

ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ МГД-НАСОС

Электромагнитное воздействие на металлические расплавы имеет пятидесятилетнюю историю, известен ряд МГД-устройств, но промышленность делает строгий отбор предложенных конструкций.

Применение МГД-устройств в промышленности включает перекачивание жидкометаллического теплоносителя в атомной энергетике, перемешивание, перекачивание, дозирование металлических расплавов в металлургии, литейном производстве, химической промышленности. Электромагнитное перемещение жидких металлов в сравнении с механическим имеет ряд преимуществ, в том числе бесшумность работы.

МГД-насос металлургического назначения должен удовлетворять требованиям, предъявляемым к металлургическому оборудованию, среди которых требование к конструкции МГД-канала.

Простейшим по конструкции типом МГД-насоса является МГД-насос постоянного тока, который вводится кондукционно в канал, имеющий форму параллелепипеда, с поперечным постоянным магнитным полем. Этот МГД-насос имеет ряд недостатков, главным из которых является наличие электродов для ввода тока в жидкий металл, которые в потоке химически активного жидкого металла быстро изнашиваются.

Этот недостаток, препятствующий внедрению насоса в металлургическую промышленность, устранен в МГД-насосах переменного тока, в которых ток в канале индуцируется переменным электромагнитным полем. МГД-насосы переменного тока подразделяется на два класса:

- с осциллирующим полем (в частности, меняющимся во времени по гармоническому закону);
- с бегущим вдоль оси (или вращающимся вокруг оси) полем.

Известны три типа МГД-насосов с бегущим вдоль оси полем: 1) насосы с плоским каналом и односторонним или двухсторонним индуктором; 2) насосы с каналом в виде трубы кольцевого сечения, внутри кото-

рого располагается или индуктор или сердечник; 3) насосы с каналом в виде трубы кругового сечения.

Возможности МГД-насосов 1-го и 2-го типов ограничены температурой 550 °С. МГД-насос 3-го типа можно применить при температурах 1000 °С и выше. Однако известные МГД-насосы этого типа малоэффективны из-за резкого уменьшения по радиусу от периферии к центру (до нуля) плотности аксиальной электромагнитной силы, в результате чего по центральной части канала жидкий металл движется в противоположном направлении и производительность МГД-насоса уменьшается на порядок.

Плоские МГД-насосы с односторонним индуктором выполняют из огнеупора в виде электромагнитных желобов. По желобу под углом 30° вверх движется металл, а шлак, на который электромагнитные силы не действуют, скатывается вниз и взаимодействует с жидким металлом, очищая его. При одностороннем индукторе поле не пронизывает слой жидкого металла, поэтому производительность таких МГД-каналов относительно мала.

В МГД-насосе с двухсторонним индуктором магнитный поток пронизывает слой жидкого металла, что приводит к увеличению электромагнитного напора. Однако недостатком этого устройства является поперечный краевой эффект (поперечные токи вынуждены замыкаться продольно, что приводит к созданию поперечных сил, вызывающих вихревое движение жидкого металла).

В МГД-насосе с цилиндрическим каналом кольцевого поперечного сечения токи замыкаются по кольцу, но аксиальный поток рассеяния большой. Этот недостаток устраняется, если в пространство вдоль оси канала поместить магнитный сердечник или индуктор. Такой МГД-насос близок к электромагнитному идеалу, но размещение магнитного сердечника (а еще проблемнее индуктора) в жидкометаллической среде с высокой температурой кардинально меняет оценку применимости такого МГД-насоса, в особенности в металлургии при высоких рабочих температурах.

Эти проблемы устраняются в МГД-насосах с таким же индуктором, как в предыдущем случае, но с каналом в виде круглой трубы, однако появляется, как отмечалось выше, новая проблема: зануление поперечной составляющей магнитного поля (и электромагнитных сил) по оси канала, что

на порядок уменьшает производительность насоса и делает его практически непригодным.

Сохранить достоинства и устранить принципиальные недостатки известных МГД-насосов удалось в новом классе линейно-вихревых МГД-машин.

Основная конструкция линейно-вихревого МГД-насоса включает канал в виде круглой трубы (из огнеупора) и индуктор с магнитопроводом, имеющий многофазную (обычно шестифазную) обмотку, выполненную в виде трубчатых токоведущих спиралей, к средним виткам которых присоединены токоподводы, а к входу и выходу – устройство для циркуляции хладагента. Обмотка индуктора снабжена ферромагнитными трубчатыми спиральями, размещенными между токоведущими спиральями. Вход и выход ферромагнитных спиралей гидравлически соединены между собой посредством коллекторов, установленных с торцов индуктора, и размещенного между ними радиатора. В качестве хладагентов для токоведущих спиралей использована токопроводящая жидкость, для ферромагнитных спиралей – ферромагнитная жидкость. Вариант МГД-устройства: токоведущие спирали выполнены из ферромагнитной трубки со стенкой, обращенной к каналу, из проводникового материала, а в качестве хладагента использована ферромагнитная жидкость.

При подаче на обмотку шестифазного напряжения (от трехфазной сети) в канале индуцируется поле, диаметрально пронизывающее канал с жидким металлом. Это поле вращается и одновременно движется поступательно вдоль оси, производя вращение и аксиальную накачку жидкого металла. Это устройство является идеальным, если при перекачке металла требуется его перемешивание. Производительность этого насоса на порядок выше, чем его прототипа. Это открывает большие потенциальные возможности для создания цилиндрического линейно-вихревого индукционного насоса с каналом в виде круглой трубы из огнеупора.

