x = 0$ , т.е. когда пружина не растянута или не сжата. В этом случае легко убедиться, что  $C=0$ . Тогда при таком выборе нулевого значения потенциальной энергии имеем для пружины

$$E_n = \frac{kx^2}{2}. \quad (8)$$

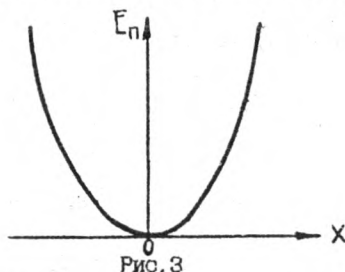
С учетом (6) следует, что работа упругой силы равна убыли потенциальной энергии пружины:

$$A_{12} = E_{n1} - E_{n2} = -(E_{n2} - E_{n1}) = -\Delta E_n. \quad (9)$$

В общем случае, когда направление, вдоль которого растянута пружина, произвольное, имеем

$$E_n = \frac{kr^2}{2}. \quad (10)$$

На рис.3 представлен график зависимости потенциальной энергии линейной пружины при ее сжатии или растяжении вдоль оси  $X$ .



С учетом формулы (8) и формулы (9), рассмотренной в лекции 3, имеем следующее выражение для потенциальной энергии деформированной пружины

$$E_n = \frac{E_{упр}^2}{2K}. \quad (11)$$



Из формулы (11) видно, что, воздействуя с одной и той же силой на упругие тела (растягивая с одной и той же силой разные пружины), мы сообщаем им разные значения потенциальной энергии. Чем жестче пружина, т.е. чем больше ее коэффициент жесткости, тем меньше  $E_p$ , и наоборот. Последнее обстоятельство широко используется в технике при устройстве рессор, предназначенных для гашения толчков транспортных средств при движении по неровностям дороги. Автомобильные рессоры играют роль резервуаров энергии, позволяющих временно запастись энергией в виде потенциальной энергии упругой силы, смягчая при езде по неровной дороге удары и предохраняя экипаж и пассажиров от разрушения. Также и амортизатор шасси самолета при посадке, сжимаясь, должен произвести большую работу, гася вертикальную скорость самолета. В амортизаторе, изготовленном из вещества с малой жесткостью, сжатие будет больше, зато возникающая сила упругости будет меньше, и самолет будет предохранен от разрушения.

Оказывается, сухожилия, в частности ахиллесовы сухожилия на ногах, играют роль рессор при движении человека.

Сухожилия представляют собой части мышц, которыми последние крепятся к костям и коже. Общая масса их в теле человека 0,5 кг. Состоят сухожилия из плотной соединительной ткани и почти нерастяжимы.

Сравнение биологических материалов с искусственными, в частности материалов сухожилия и стали, показывает, что у сухожилий запас потенциальной энергии, отнесенный к единице массы, примерно в 20 раз больше, чем у стали. Последнее обстоятельство еще раз подтверждает мысль, что природа для решения своих "технических задач", изобрела более совершенные материалы, чем те, которые сумел изобрести человек.

## Лекция 7

### 2.2.14.2. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух точечных тел или тел сферической формы

Пусть имеем два точечных тела массой  $m_1$  и  $m_2$ . Пусть далее эти два тела перемещаются под действием сил тяготения  $\vec{F}_g$ , действующих на них со стороны гравитационных полей, создаваемых этими телами. Вычислим, чему равна работа этих сил при изменении расстояния между телами от  $r_1$  до  $r_2$ . Для простоты будем считать, что тело массой  $m_1$  покоится. Тогда работу будет совершать только сила  $\vec{F}_g$ , действующая на тело  $m_2$

со стороны гравитационного поля, создаваемого телом  $m_2$ , и вызывающая перемещение в поле тела  $m_1$  (рис.1).

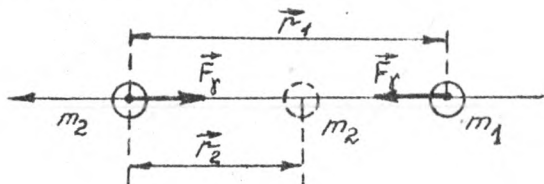


Рис. 1

Работа этой силы при малом перемещении  $d\vec{r}$  равна

$$dA = \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = F_g \cdot dr \cdot \cos 0 = F_g dr = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} dr.$$

Полная работа при изменении расстояния между телами от  $r_1$  до  $r_2$  получается путем интегрирования

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} \gamma m_1 m_2 \frac{dr}{r^2} = \gamma m_1 m_2 \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \\ &= \gamma \frac{m_1 m_2}{r_1} - \gamma \frac{m_1 m_2}{r_2}. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем выражение для работы силы гравитационного взаимодействия

$$A_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_1} - \gamma \frac{m_1 m_2}{r_2}. \quad (1)$$

Так как направление перемещения совпадает с направлением силы, то ясно, что  $A_{12}$  больше 0. Если бы мы выбрали движение тела с массой  $m_1$  из точки 1 в точку 2 по другой траектории (не по прямой), то все равно получили бы точно такое же соотношение. Таким образом, работа силы тяготения  $\vec{F}_g$  при изменении расстояния между телами зависит только от начального и конечного положений взаимодействующих тел относительно друг друга. Следовательно, сила тяготения  $\vec{F}_g$  является консервативной силой.

Из выражения (1) видно, что работа сил тяготения равна разности значений некоторой величины  $E_p$ , являющейся функцией состояния, так

как она зависит только от расстояния  $r$  между телами и не зависит от пути перехода из точки 1 в точку 2. Эта величина и должна по определению являться потенциальной энергией двух взаимодействующих тел. На основании вышесказанного можем записать

$$A_{12} = E_{п1} - E_{п2} . \quad (2)$$

По смыслу  $E_{п1} = E_{п2}$  - это убыль потенциальной энергии. Так как  $A_{12}$  положительна, то, естественно,  $E_{п1} > E_{п2}$ . С другой стороны,  $r_1 > r_2$ .

Отсюда следует, что единственный вид записи выражения для потенциальной энергии двух взаимодействующих точечных масс будет таким:

$$E_{п} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r} + C , \quad (3)$$

где  $C$  - такая постоянная, с точностью до которой в соответствии с выражением (1) определена величина  $E_{п}$ . Численное значение постоянной  $C$  зависит от выбора точки пространства, в которой потенциальная энергия  $E_{п}$  становится равной 0.

А. Найдём численное значение постоянной  $C$  из условия, что  $E_{п} = 0$ , когда расстояние между телами массами  $m_1$  и  $m_2$  обратится к бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ). Тогда

$$E_{п} = 0 = -0 + C ,$$

т.е.  $C = 0$ . Следовательно, при таком выборе нулевого уровня потенциальной энергии, потенциальная энергия 2-х взаимодействующих тел всегда отрицательна и равна

$$E_{п} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r} . \quad (4)$$

Отметим, что формула (4) справедлива не только для точечных тел, но и для взаимодействующих тел сферической формы, а также для случая, когда одно из тел точечное, а другое - сферической формы.

На рис.2 представлен график зависимости потенциальной энергии от расстояния между точечными телами.

Б. Рассмотрим, к чему приведет изменение условия выбора нулевого уровня потенциальной энергии. Для этого обсудим гравитационное взаи-

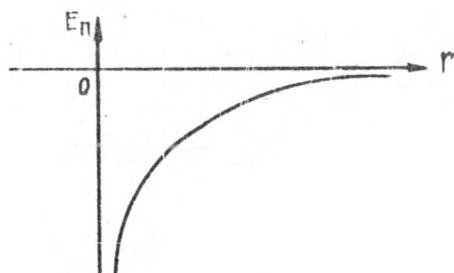


Рис. 2

модействие Земли с любым телом вблизи поверхности Земли. В этом случае Землю рассматриваем как сферическое тело массой  $M_3$ , а любое тело - как точечное тело массой  $m$ . Будем теперь считать, что нулевым уровнем потенциальной энергии взаимодействия точечного тела и Земли является ее значение, когда тело находится на поверхности Земли, т.е.  $E_n = 0$  при  $r = R_3$ . В соответствии с выражением (3) имеем

$$E_n = 0 = -\gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3} + C.$$

Отсюда следует, что

$$C = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{R_3}.$$

Пусть теперь тело поднято над Землей на высоту  $h$ , т.е.  $r = R_3 + h$ . В результате получаем, что потенциальная энергия тела, поднятого над Землей, равна

$$E_n = -\gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3 + h} + \gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3}. \quad (5)$$

Проведем некоторые алгебраические преобразования следующего вида:

$$\begin{aligned} E_n &= \gamma M_3 m \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3 + h} \right) = \gamma M_3 m \left( \frac{R_3 + h - R_3}{R_3^2 + h R_3} \right) = \\ &= \gamma \frac{M_3 m}{R_3^2} \left( \frac{h}{1 + \frac{h}{R_3}} \right). \end{aligned}$$

Будем считать, что высота  $h \ll R_3$ , тогда  $h/R_3 \ll 1$ . В этом случае окончательно имеем

$$E_n = \gamma \frac{M_3}{R_3^2} m h.$$

По определению,  $\gamma M_3/R_3^2 = g$  - ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Земли. Следовательно, потенциальная энергия тела, находящегося на высоте  $h$  над поверхностью Земли, равна

$$E_n = mgh. \quad (6)$$

Напомним, что это выражение получено в результате изменения положения нулевого уровня потенциальной энергии, которое привело к переопределению постоянной  $C$ .

На рис.3 представлен график зависимости потенциальной энергии гравитационного взаимодействия тела и Земли от высоты  $h$ .

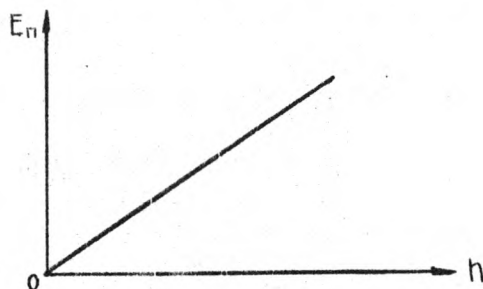


Рис.3

Сравнивая графики, представленные на рис.2 и 3, видим их существенное различие по форме кривых. Однако в обоих случаях с ростом расстояния между взаимодействующими телами потенциальная энергия  $E_n$  возрастает, хотя численное значение потенциальной энергии, рассчитываемой по формулам (4) и (6), разное, как различен и знак потенциальной энергии.

Таким образом, работа, совершаемая силами гравитационного взаимодействия между телом и Землей (или в первом приближении силой тяжести) при изменении расстояния между ними, равна убыли потенциальной

энергии системы "тело - Земля".

В заключение раздела перечислим основные свойства потенциальной энергии (см. табл.1):

1) потенциальная энергия - однозначная функция расстояния между взаимодействующими телами или их частями;

2) потенциальная энергия может быть только взаимной, она в одинаковой мере характеризует оба взаимодействующих тела или все тела, если их несколько;

3) числовое значение потенциальной энергии зависит от выбора нулевого уровня потенциальной энергии и не зависит от выбора системы отсчета;

4) наличие потенциальной энергии определяют не любые, а только консервативные силы;

5) убыль потенциальной системы взаимодействующих тел или частей тела при изменении их взаимного расположения равна алгебраической сумме работ всех консервативных сил, действующих на тела системы:

$$E_{п1} - E_{п2} = A_{конс1} + A_{конс2} + \dots A_{консn};$$

6) потенциальная энергия может быть положительной и отрицательной ( $E_{п} < 0$ , если консервативные силы при перемещении тела на нулевой уровень ( $E_{п} = 0$ ) совершают отрицательную работу, и  $E_{п} > 0$ , если консервативные силы при перемещении тела на нулевой уровень ( $E_{п} = 0$ ) совершают положительную работу).

#### 2.2.15. Сопоставление потенциальной и кинетической энергий

В разд. 2.2.12 и 2.2.14 мы достаточно подробно обсудили две составляющие полной механической энергии. Для более ясного представления об особенностях этих энергий ниже приводится сравнительная табл.2, обобщающая вышеизложенные сведения о кинетической и потенциальной энергиях.

Таблица 2

| Механическая энергия ( $E_k + E_p = E_{\text{мех}}$ )                   |   |
|---|---|
| Кинетическая энергия  | Потенциальная энергия   |
| 1   | 2   |
| <p>1. Основная расчетная формула</p> $E_k = \frac{mV^2}{2}$             | <p>1. Основные расчетные формулы:</p> <p>а) энергия гравитационного взаимодействия (<math>E_p = 0</math> при <math>r \rightarrow \infty</math>)</p> $E_p = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r};$ <p>б) энергия гравитационного взаимодействия планеты и точечного объекта (<math>E_p = 0</math> при <math>r = R_a</math>)</p> $E_p = mg_{\text{пл}} h;$ <p>в) энергия упругой деформации пружины</p> $E_p = \frac{kx^2}{2}$ |
| 2. Зависит от выбора системы отсчета                                    | 2. Не зависит от выбора системы отсчета   |
| 3. Численное значение всегда больше 0                                   | 3. Численное значение может быть и положительным, и отрицательным   |
| 4. $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = A_{\text{конс}} + A_{\text{неконс}}$ | 4. $-\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = A_{\text{конс}}$  |
| 5. Можно говорить о кинетической энергии одного тела                    | 5. Потенциальная энергия взаимна: число взаимодействующих тел не менее двух   |

Окончание табл.2

| 1  | 2  |
|--|--|
| <p>6. Максимальная работа, которую может совершить тело, обладающее кинетической энергией:</p> $A_{\max} = \frac{mV^2}{2}$ | <p>6. Максимальная работа, которую могут совершить тела, обладающие потенциальной энергией, равна</p> $A_{\max} = \begin{cases} -\gamma \frac{mM}{r}, & \text{взаимодействие точечных тел;} \\ mgh, & \text{тело над поверхностью планеты;} \\ \frac{kx^2}{2}, & \text{сжатая или растянутая пружина} \end{cases}$ |

## 2.2.16. Закон сохранения механической энергии

Если тело перемещается, то оно обладает кинетической энергией. Мы знаем, что изменение кинетической энергии может быть обусловлено работой как консервативных, так и неконсервативных сил, т.е.

$$dE_K = dA_{\text{конс}} + dA_{\text{неконс}}, \quad (7)$$

где  $dA_{\text{конс}}$  - элементарная работа, совершаемая всеми консервативными силами;  $dA_{\text{неконс}}$  - элементарная работа, совершаемая всеми неконсервативными силами.

Как мы установили, работа, совершаемая консервативной силой, равна убыли потенциальной энергии тела, т.е.

$$dA_{\text{конс}} = -dE_P.$$

Учитывая это, выражение (7) можно переписать так

$$dE_K = dA_{\text{неконс}} - dE_P$$

или

$$dE_K + dE_P = dA_{\text{неконс}}.$$



$$\text{Но } dE_K + dE_n = (E_K + E_n) = dE,$$

где  $E = E_K + E_n$  - полная механическая энергия тела; а  $dE$  - ее приращение. Следовательно,  $dE = dA_{\text{неконс}}$  или при конечном изменении

$$E_2 - E_1 = \Delta E = A_{\text{неконс}}. \quad (8)$$

Таким образом, изменение полной механической энергии тела обусловлено работой только неконсервативных сил.

Этот вывод можно распространить на систему, состоящую из любого числа тел. Тогда

$$\text{или } dE^{(\text{сист})} = dA_{\text{неконс}}^{(\text{сист})} \quad (9)$$

$$E_2^{(\text{сист})} - E_1^{(\text{сист})} = A_{\text{неконс}}^{(\text{сист})}. \quad (10)$$

Следовательно, изменение полной механической энергии системы тел при ее переходе из одного механического состояния в другое равно алгебраической сумме работ всех внешних и внутренних неконсервативных сил, действующих на тела системы в процессе этого перехода.

Это и есть формулировка **закона превращения механической энергии**. Здесь сформулирован фактически **общий закон сохранения энергии**. Работа, совершаемая неконсервативными силами, всегда характеризует либо превращение механической энергии в другие виды, либо, наоборот, превращение немеханических видов энергии в механическую (так, работа сил трения характеризует превращение механической энергии во внутреннюю; работа, совершаемая телом при расширении, - превращение внутренней энергии в механическую).

Закон сохранения механической энергии является частным проявлением общего закона сохранения энергии. Если в системе тел отсутствуют внутренние и внешние консервативные силы, то

$$dA_{\text{неконс}} = 0,$$

следовательно,  $dE = 0$  и

$$E = E_K + E_n = \text{const}. \quad (11)$$

Отсутствие в системе неконсервативных сил означает, что система является консервативной.

Таким образом, в соответствии с (11) *полная механическая энергия консервативной системы тел есть величина постоянная:*

$$E = E_n + \sum_{i=1}^n E_{ki} = \text{const}, \quad (12)$$

где  $E_n$  - потенциальная энергия системы как целого;

$E_{ki}$  - кинетическая энергия  $i$ -го тела;

$\sum_{i=1}^n E_{ki}$  - кинетическая энергия системы  $n$  тел.

Из (12) следует, что в консервативной системе могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно, при этом убыль кинетической энергии всегда равна приращению потенциальной энергии, и наоборот.

Отметим, что закон сохранения механической энергии справедлив как для замкнутых, так и для незамкнутых консервативных систем материальных тел.

## 2.2.17. Космические скорости

Соотношения для кинетической энергии, гравитационной потенциальной энергии и закон всемирного тяготения позволяют рассчитывать космические скорости, необходимые для полетов в космос.

Первой космической скоростью называется скорость полета по круговой орбите радиусом, не очень сильно превышающим радиус Земли. Рассчитать ее можно, используя второй закон Ньютона для движения тела по орбите вокруг Земли:

$$\vec{F}_g \approx \vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g} = m\vec{a}_n,$$

где  $m$  - масса объекта, выводимого на орбиту вокруг Земли;  $\vec{a}_n$  - вектор нормальной составляющей ускорения, совпадающий по направлению с силой гравитационного взаимодействия объекта и Земли. В проекции на направление ускорения  $\vec{a}_n$  имеем

$$mg = ma_n = \frac{mV_I^2}{R_3},$$

где  $V_I$  - первая космическая скорость. Отсюда

$$V_I = \sqrt{g R_3} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с.} \quad (13)$$

Можно, используя эту формулу, рассчитать первые космические скорости для любых планет Солнечной системы.

Второй космической скоростью называется скорость, которую должно иметь тело вблизи поверхности Земли для того, чтобы преодолеть гравитационное притяжение со стороны Земли. Воспользуемся законом сохранения полной механической энергии, считая, что при запуске космической ракеты с Земли на нее действует только консервативная сила всемирного тяготения. В этом случае

$$\Delta E_{\text{max}} = 0, \text{ т.е. } E_{\text{max}2} - E_{\text{max}1} = 0$$

или

$$E_{K1} + E_{P1} = E_{K2} + E_{P2},$$

здесь

$$E_{K1} = \frac{m V_{II}^2}{2}, \quad E_{P1} = -\gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3}, \quad E_{K2} = 0, \quad E_{P2} = 0.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{m V_{II}^2}{2} = -\gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3} = m g R_3.$$

Тогда

$$V_{II} = \sqrt{2 g R_3} = \sqrt{2} V_I. \quad (14)$$

Из полученного соотношения следует, что  $V_{II} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$

Третьей космической скоростью называется скорость, которая необходима телу, удаленному от Солнца на расстояние, равное радиусу земной орбиты  $R_{\text{орб}}$ , для того, чтобы покинуть пределы Солнечной системы. Для получения значения этой скорости воспользуемся формулой (14), подставив в нее значение  $g$  для Солнца (при расчете  $g$  масса Солнца принята равной  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ) и радиус земной орбиты ( $R_{\text{орб}} = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ). Расчеты дают следующее значение третьей космической ско-

рости:

$$V_{III} = 42 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

## 2.2.18. Гравитация и атмосфера планет

Наличие у планеты атмосферы и определенный ее химический состав - неперенные условия возникновения жизни на этой планете. Действительно, атмосфера необходима для дыхания живых существ. Химический же состав важен потому, что для большинства земных форм жизни необходим кислород, а многие другие газы - ядовиты.

Молекулы атмосферы, находясь в непрерывном хаотическом движении с самыми различными скоростями, могут, преодолев притяжение Земли, постепенно покинуть ее. Происходит, как говорят, диссипация атмосферы. В этом процессе, по понятным из вышесказанного соображениям, смогут принять участие лишь те молекулы, скорости которых превышают вторую космическую. Наиболее вероятная скорость молекул определяется соотношением  $V_B = \sqrt{2kT/m}$ . Из этого соотношения видно, что более легкие молекулы имеют больше шансов покинуть атмосферу, чем тяжелые. К тому же распределение частиц газа в атмосфере с высотой таково, что в верхних слоях преобладают газы с малой молекулярной массой (см. барометрическую формулу, лекция 10).

В астрофизике получены соотношения, позволяющие рассчитать время полного улетучивания разных газов из атмосфер различных планет. Так, оказалось, что время полного улетучивания водорода (самого легкого газа) и гелия из земной атмосферы много меньше, чем продолжительность существования Земли, поэтому в земной атмосфере мало водорода и гелия. Однако потеря атмосферного водорода восстанавливается за счет диссоциации молекул воды под действием ультрафиолетового и рентгеновского излучения Солнца, а атмосферного гелия в результате выделения из земных пород. Солнечное излучение одновременно поддерживает высокую температуру верхних слоев земной атмосферы и облегчает уход атомов этих газов.

Масса планеты также оказывает влияние на наличие и газовый состав собственной атмосферы. Действительно, чем больше  $m$  и сила тяжести, тем меньше скорость диссипации атмосферы. Планеты с малым значением  $g$  - Луна и Меркурий - обладают гораздо более разреженной атмосферой, чем Земля, так же как спутники планет и астероиды, практически лишены атмосферы. Планеты-гиганты: Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун,

благодаря большому значению ускорения свободного падения и низкой температуре, сохранили в своих атмосферах много водорода и гелия.

За критерий устойчивости планетной атмосферы принято условие

$$\bar{V}_B = 0,2 \bar{V}_I.$$

## 2.2.19. Энергия и ее роль в жизни Земной цивилизации

*В живых существах происходит то же самое, что и в неживой природе. Жизнь так же подчиняется закону сохранения энергии, как и другие явления.*

Р.Фейнман

*Закономерности живой материи, ... хотя и определяются законами физики и химии, но не сводятся к ним.*

А.Мигдал

В прил.1 табл. П.8 приведены значения энергии различных объектов природы и объектов, созданных человеком, а также энергетические возможности человека. Из табл.П.8 видно, что диапазон значений  $E$ , встречающихся в природе, составляет 85 порядков: от энергии химической связи  $10^{-18}$  Дж до  $10^{67}$  Дж - энергии, заключенной в доступной наблюдению Вселенной.

Самым интересным, с нашей точки зрения, в табл. П.8 является значение энергии, расходуемой человечеством за год. На сегодняшнем уровне развития человеческой цивилизации она составляет  $10^{-12}$  от энергии, излучаемой Солнцем за то же время ( $10^{33}$  Дж).

Понятие энергии - очень важное для нашей цивилизации и нашей химической формы жизни. Разнообразные химические реакции, протекающие в земных живых организмах, требуют для своего осуществления какого-то источника энергии. Этим источником является термоядерный синтез в

недрах нашего светила - Солнца.

В процессе эволюции за многие миллиарды лет различные формы жизни на Земле приобрели способность извлекать энергию непосредственно из солнечного излучения с помощью удивительной реакции - фотосинтеза.

В реакции фотосинтеза солнечный свет превращает углекислый газ в воду и органические молекулы (углеводы). В качестве побочного продукта реакции образуется кислород. Углеводы запасают энергию в химических связях. Эта энергия по мере необходимости высвобождается при окислении углеводов.

Эти процессы протекают преимущественно в хлоропластах внутри клеток тех организмов, которые мы называем растениями, позволяя им запасать энергию для дальнейшего использования.

Так жизнь решила проблему утилизации, накопления и хранения солнечной энергии, позволив другим формам жизни (животным и человеку) существовать за этот счет.

Таким образом, длительное существование земной жизни обусловлено постоянным источником энергии и реакцией фотосинтеза. Мир животных и людей невозможен без мира растений: без них животные и люди не могли бы питаться и дышать. Поэтому можно сказать, что образ жизни человека в некотором смысле является паразитическим.

Однако человек, в отличие от животных, не удовлетворяется той энергией, которую может получать "естественным" путем от Солнца или, поедая растения и животных. Уже в древности, чтобы защитить себя от холода и диких зверей, человек научился использовать огонь, сжигая растения и древесину (подвергая реакции окисления заключенные в них углеводы). При этом он высвобождал опять-таки запасенную солнечную энергию.

Дальнейшее развитие человечества было связано с изменением среды обитания: возделыванием культурных растений, строительством жилищ, созданием машин. Для всего этого требовалось всевозрастающее количество энергии.

Новые источники энергии человек нашел сначала в мускульной силе животных, затем он поставил себе на службу воду и ветер, стал использовать тепло от сгорания угля, нефти, газа. Еще позже была открыта возможность получения энергии за счет реакции деления и синтеза атомных ядер.

Говоря о механической энергии, интересно проследить изменение вклада мускульной энергии человека в общее количество производимой

человечеством энергии. В наше время вклад мускульной энергии человека и животных составляет не более 1% от всей вырабатываемой человечеством энергии.

Поддержание определенного (и достаточно высокого) уровня жизни человека требует все нарастающих энергетических затрат, а следовательно, и все большего производства энергии.

Подсчитано, что производство энергии на душу населения составляло в сутки:

|   |                      |
|---|----------------------|
| в первобытном обществе                              | $8,4 \cdot 10^6$ Дж, |
| рабовладельческом                                   | $50 \cdot 10^6$ Дж,  |
| феодальном  | $100 \cdot 10^6$ Дж, |
| капиталистическом                                   | $200 \cdot 10^6$ Дж, |
| современном   | $300 \cdot 10^6$ Дж, |
| (в индустриальных странах до $1000 \cdot 10^6$ Дж). |                      |

При этом структура энергопотребления такова, что 31% от всей потребляемой энергии расходуется на промышленность и сельское хозяйство, 42% - на строительство и сферу обслуживания, 18% - на транспорт, 9% - на питание. К началу следующего века эти тенденции сохранятся. На долю перечисленных сфер потребления, по некоторым оценкам, будет приходиться 40, 29, 27 и 4% от всей потребляемой энергии соответственно.

Современное суточное потребление энергии на душу населения в развитых странах в 100 раз превосходит то количество энергии, которое содержится в дневном пищевом рационе. Энергетический эквивалент этого рациона примерно в 4 раза меньше энергетических затрат на его получение. Этот парадокс легко разрешим. Современное сельское хозяйство является большим потребителем энергии. Подсчитано, например, что затраты энергии на производство одной тонны зерна возросли в сотни раз по сравнению с концом прошлого века. Замена лошади трактором, навоза - химическими удобрениями - вот что является причиной повышения энергоемкости. Человеку легче добыть и использовать энергию из угля, нефти или газа, чем держать волов и лошадей. Так же обстоят дела в животноводстве, птицеводстве (например, при производстве яиц на птицефабриках для получения одной пищевой килокалории (1 ккал = 4187 Дж) затрачивается 2 - 5 ккал). При океаническом рыболовстве на одну рыбную килокалорию приходится 10-20 ккал, расходуемых при работе судовых двигателей и других механизмов.

Развитие человеческой цивилизации неразрывно связано с производством все нарастающего количества энергии. Это обстоятельство зас-

тавляет считать производство энергии показателем развития цивилизации. Сейчас, однако, в среде ученых возникло сомнение в том, что "технологический" путь развития цивилизации - единственно возможный и разумный. Эта мысль родилась из ощущения тупика, в который человечество само себя загоняет, и связанного с трудностями нашего развития: созданием возможности для самоуничтожения, истощением природных ресурсов, загрязнением среды обитания. Кроме того, к этой мысли можно прийти из анализа так называемого "астроинженерного" парадокса, суть которого состоит в том, что если есть цивилизации, стоящие на более высоком уровне развития, чем земная, то почему мы не наблюдаем следов их разумной астроинженерной деятельности? Если возникновение цивилизации разумных существ - закономерный этап эволюции материи, если цивилизации долго существуют, не самоуничтожаясь, то, может быть, мы их не видим потому, что путь их развития - иной, не связанный с требующими больших энергетических затрат преобразованиями окружающей среды?

## Лекция 8

### 2.3. Механика абсолютно твердого тела

#### 2.3.1. Кинематика абсолютно твердого тела

*Абсолютно твердое тело* - это абсолютно недеформируемое тело. В реальных условиях под абсолютно твердым телом (АТТ) будем понимать тело, деформациями в котором в данной задаче можно пренебречь.

Любое движение АТТ может быть сведено к сумме двух простых движений - поступательного и вращательного.

*А. Рассмотрим поступательное движение.* Поступательное движение АТТ - это движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе (рис.1). В этом случае все точки АТТ совершают одинаковые перемещения, т.е. для описания поступательного движения достаточно определить движение одной точки. Обычно выбирают не любую точку, а точку, называемую *центром инерции*, или *центром масс*. В однородном поле тяготения эта точка совпадает с центром тяжести АТТ.



