

7. Смолин Г. К., Смолин Я. Г., Саранулов Ф. Н. МГД-печи для композиционных сплавов // Физико-химические основы металлургических процессов: Тр. Всесоюз. конф. М., 1991.

8. Сидоров О. Ю., Смолин Г. К. Оценка энтальпии плавления железа методом цепной дроби // Физико-химические основы производства металлургических сплавов: Тр. Междунар. конф. Алма-Ата, 1990.

9. Сидоров О. Ю., Смолин Г. К. Взаимосвязь физико-химических свойств металлургических расплавов с характером их движения под действием внешних сил // Физико-химические основы металлургических процессов: Тр. Всесоюз. конф. М., 1991.

10. Сидоров О. Ю., Смолин Г. К., Саранулов Ф. Н. Влияние физико-химических свойств металлических расплавов на характер их движения в электромагнитном поле // Расплавы. 1993. № 1.

Г. К. Смолин, А. А. Шапуров

## **РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОДНОФАЗНОГО ПОГРУЖНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ОБРАБОТКИ РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА**

В металлургии достаточно часто применяют подогрев жидкого металла в ковше. При нагреве жидких металлов и сплавов с невысокой температурой плавления наиболее удачным представляется использование погружных нагревателей-перемешивателей индукционного типа, которые просты по конструкции и удобны в эксплуатации. Эскиз одного из вариантов такого индукционного устройства [1] представлен на рис. 1.

Устройство содержит электромагнитную систему, состоящую из полого цилиндрического магнитопровода с внутренней расточкой для размещения однофазной обмотки, внутреннего сердечника; в нижней части между магнитопроводом и сердечником до торца обмотки впрессована втулка со сквозными всасывающими осевыми отверстиями.

Устройство погружают в ковш с расплавленным металлом. При этом жидкий металл через сквозные осевые отверстия *б* заполняет кольцевой канал *1* (см. рис. 1). При включении обмотки в сеть переменного тока возбуждается пульсирующий магнитный поток, силовые линии которого, пронизывая радиально кольцевой канал *1*, замыкаются по магнитопроводу *3*, ферромагнитной втулке *5* и сердечнику *2*. В металле, находящемся в кольцевом ка-

нале 1, индуцируется ток, направленный азимутально вокруг сердечника 2. Взаимодействие азимутального тока и радиального магнитного потока приводит к возникновению электромагнитной силы, направленной аксиально от ферромагнитной втулки 5. Под действием электромагнитного напора, создаваемого электромагнитными силами, жидкий металл из ковша через отверстия 6 всасывается в канал 1 (см. рис. 1) и, одновременно подогреваясь в канале 1 протекающими в нем токами, снова подается в ковш.

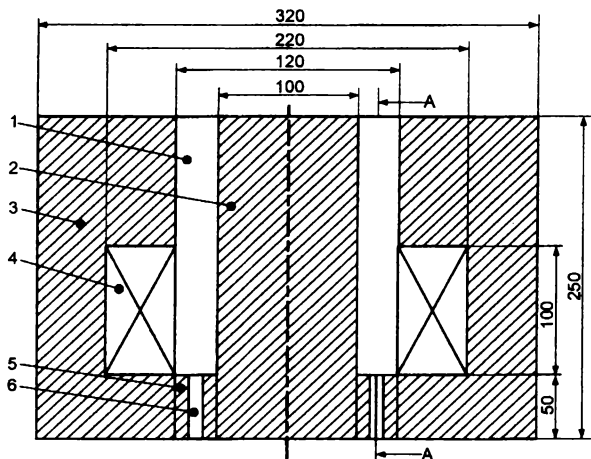


Рис. 1. Эскиз погружного нагревателя-перемешивателя:

- 1 – кольцевой канал; 2 – внутренний сердечник; 3 – цилиндрический магнитопровод;  
4 – однофазная обмотка; 5 – втулка; 6 – осевые отверстия

В таком МГД-устройстве взаимосвязанно протекают весьма сложные физические процессы. Система дифференциальных уравнений, которая описывает математически все эти процессы, весьма сложна для расчета. По этому дальнейший расчет проведен при некоторых упрощениях и допущениях, которые принципиально не изменяют физической сущности работы МГД-насоса.