Структура линейно-вихревого насоса предполагает относительно большой воздушный зазор для размещения МГД-канала, который требует большой магнитодвижущей силы для образования магнитного потока, необходимого для создания электромагнитного напора. А для этого требуются большие токи (несколько тысяч ампер при напряжении несколько вольт), что влечет за собой необходимость усиленного охлаждения обмо-

ток. Обмотки можно выполнить в виде медных трубчатых змеевиков, а охлаждение осуществлять водой из водопровода.

Конструкция магнитопровода должна обеспечивать замыкание магнитных потоков в плоскостях, перпендикулярных оси насоса. Тогда аксиальные межполюсные потоки рассеяния, силовые линии которых расположены в плоскостях, проходящих через ось канала, будут существенно ослаблены, а следовательно, будут ослаблены и наводимые ими вихревые токи, приводящие к потерям энергии и нагреву ферромагнитных пластин. Для подавления вихревых токов требуются дополнительные меры, например, радиальные прорезы в ферромагнитных пластинах.

Проанализируем процессы, протекающие в линейно-вихревой МГД-машине с цилиндрическим каналом и винтовой обмоткой [1–6]. В среде при ее движении относительно магнитного поля возникают электрическое поле и ЭДС движения. Если среда электропроводящая (жидкий металл, электролит и т. д.) и существует электрическая цепь, то в среде образуются электрические токи. Эти токи создают собственное поле, которое, накладываясь на первичное поле, изменяет его. Относительное влияние движения среды на первичное поле возбуждения характеризуется безразмерным параметром – магнитным числом Рейнольдса (R_m).

При изменении магнитного поля во времени в электропроводящей среде также возникают токи, которые создают собственное магнитное поле, которое также деформирует первоначальное магнитное поле.

Суперпозиция этих магнитных полей и есть результирующее магнитное поле в МГД-машине.

При взаимодействии токов с результирующим полем в среде создаются объемные электромагнитные силы, возмущающие первоначальное движение этой среды (влияние поля на движение). В результате получается сложное взаимодействие среды с магнитным полем.

Поле скоростей считается заданным. Фундаментальной частью исследования является отыскание магнитных полей. Затем находятся локальные и интегральные параметры МГД-канала, а на их основе в результате анализа схем замещения определяются электроэнергетические характеристики МГД-машины.

Рассматриваются стационарные процессы.

Первоначальное магнитное поле изменяется во времени по гармоническому закону, так как индуктор включается в сеть с синусоидальным напряжением.

Токи и другие электромагнитные величины изменяются во времени также по гармоническому закону, так как рабочая точка находится на линейном участке характеристики намагничивания.

Магнитным сопротивлением стальных участков пренебрегаем по сравнению с магнитным сопротивлением других участков.

Удельная электропроводность изотропна по объему канала, так как среда имеет большую теплоемкость и высокую температуропроводность.

Компоненты скорости жидкого металла вдоль канала не изменяются, что обеспечивается постоянством поперечного сечения канала и несжимаемостью среды.

Исходная система уравнений для описания течения металлического расплава в магнитном поле при этих допущениях имеет вид

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \bar{B} &= \mu_0 \cdot \bar{j}; \\
 \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \\
 \bar{j} &= \sigma \left[\bar{E} + [\bar{V} \cdot \bar{B}] \right]; \\
 \operatorname{div} \bar{B} &= 0; \\
 \operatorname{div} \bar{j} &= 0; \\
 \bar{B} &= \mu_0 \bar{H}; \\
 \operatorname{grad} p &= [\bar{j} \cdot \bar{B}]; \\
 W &= -\int_S \bar{\Pi} dS = -\int_S [\bar{E} \times \bar{H}] dS.
 \end{aligned} \tag{1}$$

При заданных в необходимом количестве граничных условиях системы уравнений (1) достаточно для определения векторных и скалярных полей и последующего расчета энергетических характеристик МГД-машины.

Так как физические величины, характеризующие поля, изменяются во времени по гармоническому закону, то в уравнениях системы (1) целесообразнее перейти к комплексным амплитудам векторов полей [6]:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \cdot \vec{j}; \\
 \operatorname{rot} \vec{E} &= -i \cdot \omega \cdot \vec{B}; \\
 \vec{j} &= \sigma \left[\vec{E} + [\vec{V} \times \vec{B}] \right]; \\
 \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\
 \vec{B} &= \mu_0 \cdot \vec{H}; \\
 \operatorname{div} \vec{j} &= 0; \\
 \operatorname{grad} p &= \left[0, 5 \vec{j} \cdot \vec{B} \right];
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$W = P + iQ = -\oint_S \vec{j} dS = -\int_S \left[0, 5 \vec{E} \cdot \vec{H} \right] d\vec{S}.$$

Для обобщения результатов анализа физических процессов в МГД-насосе воспользуемся способом относительных единиц записи параметров исследуемых процессов и выразим все параметры в долях от базисных величин, выбранных в соответствии с π -теоремой теории подобия. В качестве характерного линейного размера и базисной величины для координат выбираем длину канала L , для индукции – амплитуду индукции B_δ , которая имеет место в зазоре при отсутствии в нем канала, причем вектор \vec{B}_δ совмещен на временной векторной диаграмме с действительной осью, т. е.