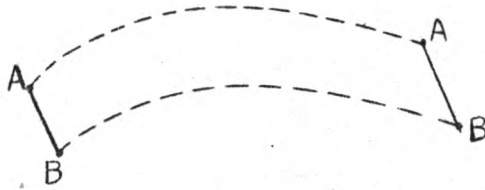


Рис. 1

Положение центра инерции системы материальных точек определяется радиус-вектором  $\vec{r}_c$ , который вычисляется с помощью выражения

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} . \quad (1)$$

Например, для системы из двух материальных точек (рис. 2) имеем

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} .$$

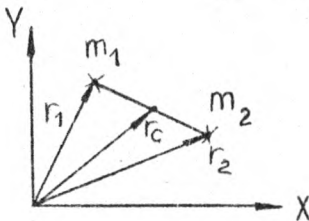


Рис. 2

Если системой материальных точек является твердое тело, то мы разбиваем его на бесконечно малые элементы массы  $dm$ , причем суммирование в этом случае заменяется интегрированием:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \int_0^m \vec{r} dm . \quad (2)$$

Скорость ( $\vec{v}_c$ ) и ускорение ( $\vec{a}_c$ ) центра инерции твердого тела определяются известными соотношениями:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} \quad \text{и} \quad \vec{a}_c = \frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2} .$$

Из формулы (2) следует, что импульс АИТ при поступательном движении равен

$$m\vec{V}_c = \int_0^m \vec{V} dm, \quad (3)$$

а импульс системы материальных точек определяется соотношением

$$m\vec{V}_c = \sum_i \Delta m_i \vec{V}_i. \quad (4)$$

Существует теорема о движении центра инерции: *при поступательном движении АТТ центр инерции перемещается так, как перемещалась бы материальная точка с массой, равной массе тела, если бы к ней была приложена результирующая всех внешних сил, действующих на тело.*

С учетом теоремы о движении центра инерции второй закон Ньютона для АТТ имеет вид

$$\frac{d(m\vec{V}_c)}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш}} \quad (5)$$

или

$$a_c = \frac{\vec{F}_{\text{внеш}}}{m}, \quad (6)$$

где  $\vec{F}_{\text{внеш}}$  - результирующая всех внешних сил, действующих на тело.

Б. Рассмотрим вращательное движение АТТ. Вращательным движением твердого тела называется движение, при котором все точки тела описывают окружности с центрами, лежащими на одной прямой, называемой осью вращения (рис. 3).

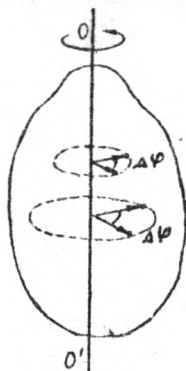


Рис. 3

Ось вращения может проходить через тело или лежать за его пределами. Если ось вращения проходит через тело, то все точки, лежащие на

оси, при вращении тела остаются в покое. Точки твердого тела, находящиеся на различных расстояниях от оси вращения, имеют разные линейные скорости  $\vec{V}$ . Однако при вращении вокруг неподвижной оси радиус-векторы всех точек за один и тот же промежуток времени совершают поворот на один и тот же угол  $\Delta\varphi$ . С целью учета направления вращения и величины угла поворота удобно ввести **вектор углового перемещения**  $\vec{\Delta\varphi}$ , модуль которого равен  $|\Delta\varphi|$ .

Единицей измерения углового перемещения является 1 радиан:

$$[\Delta\varphi] = 1 \text{ радиан} = 1 \text{ рад.}$$

Быстроту вращения твердого тела характеризует **угловая скорость**  $\vec{\omega}$ , которая, как и линейная скорость  $\vec{V}$ , должна быть векторной величиной, учитывающей направление вращения. По аналогии с линейной скоростью вводят среднюю и мгновенную угловые скорости.

**Средняя угловая скорость** находится по формуле

$$\vec{\omega}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}. \quad (7)$$

**Мгновенная угловая скорость** равна

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (8)$$

Единицей измерения угловой скорости является радиан в секунду (1 рад/с).

Так как угловое перемещение  $\vec{\Delta\varphi}$  и угловая скорость  $\vec{\omega}$  - векторы, то важно знать, как определять их направление. Единственным направлением в пространстве, связанным с вращательным движением, является направление вдоль оси вращения. Поэтому направление векторов  $\vec{\Delta\varphi}$  и  $\vec{\omega}$  связывают с этой осью. При этом пользуются **правилом правого буравчика** или **правой руки**, что одно и то же. Сформулируем правило правой руки: если пальцами правой руки мысленно охватить ось вращения в направлении вращения, то отогнутый большой палец укажет направление векторов  $\vec{\Delta\varphi}$  и  $\vec{\omega}$ . Это иллюстрирует рис.4.

Быстроту изменения угловой скорости характеризует **угловое ускорение**  $\vec{\epsilon}$ .



Рис. 4. Правило правой руки для определения направления углового перемещения и угловой скорости

**Среднее угловое ускорение** определяется по формуле

$$\vec{\epsilon}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}. \quad (9)$$

**Мгновенное угловое ускорение** равно

$$\vec{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (10)$$

Единицей измерения углового ускорения является  $1 \text{ рад/с}^2$ .

Вектор углового ускорения  $\vec{\epsilon}$  может иметь два направления: параллельное  $\vec{\omega}$  при ускоренном вращении и антипараллельное  $\vec{\omega}$  - при замедленном (рис.5).

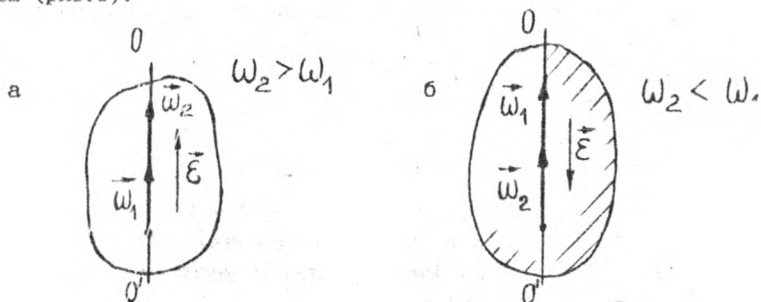


Рис.5. Направление вектора при ускоренном (а) и замедленном (б) вращении

Равномерное вращение характеризуется периодом вращения  $T$  и частотой вращения  $\nu$ .

**Период вращения** ( $T$ ) - это время, за которое тело совершает один полный оборот. Угловое перемещение за время  $T$  равно  $2\pi$ , тогда

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{T} = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (11)$$

**Частота вращения** ( $\nu$ ) - физическая величина, равная числу оборотов за единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}; \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (12)$$

### 2.3.2. Связь угловых и линейных характеристик вращения твердого тела

Установим связь между угловыми характеристиками вращения твердого тела как целого и линейными характеристиками движения отдельных его точек.

На рис.6 представлен вращающийся диск и часть дуги  $AB$  окружности, описываемой одной из точек этого тела при его вращении. Дуга окружности связана с радиусом  $r$  этой окружности соотношением

$$dS = dr = r \cdot \sin d\varphi \approx r \cdot d\varphi, \quad (13)$$

силу малых  $d\varphi$  и  $dS$ .

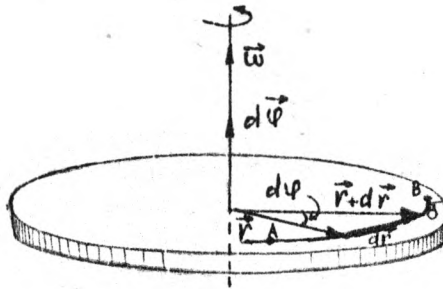


Рис. 6

Угловая скорость  $\omega$  по определению равна

$$\omega = d\varphi/dt = (dS/dt)(1/r) = v/r$$

или

$$V = \omega r. \quad (14)$$

Угловое ускорение находится по формуле

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{v}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} a_\tau$$

или

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r. \quad (15)$$

Нормальное ускорение  $a_n$  вычисляется по формуле

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r = \omega V$$

или

$$a_n = \omega V. \quad (16)$$

Поскольку все величины, стоящие в формулах (13 - 16), являются векторными (причем все линейные векторные величины лежат в плоскости окружности, по которой движется точка, а все угловые векторные величины направлены вдоль оси вращения, перпендикулярной плоскости), поэтому единственным способом записать эту связь в векторной форме являются векторные произведения, составленные следующим образом:

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \times \vec{r}], \quad (17)$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega} \times \vec{r}], \quad (18)$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \times \vec{r}], \quad (19)$$

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega} \times \vec{V}]. \quad (20)$$

В справедливости этих записей читателю предлагается убедиться самостоятельно, используя правила векторного произведения или, что то же самое, правило правой руки.

## 2.3.3. Динамика вращательного движения

### 2.3.3.1. Момент инерции. Момент силы

При описании вращательного движения твердых тел используются понятия "момент инерции" и "момент силы".

В простейшем случае, когда рассматривается вращательное движение материальной точки вокруг некоторой оси  $OO'$  (рис.7), **моментом инерции этой точки** называется скалярная величина

$$I = mr^2. \quad (21)$$

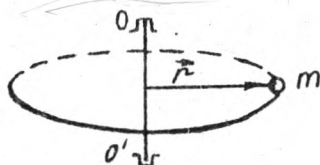


Рис.7

Моментом инерции элементарного объема твердого тела массой  $dm$  относительно оси вращения называется скалярная величина  $dI_i = r_i^2 dm_i$  (рис.8).

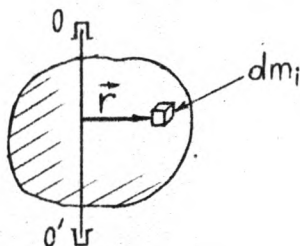


Рис.8

Момент инерции всего твердого тела относительно оси вращения, проходящей через его центр инерции, определяется как величина, равная интегралу по объему (V)



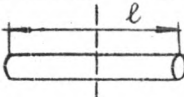

$$I = \int_V dI_i = \int_V r_i^2 dm_i. \quad (22)$$

Момент инерции твердого тела характеризует инерционные свойства вращающегося тела. Из выражения (22) следует, что момент инерции зависит от распределения массы его относительно оси вращения.

Ниже приводится таблица моментов инерции простейших тел относительно оси вращения (табл.3), проходящей через центр инерции твердого тела.

Таблица 3

Моменты инерции некоторых тел простой формы

| Тело                           | Момент инерции I | Изображение тел  |
|--------------------------------|------------------|--|
| Обруч или кольцо               | $mR^2$           |   |
| Диск или цилиндр               | $mR^2/2$         |   |
| Стержень относительно середины | $ml^2/12$        |   |
| Твердый шар                    | $2mR^2/5$        |  |

Для расчета момента инерции I тела относительно произвольной оси пользуются **теоремой Штейнера**: момент инерции (I) тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции ( $I_0$ ) этого тела относительно оси, проходящей через центр инерции параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы (m) тела на квадрат расстояния (a) между осями (рис.9):

$$I = I_0 + m a^2 . \quad (23)$$



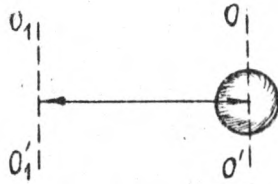


Рис. 9

$O_1O_1'$  - произвольная ось;

$O'O'$  - ось, проходящая через центр инерции

Вращательное движение тела зависит не только от распределения массы  $m$  твердого тела относительно оси вращения и величины силы, вызывающей это вращение, но и от того, в какой точке приложена эта сила. Поэтому для учета последнего фактора в динамике вращательного движения используется величина, называемая **моментом силы**.

а Вид сбоку

б Вид сверху

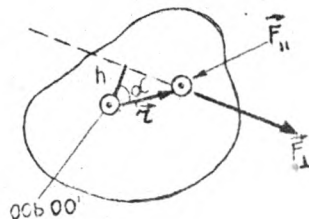
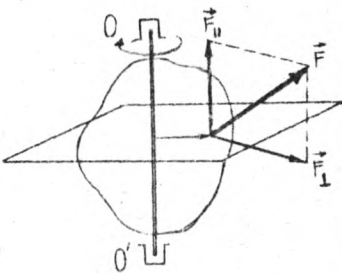


Рис. 10

Пусть на тело, имеющее неподвижную ось вращения, действует в произвольном направлении сила  $\vec{F}$  (рис.10,а). Разложим силу  $\vec{F}$  на две составляющие:  $\vec{F}_\perp$  - составляющая силы  $\vec{F}$ , перпендикулярная оси;  $\vec{F}_\parallel$  - составляющая силы  $\vec{F}$ , параллельная оси. Ясно, что вращение тела вызывает только составляющая силы  $\vec{F}_\perp$ ,  $\vec{F}_\parallel$  может вызвать лишь деформацию тела. Изобразим далее вид сверху (рис.10,б). Назовем *плечом* силы  $\vec{F}_\perp$  кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы  $\vec{F}_\perp$ , тогда **момент силы относительно оси  $O'O'$**  определяется соотношением

$$M = hF_1 = (r \cdot \sin \alpha) F_1 = rF_1 \sin \alpha . \quad (24)$$

Все величины  $\vec{M}$ ,  $\vec{r}$ ,  $\vec{F}$  - векторы, а соотношение (24) представляет собой выражение для модуля  $|\vec{M}|$  векторного произведения  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  или составляющей силы, вызывающей вращение. Таким образом,

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_{\text{вп}}] = [\vec{r} \times \vec{F}_1] . \quad (25)$$

Направление момента силы определяется правилом правого буравчика или правилом правой руки (см. рис. 4).

### 2.3.3.2, Момент импульса твердого тела и материальной точки

Пусть материальная точка массой  $m$  вращается вокруг некоторой оси  $OO'$  (рис. 11). Назовем **моментом импульса материальной точки** величину  $L$ , определяемую соотношением

$$L = r \cdot mV \quad (26)$$

или

$$L = mr^2 \cdot \frac{V}{r} = I \omega . \quad (27)$$

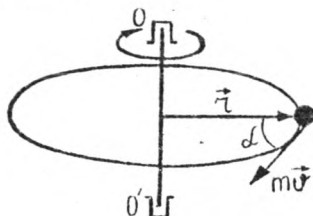


Рис. 11

Как видно на рис. 11, угол  $\alpha$  между  $m\vec{V}$  и  $\vec{r}$  равен  $90^\circ$ , как угол между касательной к окружности (по ней направлен вектор  $m\vec{V}$ ) и радиусом окружности (вдоль него направлен вектор  $\vec{r}$ ). Поэтому выражение (26) мы можем переписать в виде

$$L = r \cdot mV \cdot \sin 90^\circ = r \cdot mV \cdot \sin \alpha , \quad (28)$$

Соотношение (28) есть запись векторного произведения

$$\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{V}]. \quad (29)$$

С другой стороны, из соотношения (27) следует, что

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}. \quad (30)$$

Таким образом,  $\vec{L}$  совпадает по направлению с вектором угловой скорости  $\vec{\omega}$ .

В самом общем случае можно утверждать, что даже материальная точка, движущаяся по прямой, обладает моментом импульса относительно начала координат (рис.12), который равен

$$\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{V}]$$

или

$$L = r \cdot mV \cdot \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между радиус-вектором  $\vec{r}$  и вектором  $m\vec{V}$  (см.рис.12).

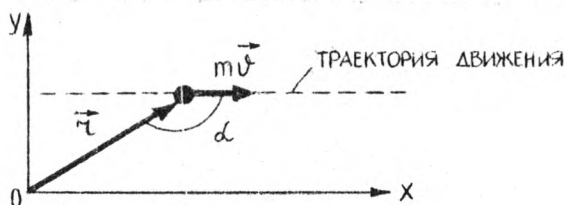


Рис.12

Для элемента объема твердого тела момент импульса удобнее определять выражением, подобным соотношению (30):

$$d\vec{L}_i = dI_i \cdot \vec{\omega}.$$

**Момент импульса всего тела** определяется интегралом по объему твердого тела:

$$L = \int_V dL = \int_V dI_i \omega = \omega \int_V dI_i = I\omega,$$

т.е. момент импульса твердого тела равен

$$\vec{L} = I \vec{\omega} . \quad (31)$$

## Лекция 9

### 2.3.3.3. Основной закон динамики вращательного движения

Запишем второй закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) для материальной точки в дифференциальной форме:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{F} .$$

Пусть под действием этой силы  $F$  материальная точка движется по окружности. Умножим левую и правую части уравнения векторно на радиус-вектор материальной точки:

$$\vec{r} \times \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} ,$$

иначе

$$\frac{d}{dt} [\vec{r} \times m\vec{V}] = [\vec{r} \times \vec{F}] .$$

Тогда в соответствии с формулами (25) и (29) лекции 8 имеем

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \quad (1)$$

Это же соотношение справедливо и для твердого тела, только в случае твердого тела  $\vec{L}$  будет уже моментом импульса этого тела, а под  $\vec{M}$  понимается результирующая моментов всех внешних сил, действующих на тело.

Проведем небольшие преобразования. Подставим в формулу (1) выражение (31) лекции 8, тогда

$$\frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}$$

или

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}.$$

В результате получаем выражение основного закона динамики вращательного движения

$$I \vec{\epsilon} = \vec{M} \quad (2)$$

или

$$\vec{\epsilon} = \frac{\vec{M}}{I}. \quad (3)$$

Угловое ускорение, приобретаемое вращающимся твердым телом под действием сил, прямо пропорционально моменту всех внешних сил, обратно пропорционально моменту инерции тела и направлено в сторону результирующего момента всех сил.

#### 2.3.3.4. Закон сохранения момента импульса

Из соотношения

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_i = \sum_i \vec{M}_i$$

следует, что если результирующий момент всех внешних сил, действующих на твердое тело, равен 0, то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0.$$

Отсюда следует, что момент импульса  $\vec{L}$  свободного тела постоянен:

$$\vec{L} = I \vec{\omega} = \text{const.} \quad (4)$$

Это важное соотношение выражает третий закон сохранения в механике - сохранение момента механического импульса уединенного тела.

Этот закон может быть обобщен и на случай системы тел, взаимодействующих только друг с другом (т.е. на случай замкнутой системы тел). В этом случае он формулируется так:

*суммарный момент импульса замкнутой системы твердых тел есть величина постоянная.*

Математическая запись этого закона имеет вид

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 + \dots + I_n \vec{\omega}_n = I'_1 \vec{\omega}'_1 + I'_2 \vec{\omega}'_2 + \dots + I'_n \vec{\omega}'_n. \quad (5)$$

Обсудим некоторые проявления этого закона. При поступательном движении системы тел внутренние силы не могут изменить ни импульса системы, ни ее массы; поэтому скорость центра масс остается постоянной. При вращательном движении внутренние силы могут изменить распределение масс (и, значит, момент инерции относительно оси вращения), но они не могут изменить полного момента импульса системы. Следствием этого должно быть изменение угловой скорости вращения. Проверку этого интересного вывода удобно провести на "скамье Жуковского" - скамейке (диске), могущей вращаться (без заметного трения) вокруг вертикальной оси.

Экспериментатор становится на скамейку, держа в вытянутых разведенных руках гантели, увеличивающие его момент инерции. Ему сообщают извне момент импульса, приведя скамью во вращение с небольшой угловой скоростью  $\vec{\omega}$  (рис.1, а). При этом он приобретает момент импульса

$$\vec{L} = I_1 \vec{\omega}_1,$$

где  $I_1$  - момент инерции экспериментатора (вместе со скамьей и гантелями).

а



б



Рис. 1

Затем он прижимает руки к туловищу, уменьшая момент инерции (рис.1,б) за счет действия внутренних сил, не способных изменить момент импульса. Опыт показывает, что это приводит к заметному возрастанию угловой скорости, что согласуется с законом сохранения момента импульса, так как должно быть  $L_1\vec{\omega}_1 = L_2\vec{\omega}_2$ . Если снова развести руки, то угловая скорость опять уменьшается.

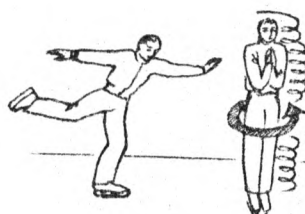


Рис. 2

Точно таким же образом объясняется, почему фигурист, выполняющий вращение на льду, сначала, когда его руки и ноги раздвинуты в стороны, вращается медленно, с небольшой угловой скоростью, а прижимая руки к телу, начинает вращаться быстрее в результате уменьшения момента импульса (рис.2).

Аналогичные вещи происходят с гимнастом (рис. 3,а) или прыгуном в воду (рис.3,б), совершающими сальто с большим числом оборотов. Момент импульса, необходимый для совершения вращения, прыгун в воду приобретает, отталкиваясь от доски. В процессе

а

б

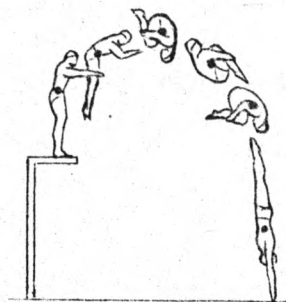
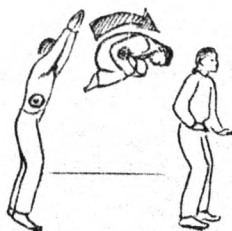


Рис.3

прыжка момент импульса сохраняется примерно постоянным. А скорость вращения зависит от того, как спортсмен распределит свою массу. Группируясь, т.е. подтягивая руки и ноги к туловищу, спортсмен уменьшает свой момент инерции, увеличивая соответственно скорость своего вращения. И наоборот, выпрямляя руки и ноги, спортсмен увеличивает свой момент инерции и уменьшает скорость вращения до совсем малой величины перед входом в воду.

### 2.3.3.5. Движение человека в условиях невесомости

Практическое освоение человеком законов механики происходит с раннего детства: мы учимся сидеть, стоять, ходить, бегать, совершать физические упражнения, работать, кататься на велосипеде и т.п. Все это постигается нами в основном без теоретических знаний соответствующих законов. Человек привыкает к бессознательному совершению механических действий. Так, при толкании ядра человек инстинктивно упирается ногой, чтобы не упасть при отдаче; ударяя молотком, рабочий непроизвольно напрягает мышцы, препятствующие вращению корпуса и т.д.

Парадоксально, но человек настолько привык к законам механики, что начинает замечать их проявление только в особых, редких и маловероятных случаях.

К таким особенным и практически важным проявлениям законов механики относится двигательная деятельность человека в условиях невесомости, или, как принято говорить, в безопорном пространстве. Нетрудно подсчитать, что если человек массой 100 кг в состоянии невесомости бросит тело массой 0,1 кг со скоростью 3 м/с, то он сам начнет двигаться в противоположную сторону со скоростью 0,3 см/с. Если бросок сделать с размахом руки, то тело человека начнет вращаться. Таково необычное, по сравнению с земными условиями, проявление законов сохранения импульса и момента импульса. Остановиться человек сможет, только взаимодействуя с другими телами. Если человек в состоянии невесомости захочет сделать упражнение "угол", которое достаточно четко выполняют гимнасты в обычных условиях, то движение ног вызовет в соответствии с законом сохранения момента импульса встречное вращение корпуса (рис.4). Поворот корпуса в условиях невесомости, в том числе и при свободном падении, совершают вследствие вращения конечностями. Так, например, конусообразные вращательные движения рукой над головой вызовут вращение корпуса вокруг оси симметрии (рис.5).

Если в условиях невесомости человек будет завинчивать гайку, то он сам начнет вращаться в противоположном направлении.





Рис. 4



Рис. 5

### 2.3.3.6. Работа сил при вращательном движении

Для получения выражения работы, совершаемой силами, вызывающими вращение твердого тела, воспользуемся методом аналогии. При поступательном движении элементарная работа, в самом общем случае, определяется формулой

$$dA_{\text{пост}} = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Теперь учтем, что при вращательном движении вместо силы используется величина, учитывающая точку приложения силы - момент сил ( $\vec{M}$ ), а вместо линейного перемещения - угловое перемещение ( $d\varphi$ ). Тогда с учетом этого можно смело записать, что

$$dA_{\text{вращ}} = \vec{M} d\vec{\varphi} \quad (6)$$

или

$$dA_{\text{вращ}} = M \cdot d\varphi \cdot \cos \alpha,$$

где  $\alpha = 0^\circ$  или  $180^\circ$  в зависимости от того, какая сила действует: ускоряющая или тормозящая вращение тела.

Итак, работа сил, действующих на твердое тело при вращении его вокруг неподвижной оси, равна скалярному произведению момента этих сил относительно оси вращения на угловое перемещение тела.

### 2.3.3.7. Кинетическая энергия вращения твердого тела

Пусть на тело действуют силы, вызывающие его вращение с возрастающим ускорением, тогда элементарная работа определяется по формуле

$$dA = M d\varphi \cos \alpha = M d\varphi. \quad (7)$$

Воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = M. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получим

$$dA = \frac{d(I\omega)}{dt} \cdot d\varphi,$$

или, считая, что  $I$  не изменяется при вращении, будем иметь следующее:

$$dA = I d\omega \frac{d\varphi}{dt} = I \omega d\omega.$$

Полная работа при изменении угловой скорости от  $\omega_1$  до  $\omega_2$  вычисляется путем интегрирования:

$$A = \int dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I \omega d\omega = \frac{I \omega_2^2}{2} - \frac{I \omega_1^2}{2}. \quad (9)$$

Итак, если к телу приложен вращающий момент, то работа сил, создающих этот момент, равна приращению кинетической энергии вращательного движения этого тела:

$$E_{\text{К ВРАЩ}} = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (10)$$

В общем случае движение твердого тела может быть представлено как суперпозиция поступательного движения центра инерции тела и вращательного движения его вокруг собственной оси.

Если скорость центра инерции тела -  $V_c$  и тело вращается вокруг оси, проходящей через центр инерции (рис.6), то полная кинетическая энергия тела в этом случае равна

$$E_k = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad (11)$$



Рис. 6

Сравним в заключение кинематические и динамические характеристики поступательного и вращательного движения тел (табл. 4).

Таблица 4

| N  | Поступательное движение  | Вращательное движение  |
|----|--|--|
| 1  | Линейный путь $S$  | Угол поворота $\varphi$  |
| 2  | Линейное перемещение $d\vec{r}$  | Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$   |
| 3  | Линейная скорость $\vec{V}$  | Угловая скорость $\vec{\omega}$  |
| 4  | Линейное ускорение $\vec{a}$   | Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$  |
| 5  | Масса $m$  | Момент инерции $I$ относительно собственной оси                                      |
| 6  | Сила $\vec{F}$   | Момент силы $\vec{M}$  |
| 7  | Импульс $\vec{P} = m\vec{V}$   | Момент импульса $\vec{L} = I\vec{\omega}$  |
| 8  | Импульс силы $\vec{F} \cdot \Delta t$  | Импульс момента силы $\vec{M} \cdot \Delta t$  |
| 9  | Основное уравнение динамики поступательного движения<br>$\vec{F} = m\vec{a}$ | Основное уравнение динамики вращательного движения<br>$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$ |
| 10 | Работа $dA = \vec{F}d\vec{s}$  | Работа $dA = \vec{M}d\vec{\varphi}$  |
| 11 | Кинетическая энергия<br>$E_k = mV^2/2$                                       | Кинетическая энергия<br>$E_k = I\omega^2/2$  |
| 12 | Закон сохранения импульса<br>$m\vec{V} = \text{const}$                       | Закон сохранения момента импульса<br>$I\vec{\omega} = \text{const}$                  |

#### 2.3.4. Закон сохранения момента импульса и движение космических объектов

Анализ движения планет Солнечной системы показывает, что все планеты и Солнце обладают как собственными моментами импульса (т.е. моментами импульса относительно собственной оси вращения), так и орбитальными моментами импульса.

Расчеты показывают, что собственные моменты импульса  $L_{\text{соб}}$  тел Солнечной системы гораздо меньше их орбитальных моментов  $L_{\text{орб}}$  (табл. 5). Направление вектора  $L_{\text{орб}}$  для всех планет примерно одинаково. У планет Венеры и Урана вектор  $L_{\text{соб}}$  направлен противоположно вектору  $L_{\text{орб}}$ . Момент импульса нашей планетной системы распределен между планетами неодинаково. На долю Солнца приходится более 99% массы и только около 8% момента импульса всей системы. Диаграмма, иллюстрирующая соотношение моментов импульсов, приведена на рис. 7.

Факт, при котором на долю Солнца приходится почти вся масса Солнечной системы, а момент импульса Солнца составляет  $\sim 0,08L$  Солнечной системы, указывает на то, что Солнце - медленно вращающаяся звезда.

Аномально медленное вращение Солнца связано с тем, что часть его момента импульса отдана планетной системе. Таким образом, поиск обнаруживаемых с помощью телескопов планетных систем можно заменить отысканием звезд с низкой скоростью собственного вращения. В современных теориях эволюции звезд утверждается, что если процесс образования Солнечной системы - обычное явление, то потеря звездой своего момента импульса связана с существованием у нее планетной системы. Это одно из важнейших исходных положений, которые принимаются в расчет при оценке вероятности существования внеземных цивилизаций (ВЦ). По самым грубым подсчетам, таких звезд в нашей Галактике примерно  $10^{10}$ .

Справедливость закона сохранения импульса обусловлена изотропностью пространства, под которой понимается эквивалентность различных направлений в пространстве. Это означает, что развитие событий в изолированной системе не зависит от того, как она ориентирована в пространстве.

Примером действия закона сохранения импульса является обращение Земли вокруг Солнца, Луны и других спутников вокруг своих центральных тел (планет).