*Основные допущения:*

1. Частицы жидкого металла в канале движутся с одинаковой постоянной скоростью, а сам металл характеризуется однородными изотропной проводимостью и плотностью.

2. Учитываются только токи проводимости, и не учитываются токи смещения и конвективные токи.

3. Не учитывается поляризация среды.

4. Плотность электрического тока в МГД-канале считается однокомпонентной, магнитное поле двухкомпонентно.

С учетом принятых допущений наиболее полно электромагнитное поле в исследуемом МГД-насосе можно описать системой уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \vec{B} &= \mu_a \vec{H}, \\ \vec{J} &= \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\vec{H}$  – вектор напряженности магнитного поля;  $\vec{B}$  – вектор индукции магнитного поля;  $\vec{E}$  – вектор индукции электрического поля;  $\vec{J}$  – вектор плотности электрического тока;  $\vec{V}$  – вектор скорости;  $\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость.

Поскольку конструкция насоса обладает осевой симметрией, то для дальнейшего расчета можно ввести расчетную схему, представленную на рис. 2.

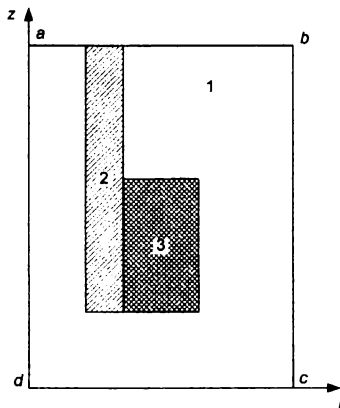


Рис. 2. Расчетная схема:

1 – цилиндрический магнитопровод; 2 – кольцевой канал; 3 – однофазная обмотка

На данном рисунке оси  $z$  и  $r$  отвечают аксиальной и радиальной осям насоса. Расчетная схема содержит 3 области. Область 1 представляет собой ферромагнитный сердечник с постоянной магнитной проницаемостью  $\mu_0$  и нулевой электрической проводимостью  $\sigma=0$ . Область 2 соответствует МГД-каналу с магнитной проницаемостью  $\mu_0$  и постоянной электрической проводимостью  $\sigma = \text{const}$ . Область 3 представляет токонесущую область однофазной обмотки возбуждения с плотностью тока  $J$ , магнитной проницаемостью  $\mu_0$  и нулевой электрической проводимостью  $\sigma=0$ .

Для данной расчетной схемы напряженность электрического  $E_\varphi$  поля имеет всего одну  $\varphi$ -ю составляющую, а напряженность магнитного  $H$  поля, как аксиальную  $H_z$ , так и радиальную  $H_r$  составляющие. Поскольку электромагнитное поле двумерное, то расчет целесообразней формировать относительно того компонента поля, который имеет только одну пространственную составляющую [2]. В качестве такого компонента лучше всего выбрать векторный магнитный потенциал  $A_\varphi$ , имеющий одну пространственную составляющую – азимутальную, связанный с индукцией уравнением

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}. \quad (2)$$

С учетом уравнения (2) в результате преобразований системы уравнений (1) можно получить для векторного потенциала магнитного поля скалярное дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} - \sigma V \mu_0 \frac{\partial A}{\partial z} - \sigma \mu_0 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} = -\mu_0 J. \quad (3)$$

Расчетная схема на рис. 2 включает три типа разных подобластей, в любой из которых уравнение (3) имеет свою форму записи.

В области 1:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} = 0; \quad (4)$$

в области 2:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} - \sigma V \mu_0 \frac{\partial A}{\partial z} - \sigma \mu_0 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} = 0; \quad (5)$$

в области 3:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} = -\mu_0 J. \quad (6)$$

Для решения системы уравнений (4) – (6) применительно к расчетной схеме, представленной на рис. 2, необходимо задать граничные условия. На границах  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ , граничные условия выбираются из условия отсутствия нормальной составляющей вектора индукции. Граница  $ad$  является осью симметрии, для данной границы должно выполняться следующее условие:  $\partial B_z / \partial r = 0$ . На внутренних границах расчетной схемы граничные условия формируются из условия непрерывности векторного магнитного потенциала  $A$  и тангенциальной составляющей напряженности  $H$  при переходе через границу областей [3].