$$B_\delta = B_m \cdot \cos \omega t = \operatorname{Re} \left[B_m e^{i\omega t} \right],$$

и фазы всех меняющихся во времени гармонических величин определяются относительно вектора \vec{B}_δ . Базисные величины для площадей, объемов каналов, напряженностей магнитного и электрического полей, плотности

тока, мощности, вектора Пойнтинга, плотности объемной электромагнитной силы, полной электромагнитной силы и давления соответственно будут равны:

$$S_{\delta} = \pi L^2; \quad V_{\delta} = S_{\delta} L; \quad H_{\delta} = \frac{1}{\mu_0} B_{\delta}; \quad E_{\delta} = \omega B_{\delta} L;$$

$$j_{\delta} = \delta \omega L B_{\delta}; \quad P_{\delta} = \frac{\omega B_{\delta}^2}{2\mu_0} \cdot V_{\delta}; \quad \Pi_{\delta} = \frac{\omega B_{\delta}^2 L}{2\mu_0};$$

$$f_{\delta} = \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0 L}; \quad F_{\delta} = f_{\delta} \cdot V_{\delta}; \quad P_{\delta} = \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0}.$$

Система уравнений (2) в относительных единицах принимает вид

$$r \tilde{\partial} t \dot{\vec{B}} = 2\lambda^2 \dot{\vec{j}}, \quad (3)$$

$$r \tilde{\partial} t \dot{\vec{E}} = -i \dot{\vec{B}}, \quad (4)$$

$$\dot{\vec{j}} = \dot{\vec{E}} + \frac{1}{2\lambda^2} \bar{R}_m \cdot \vec{B}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \dot{\vec{B}} = 0, \quad (6)$$

$$\dot{\vec{B}} = \dot{\vec{H}}, \quad (7)$$

$$d\tilde{\operatorname{iv}} \dot{\vec{j}} = 0, \quad (8)$$

$$\operatorname{grad} \tilde{p} = 2\lambda^2 \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{j}} \cdot \dot{\vec{B}} \right], \quad (9)$$

$$W = P + iQ = -\oint_S \tilde{\Pi} d\tilde{S} = \oint_S \left[\dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{B}} \right] d\tilde{S}, \quad (10)$$

где λ – величина, обратная относительной толщине скинслоя

$$\left(\lambda = \frac{L}{\Delta} = \tilde{\Delta}^{-1} \right).$$

Из уравнений (3)–(10) выведем закон сохранения энергии для канала МГД-машины:

$$W = P + iQ = -\oint_S \tilde{\Gamma} d\tilde{S} = i \int_V \left| \dot{\tilde{B}} \right|^2 dV + 2\lambda^2 \int_V \left| \dot{j} \right|^2 dV + \int_V R_m \left[\dot{j} \cdot \dot{\tilde{B}} \right] dV. \quad (11)$$

Правая часть (11) включает:

- реактивную мощность, необходимую для создания магнитного поля в канале:

$$Q_\omega = \int_V B^2 dV; \quad (12)$$

- электрическую мощность, расходуемую на нагрев жидкого металла токами, индуцируемыми в жидком металле канала:

$$P_\omega = 2\lambda^2 \int_V j^2 dV; \quad (13)$$

- механическую мощность потока жидкого металла:

$$S_{ж.м} = \int_V R_m \left[\dot{j} \cdot \dot{\tilde{B}} \right] dV. \quad (14)$$

Активная составляющая механической мощности (14) затрачивается на изменение кинетической и потенциальной энергии струи (на изменение скорости, подъем на высоту), а также на преодоление гидравлического сопротивления

$$Re[S_{ж.м}] = Re \int_V R_m \left[\dot{j} \cdot \dot{\tilde{B}} \right] dV_2 = P_{ж.м}, \quad (15)$$

а реактивная составляющая – на создание колебаний в жидком металле от знакопеременной компоненты электромагнитной силы

$$J_m[S_{ж.м}] = J_m \int_V R_m \left[\ddot{j} \cdot \ddot{\tilde{B}} \right] dV = Q_m. \quad (16)$$

Коэффициент мощности канала определяется выражением

$$\cos \varphi = P \left(P^2 + Q^2 \right)^{-0.5}. \quad (17)$$

Коэффициент полезного действия канала МГД-насоса металлургического назначения близок к 100%, так как компоненты активных мощностей являются полезными.

В канале линейно-вихревой МГД-машины, выполненном в виде трубы кругового сечения из огнеупорного материала, жидкий металл нагнетается электромагнитным винтом, создаваемым токовой нагрузкой

$$I = I_m \cdot \cos(\omega t - \alpha z - \varphi),$$

где z, φ – осевая и азимутальная координаты цилиндрической системы координат r, φ, z ($r \geq 0$); t – время; ω – угловая частота, $\alpha = \frac{\pi}{\tau_z}$ (τ_z – полюсное деление вдоль оси).