Таблица 5

Характеристики вращательного движения тел  
Солнечной системы

| Тело     | Среднее<br>рассто-<br>яние от<br>Солнца,<br>$10^9$ м | Период<br>враще-<br>ния<br>вокруг<br>оси | Период<br>обращения<br>вокруг<br>Солнца | Собствен-<br>ный мо-<br>мент им-<br>пульса,<br>$\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ | Орбиталь-<br>ный момент<br>импульса,<br>$10^{41} \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ | Доля от<br>суммарно-<br>го момен-<br>та импуль-<br>са, % |
|----------|--|--|---|--|---|--|
| Солнце   | -  | 25,4сут                                  | -                                       | $280 \cdot 10^{40}$  | -   | 8,24   |
| Меркурий | 58   | 58,65сут                                 | 87,97сут                                | $243 \cdot 10^{28}$  | 0,009   | -  |
| Венера   | 108  | 243 сут                                  | 227,7сут                                | $529 \cdot 10^{29}$  | 0,190   | 0,02   |
| Земля    | 150  | 23ч56мин                                 | 365,26сут                               | $178 \cdot 10^{32}$  | 0,264   | -  |
| Марс     | 228  | 24ч37мин                                 | 686,98сут                               | $548 \cdot 10^{30}$  | 0,035   | -  |
| Юпитер   | 778  | 9ч50мин                                  | 11,86 лет                               | $167 \cdot 10^{37}$  | 190,0   | 55,90  |
| Сатурн   | 1427   | 10ч14мин                                 | 29,46 лет                               | $345 \cdot 10^{36}$  | 77,0  | 22,70  |
| Уран     | 2870   | 10,8ч                                    | 84,01 лет                               | $980 \cdot 10^{36}$  | 16,0  | 4,71   |
| Нептун   | 4496   | 15,8ч                                    | 164,8 лет                               | $690 \cdot 10^{34}$  | 24,9  | 7,33   |
| Плутон   | 5946   | 6,4сут                                   | 247,7 лет                               | $540 \cdot 10^{28}$  | 4,41  | 1,00   |

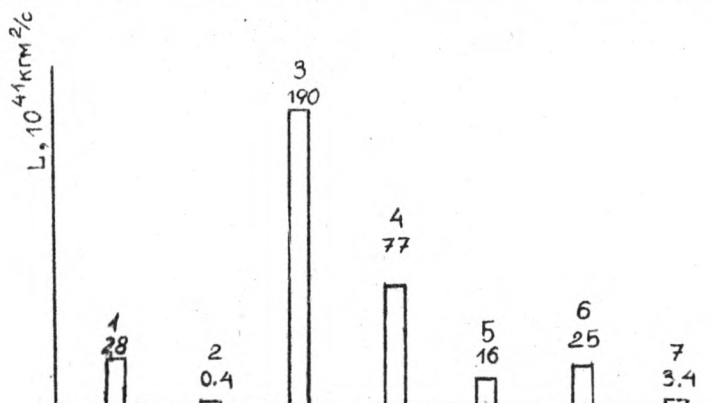


Рис. 7. Момент импульса тел Солнечной системы:  
1 - Солнце; 2 - планеты земной группы; 3 - Юпитер;  
4 - Сатурн; 5 - Уран; 6 - Нептун; 7 - Плутон

### 2.3.5. Маховики как альтернативные источники энергии передвижения

Как мы видели, с вращением твердого тела связан запас энергии  $I \cdot \omega^2 / 2$ . В частности, у вращающегося диска радиусом  $R$  эта энергия равна  $(1/4)\pi R^2 \omega^2$ .

Рассмотрим теперь автомобиль с маховиком вместо двигателя. Во время стоянки автомобиля маховик мог бы накапливать энергию с помощью небольшого высокоэффективного двигателя, например, электромотора. Таким образом, автомобиль мог бы "ходить" на таком более доступном топливе, как уголь, а не на дефицитном бензине. Рассмотрим вкратце, какую энергию можно запасти с помощью маховика, и проведем его сравнение с обычным двигателем внутреннего сгорания.

В случае маховика предельное значение угловой скорости  $\omega$  определяется прочностью материала маховика на разрыв. Можно показать, что для вращающегося диска справедливо равенство

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{V}{4} \sigma_{\text{макс}},$$

где  $\sigma_{\text{макс}}$  - предел прочности на разрыв (сила, приходящаяся на единицу площади);  $V$  - объем диска. Для стали, плавленнного кварца и еще некоторых прочных материалов предел прочности  $\sigma_{\text{макс}}$  составляет около  $3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ . Маховик объемом  $0,1 \text{ м}^3$  с размерами, показанными на рис.8, может запасти кинетическую энергию

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{0,1 \text{ м}^3}{4} (3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2) \approx 8 \cdot 10^7 \text{ Дж.}$$

Это соответствует частоте вращения маховика  $\nu = 503 \text{ об/с}$ .

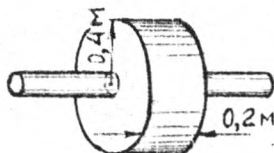


Рис.8. Маховик, который можно использовать вместо двигателя в автомобиле

Если изготовить маховик из плавленного кварца или другого материала плотностью порядка  $2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , то его масса будет около 200 кг, т.е. значительно меньше полной массы небольшого автомобиля (около 1000 кг). Такой автомобиль с обычным двигателем должен везти с собой около 40 л бензина с запасом энергии  $\sim 3,0 \cdot 10^7$  Дж, т.е. полный запас энергии  $1,2 \cdot 10^9$  Дж. Однако в механическую энергию, как будет показано в разд.3, можно превратить лишь 20% этой энергии. Таким образом, по сравнению с запасом энергии маховика  $8 \cdot 10^7$  Дж запас энергии у обычного автомобиля составляет  $24 \cdot 10^7$  Дж. Автомобиль, использующий энергию маховика, мог бы пробежать примерно  $1/3$  расстояния, которое пробегает обычный автомобиль с указанным выше запасом бензина (около 100 км).

До сих пор большая часть изложенных соображений носила чисто умозрительный характер. Маховики, изготовленные из материала иного тела или имеющие другую форму, могут оказаться более эффективными и экономичными. В настоящее время вопросы безопасности движения и уменьшения стоимости являются актуальными, что стимулирует всестороннее изучение таких методов создания тяги.

## Лекция 10

### 3. Основы молекулярной физики и термодинамики

#### 3.1. Строение вещества

##### 3.1.1. Плотность вещества

Вещество состоит из совокупности материальных дискретных (прерывных) образований, обладающих массой покоя. Известны три агрегатные состояния, или фазы, вещества: твердое, жидкое и газообразное. Все эти состояния различаются между собой по физическим свойствам. Твердое состояние (твердое тело) сохраняет постоянными объем и форму. Жидкость так же, как и твердое тело, не поддается сжатию, но легко принимает форму сосуда, в котором она находится. Газ не обладает ни определенной формой, ни определенным объемом, заполняя полностью сосуды, в которых он находится.

Общей характеристикой вещества при всех его состояниях является плотность, обозначаемая через  $\rho$ . Плотность вещества определяется как масса единицы его объема:

$$\rho = m/V, \quad (1)$$

где  $m, V$  - масса и объем определенного количества вещества. В системе единиц измерений СИ плотность измеряется в  $\text{кг/м}^3$ . В табл. 6 приведены плотности некоторых веществ.

Таблица 6

| Плотность вещества |                                   |                       |
|--------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| Вещество           | Плотность                         |                       |
|                    | $\rho \times 10^3, \text{кг/м}^3$ | $\rho, \text{кг/м}^3$ |
| 1                  | 2                                 | 3                     |
| Твердые тела:      |                                   |                       |
| алюминий           | 2,7                               | -                     |
| железо             | 7,8                               | -                     |
| золото             | 19,3                              | -                     |
| свинец             | 11,3                              | -                     |



Окончание табл. 6

| 1                | 2         | 3     |
|------------------|-----------|-------|
| бетон            | 2,3       | -     |
| дерево           | 0,3 - 0,9 | -     |
| стекло           | 2,5       | -     |
| кость            | 1,8       | -     |
| <i>Жидкости:</i> |           |       |
| ртуть            | 1,0       | -     |
| вода             | 1,05      | -     |
| кровь            | 13,6      | -     |
| спирт            | 0,79      | -     |
| бензин           | 0,68      | -     |
| <i>Газы:</i>     |           |       |
| воздух           | -         | 1,29  |
| углекислый       |           |       |
| газ              | -         | 1,98  |
| водяной          |           |       |
| пар              | -         | 0,598 |

### 3.1.2. Молекулярное строение вещества

Вещество независимо от его агрегатного состояния состоит из молекул и атомов. Атомы и молекулы ничтожно малы по массе ( $10^{-27}$  -  $10^{-25}$  кг) и размерам (диаметр атома равен  $\approx 10^{-10}$  м) (рис.1).

Атом



Рис. 1

Ввиду малой массы молекул количество вещества измеряют в молях. Количество молекул в 1 моле любого вещества равно  $6,02 \cdot 10^{23}$ . Это число называется числом Авогадро и обозначается  $N_A$ .

Следовательно, масса  $N_A$  молекул - это молярная масса, которая обозначается через  $\mu$  и имеет размерность кг/моль.

Определить молярную массу любого вещества можно с помощью таблицы Менделеева по его относительной массе (рис.2). Например,  $\mu_{He} = 4,002 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

|   |        |
|---|--------|
| 2 | He     |
|   | ГЕЛИЙ  |
|   | 4,0026 |

Рис.2. Ячейка таблицы Менделеева

Молярная масса химического соединения, например молекулы воды  $H_2O$ , - это сумма молярных масс соответствующих компонентов H и O:

$$\mu_{H_2O} = 2 \mu_H + \mu_O = (2 \times 1 + 16) \cdot 10^{-3} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Зная молярную массу, легко найти массу одной молекулы.

Например, масса молекулы воды

$$m_{H_2O} = \frac{\mu_{H_2O}}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}} = 3 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Современная модель атома представляет атом без четко очерченных границ (как облако пара с размытыми неопределенными краями, которое может менять свои очертания). На рис.3 показаны возможные формы молекул  $O_2$  и  $H_2O$ .

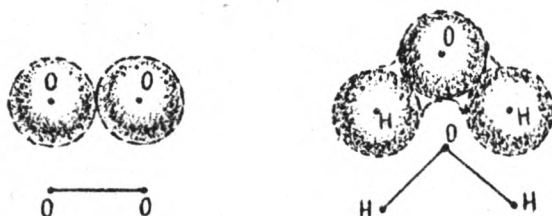


Рис.3

В твердой и жидкой фазах вещества между атомами действуют силы притяжения, которые удерживают их вместе. Если предположить, что в твердой фазе атомы располагаются вплотную друг к другу, то можно оценить объем одного моля твердого вещества.

Действительно, вдоль ребра куба расположится примерно  $10^8$  атомов ( $\sqrt[3]{6 \cdot 10^{23}} \approx 10^8$ ). Так как диаметр каждого атома  $d \approx 10^{-10}$  м, то куб должен иметь ребро длиной около 1 см и объем  $1 \text{ см}^3$  (рис. 4).

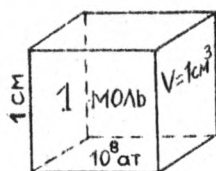


Рис. 4

В газовом состоянии вещества молекулы (атомы) находятся на значительном расстоянии друг от друга, намного превышающем их диаметр. Молекулы (атомы) в таких условиях движутся в случайных направлениях с различными скоростями, поэтому газ заполняет весь предоставленный ему объем сосуда. При рассмотрении движения молекул вводится понятие *средней длины свободного пробега* (среднее расстояние между двумя последовательными столкновениями).

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n\sigma}, \quad (2)$$

где  $n = N/V$  - концентрация;

$N$  - число молекул;

$V$  - занимаемый молекулами объем;

$\sigma = \sqrt{2} \pi d^2$  - эффективное сечение столкновения (рис. 5).

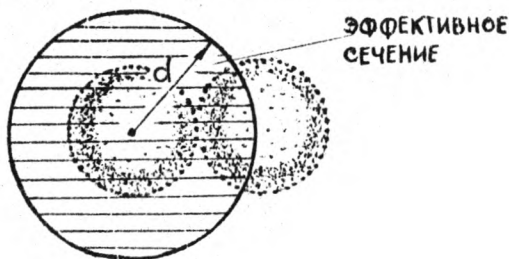


Рис. 5

...например, средняя длина свободного пробега молекул в объеме, занимаемом одним киломоном газа, будет равна

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n\sigma} = \frac{V_A}{N_A \sqrt{2} \pi d^2} = \frac{22,4}{6,02 \cdot 10^{26} \sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 10^{-20}} \approx 10^{-7} \text{ м},$$

где  $V_A = 22,4 \text{ м}^3$  - объем, занимаемый одним киломоном газа.

### 3.2. Молекулярно-кинетическая теория газа

#### 3.2.1. Модель идеального газа

Атмосферный воздух в основном состоит из азота (75,51%), кислорода (23,15%), углекислого газа (0,046%). Остальные составляющие - водород, метан, озон - не превышают 0,0001%. На уровне моря при температуре  $0^\circ\text{C}$  и давлении  $10^5 \text{ Па}$  (нормальные условия) воздух имеет концентрацию  $2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ , плотность  $1,3 \text{ кг/м}^3$ , скорость молекул  $500 \text{ м/с}$ , среднюю длину свободного пробега молекул  $8 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ , среднее характеристическое расстояние между молекулами  $3,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ , среднюю массу молекул  $4,8 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ , частоту соударений молекул  $6 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ .

Приведенные параметры атмосферного воздуха позволяют для рассмотрения его физических свойств использовать модель идеального газа. Согласно этой модели объем молекул или атомов мал по сравнению с объемом сосуда, в котором находится газ. Силы взаимодействия между молекулами идеального газа отсутствуют, а столкновения между ними и со стенками сосуда являются абсолютно упругими.

#### 3.2.2. Молекулярно-кинетическая теория давления идеального газа

Рассмотрим прямоугольный сосуд с гранями, площадь которых равна  $S$ , а длина ребер  $a$  (рис.6).

В сосуде находится газ с массой молекул  $m$  и концентрацией  $n$ . Как было отмечено выше, молекулы газа находятся в непрерывном движении. Даже при давлении, равном одной атмосфере (атмосферное давление), число молекул в  $1 \text{ см}^3$  достигает  $10^{19}$ . При таком количестве молекулы будут многократно сталкиваться между собой и стенками сосуда, изменяя свою скорость и направление движения. Как говорят, в сосуде устанавливается "молекулярный хаос". Из множества молекул выберем одну моле-

кулу и проследим ее движение в момент столкновения со стенкой сосуда, расположенной в плоскости YOZ (см. рис.6).

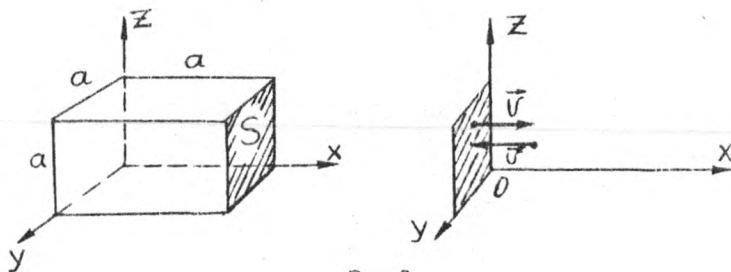


Рис.6

Молекула в момент столкновения действует на стенку, а та, в свою очередь, действует на молекулу с равной по величине и противоположной по направлению силой (третий закон Ньютона). Величина этой силы согласно второму закону Ньютона равна скорости изменения импульса молекулы

$$f = \Delta(mv) / \Delta t.$$

Для упрощения решения задачи будем считать, что молекулы двигаются в направлении координатных осей OX, OY, OZ перпендикулярно граням сосуда. Вследствие равновероятности этих направлений движения вдоль оси X будет двигаться 1/3 общего числа молекул N и 1/6 в направлении плоскости YOZ.

Со стенкой сосуда за некоторый промежуток времени  $\Delta t$  будет ударяться  $N_x$  молекул  $N_x = (1/6) \cdot V \cdot \Delta t \cdot S \cdot n$ , где  $V \cdot \Delta t \cdot S$  есть объем слоя возле стенки, из которого молекулы за время  $t$  успевают "бомбардировать" стенку.

Сила, с которой молекулы действуют на стенку, будет равна

$$F = f N_x = \frac{1}{6} v \cdot \Delta t \cdot S \cdot n \cdot \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{1}{6} v \cdot S \cdot n \cdot \Delta(mv). \quad (3)$$

Изменение импульса  $\Delta(mv)$ , которое равно разности конечного и начального импульсов, для одного упругого столкновения можно записать в виде

$$\Delta(mv) = mv - (-mv) = 2mv.$$

Тогда

$$F = \frac{1}{6} v \cdot S \cdot 2nmv = \frac{1}{3} m v^2 n S. \quad (4)$$

Согласно определению давления  $p = F/S$ , следовательно,

$$p = \frac{1}{3} m v^2 \cdot n. \quad (5)$$

Если решить задачу без принятых нами упрощений, т.е. учитывать разные скорости и столкновение молекул со стенкой под разными углами, то в формуле (5) вместо скорости нужно поставить значение среднеквадратичной скорости:

$$p = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 \cdot n. \quad (6)$$

Так как средняя кинетическая энергия молекулы газа равна

$$\bar{\epsilon}_{\text{кин}} = \frac{m \bar{v}^2}{2},$$

то формулу для давления можно записать

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_{\text{кин}}. \quad (7)$$

Выражение (7) называют основным уравнением молекулярно-кинетической теории.

Если учесть, что  $n = N/V$ , то  $p = (2/3)(N/V)\bar{\epsilon}_{\text{кин}}$ ,  $pV = (2/3)N\bar{\epsilon}_{\text{кин}}$ , т.е.

$$pV = \frac{2}{3} \bar{E}_{\text{кин}}, \quad (8)$$

где  $\bar{E}_{\text{кин}} = N\bar{\epsilon}_{\text{кин}}$  - суммарная кинетическая энергия движения молекул газа в сосуде.

Из последней формулы следует, что произведение давления на объем определяет кинетическую энергию молекул. Кроме этого, из формулы (6), зная давление, концентрацию и массу молекулы газа, можно определить среднеквадратичную скорость ее движения:

$$\bar{v}^2 = \frac{3p}{m n}. \quad (9)$$

В случае, когда один и тот же объем занимают два или более газов, полное давление равно сумме парциальных давлений отдельных газов.

Парциальное давление газа определяется как давление этого газа, если бы он один занимал весь объем. Согласно этому определению, каждый газ в смеси создает парциальное давление, пропорциональное его концентрации. Предположим, что в сосуде объемом  $V$  имеется смесь трех газов, состоящая из  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  молекул каждого газа соответственно. Полное давление определяется по формуле (6)

$$P = \left( \frac{1}{3} m_1 \bar{v}_1^2 N_1 + \frac{1}{3} m_2 \bar{v}_2^2 N_2 + \frac{1}{3} m_3 \bar{v}_3^2 N_3 \right) \frac{1}{V} =$$

$$= \frac{1}{3} m_1 \bar{v}_1^2 n_1 + \frac{1}{3} m_2 \bar{v}_2^2 n_2 + \frac{1}{3} m_3 \bar{v}_3^2 n_3; \quad P = P_1 + P_2 + P_3, \quad (10)$$

где  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  - парциальные давления компонент газа.

Например, сухой воздух состоит из 78% азота, 21% кислорода и из очень небольшого количества аргона и других газов. Тогда при общем давлении воздуха, равном одной атмосфере, парциальное давление кислорода равно 0,21 атм, азота - 0,78 атм.

### 3.2.3. Атмосферное давление

Земля окружена слоем газа (воздухом), который называется атмосферой. Толщина атмосферы составляет в среднем 10 - 14 километров. Этот слой воздуха своей тяжестью давит на поверхность Земли, создавая атмосферное давление. Численное значение атмосферного давления  $P_a$  на поверхности земли равно  $1,01 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>.

Будет ли это давление постоянным во всем слое атмосферы?

Так как давление зависит от концентрации молекул и их скорости (6), то на поставленный вопрос следует дать отрицательный ответ. Действительно, считая в первом приближении атмосферный воздух идеальным газом и учитывая, что молекулы находятся в гравитационном поле Земли, концентрация молекул воздуха будет уменьшаться с удалением от поверхности Земли. П.Лапласом (Франция) было доказано, что концентрация молекул воздуха, а следовательно, и давление уменьшаются с ростом высоты  $h$  по экспоненциальному закону:

$$P = P_0 \exp(-mgh / kT), \quad (11)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К),

$T$  - абсолютная температура;

$m$  - масса молекулы воздуха.

На высотах обитания человека можно принять концентрацию молекул постоянной и давление на высоте  $h$  от поверхности Земли оценивать по формуле

$$P = P_a - \rho_v g h, \quad (12)$$

где  $\rho_v$  - плотность воздуха;

$g$  - ускорение свободного падения;

$P_a$  - атмосферное давление.

*Пример.* Определить давление воздуха на 25 этаже высотного здания. Принять  $h = 50$  м.

$$P = P_a - \rho_v g h = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 - 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 50 \text{ м} = 99366 \text{ Н/м}^2.$$

Единица измерения давления  $\text{Н/м}^2$  названа Паскалем (Па) в честь французского философа и физика Блеза Паскаля.

### 3.2.4. Методы измерения давления

Давление можно измерить простейшим открытым манометром (рис. 7).

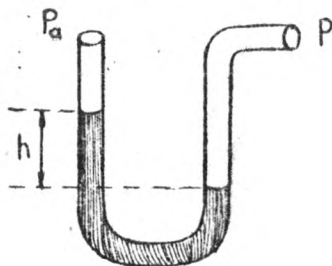


Рис. 7

Основной частью манометра является U-образная трубка, частично заполненная жидкостью с плотностью  $\rho_{ж}$ . Измеряемое давление связано с равностью уровней жидкости в коленях трубки  $h$  соотношением

$$P = P_a + \rho_{ж} g h, \quad (13)$$



где произведение параметров  $\rho_{\text{ж}}gh$  есть избыточное давление по сравнению с атмосферным. В практике давление измеряют в мм рт.ст. или в мм вод.ст.:

$$1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Н/м}^2,$$

так как избыточное давление в ртути **составляет**

$$\rho_{\text{Hg}} \cdot gh = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 133 \text{ Н/м}^2;$$

$$1 \text{ мм вод.ст.} = 9,8 \text{ Н/м}^2,$$

так как избыточное давление в воде **равно**

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} gh = 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 9,8 \text{ Н/м}^2.$$

Для измерения атмосферного давления часто применяют **ртутный барометр** (рис.8).

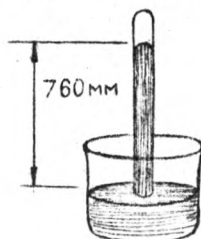


Рис.8

Давление столба ртути высотой 760 мм уравнивается атмосферным давлением  $p_a$ , если барометр находится на уровне моря. В этом случае

$$p_a = p = \rho_{\text{Hg}} gh = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 0,76 \text{ м} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Аналогичный расчет показывает, что атмосферное давление может удерживать в запаянной и вакуумированной с одной стороны трубке столб воды высотой 10,3 м. Несколько столетий назад проблема подъема воды на высоту больше чем 10 м ставила людей в затруднительное положение. Даже очень хорошие насосы, расположенные на поверхности колодцев глубиной больше 10 м, не могли выкачать из них воду. Над этой проблемой думал и Галилей, но причину первым указал Торричелли. Дело в том, что не насос втягивает воду вверх по трубе, а атмосферное давление

поднимает воду.

В быту для измерения атмосферного давления используют обычно барометры анероидного типа (рис.9), в которых стрелка соединена с гибкой крышкой герметичной коробки из тонкого металла.

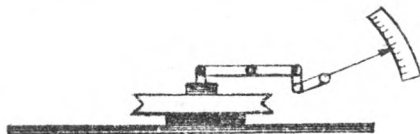


Рис.9

### 3.2.5. Температура, температурные шкалы, единицы измерения температуры

Одним из параметров, определяющих состояние тела, является температура. С молекулярно-кинетической точки зрения температура тела связана со средней кинетической энергией хаотического движения его молекул. Для измерения температуры необходимы, как минимум, два тела, обменивающиеся между собой энергией, одному из которых (например, тающему льду) приписывается нулевая температура. Между телами с разными температурами будет происходить передача энергии от тела с более высокой температурой к телу с более низкой до тех пор, пока температуры тел не уравниются, т.е. пока не наступит тепловое равновесие.

При изменении температуры у многих веществ достаточно сильно изменяются такие физические параметры, как электрическое сопротивление, объем, длина и т.д., которые используются для количественного определения температуры.

Прибор, предназначенный для измерения температуры, называется **термометром**. Имеется множество типов термометров, действие которых основано на способности веществ изменять свои свойства при нагревании или охлаждении. Вещество, то или иное свойство которого используется в термометре, называется **термометрическим телом**.

В первом термометре, изобретенном Галилеем, в качестве термометрического тела использовался газ, обладающий свойством расширяться при его нагревании. В настоящее время широкое практическое приме-

ние нашли термометры, использующие свойство расширения жидкости с ростом температуры и состоящие из стеклянной трубки, заполненной ртутью или подкрашенным спиртом. В этом случае термометрическими телами являются ртуть или спирт.

Для количественного определения температуры необходимо снабдить термометр шкалой измерения температуры. В нашей стране используется **шкала Цельсия** с ценой деления один градус Цельсия ( $\Delta t = 1^{\circ}\text{C}$ ). В этом случае разность длин столбика ртути или спирта в трубке термометра, соответствующих температуре таяния льда и температуре кипения воды при атмосферном давлении  $p_a = 760$  мм рт.ст., делится на сто частей. Изменение длины столбика на одну сотую часть и соответствует изменению температуры на один градус Цельсия ( $1^{\circ}\text{C}$ ). По этой шкале температура таяния льда при  $p_a = 760$  мм рт.ст. считается равной  $0^{\circ}\text{C}$ , тогда температура кипения воды при этом же давлении оказывается равной  $100^{\circ}\text{C}$ . Один градус может быть также разбит на десятые доли, как, например, в медицинском термометре. Шкала Цельсия после 1960 г. является основной и входит в международную систему единиц (СИ).

Однако есть другие шкалы измерения температуры: **шкала Фаренгейта и шкала Кельвина (абсолютная шкала)**.

В начале XVIII в. Габриель Фаренгейт, занимаясь изготовлением ртутных термометров, выбрал в качестве нулевой точки в своих термометрах температуру смеси соли и обыкновенного льда. (Температура этой смеси используется для домашнего приготовления мороженого.) По этой шкале температура плавления обычного льда составляла  $32^{\circ}\text{F}$ , температура здорового человека -  $98,6^{\circ}\text{F}$ , температура кипения воды -  $212^{\circ}\text{F}$ . Обычно на шкале Фаренгейта диапазон температур от  $32^{\circ}\text{F}$  до  $212^{\circ}\text{F}$  разбивается на 180 равных интервалов.

Для технических измерений температуры удобно пользоваться абсолютной шкалой, где в качестве нуля температуры выбрана точка  $-273^{\circ}\text{C}$ . Температуре плавления льда по этой шкале соответствует температура  $T = 273^{\circ}\text{K}$ , температуре кипения воды -  $373^{\circ}\text{K}$ .

Сравнение температурных шкал приведено на рис.10. Как видно из сравнения шкал, изменение температуры на  $1^{\circ}\text{K}$  по абсолютной шкале равно ее изменению на  $1^{\circ}\text{C}$  по шкале Цельсия. В практических расчетах температуру, измеренную по одной шкале, часто требуется перевести в другую. Так, температуре  $t^{\circ}\text{C}$ , измеренной по шкале Цельсия, соответ-

Шкала Фаренгейта

Шкала Цельсия

Шкала Кельвина

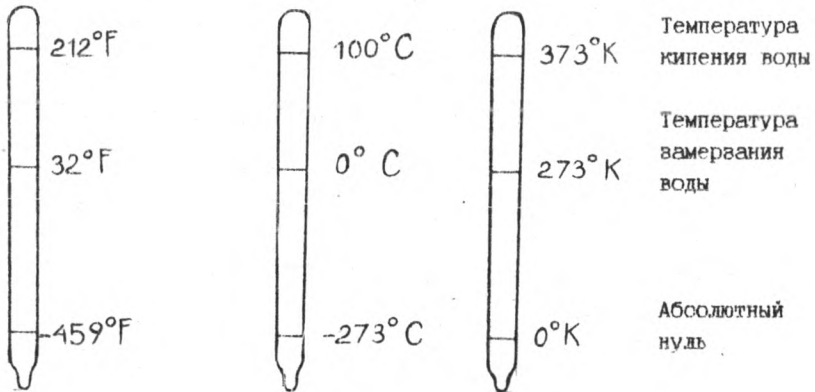


Рис. 10

ствует температура по шкале Фаренгейта

$$t^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5} \cdot t^{\circ}\text{C},$$

по шкале Кельвина -

$$T^{\circ}\text{K} = 273 + t^{\circ}\text{C}.$$

*Пример.* Нормальная температура здорового человека по шкале Цельсия равна 36,6 °C. Чему равна эта температура по шкале Фаренгейта?

$$t^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5} \cdot 36,6 = 97,9^{\circ}\text{F}.$$

### 3.2.6. Молекулярно-кинетическое представление температуры

На протяжении почти века, начиная с середины XVIII в., такими учеными, как О.Бойль, Э.Мариотт, Ж.Шарль, Ж.Гей-Люссак, А.Авогадро, исследовалась взаимосвязь параметров состояния  $p$ ,  $V$ ,  $T$  идеального газа. В результате этих исследований получено уравнение состояния

идеального газа, которое носит название **уравнения Менделеева-Клапейрона**:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT, \quad (14)$$

где  $M/\mu$  - число молей в газе массой  $M$  и молярной массой  $\mu$ ;  
 $R$  - универсальная газовая постоянная, равная  $8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ .

Уравнение состояния (14) можно преобразовать к виду

$$pV = \frac{N_A}{N_A} \frac{M}{\mu} RT = N_A \frac{M}{\mu} \frac{R}{N_A} T = NkT, \quad (15)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана ( $k = R/N_A = 8,31/6,023 \cdot 10^{23} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ );  $N = M \cdot N_A / \mu$  - число молекул в газе массой  $M$ .

Так как отношение  $N/V$  есть концентрация молекул, то уравнение (15) можно записать так

$$p = nkT. \quad (16)$$

Ранее из молекулярно-кинетического рассмотрения идеального газа (разд. 3.2.2.) было получено, что давление пропорционально концентрации и средней кинетической энергии молекул:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_{\text{кин}}.$$

Сравнивая это соотношение с уравнением (16), получим

$$\frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_{\text{кин}} = nkT,$$

откуда

$$T = \frac{3}{2} \frac{\bar{\epsilon}_{\text{кин}}}{k}. \quad (17)$$

Из последнего равенства следует, что **температура газа определяется средней кинетической энергией движения его молекул**. В частном случае при  $T = 0$  ( $t = -273 \text{ }^\circ\text{C}$ ) средняя скорость молекул и  $\epsilon_{\text{кин}}$  равны нулю.

## Лекция 11

### 3.3. Реальные газы

#### 3.3.1. Экспериментальные изотермы реального газа

В своей жизнедеятельности человеку часто приходится использовать газы, находящиеся при давлениях и температурах, значительно отличающихся от нормальных условий. Как показывает опыт, свойства этих газов отличаются от свойств так называемых "идеальных газов". В учебной литературе газ, давление и температура которого в несколько раз превосходит соответствующие значения, при которых он может считаться идеальным, называют **реальным газом**.

Реальный газ можно описать тремя параметрами состояния  $p, V, T$ .

Как взаимосвязаны эти параметры? Ответ на этот вопрос дает эксперимент по изучению зависимости изменения объема газа от давления для разных его температур. Конечным результатом этого эксперимента является  $pV$ -диаграмма газа (изотерма) (рис.1).

Поясним поведение экспериментальных кривых, которые называются изотермами, так как каждая из них соответствует определенной температуре. Пунктирные кривые на рис.1 соответствуют изотермам идеального

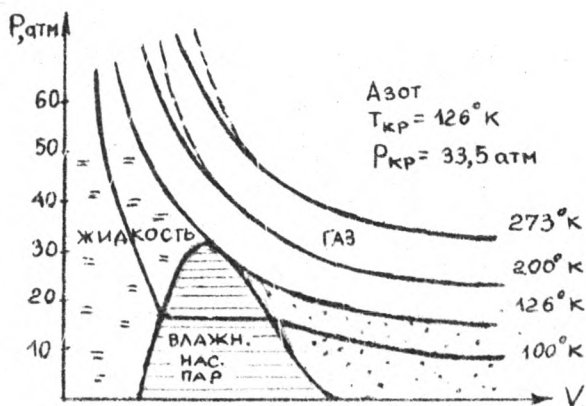


Рис. 1

газа. Как видно из рис.1, для нормальной температуры атмосферного воздуха экспериментальная изотерма близка к идеальной. Небольшое различие в области больших давлений объясняется тем, что в этих условиях молекулы находятся ближе друг к другу, занимая меньший объем. Этот эффект более заметен при низких температурах, получаемых искусственным путем. Здесь между плотно прижавшимися молекулами начинает действовать потенциальная энергия сил притяжения, которая может быть сравнима с кинетической энергией молекул при этой температуре. Силы притяжения между молекулами газа при низких температурах и высоких давлениях превращают газ в жидкость. Этот переход из одного фазового состояния вещества в другое происходит при определенной температуре и давлении, которые называются критическими, а на  $PV$ -диаграмме отмечаются *критической точкой*. В табл.7 приведены *критические температура и давление* для некоторых газов, имеющих широкое применение в жизнедеятельности человека.

Таблица 7

Критические температура и давление

| Г А З          | Критическая температура |       | Критическое давление,<br>атм |
|----------------|-------------------------|-------|------------------------------|
|                | °C                      | °K    |                              |
| Углекислый газ | 31                      | 304,0 | 72,8                         |
| Кислород       | -118                    | 155,0 | 50,0                         |
| Азот           | -147                    | 126,0 | 33,5                         |
| Водород        | -239,9                  | 33,3  | 12,8                         |
| Гелий          | -267,9                  | 5,3   | 2,3                          |

Надо отметить, что при температуре выше критической никакое давление не может заставить газ перейти в жидкое состояние. В этих условиях плотность газа увеличивается, но жидкостью он не становится.

В своей обыденной жизни человек использует термины "газ", "пар". На примере экспериментальных изотерм (см.рис.1) поясним различие этих двух понятий.

Вещество, находящееся в газообразном состоянии при температуре ниже критической, называется паром, выше критической - газом. Пар не сразу переходит весь в жидкость. Есть определенный интервал по объему при постоянном давлении, когда происходит этот процесс. Это состояние пара называется влажным насыщенным паром. На рис.1 это промежуточное состояние между паром и жидкостью отмечено штриховкой.

### 3.3.2. Уравнение состояния реального газа (Уравнение Ван-дер-Ваальса)

Параметры состояния реальных газов не могут быть записаны в таком же соотношении, как и идеальных. Для написания уравнения состояния реальных газов нужно учесть эффекты взаимодействия между молекулами, которыми мы пренебрегли при рассмотрении идеальных газов: во-первых, то, что молекулы имеют размеры; во-вторых, то, что между молекулами действуют силы притяжения не только в момент столкновения.

Я.Д. Ван-дер-Ваальс (1837-1923) учел реальное взаимодействие молекул и написал соотношение между параметрами состояния в виде

$$\left(p + \frac{a}{(V)^2}\right)(V - b) = RT, \quad (1)$$

где  $a$  - коэффициент пропорциональности;

$b$  - недоступный объем в расчете на 1 моль газа;

$(V)$  - объем, занимаемый одним молем газа.

Объем одного моля газа определяется из соотношения  $(V) = V/v = V \cdot \mu / M$ , где  $v$  - число молей;  $\mu$  - молярная масса;  $M$  - масса газа, имеющего объем  $V$ .

На рис.2 приведены теоретические изотермы Ван-дер-Ваальса.

Теоретические изотермы для многих газов при температурах выше критических хорошо согласуются с экспериментальными. Для температур ниже критических в области насыщенного пара теория предсказывает некий провал давления, который не проявляется в эксперименте. Однако в современных экспериментах с особо чистыми газами удалось обнаружить и этот эффект.



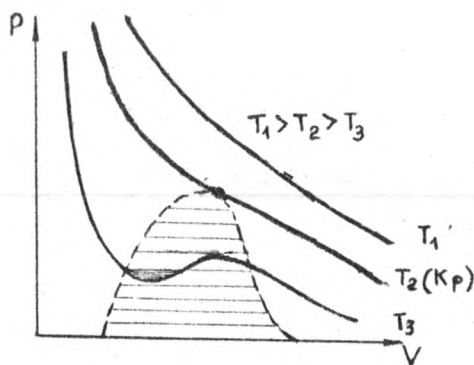


Рис. 2

### 3.3.3. Влажность воздуха

Люди весьма восприимчивы к влажности. При высокой влажности (джунгли) регулирование температуры тела нарушается, и человек чувствует дискомфорт. То же состояние наблюдается и при низкой влажности (пустыня). Более того, влажность во многом определяет сроки хранения картин, магнитофонных записей и др.

Рассмотрим физику возникновения влажного воздуха. Воздух обычно содержит водяные пары, которые образуются за счет испарения воды мирового океана. Каков процесс образования водяного пара?

В закрытом сосуде частично заполненном водой наиболее быстрые молекулы покидают поверхность воды, образуя пар. Этот процесс называется *испарением*. Но так как молекулы пара движутся хаотично со значительной скоростью, то они, сталкиваясь друг с другом и поверхностью жидкости, могут вернуться в жидкость. Этот процесс называется *конденсацией*.

В любом замкнутом объеме, где имеется жидкость, наступит такой момент, когда число возвращающихся молекул будет равно числу покидающих ее. В этом случае говорят, что наступило равновесие процессов ис-

парения и конденсации. Давление пара в момент равновесия называется давлением насыщенного пара. Давление насыщенного водяного пара зависит от температуры (табл.8).

Таблица 8

Зависимость давления насыщенного водяного пара  
от температуры

| t, °C                   | -50  | -10  | 0    | +10  | 20   | 30   | 50   | 70  | 90  | 100  | 150  |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|------|------|
| P, мм рт.ст.            | 0,03 | 1,95 | 4,58 | 9,21 | 17,5 | 31,8 | 92,5 | 234 | 528 | 760  | 3570 |
| P, Па x 10 <sup>2</sup> | 0,04 | 2,6  | 6,1  | 12,3 | 23,3 | 42,4 | 123  | 312 | 701 | 1010 | 4760 |

Это не противоречит выводам, которые были сделаны в лекции 10, при рассмотрении зависимости давления от температуры ( $p = p(T)$ ).

Все наблюдали, что при нагревании воды на внутренней стороне сосуда возникают пузырьки. Эти пузырьки образуются газами, которые, будучи растворенными в воде, начинают выделяться при ее нагревании. Следовательно, испарение воды или любой другой жидкости может происходить не только с ее открытой поверхности, но и внутрь образовавшихся пузырьков. По мере нагревания жидкости давление насыщенного пара внутри пузырьков повышается. Когда оно становится равным внешнему давлению, пузырьки оказываются способными подняться на поверхность жидкости, где они лопаются, выбрасывая пар наружу. В этом случае говорят, что жидкость кипит. Таким образом, кипение - это процесс превращения жидкости в пар (газообразное состояние), происходящий по всему ее объему.

Кипение воды, находящейся под давлением 1 атм (760 мм рт.ст.), происходит при температуре 100 °C (см. табл.8). На больших высотах вода кипит при значительно более низких температурах, чем на уровне моря, поскольку давление воздуха там ниже. Поэтому на больших высотах в горах приготовление пищи занимает больше времени. Скороварки, напротив, сокращают время приготовления пищи, так как повышают давление до 2 атм, а температуру кипения, следовательно, до 120 °C.

Сухой или влажный воздух определяется содержанием в нем коли-

чества водяных паров. Давление этих паров называется *парциальным*. Парциальное давление водяных паров в воздухе может меняться от нулевого значения до максимального, равного давлению насыщенного пара воды при данной температуре. Так, при температуре 20 °C парциальное давление водяного пара не может быть выше 17,5 мм рт.ст. (см. табл.8).

Для характеристики содержания паров воды в воздухе вводится величина, называемая *относительной влажностью*. Относительная влажность (ОВ) определяется как отношение парциального давления паров воды к давлению насыщенного водяного пара при данной температуре. Обычно она выражается в %.

$$ОВ = \frac{\text{парц. давление водяных паров}}{\text{давление насыщенного пара}} \times 100\%$$

Таким образом, когда влажность близка к 100%, в воздухе находится почти весь водяной пар, который может в нем быть при данной температуре. Наиболее благоприятной для жизни человека является воздух с относительной влажностью 40-60%. Однако на Земле есть места, где ОВ равна 100% при температуре воздуха 33 °C (джунгли) и 2% при температуре 42 °C (пустыня). При этих условиях жизни человек чувствует себя крайне неудобно, а при длительном пребывании в пустыне или джунглях он заболевает и может погибнуть. Поэтому в местах повышенной ОВ нужно предусматривать систему сушки воздуха, в местах пониженной ОВ использовать кондиционеры.

В природе бывают состояния атмосферного воздуха, когда ОВ больше 100%. Это может возникнуть при резком понижении температуры воздуха, что наблюдается, как правило, поздно вечером или рано утром.

Например, предположим, что температура днем равна 30 °C, парциальное давление 21 мм рт.ст., ОВ - 66%. Вечером температура упала до 20 °C, а парциальное давление насыщенного пара при 20 °C равно 17,5 мм рт.ст., то ОВ соответствует 120%. В таком неравновесном состоянии излишние пары сконденсируются и выпадут в виде росы, образуя туман, облака, дождь. Момент, когда при охлаждении воздуха парциальное давление равно давлению насыщенного пара, называется точкой росы. Измерение точки росы является наиболее точным способом определения ОВ.

## Лекция 12

### 3.4. Жидкость и ее свойства

Человек с жидкостями в своей жизни соприкасается не так тесно, как с атмосферным воздухом. Однако жидкость после воздуха является еще одним важным веществом, необходимым для жизни любого живого организма. Среди жидкостей следует, конечно, выделить воду, которая составляет 70,8% поверхности земного шара. Кроме того, в атмосфере находится около 13-15 тыс. км<sup>3</sup> воды в виде капель, кристаллов снега и водяного пара. Известно, что каждый живой организм с достаточно высокой степенью справедливости может рассматриваться как водный раствор. Вода составляет значительную часть веса каждого организма: 40% в растениях, 70% в теле человека и животных, в морских медузах ее содержание равно 95%. Не рассматривая детально все свойства жидкостей, выделим среди них те, которые люди используют или наблюдают в своей жизни.

#### 3.4.1. Поверхностное натяжение

Повседневные наблюдения человека показывают, что поверхность жидкости ведет себя как натянутая эластичная пленка. Например, капли воды, стекающие из водопроводного крана, капли утренней росы имеют форму поверхности, близкую к сферической. Можно и стальную иглу пустить плавать по поверхности воды. Наличие пленки на поверхности воды можно объяснить межмолекулярным взаимодействием молекул воды. На рис. 1 изображены силы, действующие на молекулу воды со стороны других соседних молекул в глубине жидкости и на ее поверхности.

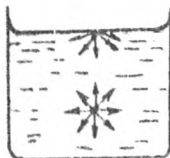


Рис. 1

Молекула на поверхности находится под воздействием результирующей силы, направленной в глубь жидкости, что приводит к небольшому "стягиванию" поверхностного слоя. В результате действия этой силы жидкость стремится приобрести сферическую форму, так как именно сфера имеет минимальную площадь поверхности.

Молекула внутри жидкости находится в равновесии, так как силы, действующие со стороны соседних молекул, взаимно компенсируются (см. рис.1).

Каждая жидкость имеет свое **поверхностное натяжение**. Количественно поверхностное натяжение (ПН) определяется силой, действующей перпендикулярно любой линии, проведенной на поверхности, к длине этой линии: обозначается ПН через  $\gamma$ , а измеряется в Н/м. В табл.9 приведены значения  $\gamma$  для некоторых жидкостей, часто используемых человеком в быту.

Таблица 9

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

| Вещество                       | Кровь | Спирт<br>этиловый | Вода |    |     | Бензин | Мыльный<br>раствор |
|--------------------------------|-------|-------------------|------|----|-----|--------|--------------------|
| $t, ^\circ\text{C}$            | 37    | 20                | 0    | 20 | 100 | 20     | 20                 |
| $\gamma \cdot 10^{-3},$<br>Н/м | 58    | 23                | 76   | 72 | 59  | 29     | 25                 |

Как видно из табл.9, мыльный раствор имеет ПН меньше, чем у чистой воды. Мыло и стиральные порошки уменьшают ПН. Это облегчает мытье и стирку, т.к. высокое ПН чистой воды не дает ей проникнуть в промежутки между волокнами ткани и в мелкие поры.

### 3.4.2. Смачивание. Капиллярность жидкости

Вода в стеклянном сосуде немного поднимается там, где она касается стенок. Это явление называется смачиванием. Его можно хорошо наблюдать в узких стеклянных пробирках (рис.2).



Вода

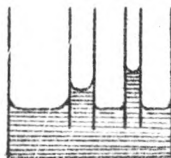


Ртуть

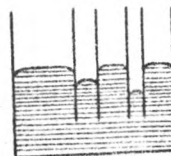
Рис.2

Эффект смачивания зависит от взаимодействия между молекулами жидкости (*когезия*) и взаимодействия между молекулами жидкости и молекулами стенки сосуда (*адгезия*). В воде молекулы воды сильнее притягиваются молекулами стекла, чем молекулами самой воды. Для ртути, например, наблюдается обратная картина. Здесь когезия оказывается сильнее адгезии, и поэтому ртуть не смачивает стекло.

В трубках малого диаметра можно наблюдать, как столбик жидкости поднимается или опускается относительно уровня окружающей жидкости (рис. 3). Это явление называется *капиллярностью*, а тонкие трубки - *капиллярами*.



Вода



Ртуть

Рис.3

Соотношение сил когезии и адгезии определяет, будет ли жидкость в капилляре подниматься или опускаться. Высота  $h$  поднятия (опускания) зависит от ПН жидкости, а также от краевого угла  $\varphi$  (см.рис. 2) и радиуса капилляра  $r$ .

$$h = \frac{2\gamma \cos \varphi}{\rho_{ж} g r}, \quad (1)$$

где  $\rho_{ж}$  - плотность жидкости;  
 $g$  - ускорение свободного падения.

Для воды угол  $\varphi$  мал, и для расчетов его можно принять равным нулю.

### 3.4.3. Закон Паскаля

Важным свойством жидкости, открытие которого принадлежит французскому ученому В.Паскалю (1623-1662), является то, что **давление, приложенное к жидкости, находящейся в ограниченном объеме, передается по все точки внутри объема без изменения.**

На законе Паскаля основано действие ряда практических механизмов. Например, гидравлическая тормозная система автомобиля и гидравлический подъемник (рис.4).

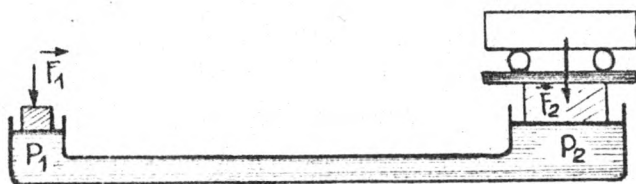


Рис. 4

Здесь равенство давлений  $p_1$  и  $p_2$  при разных площадях поршней гидравлического подъемника приводит к выигрышу в силе, так как

$$p_1 = p_2, \quad F_1/S_1 = F_2/S_2, \quad F_2/F_1 = S_2/S_1 \quad (2)$$

### 3.4.4. Закон Архимеда

Всякий раз, погружаясь в воду, мы испытываем действие выталкивающей силы. Впервые над этим явлением задумался Архимед (287-212 до н.э.). Закон Архимеда утверждает, что *на тело, погруженное в воду, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости, вытесненной телом*.

Выталкивающая сила равна

$$F_A = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{ж}}, \quad (3)$$

где  $\rho_{\text{ж}}$ ,  $V_{\text{ж}}$  - плотность и объем вытесненной жидкости.

### 3.4.5. Гидростатическое давление

Давление в жидкости определяется действием сил тяжести молекул жидкости на выделенную в ней площадку. Если на некоторой глубине  $h$  жидкости выделить площадку  $S$  (рис.5), то на эту площадку будет действовать сила тяжести столба жидкости над этой площадкой и сила, обусловленная внешним атмосферным давлением  $p_a$  (см. разд. 3.4.3.).

$$F = F_g + F_a = Sh\rho_{\text{ж}}g + p_a S,$$

так как  $p = F/S$ , то

$$p = p_a + \rho_{\text{ж}}gh.$$

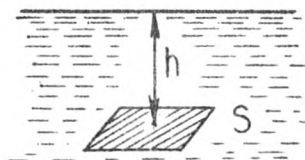


Рис. 5

Давление в глубине покоящейся жидкости называется **гидростатическим давлением** и зависит от внешнего атмосферного давления, плотности жидкости и глубины.



### 3.4.6. Вязкость

В жидкостях и газах существует внутреннее трение, называемое вязкостью. Вязкость можно представить себе как трение при движении слоев жидкости, газа относительно друг друга. В жидкости вязкость обусловлена силами когезии между молекулами, а в газах - столкновениями атомов или молекул. Количественно вязкость жидкости (газа) задается коэффициентом вязкости  $\eta$ , который для разных веществ представлен в таблицах справочников. В табл.10 приведен коэффициент вязкости для веществ, часто используемых человеком в быту.

Таблица 10

Коэффициент вязкости

| Вещество                       | Вода | Кровь | Этиловый<br>спирт | Машинное<br>масло | Глицерин | Воздух | Водяной<br>пар |
|--------------------------------|------|-------|-------------------|-------------------|----------|--------|----------------|
| t, °C                          | 20   | 37    | 37                | 30                | 20       | 20     | 100            |
| $\eta \cdot 10^{-3}$ ,<br>Па·с | 1,0  | 4     | 1,5               | 200               | 1500     | 0,018  | 0,013          |

Для детального изучения вязкости в программе курса предусмотрена лабораторная работа.

### 3.4.7. Некоторые свойства движущейся жидкости.

#### Уравнение Бернулли

Движение жидкости называют течением. Различают ламинарное и турбулентное течение. Характерная особенность ламинарного течения состоит в том, что каждая частица жидкости движется по гладкой траектории, и траектории разных частиц не пересекаются (рис.6).

Турбулентное течение характеризуется наличием беспорядочных "взрывов", называемых вихрями (рис.6).

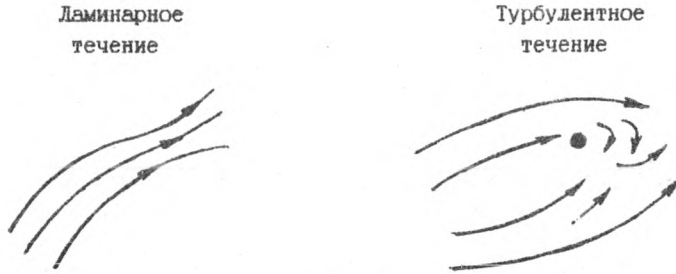


Рис. 6

В установившемся ламинарном потоке жидкости траектория, по которой движется данная частица, называется *линией тока*. Пучок линий тока называют *трубкой тока*. Рассмотрим ламинарное течение в пределах трубки тока с различными поперечными сечениями  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 7).

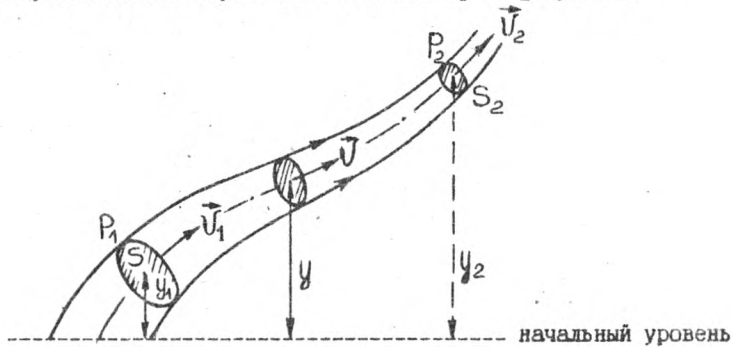


Рис. 7

На рис. 7  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  скорости движения жидкости через соответствующие сечения трубки.

Введем понятие **массового расхода течения**, который определяется как отношение массы жидкости  $\Delta m$ , проходящей через поперечное сечение трубки тока, ко времени прохождения  $\Delta t$ , т.е. отношением  $\Delta m / \Delta t$ .

Объем жидкости, проходящий через поперечное сечение  $S_1$  за время  $\Delta t$ , равен  $S_1 \cdot \Delta l_1$ , где  $\Delta l_1$  - длина пути, который проходит выделенная частица жидкости за время  $\Delta t$ . Тогда массовый расход жидкости в сечении  $S_1$  будет равен

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho_1 S_1 \Delta l_1}{\Delta t} = \rho_1 S_1 v_1.$$

Аналогично в сечении  $S_2$  массовый расход равен  $\rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2$ . По определению ламинарного течения массовые расходы в любом сечении трубки тока одинаковы. Тогда мы имеем

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2. \quad (4)$$

Это уравнение называется *уравнением неразрывности*. Для жидкости  $\rho_1 = \rho_2$ , и уравнение (4) можно записать в виде

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \quad (5)$$

так как  $S \cdot v = S \cdot \Delta l / \Delta t = \Delta V / \Delta t$  есть объемный расход в сечении трубки, следовательно, уравнение (5) можно записать в виде

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t}.$$

Из уравнения (5) видим, что в том месте, где сечение трубки тока (или реальной трубки) больше, скорость течения меньше. Там, где сечение мало, скорость большая. Это можно наблюдать, если следить за течением реки в узких и широких ее разрезах.

При рассмотрении перемещения одних слоев жидкости относительно других во многих случаях можно пренебречь силами внутреннего трения. Жидкость, в которой внутреннее трение полностью отсутствует, называется идеальной.

Для идеальной жидкости полная энергия частиц должна равняться работе сил давления в выделенной части трубки. Из этого условия следует, что в стационарно текущей идеальной жидкости вдоль любой линии тока (см. рис.7) выполняется равенство

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_{ж} v_1^2 + \rho_{ж} g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_{ж} v_2^2 + \rho_{ж} g y_2, \quad (6)$$

где  $\rho_{ж}$  - плотность жидкости;

$y$  - высота точки определения давления над выбранным начальным уровнем.

Уравнение (6) называется *уравнением Бернулли*, которое можно при-

менять и для реальных жидкостей, если силами внутреннего трения в них можно пренебречь. Из уравнения Бернулли следует, что **давление в потоке жидкости выше там, где скорость меньше, и наоборот**. Эту закономерность можно наблюдать и при течении газов.

Уменьшение давления в точках, где скорость потока больше, положено в основу устройства водоструйного насоса (рис.8). В трубке насо-

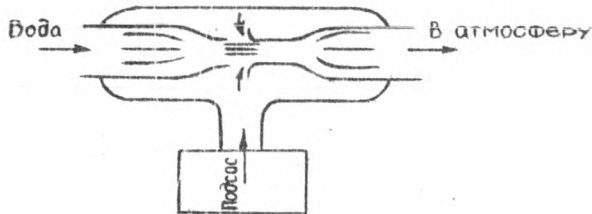


Рис.8

са, по которой подается вода, имеется сужение, где скорость течения большая, а давление оказывается меньшим, чем атмосферное. Это давление устанавливается и в камере насоса, соединенной с разрывом в трубке в месте сужения. Подсоединяя к камере насоса откачиваемый объем, из него можно откачать воздух до давления порядка 100 мм рт.ст.

Область применения уравнения Бернулли включает не только жидкость, но и газы. Для примера решим несколько практических задач.

**Пример 1.** Рассчитаем скорость воды, вытекающей из отверстия крана в нижней части бачка (рис.9), при  $y_1 = 5$  см,  $y_2 = 50$  см.

В качестве  $S_2$  выберем верхний уровень воды в баке. Для данных условий  $v_2 = 0$ ,  $p_1 = p_2 = p_a$ , тогда

$$p_a + \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} v_1^2 + \rho_{\text{ж}} g y_1 = p_a + \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} v_2^2 + \rho_{\text{ж}} g y_2;$$

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} v_1^2 + \rho_{\text{ж}} g y_1 = \rho_{\text{ж}} g y_2;$$

$$v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,45} = 3 \text{ м/с}.$$

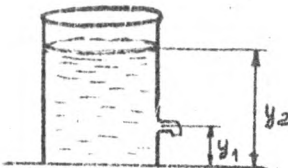


Рис.9

Пример 2. Вода циркулирует в отопительной системе. Если в подвале дома вода поступает в трубу диаметром 4,0 см со скоростью 0,5 м/с под давлением 3 атм, то какова скорость течения и давление в трубе диаметром 2,6 см на втором этаже, расположенном на 5 м выше?

$$1) v_1 S_1 = v_2 S_2; v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = \frac{v_1 \pi d_1^2 \cdot 4}{4 \pi d_2^2} = 0,5 \frac{(4 \cdot 10^{-2})^2}{(2,6 \cdot 10^{-2})^2} = 0,5 \frac{16 \cdot 10^{-4}}{6,76 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ м/с}.$$

$$2) p_1 + \rho_{\text{ж}} g y_1 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} v_2^2 + \rho_{\text{ж}} g y_2,$$

$$p_2 = p_1 + \rho_{\text{ж}} g (y_1 - y_2) + \frac{1}{2} \rho_{\text{ж}} (v_1^2 - v_2^2) = 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 9,8(5) +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^3 (0,5^2 - 1,2^2) = 3 \cdot 10^5 - 0,49 \cdot 10^5 - 0,006 \cdot 10^5 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

#### 3.4.8. Движение вязкой жидкости в цилиндрических трубах

Если бы жидкость (газ) не обладала вязкостью, то для ее течения по горизонтальной трубке не требовалось бы прилагать никакую силу. Наличие вязкости требует для движения жидкости (газа) создания в трубке разности давлений на ее концах.

Объемный расход, или поток, жидкости, протекающей через поперечное сечение круглой трубки в единицу времени, зависит от вязкости жидкости, разности давлений и размеров трубки. Французский ученый Ж. Пуазейль (1799-1869), который занимался физическими аспектами кровообращения, исследовал ламинарное течение жидкости в цилиндрической трубке и вывел формулу для объемного расхода жидкости:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi r^4 (p_1 - p_2) / 8 \eta \cdot l,$$

где  $r$  - внутренний радиус трубки;

$l$  - длина трубки;

$(p_1 - p_2)$  - разность давлений на концах трубки;

$\eta$  - вязкость.

## 3.4.9. Диффузия

Диффузией называется процесс смешивания молекул жидкостей или газов. Наиболее часто встречающимися примерами диффузии являются распространение запаха духов в комнате, окрашивание воды в стакане пищевым красителем.

В процессе диффузии молекулы диффундирующего вещества (духи, краситель) движутся из мест их большей концентрации в места, где их концентрация низка. Число молекул, движущихся через площадку  $S$  за время  $\Delta t$ , прямо пропорционально изменению концентрации на единице длины ( $\Delta n / \Delta x$ ) и коэффициенту диффузии  $D$ .

$$\frac{N}{S \Delta t} = -D \frac{\Delta n}{\Delta x}.$$

Знак "минус" указывает на то, что поток молекул направлен в сторону уменьшения концентрации.