Решение данной системы уравнений с заданными граничными условиями наиболее эффективно производить численным методом, а именно наиболее популярным сегодня методом конечных разностей. Для осуществления такого расчета была написана программа в системе *MATLAB*. Ниже представлены результаты расчета.

Расчет проводился при режиме питания обмотки от источника тока с амплитудным значением 250 А частотой 50 Гц. Число витков в обмотке – 50. При этом приняты следующие допущения: 1) материал магнитопровода – шихтованная электротехническая сталь с магнитной проницаемостью  $\mu=700\mu_0$ ; 2) объект воздействия – жидкий свинец.

Полученная картина направления вектора магнитной индукции в момент времени  $1/4$  периода представлена на рис. 3.

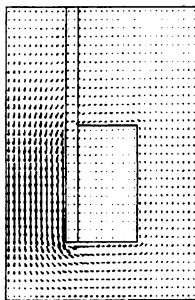


Рис. 3. Картина направления вектора магнитной индукции

На рис. 4, 5 показаны распределения по длине канала в сечении А – А комплексных амплитуд радиальной и аксиальной индукции.

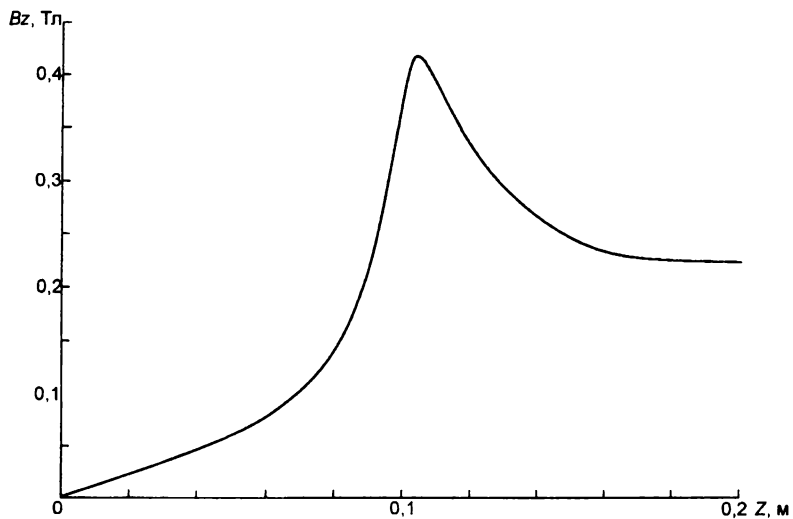


Рис. 4. Распределение по длине канала аксиальной компоненты индукции

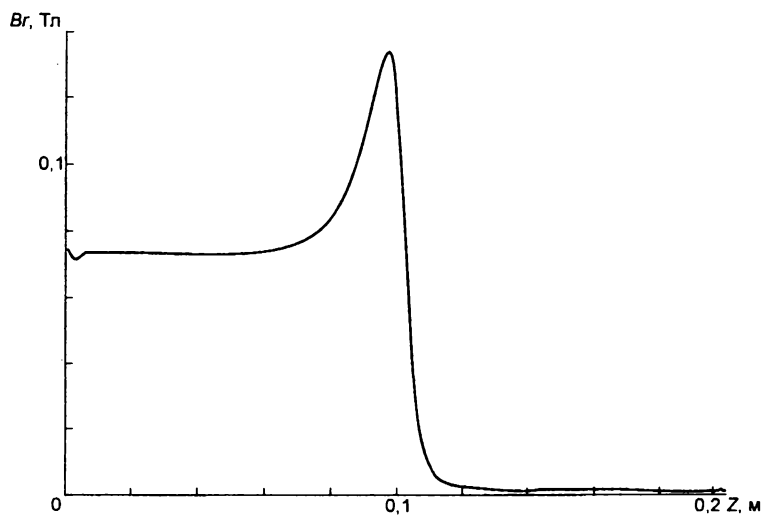


Рис. 5. Распределение по длине канала радиальной компоненты индукции

На рис. 6, 7 показаны рассчитанные распределения по длине канала в сечении А – А плотности аксиальной и радиальной электромагнитных сил.