Вектор \vec{j}_i плотности тока, текущего по проводникам, уложенным по винту с углом укладки $\beta = \arctg \frac{iZ}{\tau_\varphi}$, где τ_φ – полюсное деление по азимуту, можно разложить на аксиальную и азимутальную составляющие:

$$\begin{aligned} j_{zi} &= j_i \sin \beta = j_i \frac{\tau_z}{\sqrt{\tau_\varphi^2 + \tau_z^2}}; \\ j_{\varphi i} &= j_i \cos \beta = j_i \frac{\tau_\varphi}{\sqrt{\tau_z^2 + \tau_\varphi^2}}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $i \in \{A, B, C, x, y, z\}$ – фазы электрической сети.

Каждая пара $\left\{ \left(\dot{\vec{j}}_A, \dot{\vec{j}}_x \right); \left(\dot{\vec{j}}_B, \dot{\vec{j}}_y \right); \left(\dot{\vec{j}}_C, \dot{\vec{j}}_z \right) \right\}$ противоположно текущих токов создает волну магнитной индукции, пульсирующую во времени и распределенную в пространстве (по окружности и вдоль канала) по гармоническому закону

$$\begin{aligned} B_A &= B_m \sin \omega t \cos \left(\frac{2\pi}{T_{\text{по}}} Z \right); \\ B_B &= B_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{2\pi}{T_{\text{по}}} Z - \frac{2\pi}{3} \right); \end{aligned} \quad (19)$$

$$B_C = B_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{\text{пф}}} Z + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Три гармонических пульсирующих поля, сдвинутые в пространстве и во времени друг относительно друга на $\frac{2\pi}{3}$, составляют гармоническое поле, вращающееся по окружности расточки статора и бегущее вдоль его оси:

$$B_{\Sigma} = B_A + B_B + B_C = \frac{3}{2} B_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi Z}{T_{\text{пф}}}\right). \quad (20)$$

Амплитуда этого поля в 1,5 раза больше амплитуды каждого из пульсирующих полей.

Поле вращается с угловой частотой $\omega = \frac{2\pi}{P_{\phi}} \cdot f$.

Линейная скорость движения поля по окружности расточки статора

$$V_{\phi} = \frac{\pi D f}{P_{\phi}} = \pi D n_1,$$

где P_{ϕ} – число пар полюсов азимутальное; $n_1 = \frac{f}{P_{\phi}}$ – угловая скорость вращения поля, об/с.

Скорость движения поля по оси составляет

$$V_z = 2\tau_z f = \frac{\omega \tau_z}{\pi}.$$

Скольжение s жидкого металла имеет компоненты по азимуту и по оси:

$$s_{\phi} = \frac{V_{\phi} - V_{m\phi}}{V_{\phi}} = 1 - \tilde{V}_{m\phi};$$

$$s_z = \frac{V_z - V_{mz}}{V_z} = 1 - \tilde{V}_z.$$

Отсюда вращательная и поступательная скорости жидкого металла по каналу равны:

$$V_{m\phi} = \frac{\pi D f (1 - s_{\phi})}{P_{\phi}}; \quad (21)$$

$$V_{mz} = 2\tau_z f (1 - s_z). \quad (22)$$

Если с помощью внешних сил привести жидкий металл в движение в направлении бегущего магнитного поля со скоростью $V_{m\phi} > V_{\rho}$, $V_{mz} > V_z$, то МГД-машина перейдет в генераторный режим работы и будет отдавать электрическую энергию в сеть; скольжение при этом – отрицательное.

Скорость по сечению канала считаем постоянной, поскольку течение является турбулентным, а также потому, что электромагнитные силы стремятся выровнять профиль скорости жидкости по радиусу канала, так как электромагнитные силы пропорциональны скольжению, и «отстающие» частицы металла будут «подгоняться» бегущим магнитным полем. Это допущение позволяет решать задачи в «электродинамическом» приближении, при этом считается, что поток жидкости движется по каналу как твердое тело.

В первом приближении можно принять, что на гидравлические потери напора и мощности объемные электромагнитные силы не влияют, и поэтому указанные потери можно рассчитывать по формулам обычной гидравлики и затем учитывать величину этих потерь в общем балансе мощностей и напора, подобно тому, как учитываются потери на трение в обычных электрических машинах.

По сравнению с обычными электрическими машинами в МГД-машине значительно больше немагнитный зазор, поэтому существенное значение имеет неравномерность магнитного поля по его поперечному сечению. В связи с этим необходимо создание значительно больших линейных токовых нагрузок, что требует применения глубоких и широких пазов. В слое жидкого металла канала индуктируются переменные токи, поэтому в нем возникает поверхностный эффект в распределении токов – токи «отжимаются» по толщине слоя на периферию (толщинный эффект). Так как по внутренним слоям жидкого металла проходят минимальные токи, то эффективность работы канала снижается. Намагничивающая составляющая

первичного тока и соответствующие потери из-за большего зазора увеличены. Скольжение жидкого металла и вторичные электрические потери в МГД-машине больше, так как удельное электросопротивление жидкого металла больше, чем меди или алюминия. Поэтому выбор оптимальных размеров и геометрических соотношений в МГД-машине требует самостоятельного анализа, существенно отличающегося от анализа обычных электрических машин.

В зависимости от относительной скорости жидкого металла линейно-вихревая МГД-машина работает в следующих режимах:

- насосном при $s \in [1; 0[$, $\tilde{n}_m \in [0; 1[$;
- генераторном при $s \in [0; -\infty[$, $\tilde{n}_m \in [n; +\infty[$;
- в режиме электромагнитного тормоза при $s \in [1; \infty[$, $\tilde{n}_m \in [0; -\infty[$.