Коэффициент диффузии измеряется в  $\text{м}^2/\text{с}$  и для различных веществ приведен в табл. 11.

Таблица 11

Коэффициент диффузии ( $D$ ) для различных молекул в среде  
при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $p = 1$  атм.

| Молекула                 | $\text{H}_2$         | $\text{O}_2$         | $\text{O}_2$          | Гемогло-<br>бин       | Амино-<br>кислота    | ДНК                    |
|--------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| Среда                    | Воздух               | Воздух               | Вода                  | Вода                  | Вода                 | Вода                   |
| $D, \text{м}^2/\text{с}$ | $6,3 \times 10^{-5}$ | $1,8 \times 10^{-5}$ | $100 \times 10^{-11}$ | $6,9 \times 10^{-11}$ | $95 \times 10^{-11}$ | $0,13 \times 10^{-11}$ |

Коэффициент диффузии можно определить через среднюю скорость  $\bar{v}$  и длину свободного пробега молекул  $\bar{\lambda}$  из соотношения

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \cdot \bar{\lambda}.$$

## Лекция 13

### 3.5. Основы термодинамики

Термодинамика изучает способы и формы передачи энергии от одного тела к другому, закономерности превращения одних видов энергии в другие, направление протекающих в природе процессов. В основе термодинамики лежат несколько фундаментальных законов, установленных на основании обобщения большой совокупности опытных факторов. Опираясь на эти законы, термодинамика делает выводы о свойствах, которыми должна обладать та или иная термодинамическая система в определенных условиях.

**Термодинамическая система (ТС)** - это совокупность тел, обменивающихся энергией в форме работы и тепла как друг с другом, так и с внешней средой.

#### 3.5.1. Теплота

Из наблюдений мы знаем, что если два тела с разной температурой приводятся в контакт, то горячее тело остывает (понижает свою температуру), а холодное - нагревается (повышает температуру). При длительном контакте температуры тел становятся одинаковыми - наступает *тепловое равновесие*. Этот естественный с точки зрения повседневной жизни факт обобщен в виде нулевого закона термодинамики: *если два тела находятся в тепловом равновесии, и одно из этих тел находится в тепловом равновесии с третьим, то первое тело будет находиться в таком же тепловом равновесии с третьим, как если бы между ними был контакт* (рис.1).

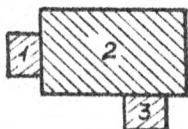


Рис.1

Люди с давних пор задумывались над физическими процессами, происходящими между контактирующими телами с разными температурами. Длительное время считалось, что в природе существует некая гипотетическая субстанция, подобная жидкости, которая называется теплородом. В обыденной жизни наиболее распространены были термины "теплота" и "тепло", которые сохранились и

до настоящего времени. И сейчас говорят о потоке тепла (как если бы тепло было жидкостью), исходящем от нагретой печи.

Теория теплорода не получила экспериментального подтверждения и была отброшена как неосостоятельная. В настоящее время процесс передачи тепла от нагретого тела к холодному описывается молекулярно-кинетической теорией. Согласно молекулярно-кинетической теории, средняя кинетическая энергия молекул  $\bar{\epsilon}_{кин}$  возрастает с ростом температуры, следовательно,  $\bar{\epsilon}_{кин}$  нагретого тела больше  $\bar{\epsilon}_{кин}$  холодного. При столкновении молекулы нагретого тела, имеющие большую скорость движения, передают часть своей энергии молекулам холодного тела и, следовательно, повышают его температуру. По этой теории передача тепла от одного тела к другому является, по существу, передачей энергии. В этом случае мерой энергии, передаваемой в процессе теплопередачи от одного тела к другому, является количество тепла ( $Q$ ).

### 3.5.2. Теплопроводность, конвекция, излучение

Тепло может передаваться из одного места тела в другое (от одного тела к другому) с помощью теплопроводности, конвекции, излучения.

**Явление теплопроводности** происходит только при наличии разности температур между различными точками тела.

Экспериментально установлено, что количество тепла, которое переносится в единицу времени из одного конца тела в другое, пропорционально разности температур на его концах, площади сечения и обратно пропорционально его длине:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha S \frac{T_2 - T_1}{l}, \quad (1)$$

где  $l$  - расстояние между двумя участками тела;

$\alpha$  - коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплопроводности и характеризующий свойства самого вещества.

В случаях, когда площадь сечения  $S$  не постоянна по длине тела, переносимое количество тепла за единицу времени определяется за малый интервал времени на малом участке  $dx$ :

$$\frac{\delta Q}{dt} = -\alpha S \frac{dT}{dx}, \quad (2)$$

где  $dT/dx$  - градиент температуры, а знак "минус" указывает на то, что



тепловой поток направлен в сторону, противоположную градиенту температуры (рис.2).

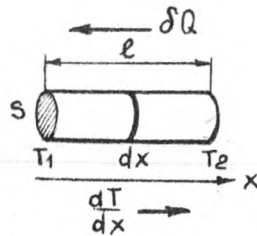


Рис.2

Теплопроводность хорошо объясняется молекулярно-кинетической теорией. По этой теории, коэффициент теплопроводности определяется через параметры движения молекул  $\bar{v}$ ,  $\bar{\lambda}$ :

$$\kappa = \frac{1}{2} k n \bar{v} \bar{\lambda}, \quad (3)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана;

$n$  - концентрация молекул;

$\bar{v}$  - средняя скорость движения молекул;

$\bar{\lambda}$  - средняя длина свободного пробега молекул.

Коэффициенты теплопроводности некоторых веществ, которые использует человек, приведены в табл.12.

Таблица 12

Коэффициенты теплопроводности веществ

| Вещество | $\kappa$ ,<br>Дж/м·с·К | Вещество       | $\kappa$ ,<br>Дж/м·с·К |
|----------|------------------------|----------------|------------------------|
| Серебро  | 420,0                  | Ткань человека | 0,20                   |
| Медь     | 380,0                  | Асбест         | 0,16                   |
| Алюминий | 200,0                  | Дерево         | 0,16                   |
| Сталь    | 40,0                   | Пробковое      |                        |
| Стекло   | 0,84                   | дерево         | 0,042                  |
| Бетон    | 0,64                   | Пух            | 0,025                  |
| Вода     | 0,56                   | Воздух         | 0,023                  |

**Конвекция** - это процесс переноса тепла за счет направленного перемещения большого числа молекул из одного места в другое. Конвекция может быть как вынужденной, так и естественной. Примером конвекции первого типа может служить нагреватель с вентилятором. Крупномасштабное проявление естественной конвекции наблюдается в теплых и холодных океанских течениях (Гольфстрим).

**Излучение** - это процесс переноса тепла электромагнитными волнами. Именно излучение переносит солнечную энергию от Солнца к Земле. Тепло, которое мы воспринимаем от нагретого тела, переносится главным образом излучением. Известно, что около  $1350 \text{ Дж}$  солнечной энергии каждую секунду проходит через площадку в  $1 \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно солнечным лучам в верхних слоях атмосферы. Эта величина называется *солнечной постоянной*. Прежде чем энергия, излучаемая Солнцем, достигает поверхности Земли, атмосфера в зависимости от состояния облачности может поглощать до 70% солнечной энергии.

### 3.5.3. Внутренняя энергия

Теплота - это не заключенная в теле энергия, а то количество энергии, которое передается от горячего тела холодному. Обладает ли тело внутренней (заключенной в нем) энергией? Конечно, да, так как оно состоит из молекул, а каждая молекула имеет, по крайней мере, определенную кинетическую энергию. Во внутреннюю энергию тела включают все виды энергий молекул:

- кинетическую энергию хаотического движения,
- потенциальную энергию взаимодействия молекул,
- энергию колебательного движения атомов,
- энергию электронных оболочек атомов,
- энергию электростатического и гравитационного полей,
- энергию внутриядерного взаимодействия,
- энергию электромагнитного излучения.

**Внутренняя энергия термодинамической системы** (ТС) складывается из внутренних энергий составляющих ее тел, обозначается через  $U$  и является однозначной функцией параметров ее состояния  $p$ ,  $V$ ,  $T$ . Изменение внутренней энергии  $\Delta U$  при переходе ТС из одного состояния в другое не зависит от вида процесса, а определяется внутренней энергией начального и конечного состояния

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Внутренняя энергия жидкостей и твердых тел включает все виды энергий, перечисленных выше, и поэтому ее сложно определить. Намного проще определяется внутренняя энергия идеальных газов, где учитывается только кинетическая энергия поступательного движения молекул. Действительно, нам известна формула средней кинетической энергии движения одноатомных молекул  $\bar{\epsilon} = (3/2)kT$ . В одном моле содержится  $N_A$  молекул, следовательно, внутренняя энергия одного моля одноатомного газа будет

$$N_A \cdot \epsilon_{\text{кин}} = N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} RT,$$

где  $R = kN_A$  - универсальная газовая постоянная.

Газ массой  $M$  будет иметь внутреннюю энергию

$$U = \frac{M}{\mu} \frac{3}{2} RT, \quad (4)$$

где  $M/\mu$  - есть число молей.

Для многоатомных газов внутренняя энергия определяется по формуле

$$U = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RT, \quad (5)$$

где  $i$  - число степеней свободы молекулы газа.

**Число степеней свободы** определяется числом независимых координат, которыми можно задать положение молекулы в пространстве. Положение одноатомной молекулы в пространстве можно определить в декартовой системе координат тремя независимыми величинами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , и, следовательно, для этой молекулы  $i = 3$ . Координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  характеризуют поступательное движение молекулы и соответственно степени свободы называются поступательными. Двухатомные, трехатомные и т.д. молекулы наряду с поступательными имеют еще и вращательные степени свободы, которые определяются углом поворота молекул относительно осей координат. Для двухатомных молекул, ввиду их малого размера, пренебрегают вращением молекул вокруг своей оси, поэтому для них  $i = 5$ . Для трехатомных молекул учитывается как поступательное движение вдоль осей, так и вращение вокруг них, поэтому  $i = 6$ .

Нельзя путать внутреннюю энергию с теплотой. Внутренняя энергия характеризует полную энергию всех молекул тела, а теплота — передачу энергии от одного тела к другому из-за различия их температур.

### 3.5.4. Теплоемкость

Опыт показывает, что количество теплоты  $\delta Q$ , необходимое для изменения температуры тела, пропорционально массе тела  $m$  и изменению его температуры  $\Delta T$ .

$$\delta Q = mc_m \Delta T, \quad (6)$$

где  $c_m$  — величина, характеризующая вещество тела, и которая называется **удельной теплоемкостью**.

Используется также понятие **молярной теплоемкости** ( $c_\mu$ ), которая равна

$$c_\mu = \frac{\delta Q}{\frac{M}{\mu} \Delta T}, \quad (7)$$

где  $M$ ,  $\mu$  — масса и молярная масса тела.

Теплоемкость зависит от процесса нагревания тела. Если нагревание проводится при постоянном давлении, например, атмосферном, то теплоемкость тела определяется как теплоемкость при постоянном давлении и обозначается через  $c_p$ . Когда нагревание проводится при постоянном объеме, то теплоемкость называется теплоемкостью при постоянном объеме и обозначается через  $c_v$ . В табл. 13 приведены значения теплоемкостей  $c_p$  для ряда веществ.

Таблица 13

Удельная теплоемкость веществ при  
 $p = 1 \text{ атм}$  и  $t = 20^\circ \text{C}$

| Вещество           | Алюминий | Стекло | Лед<br>( $-5^\circ \text{C}$ ) | Дерево | Этиловый спирт | Вода<br>( $15^\circ \text{C}$ ) | Тело человека |
|--------------------|----------|--------|--------------------------------|--------|----------------|---------------------------------|---------------|
| $c_p$ ,<br>Дж/кг·К | 900      | 840    | 100                            | 1700   | 2400           | 4186                            | 3470          |

### 3.5.5. Теплота фазового перехода

Если вещество испытывает фазовый переход из твердого состояния в жидкое, а затем в газовое и наоборот, то этот переход сопровождается поглощением или выделением энергии. В качестве примера можно взять таяние льда, имеющего температуру  $-20^{\circ}\text{C}$ . Диаграмма состояния льда в зависимости от подводимого к нему тепла приведена на рис.3

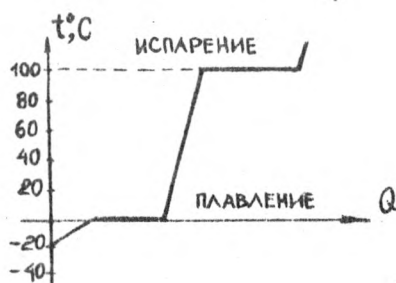


Рис.3

Количество тепла, которое необходимо для превращения 1 кг вещества из твердого состояния в жидкое, называется **удельной теплотой плавления** и обозначается через  $\lambda_{\text{пл}}$ . Количество тепла, необходимое для превращения 1 кг вещества из жидкого состояния в пар, называется **удельной теплотой испарения (парообразования)** и обозначается через  $\lambda_{\text{исп}}$ . Теплота, выделяющаяся или поглощающаяся при фазовом переходе вещества, зависит от массы вещества ( $M$ ):

$$\Delta Q = M\lambda. \quad (8)$$

В табл. 14 приведены значения количества тепла, необходимого для превращения 1 кг различных веществ в жидкость и пар.

Таблица 14

Теплота фазовых переходов для некоторых веществ  
( $p = 1 \text{ атм}$ )

| Вещество       | Температура плавления, $^{\circ}\text{C}$ | $\lambda_{пл.} \times 10^5 \text{ Дж/кг}$ | Температура кипения, $^{\circ}\text{C}$ | $\lambda_{исп.} \times 10^5 \text{ Дж/кг}$ |
|----------------|---|---|---|--|
| Кислород       | -218,8                                    | 0,14                                      | -183                                    | 2,1  |
| Этиловый спирт | -114,0                                    | 1,04                                      | 78                                      | 8,5  |
| Вода           | 0   | 3,33                                      | 100                                     | 22,6                                       |
| Серебро        | 961,0                                     | 0,88                                      | 2113                                    | 23,0                                       |

### 3.5.6. Единицы измерения количества тепла

Выше уже указывалось, что количество теплоты есть энергия молекул и, следовательно, должна измеряться в джоулях. Однако теория теплорода оставила на память свою единицу измерения, которая называется *калорией* (теплород по латыни *calorie*).

Эта единица определяется как количество тепла, необходимое для повышения температуры одного грамма воды на один градус Цельсия в пределах от 14,5 до 15,5  $^{\circ}\text{C}$ . Чаще используется более крупная единица *килокалория (ккал)*, которая соответствует количеству теплоты для нагрева 1 кг воды на 1  $^{\circ}\text{C}$  в тех же пределах температур, что и при определении калории. *Килокалориями указывается энергетическая ценность или калорийность пищи.*

Английский ученый (и одновременно пивовар), Джеймс Джоуль (1818-1889) поставил ряд экспериментов, которые оказались основополагающими для современного представления о том, что количество тепла, как и работа, - это мера изменения энергии. Он обнаружил, что определенная работа всегда эквивалентна определенному количеству тепла. Этот эквивалент был назван *механическим эквивалентом теплоты*:

$$4,185 \text{ Дж} = 1 \text{ кал},$$

$$4,185 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1 \text{ ккал}.$$

### 3.5.7. Работа

В классической механике работа определялась как мера изменения энергии тела или системы тел при их перемещении или взаимодействии. Работа термодинамической системы (ТС) зависит от происходящих в ней процессов, а также является мерой изменения ее внутренней энергии.

Рассмотрим термодинамический процесс расширения газа, который может быть реализован в цилиндре с поршнем (рис.4).

Будем считать, что расширение газа происходит чрезвычайно медленно, равновесно, и в любой момент времени внешнее давление практически равно давлению газа под поршнем. При перемещении поршня на малое расстояние  $dx$  сила  $F$ , обусловленная давлением газа, совершает ра-

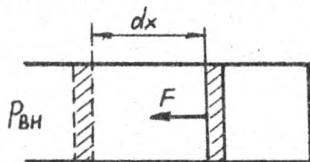


Рис. 4

боту  $dA = Fdx$ , где  $F = pS$ ,  $S$  - площадь поверхности поршня. Тогда

$$dA = pS dx = pdV, \quad (9)$$

где  $dV = Sdx$  есть изменение объема газа при его расширении. Работа при изменении объема газа от  $V_1$  до  $V_2$  определяется интегрированием

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Приращение объема  $dV$  может быть как положительным  $dV > 0$  (расширение), так и отрицательным  $dV < 0$  (сжатие). В первом случае ТС совершает работу и отдает часть своей энергии, во втором над ТС совершается работа и она получает энергию. Работа существенно зависит от вида процесса, проходящего в ТС. Допустим, что в ТС идет изотермический процесс. Наиболее просто это осуществить для идеального газа, увеличивая его объем при постоянной температуре. Зависимость давления идеального газа от его объема можно представить  $pV$ -диаграммой (рис.5).

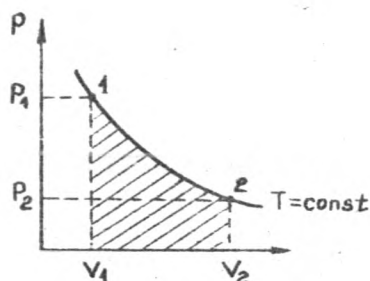


Рис.5

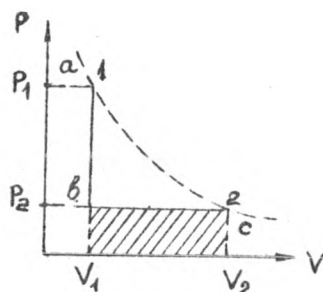


Рис.6

На рисунке каждая точка кривой соответствует равновесному состоянию ТС. Работа, совершаемая ТС при своем расширении от  $V_1$  до  $V_2$ , равна площади криволинейной трапеции под кривой процесса перехода из состояния 1 в состояние 2. Работу также можно вычислить, используя уравнение состояния идеального газа  $pV = (M/\mu) \cdot RT$ :

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} dV = \frac{M}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Газ из состояния 1 в состояние 2 можно перевести путем двух последовательных процессов - изохорическим и изобарическим (рис.6). В изохорическом процессе понижается давление газа от  $p_1$  до  $p_2$  при постоянном объеме  $V_1$ . При этом работу ТС не совершает, так как изменения объема не происходит и  $dV = 0$ . В изобарическом процессе на участке  $bo$  газ расширяется при постоянном давлении  $p_2$ . При этом работа совершается и она равна  $A = p_2(V_2 - V_1)$ . На рис.6 работа соответствует площади прямоугольника  $boV_1V_2$ . Из сравнения заштрихованных площадей на рис.5 и 6 можно сделать вывод: работа, совершаемая при переходе ТС из одного состояния в другое, зависит не только от начального и конечного состояний, но и от вида процесса.

Процесс при котором ТС, пройдя некоторую последовательность состояний, вновь возвращается в исходное, называется *круговым процессом-циклом*. Работа, совершаемая ТС за цикл, не равна нулю (рис.7, 8). Графически работа за цикл изображается площадью, заключенной внутри кривой процесса. Работа за цикл положительна, если цикл совершается по часовой стрелке, и отрицательна, если цикл идет против часовой стрелки (см. рис. 7, 8).



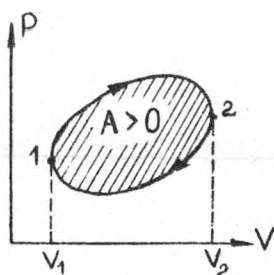


Рис. 7

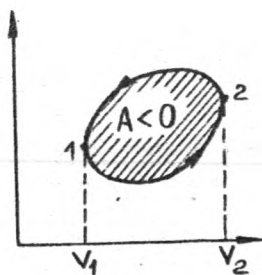


Рис. 8

### 3.5.8. Первое начало термодинамики

Итак, ТС обладает внутренней энергией, может отдавать или принимать тепло и совершать работу. Опытным путем установлено, что все эти три величины взаимосвязаны. Действительно, внутренняя энергия ТС должна увеличиваться либо за счет передачи ей некоторого количества тепла, либо за счет работы внешних сил, действующих на систему. Внутренняя энергия системы соответственно уменьшается, если она отдает тепло и совершает работу против внешних сил. Эти наблюдения и выводы можно записать для первого случая в виде соотношения

$$dU = \delta Q + \delta A, \quad (10)$$

где  $dU$  - изменение внутренней энергии;

$\delta Q$  - количество тепла, полученное системой;

$\delta A$  - работа, совершаемая над системой.

Во втором случае работа совершается самой системой против внешних сил. Тогда, согласно формуле (9), эта работа  $\delta A_c = -\delta A$ , и соотношение (10) можно записать в виде

$$-dU = -\delta Q + \delta A_c. \quad (11)$$

В формуле (11)  $\delta Q$  отрицательная величина, так как тепло отдается системой.

Часто соотношение (11) записывают в виде

$$\delta Q = dU + \delta A_c. \quad (12)$$

Уравнение (12) известно как *первое начало термодинамики* и в действительности отражает закон сохранения энергии в замкнутых термодинамических системах: *количество тепла, подводимое к термодинамической системе, равно сумме работы, совершенной этой системой против внешних сил и приращения её внутренней энергии.*

### 3.5.9. Адиабатический процесс

Изменение внутренней энергии ТС происходит строго по уравнению (10). Для изотермического процесса  $\Delta T = 0$  и, следовательно,  $\Delta U = 0$ , т.е. внутренняя энергия системы не изменяется. Тогда для ТС, в которой идет изотермический процесс, согласно (10) можем записать  $\delta Q = \delta A_c$ .

Аналогично для изохорического процесса уравнение (10) запишется  $dU = \delta Q$ , так как работа системой не совершается и внешние силы на нее не действуют.

В изобарическом процессе ТС изменяет и внутреннюю энергию, и свой объем и, следовательно,  $dU = \delta Q - dA_c$  или  $dU = \delta Q + \delta A$ .

На практике встречаются случаи, когда ТС хорошо теплоизолирована или в ней идут процессы очень быстро. Это равносильно тому, что  $\delta Q$  в (10) будет равно нулю. Процесс, происходящий в ТС при этих условиях, называется адиабатическим, а первое начало термодинамики для него запишется **следующим образом:**

$$dU = -dA_c \quad \text{или} \quad dA_c = -dU.$$

Из полученного соотношения следует, что адиабатическое расширение газа, когда  $dA_c > 0$ , приводит к уменьшению его внутренней энергии, а это, в свою очередь, сопровождается уменьшением температуры (охлаждением) газа, и наоборот, адиабатическое сжатие газа приводит к увеличению внутренней энергии и соответственно повышению температуры газа.

Примером процесса, очень близкого к адиабатическому, является расширение и сжатие газов в двигателе внутреннего сгорания. В двигателе дизеля воздух быстро сжимается, что вызывает резкое повышение его температуры больше чем на  $500^\circ\text{C}$ . При такой температуре впрыски-

вание горючей смеси в цилиндр, где происходит сжатие газа, приводит к ее воспламенению.

#### Лекция 14

### 3.6. Второе начало термодинамики

#### 3.6.1. Обратимые и необратимые процессы

Из многочисленных наблюдений за физическими процессами следует, что процессы могут быть обратимыми и необратимыми. В *обратимом процессе* ТС может вернуться в исходное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, не оставляя в окружающей ее среде никаких изменений. В природе таких процессов не существует. Однако в физике все процессы, идущие крайне медленно, идеализируются и считаются обратимыми.

*Необратимыми процессами* называются такие, которые вносят заметное возмущение в окружающую среду при возвращении системы в исходное состояние. Необратимые процессы протекают самопроизвольно, всегда с конечной скоростью, только в одном направлении. Если заставить такой процесс в системе повернуть обратно через те же промежуточные состояния, то для этого нужно приложить достаточно сил и энергии.

Проанализируем два примера необратимого процесса.

1. Пусть имеется сосуд с перегородкой. С одной стороны перегородки - газ, с другой - пустота. Если перегородку убрать, то газ расширится и заполнит весь сосуд. Может ли газ самопроизвольно вернуться в исходное состояние, т.е. сжаться? Опыт показывает, что нет. Вернуть газ в первоначальное состояние могут внешние силы, сжимая его и совершая над ним работу. При этом во внешней среде произойдут изменения, связанные с уменьшением энергии. При сжатии газ нагреется. Чтобы температура газа стала прежней, придется отвести от него некоторое количество тепла, вследствие чего изменится внутренняя энергия окружающих тел. Таким образом, когда расширившийся газ снова вернется в первоначальное состояние, в окружающей его среде произойдут изменения. Следовательно, расширение газа необратимо.

2. Пусть жидкость, налитая в сосуд, приведена во вращательное движение, после чего предоставлена самой себе. Опыт показывает, что

через некоторое время механическое движение жидкости исчезает, превратившись в тепловое движение ее молекул (температура жидкости слегка повысится). Обратное самопроизвольное превращение невозможно: жидкость никогда сама по себе не придет во вращение. Следовательно, процесс превращения механической энергии во внутреннюю необратим.

В нас самих и во всем, что нас окружает, идут самопроизвольные необратимые процессы. Если бы мир и мы могли развиваться по законам обратимых процессов, то неоднократно возвращались бы в исходное состояние своей жизни. Это мечта многих людей, но это, к сожалению, только мечта.

### 3.6.2. Термодинамическая вероятность. Энтропия

Одностороннее направление необратимых процессов означает, что одни состояния системы более вероятны, другие менее. Изолированная система, свободная от внешних воздействий, стремится перейти в наиболее вероятные состояния. Для характеристики различных состояний системы вводится понятие термодинамической вероятности  $W$ . Термодинамическая вероятность позволяет предсказать возможное направление изменения состояния системы при самопроизвольных процессах. Пусть рассматриваемая нами система состоит из сосуда с перегородкой (рис.1). В начальном состоянии весь газ находится в левой части сосуда и закрыт перегородкой, после открытия перегородки газ с течением времени будет распределяться по сосуду, проходя ряд возможных состояний с возрастающей термодинамической вероятностью от  $W_1$  до  $W_4$ .

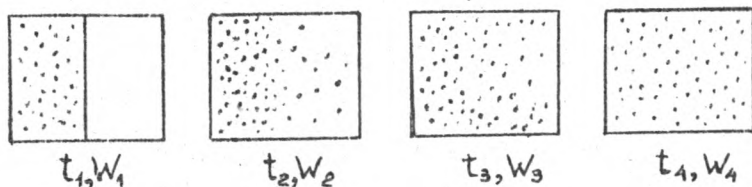


Рис.1

Термодинамическая вероятность  $W_4$  рассматриваемой системы, когда газ к моменту времени  $t_4$  распределился по всему объему сосуда, максимальна. Во всех остальных состояниях  $W$  тем меньше, чем больше заметен

хоть какой-то порядок в распределении газа. Состояние, соответствующее времени  $t_1$ , когда газ находился в первой половине сосуда, имеет минимальное значение  $W$ . Состояние системы, в котором  $W$  максимальна, называется равновесным. Все остальные состояния неравновесные. Переход из неравновесных состояний в равновесное (необратимый процесс) есть переход из состояния с термодинамической вероятностью меньшей, чем максимальная, в состояние с максимальной термодинамической вероятностью. Такой процесс наиболее вероятен. Вместе с тем принципиально возможен самопроизвольный переход системы из равновесного состояния в неравновесное или из некоторого неравновесного состояния в еще более неравновесное. Вероятность такого перехода невообразимо мала, но то, что она отлична от нуля, означает, что необратимыми следует называть такие процессы, обратные которым не возможны, а только крайне маловероятны.

Отметим особенности термодинамической вероятности:

- 1)  $W$  - однозначная функция состояния системы;
- 2) в равновесном состоянии  $W$  максимальна;
- 3) если система не находится в равновесии, то наиболее вероятным изменением  $W$  является возрастание;
- 4)  $W$  - величина мультипликативная, т.е. энтропия системы, состоящей из не взаимодействующих частей, равна произведению термодинамических вероятностей состояний этих частей (теорема умножения вероятностей):

$$W = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \dots W_n.$$

Термодинамическая вероятность, не будучи величиной аддитивной, весьма неудобна в обращении. Л. Вольцман ввел физическую величину  $S$ , называемую энтропией, которая связана с термодинамической вероятностью  $W$  соотношением

$$S = k \ln W, \quad (1)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана.

**Энтропия** - скалярная физическая величина, характеризующая состояние термодинамической системы и численно равная постоянной Больцмана, умноженной на логарифм термодинамической вероятности этого состояния.

Так как энтропия непосредственно связана с термодинамической вероятностью, то ее свойства определяются свойствами термодинамической вероятности:

- 1) энтропия - однозначная функция состояния;
- 2) в равновесном состоянии энтропия максимальна;
- 3) если система не находится в равновесии, то наиболее вероятным изменением энтропии является её возрастание;
- 4) энтропия - величина аддитивная, т.е. энтропия системы, состоящей из  $n$  независимых частей, равна сумме энтропий этих частей:

$$S = k \cdot \ln W = k \cdot \ln (W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot \dots \cdot W_n) =$$

$$= k \cdot \ln W_1 + k \ln W_2 + k \ln W_3 + \dots + k \ln W_n,$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n. \quad (2)$$

Понятие энтропии, рассмотренное нами на примере сосуда с перегородкой, может показаться несколько абстрактным. Однако мы можем связать его с более привычными понятиями, такими как порядок и беспорядок. Действительно, энтропию системы можно рассматривать как количественную меру беспорядка в системе.