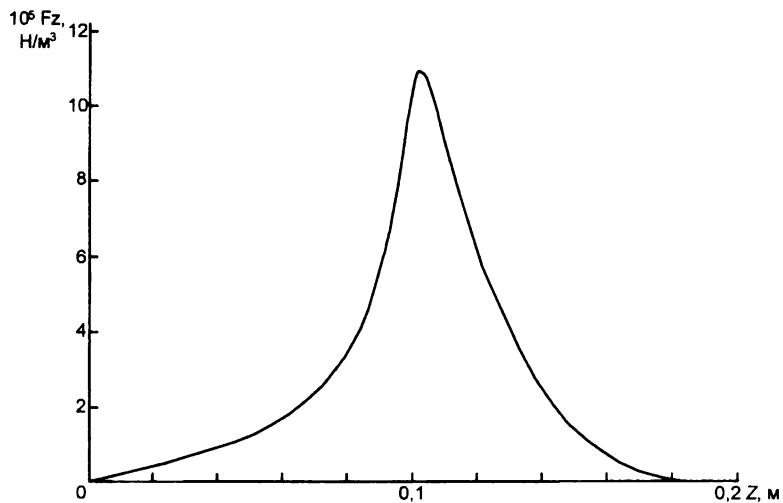


Рис. 6. Распределение по длине канала плотности аксиальной электромагнитной силы

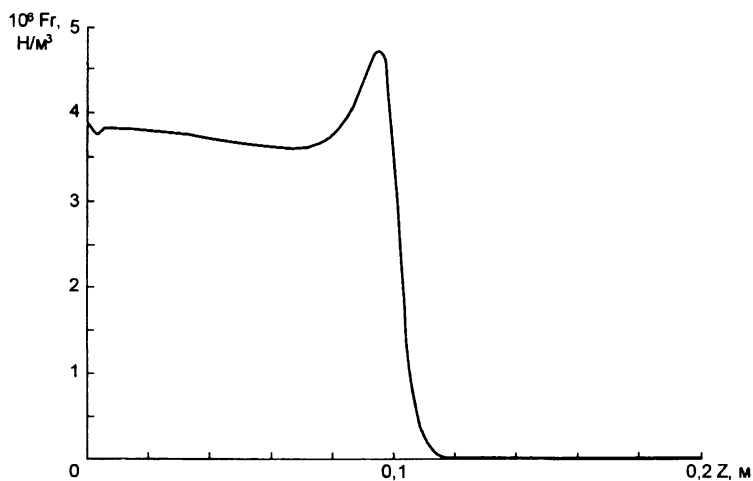


Рис. 7. Распределение по длине канала плотности радиальной электромагнитной силы

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

1. Электромагнитное поле в устройстве имеет сложную вихревую структуру.

2. Электромагнитные силы в канале имеют неоднородное распределение как по величине, так и по направлению, что вызовет возникновение вихревой составляющей скорости расплава, которая может несколько снизить эффективность устройства<sup>1</sup>.

### **Библиографический список**

1. А. с. 1612365 СССР, МКИ Н 02 К 44/00. Устройство для обработки расплавленного металла / Смолин Я. Г., Смолин Г. К. Опубл. 07.12.90, Бюл. № 45.

2. Немков В. С., Демидович В. Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. Л., 1988.

3. Саранулов Ф. Н., Саранулов С. Ф., Шымчак П. Математические модели линейных индукционных машин на основе схем замещения. Екатеринбург, 2001.

Г. А. Марьин, Г. К. Смолин,  
С. В. Федорова

## **МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ФУНКЦИОНАЛА В ПРИМЕНЕНИИ К ЗАДАЧАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Компьютеры способны решать качественно новые задачи, используя методы, не восходящие к традиции. К числу последних относятся численные методы непосредственной минимизации функционала. В применении к задачам электротехники подобные методы обнаруживают ряд преимуществ. Во-первых, они исходят из фундаментальных законов физики; во-вторых, достаточно просты для вычислений; в-третьих, получаемые результаты легко обозримы и имеют достаточно прозрачную физическую интерпретацию; в-четвертых, имеется возможность работать с неаналитическими функциями, и, наконец, в-пятых, отказ от использования зависи-

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 04-06-00464а).