Наводимые в канале ЭДС и токи имеют частоту, отличающуюся от частоты питающей сети $f_k = f \cdot s$.

Магнитодвижущая сила (МДС) фазы обмотки имеет форму прямоугольника, ее амплитуда составляет

$$F_M = \frac{\sqrt{2}}{2} I,$$

мгновенное значение –

$$F = \frac{\sqrt{2}}{2} I \sin \omega t, \quad (23)$$

где I – эффективное значение тока.

При разложении кривой МДС в ряд Фурье амплитуда ее основной гармоники

$$F = 0,9I. \quad (24)$$

Магнитный поток Φ МГД-машины включает поток статора, состоящий из полезного потока Φ_1 и потока рассеяния Φ_{S1} , и поток, созданный токами, протекающими по каналу, содержащий полезный поток Φ_2 и поток рассеяния Φ_{S2} .

Поток Φ определяется геометрической суммой ампервитков статора и канала. Поток рассеяния Φ_{S1} и Φ_{S2} прямо пропорциональны соответ-

венно току статора и канала. Эти потоки ухудшают характеристики МГД-устройства (понижают его коэффициент мощности).

Поток рассеяния статора Φ_{s1} пульсирует с частотой сети f , а поток рассеяния канала Φ_{s1} – с частотой скольжения $f_k = sf$.

Поток Φ вращается с синхронной скоростью, соответствующей частоте сети f и числу пар полюсов P_ϕ , а также движется вдоль оси канала со скоростью, определяемой частотой сети и величиной осевого полюсного сечения τ_2 .

При неподвижном металле в канале МГД-насос подобен трансформатору с зазором в магнитной цепи и с короткозамкнутой вторичной обмоткой: поток Φ , пронизывая канал, наводит в нем ЭДС, под действием которой в жидком металле течет ток, который, взаимодействуя с магнитным потоком, приводит жидкий металл в движение, направленное в сторону движения поля.

Потери энергии в МГД-устройстве имеют следующие составляющие.

Потери холостого хода (не изменяющиеся при изменении нагрузки), включающие потери на гистерезис и на вихревые токи, а также «добавочные» (от зубцовых гармоник) потери в железе статора.

Нагрузочные потери (изменяющиеся при изменении нагрузки), включают потери на джоулево тепло в обмотке статора и в жидком металле канала, а также потери, связанные с охлаждением МГД-устройства.

Запуск МГД-устройства может быть осуществлен по методу пересоединения фаз статора со звезды на треугольник, при этом удается понизить пусковой ток примерно в три раза. Однако при использовании этого метода (как и метода автотрансформатора) уменьшается начальный напор.

Основная гармоника МДС выражается зависимостью

$$F = F_m \cos(\omega t - \alpha z - \varphi). \quad (25)$$

Мгновенные значения компонентов индукции магнитного поля в комплексной форме при этом имеют вид

$$B_k = \operatorname{Re} \left[\dot{B}_{mk} e^{i(\omega t - \alpha z - \varphi)} \right]. \quad (26)$$

Здесь

$$\dot{B}_{mk} = f(r), \quad (27)$$

$$k \in \{r, \varphi, z\}.$$

Задача решается в электродинамическом приближении, поэтому

$$\bar{V} = \bar{V}(0, V_\varphi, V_z);$$

$$V_r = 0; V_\varphi = \omega r(1 - s_\varphi); V_z = \omega(1 - s_z)\alpha^{-1}.$$

Система уравнений (3)–(8) при этом сводится к векторному уравнению

$$\Delta \bar{B} = \mu_0 \sigma \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - B_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \bar{1}_\varphi + \frac{1}{r} V_\varphi \frac{\partial \bar{B}}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial \bar{B}}{\partial z} \right). \quad (28)$$

Левая часть уравнения (28) – лапласиан векторной функции – в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta \bar{B} = & \left\{ \nabla^2 B_r - \frac{1}{r^2} \left(B_r + 2 \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right\} \bar{1}_r + \\ & + \left\{ \nabla^2 B_\varphi - \frac{1}{r^2} \left(B_\varphi - 2 \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} \right) \right\} \bar{1}_\varphi + \nabla^2 B_z \bar{1}_z, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\nabla^2 B_k = \Delta B_k = \frac{\partial^2 B_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial B_k}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 B_k}{\partial z^2}, \quad k \in \{r, \varphi, z\}. \quad (30)$$

Правая часть уравнения (28) в проекциях на ось цилиндрической системы координат имеет вид

$$\begin{aligned} & \mu_0 \sigma \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - B_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \bar{1}_\varphi + \frac{1}{r} V_\varphi \frac{\partial \bar{B}}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial \bar{B}}{\partial z} \right) = \\ & = \mu_0 \sigma \left[\left(\frac{\partial B_r}{\partial t} + \frac{1}{r} V_\varphi \frac{\partial B}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial B_r}{\partial z} \right) \bar{1}_r + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} - B_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} V_\varphi \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} \right) \bar{1}_\varphi + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{1}{r} V_\varphi \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \bar{1}_z \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

С учетом (29)–(31), считая, что $s_\varphi = I$, $s_z = s$, векторное уравнение (28) сводится к системе трех скалярных уравнений:

$$\begin{aligned} R^2 \frac{\partial^2 B_r}{\partial R^2} + R \frac{\partial B_r}{\partial R} - (2 + R^2) B_r &= -2iB_\varphi, \\ R^2 \frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial R^2} + R \frac{\partial B_\varphi}{\partial R} - (2 + R^2) B_\varphi &= 2iB_r, \\ R^2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial R^2} + R \frac{\partial B_z}{\partial R} - (1 + R^2) B_z &= 0, \end{aligned} \quad (32)$$

где $R = \lambda \cdot r$, $\lambda = \sqrt{\alpha^2 + i\mu_0 \omega s}$.