Например, в процессе обыденной жизни, идущей в пределах квартиры, которую можно считать более или менее изолированной от внешних воздействий, вещи и предметы незаметно "расползаются": книги из шкафа распространяются по всем углам, одежда из шифоньера "перебирается" на опинки стульев, диван и т.д. В доме нарастает хаос, хотя специально к этому мы не стремимся. Все происходит само собой. Спасает нас от беспорядка лишь приборка квартиры. Благодаря этому удается уменьшить энтропию в квартире, т.е. навести порядок. Под порядком обычно понимают определенное местонахождение предметов и вещей. Когда книга стоит на своем месте в шкафу, и мы знаем об этом, - это порядок, когда же ее надо искать по всему дому - беспорядок. Иными словами, чем больше возможных состояний каждого тела системы, тем выше беспорядок. В связи с этим можно сформулировать **второе начало термодинамики**: *необратимые процессы в изолированной термодинамической системе стремятся перевести ее в состояние с большим беспорядком, или энтропия изолированной термодинамической системы не может убывать.*

### 3.6.3. Тепловые машины и холодильные установки

Исторически более общая формулировка второго начала термодинамики появилась при изучении тепловых машин, которые преобразовывают тепловую энергию в механическую работу. Эта формулировка принадлежит Р.Ю.Э.Клаузиусу (1822-1888) и утверждает: *теплота в естественных условиях переходит от горячего тела к холодному, в то время как от холодного тела к горячему теплота сама по себе не переходит.*

Основная идея, лежащая в основе любой тепловой машины, заключается в том, что механическая энергия может быть получена за счет тепловой, только если дать возможность теплоте переходить из области с высокой температурой  $T_1$ , в область низкой -  $T_2$  (рис.2).



Рис.2

Высокая и низкая температуры называются рабочими температурами машины и обеспечиваются двумя термостатами, находящимися при постоянных температурах. Термостат, находящийся при высокой температуре  $T_1$ , называется нагревателем, при низкой  $T_2$  - холодильником. Тепловая машина может работать в двух режимах: в режиме теплового двигателя для совершения механической работы и в режиме холодильника для понижения температуры. Схема работы холодильника показана на рис.3.

Тепловые двигатели и холодильники работают в циклическом режиме (см.разд.3.5.7). Эффективность любого теплового двигателя определяется его коэффициентом полезного действия (КПД), который можно найти



Рис. 3

из соотношения

$$\text{КПД} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (3)$$

где  $Q_1$  - тепло, подводимое к рабочему телу тепловой машины при температуре  $T_1$ ;

$Q_2$  - тепло, отводимое от рабочего тела при  $T_2$ .

Из соотношения (3) следует, что КПД тепловой машины не может быть равным единице, так как  $Q_2$  невозможно снизить до нуля. Этот опытный факт составляет основу другой формулировки второго начала термодинамики:

**невозможен периодический процесс, единственным результатом которого было бы преобразование отобранной у нагревателя теплоты при неизменной температуре полностью в работу.**

Процесс преобразования теплоты в механическую энергию подробно изучал французский ученый Н. Л. Сади Карно (1796-1832). В своих теоретических исследованиях он рассматривал идеализированный тип двигателя, совершающего рабочий цикл путем обратимых процессов. В качестве рабочего тела в своей теоретической машине он использовал идеальный газ. Рабочий цикл (цикл Карно) приведен на рис. 4

Газ в машине Карно сначала расширяется изотермически при температуре  $T_1$ , проходя последовательно равновесные состояния. Для поддержания постоянной температуры нужно подводить тепло от термостата. В точке 2 рабочее тело отключается от термостата и происходит его адиабатическое расширение с понижением температуры до  $T_2$ .



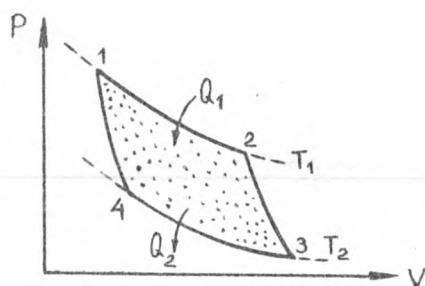


Рис. 4

На участке 3-4 газ изотермически сжимается при  $T_2$ , но при сжатии газ нагревается, и чтобы обеспечить ему постоянную температуру, нужно принудительно его охладить (подсоединить к холодильнику, который забирает от рабочего тела тепло  $Q_2$ ). Для того чтобы газ вернуть в исходное состояние и повысить температуру до  $T_1$ , рабочее тело (газ) отключают от холодильника и адиабатически сжимают.

КПД двигателя Карно определяется аналогично формуле (3), но его также можно определить из соотношения, полученного Сади Карно,

$$\text{КПД}_{(K)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (4)$$

Соотношение (4) определяет максимально возможное значение КПД реального двигателя, в рабочем цикле которого идут далеко не обратимые процессы. В действительности КПД реальных двигателей составляет 60-80% теоретического предела Карно. Для цикла Карно, исходя из КПД, определяемых по формулам (3) и (4), можем записать

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (5)$$

Будем в дальнейшем считать, что тепло, передаваемое рабочему телу, положительное, отдаваемое им - отрицательное, тогда соотношение (5) для цикла Карно можно записать в виде

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (6)$$

Любой обратимый цикл можно представить в виде конечной последовательности циклов Карно (рис.5).

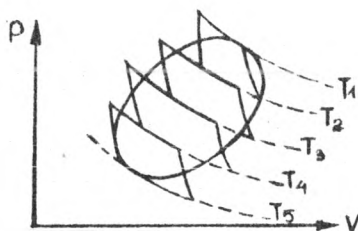


Рис. 5

Для последовательности циклов Карно, вписанных в круговой цикл, можно записать

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0.$$

В пределе бесконечного числа циклов Карно можно записать соотношение (6) в виде интеграла по замкнутому пути

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad (7)$$

где  $\delta Q$  - бесконечно малое количество полученной или отданной теплоты.

Величина  $\delta Q/T$  называется **приведенной теплотой** процесса и определяет изменение энтропии

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (8)$$

Для обратимого цикла  $\oint dS = 0$ , так как система переходит путем обратимых процессов в первоначальное состояние и, следовательно,  $\oint \delta Q = 0$ . Если рассматривать пример сосуда с перегородкой, то, убрав перегородку и предоставив газу возможность заполнить весь объем, мы затем медленно с помощью поршня снова собираем его в первую половину сосуда и закрываем перегородкой. Таким образом, газ возвращается в состояние с прежним значением энтропии. Следовательно, общее измене-

ние энтропии, в этом случае, равно нулю.

Формулу (8) можно использовать для вычисления изменения энтропии для конкретных обратимых процессов.

Например, для изотермического процесса

$$\Delta S_{1,2} = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q .$$

Из первого начала термодинамики для этого процесса  $\delta Q = dA = pdV$ , тогда

$$\begin{aligned} \Delta S_{1,2} &= \frac{1}{T} \int_1^2 pdV = \frac{1}{T} \int_1^2 \frac{M}{\mu} \frac{1}{V} RT dV = \\ &= \frac{1}{T} \frac{MRT}{\mu} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} . \end{aligned} \quad (9)$$

Для изохорического процесса  $\delta Q = dU = (i/2) \cdot (M/\mu) \cdot R \cdot T$ , тогда

$$\begin{aligned} \Delta S_{1,2} &= \int_1^2 \frac{dU}{T} = \int_1^2 \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} \frac{R}{T} dT = \\ &= \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} . \end{aligned} \quad (10)$$

Для изобарического процесса в соответствии с первым началом термодинамики  $\delta Q = dU + pdV$  энтропия изменится на величину

$$\begin{aligned} \Delta S_{1,2} &= \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} + \int_1^2 \frac{pdV}{T} ; \\ \Delta S_{1,2} &= \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} , \\ \Delta S_{1,2} &= \frac{M}{\mu} R \left( \frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right) . \end{aligned} \quad (11)$$

Как вычислить изменение энтропии для реального необратимого процесса? Так как  $S$  зависит только от начального и конечного состояний

системы, то можно подобрать обратимый процесс, происходящий между теми же состояниями системы и для него вычислить  $S$ .

Анализ приведенных формул (9), (10), (11) позволяет сделать общую формулировку второго начала термодинамики:

*полная энтропия произвольной системы вместе с ее окружением при любом естественном процессе увеличивается, т.е.  $\Delta S > 0$ .*

Если даже энтропия какой-либо части Вселенной в каком-либо процессе может уменьшиться, то энтропия некоторой другой ее части при этом обязательно увеличится на еще большую величину. При этом полная энтропия всегда увеличивается.

Понятие энтропии с применением понятий порядка и беспорядка и последующие выводы о ее изменении позволяют сказать, что Вселенная должна приближаться к состоянию максимального беспорядка. А это приведет к тому, что вещество Вселенной станет однородной смесью, теплота будет переходить из области с высокой температурой в область с низкой температурой и в конце концов уравнивается. Вся энергия, имеющаяся во Вселенной, в этом случае полностью перейдет в тепловую. Эта гипотеза называется гипотезой "тепловой смерти" Вселенной и является следствием второго начала термодинамики. Остается только надеяться, что второе начало термодинамики не применимо к системам таких больших масштабов, как Вселенная, что оправедливо, если считать Вселенную незамкнутой термодинамической системой.

## Лекция 15

### 4. Электростатика и постоянный ток

#### 4.1. Электростатика

##### 4.1.1. Электрический заряд. Закон Кулона

Все вещества состоят из атомов, а атомы - из электронов, протонов и нейтронов. Электроны и протоны - это элементарные частицы, имеющие определенную массу и заряд. Нейтроны не имеют заряда, но обладают массой. В настоящее время масса названных частиц точно определена. Для электрона она составляет  $9.1 \cdot 10^{-31}$  кг, протона -  $1,6726 \cdot 10^{-27}$  кг, нейтрона -  $1,6749 \cdot 10^{-27}$  кг. Известно также, что протоны и нейтроны сосредоточены в пределах ядра диаметром порядка  $10^{-14}$  м, а электроны находятся возле ядра в пространстве, ограниченном размерами порядка  $10^{-10}$  м. В 1897 г. английский ученый Дж.Дж.Томсон определил отношение заряда электрона к его массе ( $e/m$ ). В результате был определен заряд ( $e$ ) электрона, равный  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, где Кл (Кулон) - единица измерения заряда. Так как атом нейтральный, т.е. не имеет заряда, то для нейтрализации заряда электронов протоны должны иметь заряд по абсолютной величине, равный заряду электронов, но противоположного знака. В настоящее время считается, что электрон имеет отрицательный заряд, а протон - положительный. *Заряд электрона и протона - это самая наименьшая величина заряда в природе, равная  $e = 1,67 \cdot 10^{-19}$  Кл и называемая элементарным зарядом.*

Еще задолго до открытия электрона и определения элементарного заряда было известно, что некоторые тела заряжались положительно или отрицательно при их трении о шерсть, сукно, шелк. Это явление объясняется переносом электронов с одного вещества на другое. Например, твердый каучук при натирании его предметом из любого другого вещества будет захватывать электроны и заряжаться отрицательным зарядом. При трении шелка о стекло стекло отдает электроны шелку и приобретает положительный заряд, а шелк - отрицательный. В настоящее время известно, что участвуют в этом переносе наружные электроны атомов, слабо связанные с ядром. *Любое заряженное тело всегда содержит целое число  $n$  элементарных зарядов. Заряд тела  $q = n \cdot e$ , где  $n = 0, 1, 2, 3$ . Каждое тело содержит целое число как положительных, так и отрицатель-*

ных элементарных зарядов. Результирующий заряд определяется из соотношения

$$q = n_1 e + n_2 p,$$

где  $n_1$ ,  $n_2$  - число отрицательных и положительных зарядов;

$p$  - положительный элементарный заряд.

Если  $n_1 > n_2$ , то  $q < 0$ , при  $n_1 < n_2$ ,  $q > 0$ , при  $n_1 = n_2$ ,  $q = 0$ .

Поскольку заряды являются неотъемлемым свойством элементарных частиц, то их наличие определяет заряд тела. Уничтожение заряда произойдет только в том случае, когда две противоположно заряженные элементарные частицы (электрон, позитрон) аннигилируют (уничтожаются). При аннигиляции электрона с позитроном исчезает как положительный, так и отрицательный заряд, однако полный заряд остается нулевым как до, так и после аннигиляции. Эта закономерность является одной из самых фундаментальных в физике и носит название закона сохранения заряда. Этот закон был впервые сформулирован американским ученым Франклином в 1747 г., который утверждает, что *в изолированной от внешней среды системе заряженных тел алгебраическая сумма всех зарядов этой системы есть величина постоянная, так как электрические заряды не могут сами собой исчезать или появляться.*

С момента получения заряженных тел было обнаружено, что противоположно заряженные тела притягиваются, одноименные - отталкиваются. Силы, действующие между заряженными телами, относятся к центральным силам, так как они действуют по прямой, соединяющей центры масс заряженных тел.

Количественное определение силы взаимодействия между двумя точечными зарядами было дано Шарлем Кулоном в 1785 г. Экспериментально им было установлено, что *сила электрического взаимодействия двух точечных зарядов пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды.*

$$|\vec{F}| = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}, \quad (1)$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности, равный  $9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ . Под точечными зарядами понимаются заряды, сосредоточенные на телах, раз-

мерами которых можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними. В системе измерения единиц СИ коэффициент  $k$  записывают часто в виде  $1/4\pi\epsilon_0$ , где  $\epsilon_0$  - электрическая постоянная, которая равна  $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н м}^2$ .

#### 4.1.2. Электрическое поле

Понятие электрического поля впервые ввел английский ученый Майкл Фарадей (1791-1867). Он считал, что от каждого заряда исходит электрическое поле, пронизывающее все пространство. Когда к одному заряду подносят другой, то он испытывает действие силы электрического поля первого заряда. Электрическое поле в точке, где находится второй заряд, влияет непосредственно на этот заряд, создавая действующую на него силу.

Для обнаружения электрического поля в точку пространства нужно поместить точечный пробный положительный заряд. Если на этот заряд действует сила электрического взаимодействия  $\vec{F}$ , то, следовательно, электрическое поле в этой точке пространства существует. Важной характеристикой электрического поля является **напряженность поля**, которая определяется как отношение силы, действующей на пробный положительный заряд в данной точке поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+} \quad (2)$$

Напряженность электрического поля есть векторная величина и совпадает с направлением силы, действующей на пробный положительный заряд.

Напряженность электрического поля точечного заряда  $q$  в точке, удаленной на расстояние  $r$  от него, определяется исходя из соотношения (1) и (2) следующим образом:

$$|\vec{E}| = k \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (3)$$

Напряженность электрического поля системы точечных зарядов определяется согласно принципу независимости действия сил (принцип суперпозиции).

В результате напряженность в заданной точке  $M$  электрического поля от нескольких зарядов равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности (рис.1).

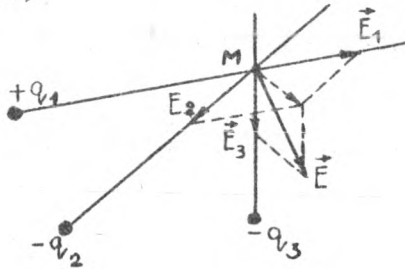


Рис.1

Из всего многообразия распределенных в пространстве зарядов следует выделить систему из двух равных, но противоположных по знаку зарядов, находящихся друг от друга на расстоянии  $\ell$  (рис.2). Такая система зарядов называется **электрическим диполем**.

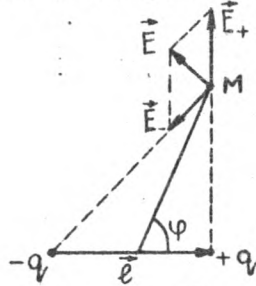


Рис.2

Электрический диполь характеризуется **электрическим дипольным моментом**

$$\vec{p} = q \vec{\ell}, \quad (4)$$

где  $q$  - численное значение зарядов диполя,  
 $\vec{\ell}$  - вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному, модуль которого называется плечом диполя.

Напряженность электрического поля диполя в заданной точке  $M$  пространства (рис.2) определяется выражением



$$\vec{E} = k \frac{P}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}, \quad (Б)$$

где  $r$  - расстояние от центра диполя до точки  $M$ ;

$\varphi$  - угол между вектором  $\vec{E}$  и прямой, соединяющей центр диполя с точкой  $M$ .

Для точек, лежащих на перпендикуляре, проведенном через центр диполя, угол  $\varphi = \pi/2$  и тогда напряженность электрического поля равна

$$\vec{E} = k \frac{P}{r^3}.$$

#### 4.1.3. Силовые линии электрического поля.

Поток вектора напряженности электрических полей.

Теорема Гаусса

Силовые линии - это воображаемые линии, которые позволяют наглядно представить распределение электрического поля в пространстве. Силовую линию проводят так, чтобы в любой ее точке вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  был направлен по касательной к ней (рис.3). Это означает, что силовые линии указывают направление электрического поля для любой точки пространства. В то же время густота силовых линий характеризует величину поля (чем линии гуще, тем поле больше). На рис.4 показан вид силовых линий для **электростатических полей** одиночного положительного заряда (а), одиночного отрицательного заряда (б), двух разноименных зарядов (в) и двух положительных зарядов (г).



Рис.3

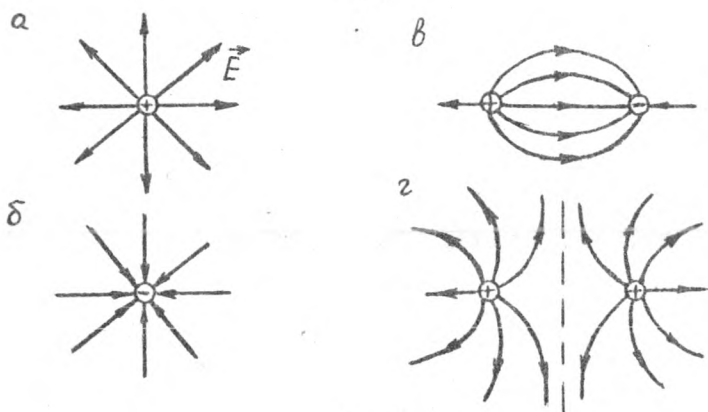


Рис. 4

Из рис. 4, в частности, видно, что силовые линии электростатических полей начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных и не пересекаются друг с другом.

Электростатическое поле, силовые линии которого искривлены и имеют неодинаковую густоту в разных областях пространства (см. рис. 4), называют *неоднородным*. Если же силовые линии прямые, идут с одинаковой густотой (рис. 5), то это поле *однородное*.



Рис. 5

Введем понятие потока вектора напряженности электрического поля. Под потоком вектора напряженности электрического поля через некоторую площадку  $S$  понимается число силовых линий, пересекающих эту площадку. Очевидно, что их количество зависит от густоты линий и от их ориентации относительно площадки. Рассмотрим поток вектора  $\vec{E}$  через малую площадку  $ds$ , такую, что в ее пределах густота линий одинакова, линии параллельны (рис. 6). Введем вектор нормали  $\vec{n}$ , перпендикулярный пло-

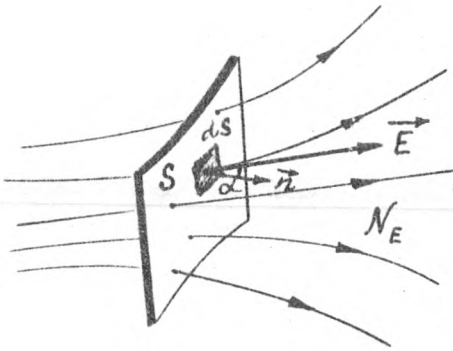


Рис. 6

щадке  $ds$ . Тогда угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{E}$  характеризует ориентацию площадки  $ds$  относительно силовых линий электрического поля. Поток вектора  $\vec{E}$  через элементарную площадку  $ds$  равен

$$dN_E = E dS \cos \alpha. \quad (6)$$

Для нахождения потока вектора  $\vec{E}$  через произвольную поверхность  $S$  нужно сложить элементарные потоки  $dN_E$  через

все элементарные площадки  $ds$  этой поверхности, т.е. взять соответствующий интеграл по всей поверхности  $S$ :

$$N_E = \int_S E \cos \alpha dS. \quad (7)$$

Для однородного электростатического поля ( $E = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ ), следовательно,

$$N_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha. \quad (8)$$

В качестве примера рассчитаем поток  $N_E$  через сферическую поверхность, в центре которой находится точечный заряд  $q$  (рис. 7).

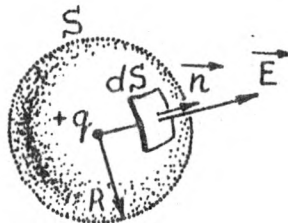


Рис. 7

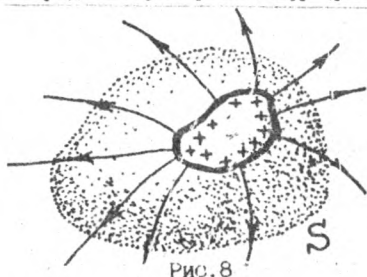
В данной задаче силовые линии расходятся от заряда  $q$  во все стороны. Выберем на сфере бесконечно малую площадку  $ds$ . Вектор нормали  $\vec{n}$  направим вне сферы. Очевидно, что в любой точке площадки  $ds$  направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с вектором  $\vec{n}$ , т.е.  $\alpha = 0$ , и что, в силу сферической симметрии, величина напряженности электростатического поля  $E$  в каждой точке сферы одна и та же, так как все точки сферы находятся на одинаковом расстоянии  $R$  от заряда  $q$ . Согласно соотношению (7), учитывая, что на поверхности сферы  $E = \text{const}$  и  $\alpha = 0$ , получаем

$$N_E = \int_S E \cdot \cos \alpha \cdot dS = E \cos \alpha \int_S dS = E \cdot S, \quad (9)$$

где  $S$  - площадь поверхности сферы. Известно, что площадь  $S = 4\pi R^2$ , а напряженность электростатического поля в любой точке  $E = q/4\pi\epsilon_0 R^2$ . Тогда, подставляя эти значения в формулу (9), получим

$$N_E = E \cdot S = \frac{q \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (10)$$

Гаусс решил подобную задачу для общего случая, когда произвольная по форме замкнутая поверхность окружает систему зарядов, суммарный заряд которых равен  $\Sigma q_i$  (рис.8).



Оказалось, что независимо от величины и знака заряда, формы замкнутой поверхности, охватывающей заряд, полный поток вектора  $E$  через поверхность  $S$  определяется по формуле

$$N_E = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_a}, \quad (11)$$

где  $\Sigma q_i$  - алгебраическая сумма зарядов;

$\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды;

$\epsilon_a$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость.

Формула (11) определяет теорему Гаусса для электрического поля, которая формулируется так:

**полный поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность произвольной формы численно равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на абсолютную диэлектрическую проницаемость.**

С помощью этой теоремы удается легко найти напряженность электрического поля, когда распределение зарядов симметрично. При этом поверхность интегрирования выбирают так, чтобы напряженность  $E$  была постоянна по всей этой поверхности.

*Пример.* Рассчитать напряженность электростатического поля на поверхности Земли.

*Решение.* Известно, что поверхность Земли имеет отрицательный заряд, оцениваемый величиной  $6 \cdot 10^5$  Кл. Будем считать Землю равномерно заряженным шаром. Выберем в качестве гауссовой поверхности сферу радиусом  $R$ , чуть больше радиуса Земли (рис.9). Эту поверхность будут пересекать силовые линии электрического поля под прямым углом. Напряженность электростатического поля в любой точке гауссовой поверхности одинакова, так как точки расположены на одном расстоянии от поверхности Земли.

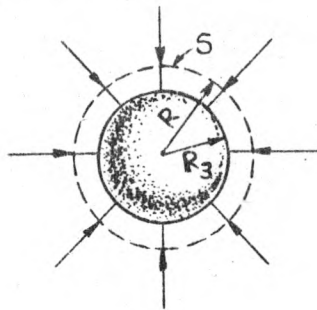


Рис.9

Применим теорему Гаусса:

$$\int_S E \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_0}$$

так как  $E = \text{const}$ , выносим  $E$  за знак интеграла

$$E \int_S dS = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_0}$$

Интегрирование по поверхности дает значение  $S = 4\pi R^2$ , тогда

$$E \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_0}$$

Откуда

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_0 4\pi R^2}$$

По условию задачи  $\epsilon = 1$ ,  $R = R_3$ , тогда

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 4\pi R_3^2} = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3,14 (6,38 \cdot 10^6)^2} = 133 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

## Лекция 16

### 4.1.4. Работа и энергия электрического взаимодействия

На заряды, вносимые в электростатическое поле, действует кулоновская сила  $\vec{F}$ . Определим работу этой силы. Для этого предположим, что в поле, созданном покоящимся положительным точечным зарядом  $q$ , перемещается другой точечный пробный заряд  $q_+$  (рис.1).

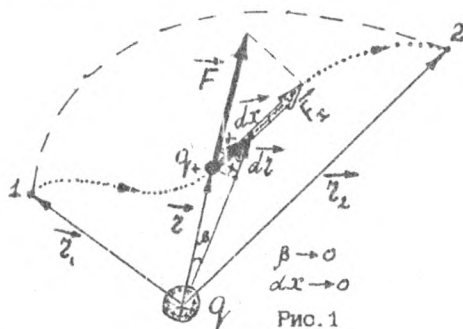


Рис.1

Рассмотрим работу, совершаемую электростатическим полем на элементарном участке  $dx$  траектории движения заряда  $q_+$ . Согласно определению механической работы

$$\checkmark \quad dA = F \cos \alpha \cdot dx = F dr = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr,$$

где взяты ранее известные нам величины  $dr = dx \cos \alpha$  и  $F = q \cdot q_+ / 4\pi \epsilon_0 r^2$ .

Работа по перемещению заряда  $q_+$  из точки 1 в точку 2 траектории определяется в результате интегрирования

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_1} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_1} - \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_2}. \quad (1)$$

Из уравнения (1) следует, что работа электростатического поля не зависит от траектории заряда  $q_+$ . И если бы заряд  $q_+$  совершал движение по пунктирной линии (см. рис.1), то работа электростатического поля в этом случае тоже определялась бы из соотношения (1).

Точно такими же свойствами обладает и потенциальное гравитационное поле. Силу тяжести, которая определяет гравитационное поле, называют консервативной силой. Следовательно, сила электрического взаимодействия между зарядами есть консервативная сила, а электростатическое поле потенциально. В механике было показано, что работа консервативных сил, действующих на тело, равна убыли потенциальной энергии тела. Исходя из этих позиций, мы можем утверждать:

$$A_{1,2} = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_1} - \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_2} = W_1 - W_2, \quad (2)$$

где 
$$W_1 = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_1} + C, \quad W_2 = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r_2} + C$$

есть потенциальные энергии электростатического поля, образованного зарядом  $q$  на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от него при его взаимодействии с зарядом  $q_+$ ;  $C$  - постоянная интегрирования, численное значение которой зависит от выбора нулевого уровня потенциальной энергии, т.е. от расстояния между точечными зарядами, когда потенциальная энергия принимается равной нулю.

В общем виде потенциальную энергию электростатического взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга, можно записать как

$$W = \frac{q q_+}{4\pi \epsilon_0 r} + C. \quad (3)$$

#### 4.1.5. Потенциал электрического поля

Потенциальная энергия заряда  $q_+$  в электростатическом поле зависит от местонахождения и величины этого заряда. Следовательно, разные по величине заряды  $q_+$  в одной и той же точке электростатического поля будут обладать разными потенциальными энергиями. Однозначной характе-

ристикой электростатического поля будет величина, определяемая из соотношения

$$\varphi = \frac{W}{q_+}.$$

Величина  $\varphi$  называется потенциалом электростатического поля.

**Потенциал данной точки электростатического поля** - это скалярная физическая величина, характеризующая энергетическое состояние поля в рассматриваемой точке и численно равная потенциальной энергии единичного точечного положительного заряда, помещенного в данную точку.

За единицу потенциала в СИ принимается один вольт (В).  $1\text{В} = 1\text{Дж/Кл} = 1\text{ Дж/Кл}$  - это потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией в 1 Дж.

Согласно определению потенциала работа электростатического поля по перемещению заряда из точки 1 в точку 2 определяется по формуле

$$\frac{A_{1,2}}{q} = \frac{W_1}{q_+} - \frac{W_2}{q_+} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (4)$$

$$A_{1,2} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда, равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек пути.

Вновь обратимся к рис.1. Переместим заряд  $q_+$  из точки 1 в бесконечно удаленную точку, где напряженность и потенциальная энергия электростатического поля равны нулю. Тогда работа при таком перемещении заряда определяется следующим образом:

$$A_{1,\infty} = q_+(\varphi_1 - 0) = q_+\varphi_1.$$

Потенциал электростатического поля в точке 1 запишется в виде

$$\varphi_1 = \frac{A_{1,\infty}}{q_+}. \quad (5)$$

Следовательно, потенциал данной точки электростатического поля численно равен работе, которую нужно совершить при перемещении единичного положительного заряда по любому пути из данной точки в бесконечность.



Для графического изображения распределения потенциала в электростатическом поле используют понятие **эквипотенциальных поверхностей**. Каждая такая поверхность представляет собой совокупность точек пространства, имеющих одно и то же значение потенциала, т.е. по всей эквипотенциальной поверхности  $\varphi = \text{const}$ .

Особенностью любой эквипотенциальной поверхности является то, что силовые линии электростатического поля всегда пересекают ее под прямым углом.

Силовые и энергетические характеристики электростатического поля в его любой точке определяются напряженностью  $\vec{E}$  и потенциалом  $\varphi$ . Какова связь между этими величинами?

Рассмотрим электростатическое поле, созданное точечным положительным зарядом (рис.2).

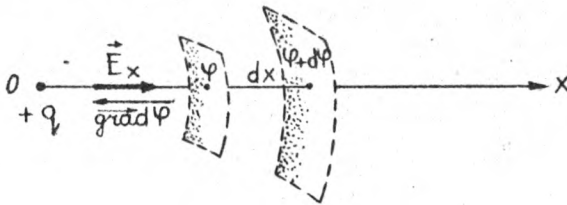


Рис. 2

Определим работу электростатического поля по перемещению заряда  $q_+$  в направлении оси  $Ox$  с эквипотенциальной поверхности  $\varphi$  на эквипотенциальную поверхность  $\varphi + d\varphi$ :

$$dA = q_+ E_x dx,$$

$$dA = q_+ (\varphi - (\varphi + d\varphi)) = -q_+ d\varphi.$$

Из этих равенств следует, что

$$q_+ E_x dx = -q_+ d\varphi,$$

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad d\varphi = -E_x dx. \quad (6)$$

Так как напряженность и потенциал поля изменяются в направлении

всех трех координатных осей, то в общем виде равенство (6) можно записать как

$$\vec{E} = - \left( \frac{d\varphi}{dx} \vec{i} + \frac{d\varphi}{dy} \vec{j} + \frac{d\varphi}{dz} \vec{k} \right), \quad (7)$$

где величина, стоящая в скобках, называется градиентом потенциала и обозначается  $\text{grad } \varphi$  или  $\vec{\nabla} \varphi$ . Следовательно, равенство (7) можно записать в виде

$$\vec{E} = - \text{grad } \varphi, \quad \vec{E} = - \vec{\nabla} \varphi.$$

**Градиент потенциала** - это вектор, указывающий направление наиболее быстрого возрастания потенциала в пространстве и численно равный изменению потенциала на единицу длины. Вектор градиента потенциала направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности в сторону, противоположную вектору напряженности электрического поля.

В связи с определением градиента потенциала напряженность электрического поля в СИ измеряется в вольтах на метр (В/м).

## 4.2. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле

### 4.2.1. Электрическая индукция в проводниках

**Проводниками** называются тела, в которых электрические заряды способны перемещаться под действием сколь угодно слабого электрического поля.

Электрическими зарядами в проводнике могут быть заряды, принесенные извне путем электризации, и микроскопические заряды, из которых состоят атомы и молекулы проводника (электроны, ионы). Проводниками являются все материалы, а также электролиты и ионизированные газы. При помещении незаряженного проводника во внешнее электростатическое поле, напряженностью  $\vec{E}_0$ , свободные положительные микроскопические заряды будут перемещаться к поверхности проводника в направлении  $\vec{E}_0$ , отрицательные - против  $\vec{E}_0$ . В результате на одном конце проводника скопится избыточный положительный заряд, на другом - отрицательный (рис.3). Заряды на противоположных концах проводника называются

наведенными (индуцированными), а само явление появления таких зарядов называется электрической индукцией.

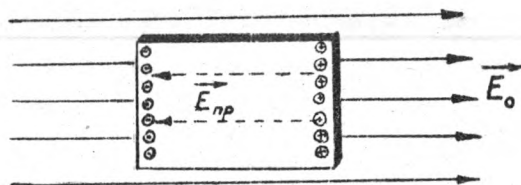


Рис. 3

В проводнике возникнет собственное электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}_{пр}$ , направленное от избыточных положительных зарядов к избыточным отрицательным, т.е. противоположное внешнему полю  $\vec{E}_0$ . Причем заряды в проводнике будут разделяться внешним полем до тех пор, пока не окажется, что  $|\vec{E}_{пр}| = |\vec{E}_0|$ . Следовательно, электрическое поле внутри проводника, находящегося во внешнем электрическом поле, отсутствует, так как  $\vec{E}_{пр} = -\vec{E}_0$  и

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{пр} = 0.$$

Напряженность внешнего поля  $\vec{E}_0'$  вблизи проводника будет значительно отличаться от напряженности  $\vec{E}_0$  в случае отсутствия проводника, т.е. проводник искажает электростатическое поле и делает его неоднородным.

Возникновение наведенных зарядов на проводнике, помещенном в электрическое поле, используется для зарядки проводников при помощи так называемых электростатических индукционных машин. Отсутствие поля внутри проводника, помещенного в электрическое поле, широко применяется в технике для электростатической защиты от внешних электрических полей различных электрических приборов и проводов.

#### 4.2.2. Поляризация диэлектриков

Диэлектриками называются вещества, не способные проводить электрический ток.

В идеальном диэлектрике нет свободных зарядов, способных под действием электрического поля перемещаться через весь диэлектрик. Атомы и молекулы диэлектрика содержат равное количество положительных и отрицательных микроскопических зарядов и в целом электрически нейтральны.

Под действием электростатического поля в молекулах диэлектрика происходит перераспределение зарядов, создающее поляризацию диэлектрика. Эффект поляризации заключается в том, что в диэлектрике образуется дополнительное электрическое поле, направленное против поля, вызывающего поляризацию.

У таких диэлектриков, как парафин, бензол, водород, азот и др., во внешнем электростатическом поле "центры тяжести" положительных и отрицательных зарядов молекул смещаются в противоположные стороны на некоторое расстояние  $\ell$ , малое по сравнению с размерами молекулы (рис. 4).

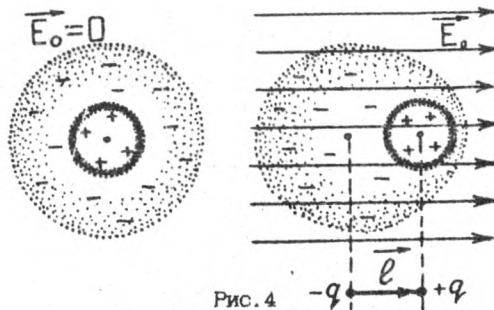


Рис. 4

Каждая молекула приобретает дипольный электрический момент

$$\vec{P} = q \vec{\ell},$$

величина которого прямо пропорциональна напряженности внешнего поля  $\vec{E}_0$ . При снятии внешнего поля молекулы возвращаются в первоначальное состояние и результирующий электрический момент диэлектрика исчезает.

У таких диэлектриков, как вода, нитробензол и др., "центры тяжести" положительных и отрицательных зарядов молекулы не совпадают

даже при отсутствии внешнего электрического поля, т.е. молекулы этих диэлектриков обладают собственными электрическими дипольными моментами. Однако вследствие теплового движения электрические дипольные моменты ориентированы в пространстве хаотично, и диэлектрик в целом электрическим моментом не обладает. При помещении такого диэлектрика в однородное внешнее поле на каждый диполь молекулы будет действовать электрическая сила  $F$ , поворачивающая его вдоль поля (рис.5).

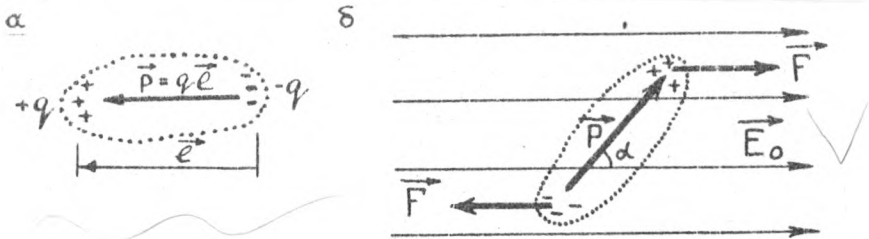


Рис.5

С другой стороны, хаотическое тепловое движение препятствует ориентации диполей и вновь располагает их под самыми различными углами к направлению поля. В результате этих противоположных воздействий среднее значение проекции дипольного момента молекулы на направление поля будет отличным от нуля, прямо пропорциональным напряженности поля  $\vec{E}_0$  и обратно пропорциональным абсолютной температуре  $T$ .

Все рассмотренные виды поляризации диэлектриков приводят к уменьшению напряженности электростатического поля.

Эффект поляризации диэлектрика характеризуется вектором поляризации, который зависит от диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и электрической восприимчивости  $\chi$  вещества, а также от величины напряженности внешнего электрического поля. Эта зависимость записывается в виде

$$\vec{P} = \chi \cdot \epsilon_0 \vec{E}_0,$$

где  $\chi = \epsilon - 1$ , и всегда положительна (табл.15).

**Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon > 1$**  и показывает, во сколько раз уменьшается напряженность электрического поля в диэлектрике по сравнению с напряженностью внешнего поля  $\epsilon = |\vec{E}_0|/|\vec{E}|$ .

Следовательно, кулоновская сила взаимодействия зарядов и напряженность электрического поля в диэлектрике будут всегда меньше, чем в

вакууме в  $\epsilon$  раз, и будут определяться по формулам:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2} ; \quad (8)$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2} . \quad (9)$$

Аналогично энергия и потенциал электростатического поля в диэлектрике также уменьшаются в  $\epsilon$  раз:

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r} , \quad (10)$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r} . \quad (11)$$

Таблица 15

Диэлектрическая проницаемость и восприимчивость (при 20 °С)

| Вещество   | Воздух | Парафин | Пластик | Бумага | Стекло | Фарфор | Этиловый спирт | Вода |
|------------|--------|---------|---------|--------|--------|--------|----------------|------|
| $\epsilon$ | 1      | 2,2     | 2,8-4,5 | 3-7    | 4-7    | 6-8    | 24             | 80   |
| $\chi$     | 0      | 1,2     | 1,8-3,5 | 2-6    | 3-6    | 5-7    | 23             | 79   |

## Лекция 17

### 4.2.3. Электрическая емкость уединенного проводника. Конденсаторы

Проводник, удаленный от других проводников, называется уединенным. Рассмотрим проводник в виде шара радиусом  $R$ . Будем последовательно сообщать шару заряд. Сообщенный заряд  $q$  будет распределяться по поверхности шара до тех пор, пока в любой точке внутри его напряженность электрического поля не станет равной нулю, а потенциал одинаков, так как  $d\varphi = -E dx$  и при  $E = 0$  имеем  $d\varphi = 0$ , следовательно  $\varphi = \text{const}$ . Отсюда следует, что потенциал во всех точках заряженного проводника одинаков.

Определим потенциал на поверхности шара. Для этого определим разность потенциалов в точках А и В вблизи поверхности шара (рис. 1).

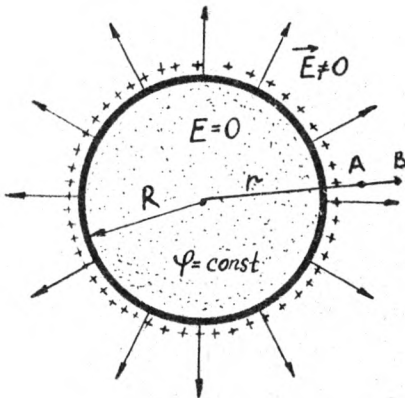


Рис. 1

$$\begin{aligned}\varphi_B - \varphi_A &= - \int_A^B E dr = - \int_A^B \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr = \\ &= - \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_A^B \frac{dr}{r^2} = - \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right).\end{aligned}$$

Если точку В удалить в бесконечность, то тогда  $1/r_B = 0$  и  $\varphi_B = 0$ , а

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_A}. \quad (1)$$

В точках на поверхности шара  $r = R$  и

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}. \quad (2)$$

То есть потенциал сферического проводника можно рассчитывать, предполагая, что весь заряд находится как бы в центре сферы.

Из формулы (2) следует, что потенциал проводника зависит от его размеров и сосредоточенного на нем заряда. Обозначив произведение постоянных величин, характеризующих свойства проводника, через

$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$ , запишем соотношение (2) в виде

$$\varphi = \frac{1}{C} q, \quad (3)$$

где введенная величина  $C$  называется **электроемкостью проводника**.

Электроемкость любого другого уединенного несферического проводника можно определить из соотношения  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R_{сф}$ , если площадь его поверхности  $S$  приравнять к площади замещающей сферы, т.е.

$$S_{пр} = 4\pi \cdot R_{сф}^2, \quad R_{сф} = \sqrt{\frac{S_{пр}}{4\pi}}. \quad (4)$$

Из формулы (3) следует соотношение для электроемкости  $C = q/\varphi$ , которое позволяет дать определение электроемкости.

**Электроемкость уединенного проводника** - это скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрические заряды и численно равная величине заряда, который нужно сообщить данному проводнику, чтобы повысить его потенциал на единицу.

Отметим, что электроемкость проводника зависит только от формы и размеров проводника. Она не зависит от материала проводника, его температуры и тем более от  $q$  и  $\varphi$  проводника, хотя, зная эти величины, можно рассчитать электроемкость проводника.

В СИ за единицу электроемкости принимают электроемкость такого проводника, при сообщении которому заряда в 1 Кл его потенциал изменяется на 1 В. Эта единица называется **Фарадой (Ф)**. Так как фарада представляет собой очень большую единицу измерения электроемкости, то в практике используются единицы, кратные Фараде:  $1 \text{ мкФ} = 10^{-6}$  (микрофарада),  $1 \text{ пФ} = 10^{-12}$  (пикофарада).

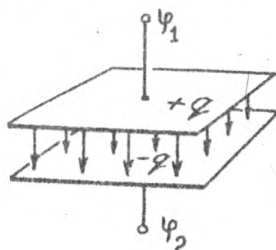
Могут ли быть накопителями заряда, а следовательно, и электрической энергии уединенные проводники? Расчет электроемкости Земли показывает, что ее электроемкость равна 700 мкФ. Электроемкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, радиус которого в 1500 раз больше радиуса Земли. В практике необходимы накопители энергии малых размеров с электроемкостью порядка микрофарад и фарад. Поэтому уединенные проводники не могут быть использованы для этих целей.

В качестве накопителей энергии используют **конденсаторы** - устройства с большой электроемкостью. Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных прослойкой диэлектрика (рис.2). Приближая вторую обкладку к первой и помещая между ними вещество с



высокой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , можно создать конденсаторы большой емкости и накапливать на их обкладках большой по величине заряд при незначительной разности потенциалов. Практически *очень важно*, что электрическое поле конденсатора однородно и находится в узком зазоре между его обкладками.

а Плоский конденсатор



б Цилиндрический конденсатор

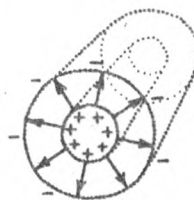


Рис. 2

Обкладки конденсатора подключаются к источнику напряжения, на клеммах которого поддерживается постоянная разность потенциалов  $U$ . Подсоединенный к источнику конденсатор заряжается: одна его обкладка приобретает положительный заряд, другая - равный по величине отрицательный. Заряд, приобретаемый каждой из обкладок конденсатора, пропорционален разности потенциалов

$$q = CU, \quad (5)$$

где  $C$  - *емкость конденсатора*.

Величина  $C$  конденсатора зависит от размеров, формы и взаимного расположения обкладок, а также от вещества диэлектрика, заполняющего промежуток между обкладками. В качестве примера определим емкость плоского конденсатора с обкладками площадью  $S$ , находящимися на расстоянии  $d$  друг от друга (рис. 3).

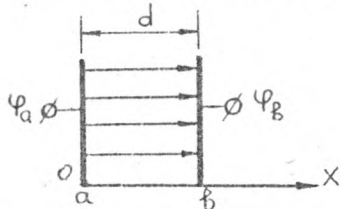


Рис. 3

Для этого воспользуемся соотношением  $d\varphi = -Edx$  и применим его для данной геометрии, учитывая, что напряженность электростатического поля между обкладками конденсатора равна

$$E = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S}.$$

Интегрируя вдоль оси OX от а до b, получаем

$$\varphi_b - \varphi_a = - \int_a^b E dx = - \int_a^b \frac{q dx}{\varepsilon \varepsilon_0 S} = - \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 S} \int_a^b dx = - \frac{q d}{\varepsilon \varepsilon_0 S},$$

т. е.

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{q d}{\varepsilon \varepsilon_0 S}.$$

Так как  $\varphi_a - \varphi_b = U$ , то окончательно запишем

$$U = \frac{q d}{\varepsilon \varepsilon_0 S}. \quad (6)$$

Сравнивая соотношения (5) и (6), получаем формулу для определения электроемкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (7)$$

Увеличить электроемкость плоского конденсатора можно, если уменьшить расстояние между пластинами, но, однако, это ведет к возрастанию напряженности электрического поля в диэлектрической прослойке, так как  $E = U/d$ . В очень сильных полях (порядка  $10^5$  В/м) возникает пробой диэлектрика, и конденсатор разрушается. Для предотвращения пробоя расстояние между пластинами при выбранном диэлектрике не следует делать меньше некоторого минимального значения  $d_{\min} = U/E_{\text{проб}}$ , где  $E_{\text{проб}}$  - напряженность электрического поля, при котором наступает пробой диэлектрика. При постоянном расстоянии между пластинами к конденсатору нельзя прикладывать разность потенциалов, превышающую некоторое максимальное значение  $U_{\max} = d \cdot E_{\text{проб}}$ .

Для увеличения электроемкости используют параллельное соединение конденсаторов в батарее (рис.4,а), при котором электроемкость батареи равна сумме электроемкостей включенных в нее n конденсаторов :

$$C_{\delta} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots C_n. \quad (8)$$

Для предотвращения пробоя конденсаторы соединяют последовательно (рис.4,б), при этом суммарная электроемкость определяется из соотношения

$$\frac{1}{C_{\delta}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (9)$$

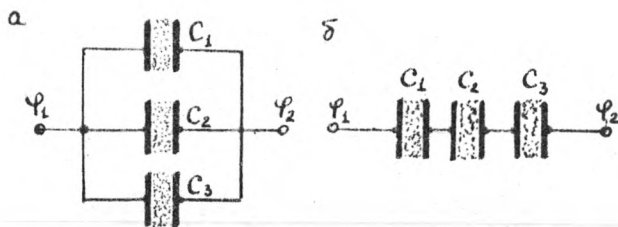


Рис. 4

#### 4.2.4. Энергия электрического поля заряженного проводника и конденсатора

При сообщении проводнику некоторой малой порции заряда  $dq$  потенциальная энергия электрического поля вокруг него возрастет на величину, равную работе  $dA$ , совершенной внешними силами при перемещении заряда  $dq$  из бесконечности на поверхность проводника:

$$dW = dA = dq \cdot \varphi = \frac{1}{C} q dq,$$

где  $C$  - емкость проводника,

$\varphi$ ,  $q$  - соответственно потенциал электрического поля и заряд на поверхности проводника до переноса заряда  $dq$ .

Тогда энергия  $W$  проводника, заряд которого достиг некоторой величины  $q_1$ , может быть найдена интегрированием выражения

$$W = \int_0^W dW = \int_0^{q_1} \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{C} \int_0^{q_1} q dq = \frac{1}{C} \frac{q_1^2}{2}. \quad (10)$$

Для плоского конденсатора с емкостью  $C_K$  энергию электрического поля, сосредоточенную между обкладками, находим по формулам:

$$W_K = \frac{q^2}{2C_K}; \quad W_K = \frac{1}{2} qU; \quad W_K = \frac{1}{2} C_K U^2. \quad (11)$$

Подставляя в последнее выражение значение для  $C_K$  и определяя разность потенциалов  $U = E \cdot d$ , получим

$$W_k = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 V, \quad (12)$$

где  $V$  - объем пространства между обкладками конденсатора.

#### 4.2.5. Плотность энергии электрического поля

Разделим обе части равенства (12) на объем  $V$ , занятый электрическим полем конденсатора, и обозначим полученное соотношение через  $\omega$

$$\omega = \frac{W_k}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}. \quad (13)$$

Величина  $\omega$  называется плотностью энергии электрического поля. Из более общего, но более сложного рассмотрения следует, что полная энергия, необходимая для создания произвольного распределения зарядов в пространстве объемом  $V$ , равна

$$W = \int_V \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} dV.$$

Следовательно, плотность электрической энергии  $\omega$  является универсальной функцией электрического поля в заданной точке пространства.

### Лекция 18

#### 4.3. Постоянный ток

##### 4.3.1. Электрический ток. Сила и плотность тока

Электрическим током называется направленное движение заряженных частиц. Электрический ток может быть конвекционным, когда заряженное тело перемещается в пространстве, током проводимости, когда заряженные частицы движутся внутри проводника, и током в вакууме, когда заряженные частицы движутся в вакууме.

Рассмотрим законы тока проводимости.

Электрический ток в проводнике характеризуется силой тока:

$$I = dq/dt, \quad (1)$$

где  $dq$  - количество заряда, прошедшее через выбранное сечение проводника за промежуток времени  $dt$ .

**Сила тока** - это скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность направленного движения заряженных частиц и численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника в единицу времени. Если величина  $I$  постоянна во времени, то ток будет постоянным:

$$I = dq/dt = \text{const.}$$

Если же со временем соотношение  $dq/dt$  изменяется, то такой ток называется переменным и обозначается через  $i(t)$ .

В общем случае при прохождении тока в проводящей среде заряды обоих знаков перемещаются в противоположных направлениях. В связи с этим направление электрического тока является до некоторой степени условным. Исторически сложилось так, что за направление электрического тока условились считать направление движения положительных зарядов, или направление, обратное движению отрицательных зарядов. Величина тока в СИ измеряется в амперах (А). Эта единица равна заряду в Кл, протекающему через сечение проводника в течение одной секунды.

**Плотность тока** ( $\vec{j}$ ) определяется как произведение плотности заряда на его скорость ( $\vec{u}$ ) направленного движения:

$$\vec{j} = \frac{q}{V} \vec{u}. \quad (2)$$

Произведение  $|\vec{j}|$  и величины площадки, перпендикулярной вектору  $\vec{j}$ , есть сила тока

$$I = |\vec{j}| \cdot S. \quad (3)$$

Плотность заряда можно определить по числу электронов проводимости в единице объема  $q/V = n \cdot e$ , где  $e$  - заряд электрона.

Концентрация электронов проводимости в металлах оценивается величинами порядка  $10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$ . Оценим среднюю скорость направленного движения электронов в медном проводе сечением  $1 \text{ мм}^2$ , если по нему течет ток в 1 А. Примем  $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$ .

$$I = |\vec{j}| \cdot S = \frac{q}{V} |\vec{u}| \cdot S = ne |\vec{u}| S. \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что

$$|\vec{u}| = \frac{I}{neS} = \frac{1A}{10^{29} \text{ м}^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

Полученное значение  $|\vec{u}|$ , как видно, очень мало по сравнению со скоростью теплового движения электронов, которое достигает сотен или тысяч метров в секунду.

#### 4.3.2. Закон Ома для участка цепи.

Сопротивление и электропроводность проводника

Рассмотрим участок цепи, содержащий цилиндрический проводник длиной  $\ell$  (рис. 1).

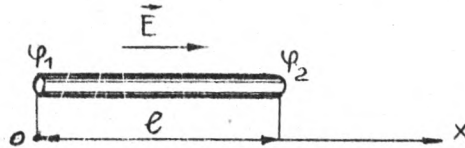


Рис. 1

Для того чтобы в этом проводнике существовал постоянный ток, необходимо наличие внутри проводника постоянного электрического поля с напряженностью  $\vec{E}$ . Напряженность электрического поля в проводнике существует тогда, когда в нем имеется градиент потенциала  $d\phi/dx$ , причем  $E = -d\phi/dx$  или  $d\phi = -E dx$ . Учитывая это равенство, для проводника длиной  $\ell$  имеем

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = - \int_0^{\ell} E dx = -E\ell$$

или

$$\phi_2 - \phi_1 = -E\ell, \quad \phi_1 - \phi_2 = E \cdot \ell,$$

где  $\phi_1$  и  $\phi_2$  - электрические потенциалы на концах проводника.

Введем величину  $U = \phi_1 - \phi_2$ , называемую падением потенциала на выделенном участке электрической цепи, или напряжением. С учетом этого получим

$$U = E\ell$$

или

$$E = \frac{U}{\ell} \quad (5)$$

При наличии напряжения  $U$  в проводнике возникает ток

$$I = GU = \frac{1}{R} U, \quad (6)$$

где  $R$  - электрическое сопротивление проводника;

$G$  - проводимость проводника.

Последнее соотношение называется **законом Ома для участка цепи**. В СИ единицей измерения сопротивления является **Ом**. Согласно соотношению (6), **1 Ом** - сопротивление такого проводника, в котором при напряжении **1 В** протекает ток в **1 А**. Сопротивление  $R$  зависит от материала, из которого сделан проводник, его геометрических размеров и формы. Для цилиндрических проводников справедливо соотношение

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \quad (7)$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление материала проводника;

$\ell, S$  - соответственно длина и площадь сечения проводника.

Подставляя выражение (7) в (6) и учитывая соотношение (5), получим

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho \ell} = \frac{1}{\rho} E \cdot S = \gamma ES, \quad (8)$$

где  $1/\rho = \gamma$  - удельная проводимость, или электропроводность, проводника.

В общем виде, учитывая векторный характер напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , соотношение (8) запишем

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (9)$$

где  $j = I/S$ .

Последнее соотношение носит название **закона Ома в дифференциальной форме**.

#### 4.3.3. Источники тока. Закон Ома для замкнутой цепи

Постоянный ток в проводнике возможен при наличии электрического поля в проводнике, т.е. разности потенциалов на его концах, и существовании свободных зарядов, способных быть в проводнике носителем тока.

Какова природа сил, обеспечивающих постоянство разности потенциалов на концах проводника? Эти силы не могут быть электростатического (кулоновского) происхождения, поскольку они приводят к перераспределению зарядов в проводнике и в итоге - к нейтрализации электрического поля в нем (они могут вызвать только кратковременный импульс тока в течение времени перераспределения зарядов). По своей природе постоянный ток в проводнике тоже есть перераспределение зарядов, приводящее к нейтрализации первоначально созданной на его концах разности потенциалов.

Следовательно, для поддержания постоянной разности потенциалов на концах проводника необходимо иметь силы, разделяющие положительные и отрицательные заряды (*сторонние силы*). Природа сторонних сил может быть различна. В электрофорной машине и генераторе на электростанции создание и поддержание необходимой разности потенциалов на концах проводника происходят за счет механической работы; в гальваническом элементе - за счет энергии химической реакции.

***Устройства, в которых действуют сторонние силы, называются источниками тока или источниками напряжения.***

Сторонние силы действуют на заряды только в источнике тока. В замкнутой цепи, имеющей источник тока, помимо сторонних сил действуют и электростатические силы. Электростатические силы действуют и в источнике тока, и во внешней цепи. Таким образом, в источнике тока на заряженные частицы одновременно действуют сторонние и электростатические силы.

На рис. 2 схематично изображена замкнутая электрическая цепь с источником тока, где  $R$  - сопротивление нагрузки (резистор, подключенный к источнику тока);  $r$  - сопротивление внутренних деталей источника тока, или внутреннее сопротивление;  $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$  - разность потенциалов на выходных электродах источника тока, приложенная к сопротивлению нагрузки  $R$ .



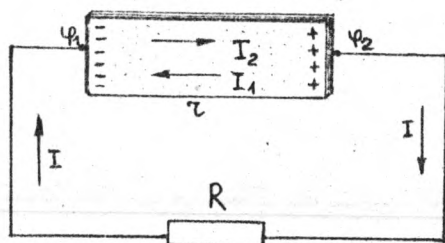


Рис. 2

Источник тока за счет своих внутренних сил (не кулоновских) разделяет положительные и отрицательные заряды внутри себя, скапливая их у выходных электродов, и поддерживает таким образом неизменной разность потенциалов  $U$  на выходных электродах.

Так как к резистору  $R$  приложена разность потенциалов  $U$ , то, согласно закону Ома, через него будет идти ток  $I$ :

$$I = U/R . \quad (10)$$

Аналогично можно считать, что и по внутренним деталям источника тоже идет ток  $I_1$  (через сопротивление  $r$ ):

$$I_1 = U/r . \quad (11)$$

Токи  $I$  и  $I_1$  приводят к разряду источника тока, уменьшению количества избыточных положительных и отрицательных зарядов на его электродах. Однако сторонние силы (связанные, например, с химическими реакциями в батарейках для приемников и т.д.) непрерывно восстанавливают количество этих зарядов на выходных электродах, т.е. непрерывно переносят положительные заряды в источнике слева направо или, что то же самое, отрицательные заряды справа налево (см. рис. 2). Таким образом, в источнике тока идет еще один ток  $I_2$ , противоположный  $I_1$ .

Так как мы рассматриваем стационарный процесс, когда  $I = \text{const}$ , то избыточные заряды на электродах тока не растут и не уменьшаются. Следовательно, ток  $I_2$ , приводящий к зарядке источника тока, равен сумме токов  $I + I_1$ , приводящих к его разряду (динамическое равновесие):

$$I_2 = I + I_1, \quad (12)$$

$$I = I_2 - I_1.$$

Сторонним силам источника тока, вызывающим ток  $I_2$ , ставят в соответствие некую разность потенциалов  $\mathcal{E}$ , вырабатываемую данным источником и называемую *электродвижущей силой (ЭДС) источника тока* (термин ЭДС не точен, так как это, конечно, не сила, поскольку измеряется не в ньютонах, а в вольтах). Считается, что ток  $I_2$  возникает под действием этой ЭДС, а так как он идет по тем же внутренним деталям, что и ток  $I_1$ , то связь  $I_2$  и  $\mathcal{E}$  имеет следующий вид:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r}. \quad (13)$$

Тогда, используя уравнения (10) и (11), можно представить уравнение (12) в виде

$$\frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{U}{r} \quad \text{или} \quad \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r}.$$

После алгебраических преобразований получим

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (14)$$

Так как левая часть уравнения определяет ток  $I$ , то

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (15)$$

Выражение (15) носит название *закона Ома для замкнутой цепи*, где  $\mathcal{E}$  и  $r$  - это внутренние характеристики источника тока.