Решение системы (32) имеет вид

$$B_r = C_1 I_0(R) + C_1' K_0(R) + C_2 I_2(R) + C_2' K_2(R), \quad (33)$$

$$B_\varphi = C_3 I_0(R) + C_3' K_0(R) + C_4 I_2(R) + C_4' K_2(R), \quad (34)$$

$$B_z = C_5 I_1(R) + C_5' K_1(R), \quad (35)$$

где $I_0(R)$, $I_1(R)$, $I_2(R)$ – модифицированные Бесселевы функции первого, а $K_0(R)$, $K_1(R)$, $K_2(R)$ – второго рода соответствующих порядков; $C_1, C_1', \dots, C_5, C_5'$ – постоянные интегрирования.

Функции $K_0(R)$, $K_1(R)$, $K_2(R)$ при $R=0$ (на оси канала) обращаются в бесконечность, а так как составляющие поля конечны, то

$$C_1' = C_2' = C_3' = C_4' = C_5' = 0.$$

Остальные константы определяются из граничных условий с использованием уравнения (5):

$$C_1 = \frac{i\alpha I_m \cos \gamma (1 + M)}{2\lambda I_1(R_1)},$$

$$C_2 = \frac{i\alpha I_m \cos \gamma (1 - M)}{2\lambda I_1(R_1)}.$$

$$C_3 = \frac{\alpha I_m \cos \gamma (1 + M)}{2\lambda I_1(R_1)},$$

$$C_4 = \frac{\alpha I_m \cos \gamma (M - 1)}{2\lambda I_1(R_1)},$$

$$C_5 = \frac{I_m \cos \gamma}{I_1(R_1)},$$

где $R_1 = \lambda \cdot r_1$ (r_1 – радиус расточки статора).

$$M = iR_m \operatorname{ctg} \gamma I(R_1) [R_1 I_0(R_1) - I_1(R_1)]^{-1},$$

$$R_m = \mu_0 \sigma \omega s r_1,$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\pi r_1}{\tau_z}.$$

При этом выражения комплексных амплитуд компонентов вектора магнитной индукции принимают следующий вид:

$$B_r = i\alpha I_m \cos \gamma [I_0 R - I_1(R)(1 - M)R^{-1}] \cdot [\lambda I_1(R_1)]^{-1}, \quad (36)$$

$$B_\varphi = \alpha I_m \cos \gamma [(1 + M)I_0(R) + I_1(R)(1 - M)R^{-1}] \cdot [\lambda I_1(R_1)]^{-1}, \quad (37)$$

$$B_z = I_m \cos \gamma I_1(R) [I_1(R_1)]^{-1}. \quad (38)$$

Их распределение по радиусу канала приведено на рис. 1.

Компоненты плотности тока $\vec{j}(j_r, j_\varphi, j_z)$ в канале определяются из уравнения (3), их комплексы рассчитываются по формулам:

$$j_r = i\alpha^2 I_m \cos \gamma \left[M I_0(R) - \left(M + \frac{iR_m}{R_1^2} \right) I_m(R) R^{-1} \right] \cdot [\lambda I_1(R)]^{-1}, \quad (39)$$

$$j_\varphi = \alpha^2 I_m \cos \gamma \left[\left(M + \frac{iR_m}{R_1^2} \right) I_1(R) R^{-1} \right] \cdot [\lambda I_1(R_1)]^{-1}, \quad (40)$$

$$j_z = \alpha I_m \cos \gamma M I_1(R) [I_1(R_1)]^{-1}. \quad (41)$$

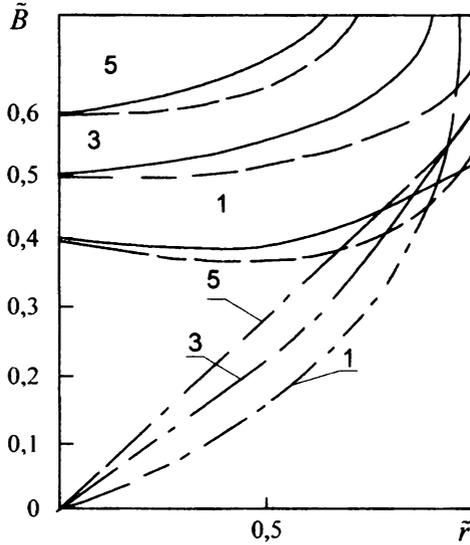


Рис. 1. Распределение по радиусу канала компонентов индукции при $R_m \in \{1, 3, 5\}$:

\tilde{B}_r – сплошные линии; \tilde{B}_ϕ – пунктирные линии; \tilde{B}_z – штрихпунктирные линии

Распределение компонентов плотности тока по радиусу канала приведено на рис. 2.

По найденным компонентам поля и тока вычисляются усредненные по времени компоненты объемной плотности электромагнитных сил:

$$f_r = 0,5 Re \left(j_\phi \dot{B}_z - j_z \dot{B}_\phi \right), \quad (42)$$

$$f_\phi = 0,5 Re \left(j_z \dot{B}_r - j_r \dot{B}_z \right), \quad (43)$$

$$f_z = 0,5 Re \left(j_r \dot{B}_\phi - j_\phi \dot{B}_r \right). \quad (44)$$

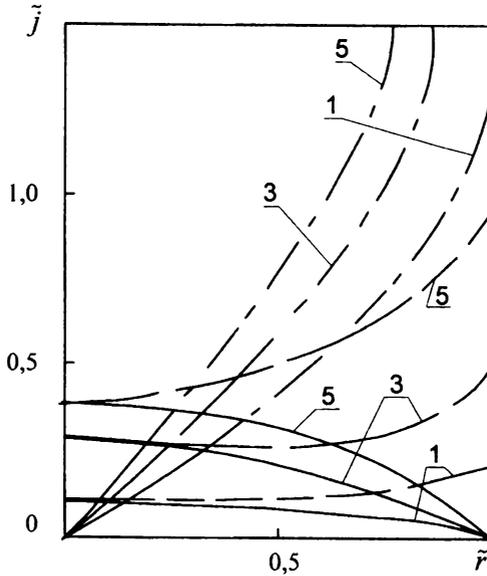


Рис. 2. Распределение по радиусу канала компонентов плотности тока при $R_m \in \{1, 3, 5\}$:
 \tilde{j}_r – сплошные линии; \tilde{j}_φ – пунктирные линии; \tilde{j}_z – штрихпунктирные линии

Их распределение по радиусу канала приведено на рис. 3. Аксиальная компонента практически одинакова по сечению канала.

Радиальная сила направлена к оси канала и сжимает поток жидкого металла, благодаря чему металл не касается стенок канала. Тангенциальная сила приводит металл во вращательное движение, аксиальная – заставляет металл двигаться вдоль канала.

Электромагнитный напор, создаваемый в канале МГД-насоса, составляет

$$\Delta \bar{p} = \frac{4P_z \tau_z}{r_1^2} \int_0^r \tilde{j}_z r dr \quad (45)$$

и зависит от калибра канала (рис. 4).

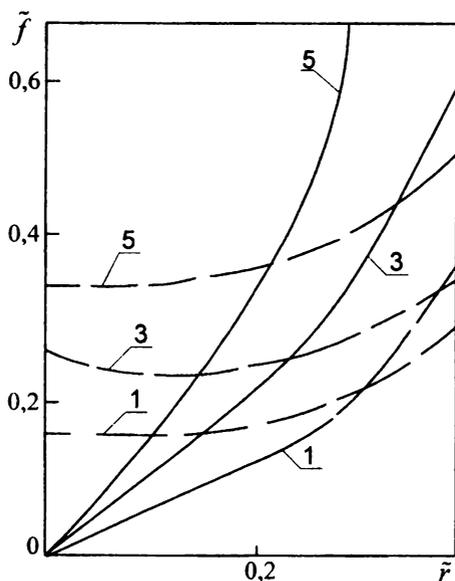


Рис. 3. Распределение по радиусу канала компонентов электромагнитной силы при $\gamma = 45^\circ$, $R_m \in \{1, 3, 5\}$:

\tilde{f}_φ – сплошные линии; \tilde{f}_z – пунктирные линии

Предложенные нами МГД-машины содержат винтовой индуктор из трубчатого материала. Такой индуктор является наиболее простым по конструкции, может интенсивно охлаждаться прокачиваемым хладагентом. Последнее обстоятельство позволяет использовать индуктор при высоких температурах, а также создавать с его помощью магнитные поля большой напряженности, что, в свою очередь, позволяет делать МГД-каналы с большими поперечными геометрическими размерами. При этом появляется возможность выполнять стенку канала большего размера, т. е. применять огнеупорный материал. В результате этого предложенные МГД-машины способны работать с высокотемпературными и агрессивными металлическими расплавами, т. е. отвечают условиям работы на предприятиях по производству и переработке цветных и черных металлов.

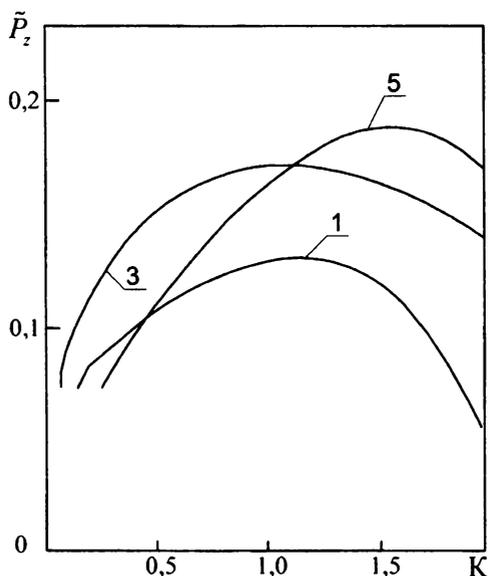


Рис. 4. Зависимость электромагнитного напора от калибра канала при $R_m \in \{1, 3, 5\}$

Индукционные линейно-вихревые МГД-машины можно применять в качестве: МГД-насосов для перекачки металлических расплавов; МГД-трамбовки для уплотнения металла и удаления из него инородных включений; МГД-мешалки для перемешивания металлических расплавов с реагентами; МГД-устройства для обработки (нагрева, перемешивания, перекачивания и т. д.) металлических расплавов; МГД-сепаратора для разделения или смешивания различных металлов и других компонентов; МГД-желоба для транспортировки и технологической обработки металлических расплавов; МГД-стопора; МГД-печи и т. д. Формы каналов этих устройств могут быть различными: плоскими, сферическими, полусферическими, конусными, полуцилиндрическими и т. д.