Перепишем уравнение (15) в иной форме:

$$\begin{aligned} I \cdot R + I r &= \mathcal{E}, \\ U + U_{\text{вн}} &= \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $U_{\text{вн}} = I \cdot r$  - падение напряжения на внутренних деталях источника тока;

$U = I \cdot R$  - падение напряжения на внешнем нагрузочном резисторе  $R$ . Из уравнения (16) следует, что всегда  $\mathcal{E} > U$ .

Не следует путать ЭДС источника тока и то реальное напряжение  $U$ , которое этот источник способен создать на нагрузке  $R$ . Здесь все зависит от соотношения  $r$  и  $R$ .

Если  $r \ll R$ , то

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \approx \frac{\mathcal{E}}{R},$$

т.е.  $I \cdot R \approx \mathcal{E} = U$ . Если же  $r$  соизмеримо с  $R$  (т.е.  $r \approx R$ ), то  $U < \mathcal{E}$  (именно поэтому говорят, что источник тока "подсаживается" при подключении к нему мощного потребителя тока, обладающего малым сопротивлением  $R$ ).

Из рис.2 следует, что в целом в цепи идет ток, проходящий последовательно через резистор  $R$  и внутреннее сопротивление источника тока  $r$ , т.е. полное сопротивление цепи будет равно

$$R_{\text{полн}} = R + r.$$

Тогда

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{полн}}}, \quad \mathcal{E} = I R_{\text{полн}}.$$

Условно электрическую цепь принято изображать в следующем виде (рис. 3 а, б).

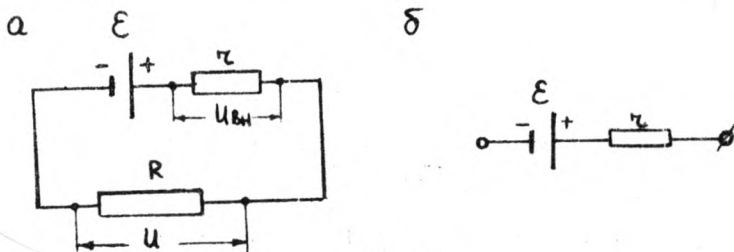


Рис. 3

Сопротивление  $r$  как бы "выносят" из источника тока  $\mathcal{E}$ , включая его последовательно с резистором  $R$  (см. рис. 3, б).

Возможности создания большого тока у любого источника тока ограничены его внутренним сопротивлением. Максимальный ток  $I_{\text{макс}}$  можно

получить, если положить  $R = 0$ , т.е. устроить короткое замыкание. Обычно  $r$  невелико, составляет десятые или сотые доли Ома. Отсюда легко оценить ток  $I_{\text{макс}}$ . Если, например, у батареи  $\mathcal{E} = 1,5 \text{ В}$ ,  $r = 0,1 \text{ Ом}$ , то  $I_{\text{макс}} = \mathcal{E}/r = 1,5/0,1 = 15 \text{ А}$ .

Конечно, долго такой ток никакая батарея не выдержит и испортится (т.е. разрядится), но в первый момент короткого замыкания ток пойдет именно такой величины.

#### 4.3.4. Работа и мощность постоянного тока

При прохождении тока  $I$  через электрическую цепь в течение некоторого времени  $t$  в проводнике, согласно закону Джоуля-Ленца, выделяется количество теплоты  $Q = I^2 R t$ .

Количество теплоты - мера изменения внутренней энергии проводника.

Учитывая, что мерой изменения энергии является и работа, мы можем для работы электрического тока в замкнутой электрической цепи записать соотношение

$$A = Q = I^2 R_{\text{полн}} t. \quad (17)$$

Так как  $R_{\text{полн}} = r + R$ , то

$$A = I^2 r t + I^2 R t = A_r + A_R,$$

где  $A_r$  - работа, затраченная на прохождение тока  $I$  по деталям источника тока;

$A_R$  - работа по прохождению тока  $I$  через резистор  $R$ .

Так как  $A_r$  и  $A_R$  в итоге целиком уходят на выделение тепла, то можно записать

$$Q = Q_r + Q_R.$$

Работающий на внешнюю нагрузку  $R$  источник тока тоже нагревается (это паразитные потери энергии, которые всегда стремятся уменьшить - отсюда и давняя мечта электротехников о создании сверхпроводящих генераторов тока, у которых  $r \rightarrow 0$ ).

Работа  $A_r$  считается полезной,  $A_r$  - бесполезной, так как с ней связана бесполезная потеря энергии  $Q_r$  в источнике тока.

Для характеристики источника тока вводится понятие мощности источника. Так как мощность - эта работа, отнесенная ко времени ее выполнения ( $P = A/t$ ), то отсюда имеем следующие выражения:

$$P_{\text{пол}} = \frac{A_R}{t} = \frac{I^2 R t}{t} = I^2 R = I^2 R = I U = \frac{U^2}{R};$$

$$P_{\text{пот}} = \frac{A_r}{t} = \frac{I^2 r t}{t} = I^2 r;$$

$$P_{\text{полн}} = \frac{A}{t} = I^2 (R + r) = I \cdot \mathcal{E}.$$

Мощность источника тока измеряется в ваттах ( $1 \text{ Вт} = \text{Дж/с}$ ).

Коэффициент полезного действия  $\eta$  источника тока определяется по формуле

$$\eta = \frac{A_R}{A} = \frac{I^2 R t}{I^2 (R + r) t} = \frac{R}{R + r}.$$

Очевидно, что всегда  $\eta < 1$ , так как  $r > 0$ .

Таблица П.1

Некоторые характерные размеры мироздания

| Природа и техника  | Размеры,<br>м         | Человек                       | Размеры,<br>м     |
|--|-----------------------|-------------------------------|-------------------|
| Расстояние до самых далеких галактик, видимых в телескоп                 | $9,46 \cdot 10^{25}$  | Кровеносная система человека  | $10^8$            |
| Диаметр нашей Галактики  | $9,46 \cdot 10^{20}$  | Длина пищеварительного тракта | до 10             |
| Расстояние до Альфа-Центавра (ближайшая звезда)                          | $4,04 \cdot 10^{18}$  | Средний рост человека         | 1,7               |
| 1 световой год (расстояние, проходимое светом за 1 год)                  | $9,46 \cdot 10^{15}$  | Самый высокий человек         | 2,72              |
| 1 астрономическая единица (а.е.) (среднее расстояние от Земли до Солнца) | $1,496 \cdot 10^{11}$ | Длинный шаг человека          | 1,0               |
| Радиус Солнца  | $6,96 \cdot 10^8$     | Толщина волоса                | $10^{-4}$         |
| Среднее расстояние между Землей и Луной                                  | $3,844 \cdot 10^8$    | Диаметр эритроцита            | $5 \cdot 10^{-6}$ |
| Радиус Земли   | $6,378 \cdot 10^6$    | Диаметр молекулы ДНК          | $2 \cdot 10^{-9}$ |
| Наибольшая глубина океана  | 11 034                |                               |                   |
| Наибольшая высота гор  | 8848                  |                               |                   |
| Самое высокое сооружение, построенное человеком                          | 555                   |                               |                   |
| Длина ракеты "Энергия"   | 100                   |                               |                   |
| Диаметр мяча   | 0,25                  |                               |                   |
| Диаметр головки английской булавы  | 0,001                 |                               |                   |
| Длина электромагнитной волны, излучаемой натрием в желтой части спектра  | $5,89 \cdot 10^{-7}$  |                               |                   |
| 1 Ангстрем (А)   | $10^{-8}$             |                               |                   |
| Радиус атома водорода  | $5,3 \cdot 10^{-11}$  |                               |                   |
| Радиус протона   | $1,2 \cdot 10^{-15}$  |                               |                   |

Таблица П.2

## Время в природе

| Природа и техника  | Время,<br>с              | Человек   | Время,<br>с            |
|--|--------------------------|---|------------------------|
| Возраст Вселенной (~5 млрд лет)                                  | $\sim 10^{18}$           | Время существования человечества                          | $\sim 5 \cdot 10^{13}$ |
| Возраст Земли (~4 млрд лет)                                      | $\sim 7 \cdot 10^{17}$   | Среднее время жизни человека                              | $\sim 2 \cdot 10^9$    |
| Возраст египетских пирамид                                       | $\sim 10^{11}$           | Время деления клетки                                      | 10                     |
| Продолжительность жизни кедра                                    | $10^{10}$                | Периодичность дыхания человека                            | 10                     |
| 1 год  | $3,15 \cdot 10^7$        | Промежуток между ударами пульса человека                  | 1                      |
| 1 сутки  | $8,64 \cdot 10^4$        | Продолжительность моргания                                | $\sim 0,5$             |
| 1 час  | $3,6 \cdot 10^3$         | Время регистрации фотонов света, видимого глазом человека | $\sim 10^{-3}$         |
| Время прохождения светом расстояния от Солнца до Земли           | 498                      | Время ферментативных реакций                              | $10^{-7}$              |
| Взмах крыла пчелы  | 0,03                     |   |                        |
| Время, за которое лопается мыльный пузырь                        | $10^{-3}$                |   |                        |
| Взрыв капсюля патрона  | $10^{-6}$                |   |                        |
| Периоды колебаний электромагнитных волн видимого диапазона       | $10^{-14}$<br>$10^{-15}$ |   |                        |
| Ядерная реакция  | $10^{-18}$               |   |                        |
| Время, за которое свет проходит расстояние, равное размеру атома | $10^{-19}$               |   |                        |
| Период колебаний гамма-лучей                                     | $10^{-20}$<br>$10^{-22}$ |   |                        |
| Время, за которое свет проходит расстояние, равное размеру ядра  | $10^{-24}$               |   |                        |

Таблица П.3

Средние скорости, характерные для движений, встречающихся в природе и технике, и процессов, связанных с жизнедеятельностью человека

| Природа и техника                          | Средняя скорость      | Человек                     | Средняя скорость, м/с |
|--|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|
| Рост гор                                   | $10^{-11}$ м/с        | Рост волос и ногтей         | $\approx 10^{-8}$     |
| Перемещение материков                      | $10^{-10}$ м/с        | Скорость роста ребенка      | $5 \cdot 10^{-8}$     |
| Движение ледников                          | $7 \cdot 10^{-9}$ м/с |                             |                       |
| Амеба                                      | $5 \cdot 10^{-8}$ м/с | Ток крови в капиллярах      | 0,0005-0,002          |
| Улитка                                     | $3 \cdot 10^{-3}$ м/с | в вене                      | 0,1 - 0,2             |
| Эскалатор в метро                          | 0,7-0,9 м/с           | в артерии                   | 0,2 - 0,5             |
| Слабый ветер                               | 0,9-1,5 м/с           |                             |                       |
| Ветер в шторм                              | 20 - 24 м/с           | Пища в кишечнике            | 0,005-0,017           |
| Трамвай                                    | 16 - 17 км/ч          | Пешеход                     | 1,0 - 1,8             |
| Поезд метро                                | 40 км/ч               | Бегун на длинные дистанции  | 2                     |
| Автомобиль "Жигули"                        | до 140 км/ч           | Бегун на короткие дистанции | 10,2                  |
| Самолет ИЛ-62                              | 800 - 870 км/ч        | Конькобежец (10000 м)       | 11,5                  |
| Su-29                                      | 3600 км/ч             | Конькобежец (500 м)         | 13,5                  |
| Луна на орбите вокруг Земли                | 1 км/с                | Нервные импульсы            | 40 - 100              |
| Вторая космическая скорость на Луне        | 2,4 км/с              |                             |                       |
| Вторая космическая скорость на Земле       | 11,2 км/с             |                             |                       |
| Космический корабль на орбите вокруг Земли | 7,8 км/с              |                             |                       |
| Земля на орбите вокруг Солнца              | 30 км/с               |                             |                       |
| Солнце по отношению к центру Галактики     | 250 км/с              |                             |                       |
| Свет в вакууме                             | $3 \cdot 10^8$ км/с   |                             |                       |



## Массы, встречающиеся в природе

| Природа и техника   | Масса, кг            | Человек                                      | Масса, кг          |
|---|----------------------|--|--------------------|
| Военная   | $10^{53}$            | Масса крови, перекачиваемая за сутки сердцем | $\sim 10^4$        |
| Наша Галактика  | $2,2 \cdot 10^{41}$  | Средняя масса человека                       | $\sim 70$          |
| Солнце  | $2,0 \cdot 10^{30}$  | Клетка бактерии                              | $5 \cdot 10^{-12}$ |
| Земля   | $6,0 \cdot 10^{24}$  | Красное кровяное тельце                      | $10^{-13}$         |
| Луна  | $7,4 \cdot 10^{22}$  |  |                    |
| Гидросфера Земли  | $1,4 \cdot 10^{21}$  |  |                    |
| Атмосфера Земли   | $5,1 \cdot 10^{18}$  |  |                    |
| Живое вещество Земли  | $\sim 10^{17}$       |  |                    |
| Органическое вещество, образующееся при фотосинтезе за один год | $10^{14}$            |  |                    |
| Останкинская телебашня  | $55 \cdot 10^6$      |  |                    |
| Самый крупный пойманный кит                                     | 150 000              |  |                    |
| Первый искусственный спутник Земли                              | 83,6                 |  |                    |
| Критическая масса урана ( $^{235}\text{U}$ )                    | $\sim 48$            |  |                    |
| Мужской спортивный диск   | 2,0                  |  |                    |
| Хоккейная шайба   | 0,17                 |  |                    |
| Колибри ("шмель")   | 0,0017               |  |                    |
| Молекула воды   | $3 \cdot 10^{-26}$   |  |                    |
| Атом урана  | $4 \cdot 10^{-25}$   |  |                    |
| Атом водорода   | $1,7 \cdot 10^{-27}$ |  |                    |
| Электрон  | $9,1 \cdot 10^{-31}$ |  |                    |

Некоторые характеристики плотности объектов природы

| Тип материи  | Плотность         |                   |
|--|-------------------|-------------------|
|  | г/см <sup>3</sup> | кг/м <sup>3</sup> |
| Плотность вещества во Вселенной через $10^{-42}$ с после ее возникновения (гипотеза) | $10^{90}$         | $10^{93}$         |
| Черная дыра (возникшая из звезды)  | $5 \cdot 10^{87}$ | $5 \cdot 10^{90}$ |
| Атомное ядро   | $10^{11}$         | $10^{14}$         |
| Нейтронная звезда  | $10^{11}$         | $10^{14}$         |
| Ядро Солнца  | $10^2$            | $10^5$            |
| Средняя плотность Солнца   | 1,4               | $1,4 \cdot 10^3$  |
| Средняя плотность Земли  | 5,5               | $5,5 \cdot 10^3$  |
| Средняя плотность тела человека  | 3                 | $3 \cdot 10^3$    |
| Вода   | 1                 | $10^3$            |
| Воздух   | $10^{-3}$         | 1                 |
| Лабораторный высокий вакуум  | $10^{-18}$        | $10^{-15}$        |
| Межзвездный газ  | $10^{-23}$        | $10^{-20}$        |
| Межгалактическая среда   | $10^{-33}$        | $10^{-30}$        |

## Силы в природе

Таблица П.6

| Природа и техника   | Сила, Н                  | Человек                                   | Сила, Н             |
|---|--------------------------|---|---------------------|
| Сила тяготения между Землей и Солнцем   | $\sim 3,6 \cdot 10^{21}$ | Сила удара футболиста по мячу             | $\sim 5 \cdot 10^4$ |
| Сила тяготения между Луной и Землей   | $\sim 2 \cdot 10^{19}$   | Сила удара каратиста                      | $\sim 10^3$         |
| Сила тяги двигателей ракеты "Союз"  | $\sim 10^6$              | Сила руки человека, сжимающего динамометр | $\sim 10^2$         |
| Сила, сообщаящая телу массой 1 кг ускорение, равное $1 \text{ м/с}^2$                                   | 1                        |   |                     |
| Сила притяжения между двумя сферическими телами массой 1 кг на расстоянии между их центрами, равным 1 м | 10                       |   |                     |
| Сила взаимного притяжения между протоном и электроном в атоме водорода                                  | $\sim 4 \cdot 10^{-47}$  |   |                     |

Таблица П.7

## Мощности в природе

| Природа и техника                             | Мощность,<br>Вт | Человек                                      | Мощность,<br>Вт |
|---|-----------------|--|-----------------|
| Взрыв сверхновой звезды                       | $10^{36}$       | Максимальная мощность, развиваемая человеком | $10^4$          |
| Взрыв новой звезды                            | $10^{32}$       |  |                 |
| Излучение Солнца                              | $10^{23}$       | Штангист                                     | $3 \cdot 10^2$  |
| Взрыв водородной бомбы                        | $10^{18}$       | Бегун-спринтер                               |                 |
| Мощность всех рек и водопадов Земли           | $10^{13}$       | Пешеход                                      | 50              |
| Импульсный лазер                              | $10^{12}$       | Сердце человека                              | 0,1             |
| Ураган  | $10^{11}$       |  |                 |
| Ракета-носитель                               | $10^9$          |  |                 |
| Удар меч-рыбы                                 | $10^5$          |  |                 |
| Автомобиль                                    | $5 \cdot 10^4$  |  |                 |
| Солнечные батареи орбитальной станции "Салют" | $10^3$          |  |                 |
| Одна лошадиная сила                           | 750             |  |                 |
| Электрический звонок                          | $10^0$          |  |                 |
| Излучение одного грамма радия                 | $10^{-3}$       |  |                 |
| Муха в полете                                 | $10^{-5}$       |  |                 |

## Энергия в природе

| Природа и техника                                     | Энергия,<br>Дж | Человек  | Энергия,<br>Дж |
|---|----------------|--|----------------|
| Энергия, заключенная в доступной наблюдению Вселенной | $10^{54}$      | Энергия, расходуемая человечеством за год                        | $10^{21}$      |
| Энергия взрыва сверхновой звезды                      | $10^{42}$      | Энергия, потребляемая человеком в сутки                          | $10^8$         |
| Излучение Галактики                                   | $10^{38}$      | Тяжелая работа за день   | $10^7$         |
| Излучение Солнца за год                               | $10^{33}$      | Смертельная доза радиоактивного вещества                         | $10^6$         |
| Энергия, получаемая Землей от Солнца за год           | $10^{25}$      | Энергия, испускаемая $1 \text{ см}^2$ кожи человека за 1 секунду | 1,0            |
| Сильное землетрясение                                 | $10^{19}$      | Произношение слога   | $10^{-5}$      |
| Энергия, запасенная в 1 кг вещества                   | $10^{15}$      |  |                |
| Ураган  | $10^{15}$      |  |                |
| Старт космического корабля                            | $10^{12}$      |  |                |
| Удар молнии   | $10^8$         |  |                |
| Выстрел из ружья                                      | $10^4$         |  |                |
| Частицы в ускорителе                                  | 10             |  |                |
| Удар клавиши пишущей машинки                          | 0,1            |  |                |
| Взмах крыла пчелы                                     | $10^{-3}$      |  |                |
| Взмах крыла комара                                    | $10^{-7}$      |  |                |
| Деление ядра урана                                    | $10^{-11}$     |  |                |
| Электрон в атоме водорода                             | $10^{-16}$     |  |                |
| Химическая связь                                      | $10^{-18}$     |  |                |

## Варианты выбора систем отсчета

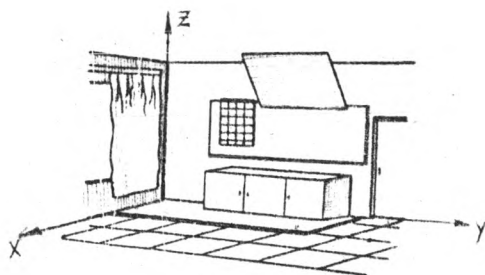


Рис. 1

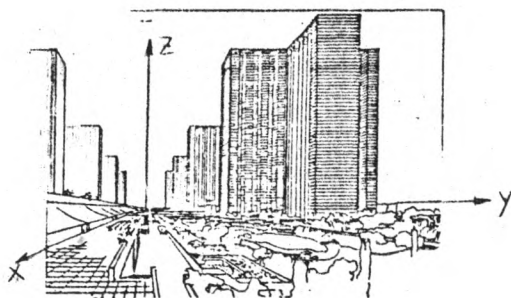


Рис. 2



Рис. 3

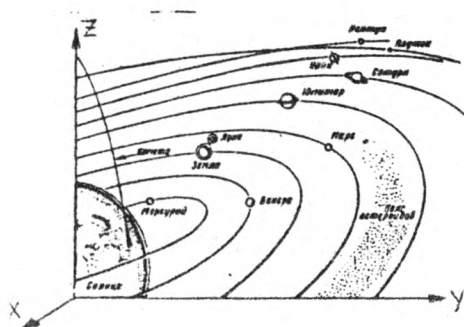


Рис. 4

|   |    |
|---|----|
| 1. Введение.....  | 3  |
| 1.1. Предмет и значение физики.....   | 3  |
| 1.2. Человек как объект изучения физики.....  | 6  |
| 1.3. Линейные размеры и время - важнейшие параметры окружающего мира.....   | 7  |
| 2. Физические основы механики .....   | 9  |
| 2.1. Кинематика .....   | 9  |
| 2.1.1. Система отсчета. Радиус-вектор .....   | 9  |
| 2.1.2. Траектория, путь, перемещение .....  | 11 |
| 2.1.3. Скорость .....   | 12 |
| 2.1.4. Ускорение .....  | 14 |
| 2.1.5. О задачах кинематики .....   | 18 |
| 2.2. Динамика материальной точки .....  | 20 |
| 2.2.1. Инерциальные системы отсчета. Закон инерции (первый закон Ньютона) .....   | 20 |
| 2.2.2. Сила, масса .....  | 22 |
| 2.2.3. Второй закон Ньютона .....   | 25 |
| 2.2.4. Третий закон Ньютона .....   | 26 |
| 2.2.5. Плотность .....  | 27 |
| 2.2.6. Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Использование человеком закона сохранения импульса в различных ситуациях ..... | 28 |
| 2.2.7. Фундаментальные силы в природе и их классификация. Категории и виды сил .....  | 37 |
| 2.2.7.1. Силы упругости .....   | 38 |
| 2.2.7.2. Силы трения .....  | 40 |
| 2.2.7.3. Сила всемирного тяготения. Сила тяжести .....  | 46 |
| 2.2.7.4. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции..   | 50 |
| 2.2.7.5. Вес тела. Невесомость и перегрузки .....   | 53 |
| 2.2.7.6. Вестибулярный аппарат как инерциальная система ориентации .....  | 58 |
| 2.2.8. Понятие об энергии .....   | 60 |
| 2.2.9. Работа .....   | 63 |
| 2.2.10. Мощность. Диапазон мощностей .....  | 65 |
| 2.2.11. Работа и мощность человека. Эргометрия .....  | 66 |
| 2.2.12. Работа и кинетическая энергия .....   | 69 |
| 2.2.13. Кинетическая энергия и закономерности живой природы .....   | 71 |
| 2.2.14. Работа и потенциальная энергия .....  | 72 |
| 2.2.14.1. Потенциальная энергия упругой пружины .....   | 73 |



|  |     |
|--|-----|
| 2.2.14.2. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух точечных тел или тел сферической формы ..... | 75  |
| 2.2.15. Сопоставление потенциальной и кинетической энергий .....   | 80  |
| 2.2.16. Закон сохранения механической энергии .....  | 82  |
| 2.2.17. Космические скорости .....   | 84  |
| 2.2.18. Гравитация и атмосфера планет .....  | 86  |
| 2.2.19. Энергия и её роль в жизни земной цивилизации .....   | 87  |
| 2.3. Механика абсолютно твердого тела .....  | 90  |
| 2.3.1. Кинематика абсолютно твердого тела .....  | 90  |
| 2.3.2. Связь угловых и линейных характеристик вращения твердого тела .....                                       | 95  |
| 2.3.3. Динамика вращательного движения .....   | 97  |
| 2.3.3.1. Момент инерции. Момент силы .....   | 97  |
| 2.3.3.2. Момент импульса твердого тела и материальной точки .....  | 100 |
| 2.3.3.3. Основной закон динамики вращательного движения .....  | 102 |
| 2.3.3.4. Закон сохранения момента импульса .....   | 103 |
| 2.3.3.5. Движение человека в условиях невесомости ....   | 106 |
| 2.3.3.6. Работа сил при вращательном движении .....  | 107 |
| 2.3.3.7. Кинетическая энергия вращения твердого тела...  | 108 |
| 2.3.4. Закон сохранения момента импульса и движение космических объектов .....                                   | 110 |
| 2.3.5. Маховики как альтернативные источники передвижения  | 112 |
| 3. Основы молекулярной физики и термодинамики .....  | 114 |
| 3.1. Строение вещества .....   | 114 |
| 3.1.1. Плотность вещества .....  | 114 |
| 3.1.2. Молекулярное строение вещества .....  | 115 |
| 3.2. Молекулярно-кинетическая теория газа .....  | 118 |
| 3.2.1. Модель идеального газа .....  | 118 |
| 3.2.2. Молекулярно - кинетическая теория давления идеального газа .....  | 118 |
| 3.2.3. Атмосферное давление .....  | 121 |
| 3.2.4. Методы измерения давления .....   | 122 |
| 3.2.5. Температура, температурные шкалы, единицы измерения температуры .....                                     | 124 |

|   |     |
|---|-----|
| 3.2.6. Молекулярно-кинетическое представление температуры   | 126 |
| 3.3. Реальные газы  | 128 |
| 3.3.1. Экспериментальные изотермы реального газа  | 128 |
| 3.3.2. Уравнение состояния реального газа (Уравнение Ван-дер-Ваальса)                                     | 130 |
| 3.3.3. Влажность воздуха  | 131 |
| 3.4. Жидкость и ее свойства   | 134 |
| 3.4.1. Поверхностное натяжение  | 134 |
| 3.4.2. Смачивание. Капиллярность жидкости   | 136 |
| 3.4.3. Закон Паскаля  | 137 |
| 3.4.4. Закон Архимеда   | 138 |
| 3.4.5. Гидростатическое давление  | 138 |
| 3.4.6. Вязкость   | 139 |
| 3.4.7. Некоторые свойства движущейся жидкости. Уравнение Бернулли   | 139 |
| 3.4.8. Движение вязкой жидкости в цилиндрических трубах   | 143 |
| 3.4.9. Диффузия   | 144 |
| 3.5. Основы термодинамики   | 145 |
| 3.5.1. Теплота  | 145 |
| 3.5.2. Теплопроводность, конвекция, излучение   | 146 |
| 3.5.3. Внутренняя энергия   | 148 |
| 3.5.4. Теплоемкость   | 150 |
| 3.5.5. Теплота фазового перехода  | 151 |
| 3.5.6. Единицы измерения количества теплоты   | 152 |
| 3.5.7. Работа   | 153 |
| 3.5.8. Первое начало термодинамики  | 155 |
| 3.5.9. Адиабатический процесс   | 156 |
| 3.6. Второе начало термодинамики  | 157 |
| 3.6.1. Обратимые и необратимые процессы   | 157 |
| 3.6.2. Термодинамическая вероятность. Энтропия  | 158 |
| 3.6.3. Тепловые машины и холодильные установки  | 161 |
| 4. Электростатика и постоянный ток  | 167 |
| 4.1. Электростатика   | 167 |
| 4.1.1. Электрический заряд. Закон Кулона  | 167 |
| 4.1.2. Электрическое поле   | 169 |
| 4.1.3. Силовые линии электрического поля. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса | 171 |
| 4.1.4. Работа и энергия электрического взаимодействия   | 176 |
| 4.1.5. Потенциал электрического поля  | 177 |

|   |     |
|---|-----|
| 4.2. Проводники и диэлектрики в электрическом поле .....                                  | 180 |
| 4.2.1. Электрическая индукция в проводниках .....   | 180 |
| 4.2.2. Поляризация диэлектриков .....   | 182 |
| 4.2.3. Электрическая ёмкость уединенного проводника.<br>Конденсаторы .....                | 185 |
| 4.2.4. Энергия электрического поля заряженного проводника<br>и конденсатора .....         | 189 |
| 4.2.5. Плотность энергии электрического поля .....  | 190 |
| 4.3. Постоянный ток .....   | 190 |
| 4.3.1. Электрический ток. Сила и плотность тока .....                                     | 190 |
| 4.3.2. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление и<br>электропроводность проводника ..... | 192 |
| 4.3.3. Источники тока. Закон Ома для замкнутой цепи .....                                 | 194 |
| 4.3.4. Работа и мощность постоянного тока .....   | 198 |
| Приложение 1 .....  | 200 |
| Приложение 2 .....  | 208 |

Петр Пантелеймонович Зольников  
Виктор Иванович Житенёв

Курс лекций по физике

Для специальности - профессиональное обучение

Редактор Л.И. Кузнецова  
Корректор С.И. Калинкина

Печатается по постановлению  
редакционно-издательского совета  
университета

Лицензия ЛР N 040328

---

Подписано в печать 30.05.97. Формат 60x84/16. Бумага писчая N 1.  
Усл. печ. л. 12,47. Уч.-изд. л. 14,23. Тираж 200 экз. Заказ 707

---

Издательство Уральского государственного профессионально-педагогического университета, Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.  
АООТ "Полиграфист". Екатеринбург, ул. Тургенева, 20.