Анализ результатов исследования показал, что при значениях калибра канала $K \leq 1$ рассмотренные линейно-вихревые МГД-устройства имеют значительные преимущества по основным характеристикам в сравнении с известными МГД-устройствами. С увеличением калибра увеличива-

ется затухание аксиального компонента электромагнитной силы по радиусу канала и при калибрах канала $K \gg 1$ характеристики предложенного МГД-устройства становятся такими же, как у известных МГД-устройств.

Усиление электромагнитного напора у предложенных МГД-устройств более ощутимо с увеличением толщины токонепроводящей стенки МГД-канала. Поэтому эти устройства незаменимы при перекачке высокотемпературных и агрессивных металлических расплавов (алюминия, цинка, черных металлов).

Гидравлические характеристики канала рассмотренных линейно-вихревых МГД-устройств при азимутальном скольжении, равном единице, такие же, как у известных МГД-устройств. В МГД-устройствах, в которых $S\varphi < 1$, жидкий металл, перемещаясь вдоль канала, вращается в нем, что приводит к перемешиванию металла.

Затраты энергии на вращение металла полезны, так как перемешивание является необходимой операцией в технологическом процессе переработки металлического расплава.

Предложенные МГД-устройства составляют новый класс линейно-вихревых МГД-устройств, предназначенных для работы в жестких условиях металлургического производства и имеющих ряд достоинств в сравнении с известными МГД-устройствами. Это новое направление в МГД-технике не исчерпано и является, по нашему мнению, благодатной почвой для изобретателей и исследователей, работающих в области инновационной прикладной магнитной гидродинамики.

Библиографический список

1. А. с. СССР SU № 170070 А1, М. кл. Н 02 К 44/06. Индукционный насос / *Г. К. Смолин, В. А. Бегалов, Я. Г. Смолин*. Оpubл. 23.12.91, Бюл. № 47.
2. А. с. СССР SU № 1033833 А, М. кл. F27D 11/06. Индукционная печь / *Г. К. Смолин*. Оpubл. 07.08.83, Бюл. № 29.
3. А. с. СССР SU № 1183810 А, М. кл. F27D 11/06. Индукционная печь / *Г. К. Смолин*. Оpubл. 07.10.85, Бюл. № 37.
4. А. с. СССР SU № 1053228 А, М. кл. Н02К 15/04. Способ изготовления обмотки индукционной машины / *Г. К. Смолин, Ю. А. Савельев*. Оpubл. 07.11.83, Бюл. № 41.

5. Смолин Г. К. Системы транспортных и линейно-вихревых асинхронных МГД-устройств: Автореф. ... дис. д-ра техн. наук. Екатеринбург, 1992.

6. Смолин Г. К., Федорова С. В. МГД-насос-дозатор. Екатеринбург, 2003.

**В. К. Обабков, М. М. Шевелев,
С. В. Федорова, Н. А. Соколова**

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИМПУЛЬСОВ ТОКА ПРИ ДУГОВЫХ ЗАМЫКАНИЯХ СЕТИ НА ЗЕМЛЮ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Теория перенапряжений в высоковольтных системах изобилует гипотезами, в основу которых кладутся различные предположения об условиях возникновения и гашения дуги электрического тока при однофазных повреждениях изоляции. Самая ранняя из них – теория немецкого ученого Петерсена. Она связывает возникновение дуги с величинами максимальных по модулю рабочих напряжений на дуге, а гашение – со сменой полярности самых высокочастотных (ВЧ) составляющих тока через место дугового пробоя изоляции. В аналогичной теории Петерса-Слепяна условия обрыва дуги связываются уже со сменой полярности тока промышленной частоты. И наконец, в основу теории Н. Н. Белякова (ВНИИЭ, Москва) положены теории Петерсена и Петерса-Слепяна при условии, что величина напряжения пробоя $U_{пр}$ определяется не максимальными уровнями напряжений, а скоростью восстановления электрической прочности изоляции во времени. Причем ни в одной из существующих теорий в явном виде не ставится вопрос о форме и свойствах импульсов тока пробоя. Если условия ослабления диэлектрической прочности изоляции и начала развития дугового процесса можно считать изученными и адекватно объясняемыми с точки зрения теории Н. Н. Белякова и двух других теорий, то условия формирования собственно импульсов тока дуги изучены в гораздо меньшей степени. Особенно это ощущается при качественных исследованиях дуговых процессов в трехфазных сетях напряжением до 35 кВ.

Согласно упомянутым выше теориям, задний фронт импульса формируется при смене полярности тока, т. е. фактически при нуле напряже-