

кость изделия, а правильно проведенная термическая обработка обеспечивает комплекс прочностных свойств его сердцевины.

### **Библиографический список**

1. Азотирование ответственных деталей тяжелого машиностроения с использованием плазмы тлеющего разряда: Обзор / *Б. Н. Гузанов, В. Н. Кеткин, А. Н. Калинин*. М., 1986.

2. А. с. 1767024 СССР, МКИ<sup>3</sup> С23С8/22. Способ обработки стальных изделий / *Б. Н. Гузанов и др.* (СССР). № 4813600/02; Заявл. 12.04.90; Опубл. 07.10.92, Бюл. № 37.

3. *Мурашко В. П.* О функции накопления выкрашивания при контактной усталости // Детали машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. 1971. Вып. 19.

4. *Поляк М. С.* Технология упрочнения. Технологические методы упрочнения: В 2 т. М., 1995.

5. Разработка экспериментальных методов исследования моделей износа тяжело нагруженных зубчатых передач приводов машин / *Г. Н. Мигачева, С. А. Кокшаров, С. Н. Карпов, З. П. Пасуманский* // Надежность крупных машин: Сб. науч. тр. Екатеринбург, 1990.

**А. А. Карпов, Е. А. Окунев,  
О. Б. Лунегов, Г. Л. Нечаева**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСРЕДНИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ РЕЦИРКУЛЯЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОДУКТОВ НА ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ФАБРИКАХ**

Показатели работы обогатительных аппаратов во многом зависят от постоянства свойств продуктов, поступающих в переработку. В связи с этим качество промежуточных или товарных продуктов определяется не только значением величин, характеризующих их потребительские свойства, но и мерой стабильности этих величин. Одним из путей стабилизации качественных характеристик технологических продуктов является организация рециклов (рис. 1).

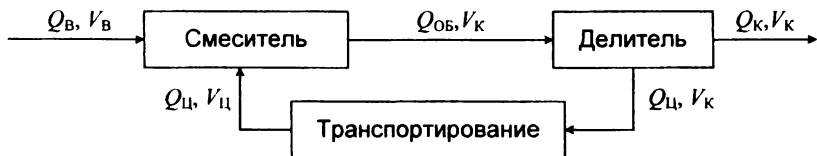


Рис. 1. Схема организации потоков материальных продуктов технологического рецикла

Исходный продукт рецикла, характеризуемый расходом  $Q_B$  и массовой долей анализируемого компонента  $V_B$ , направляется в смеситель, где объединяется с циркулирующим продуктом, имеющим расход  $Q_C$  и массовую долю анализируемого компонента  $V_C$ . Далее объединенный продукт делится на циркулянт и конечный продукт рецикла с расходом  $Q_K$  и массовой долей анализируемого компонента  $V_K$ . Усреднительные свойства рецикла могут характеризоваться коэффициентом усреднения, правомерность использования которого убедительно доказана Л. П. Шуповым [3]. Отличие в нашем случае состоит лишь в том, что средние квадратические отклонения массовой доли анализируемого компонента на входе  $S_B$  и выходе  $S_K$  рецикла являются функциями интервала времени  $\Delta t$ . В этом случае коэффициент усреднения рецикла  $N$  также будет являться функцией аргумента  $\Delta t$ :

$$N(\Delta t) = 1 - S_K(\Delta t) / S_B(\Delta t). \quad (1)$$

Если  $V_B(t)$  соответствует значению массовой доли анализируемого компонента на входе в рецикл в момент времени  $t$ , а  $V_B(t + \Delta t)$  в момент времени  $t + \Delta t$ , то интересующую нас функцию можно представить в виде

$$S_B(\Delta t) = \sqrt{M \left\{ \left[ V_B(t + \Delta t) - V_B(t) \right]^2 \right\}}, \quad (2)$$

где  $S_B(\Delta t)$  – среднее квадратическое отклонение разности значений случайной функции  $V_B(t)$  для интервала времени  $\Delta t$ ;  $M$  – символ математического ожидания случайной функции.

Возведя в квадрат величину, стоящую в квадратных скобках выражения (2), и используя основные свойства математического ожидания случайных величин [2], получим

$$S_B(\Delta t) = \sqrt{M\{V_B^2(t + \Delta t)\} - 2M\{V_B(t + \Delta t) \cdot V_B(t)\} + M\{V_B^2(t)\}}. \quad (3)$$

Для центрированной случайной функции  $V_B(t)$  будем иметь:

$$M\{V_B^2(t + \Delta t)\} = M\{V_B^2(t)\} = D_B, \quad (4)$$

$$M\{V_B(t + \Delta t) \cdot V_B(t)\} = R_B(\Delta t), \quad (5)$$

где  $D_B$  – дисперсия случайной функции  $V_B(t)$ ;  $R_B(\Delta t)$  – автокорреляционная функция случайного процесса изменения величины  $V_B(t)$ .

С учетом (4) и (5) выражение (3) примет вид

$$S_B(\Delta t) = \sqrt{2[D_B - R_B(\Delta t)]}. \quad (6)$$

Процесс изменения во времени массовой доли анализируемого компонента на входе рецикла будем рассматривать как наиболее часто встречающийся тип случайного процесса для технологических продуктов обогатительных фабрик [1], у которого автокорреляционная функция имеет форму экспоненты:

$$R_B(\Delta t) = D_B e^{-z|\Delta t|}, \quad (7)$$

где  $z$  – показатель экспоненты автокорреляционной функции.

Спектральная плотность этого часто встречающегося сигнала имеет следующий вид:

$$F_B(\omega) = \frac{2zD_B}{(z^2 + \omega^2)}, \quad (8)$$

где  $\omega$  – частота сигнала.

Для указанного типа случайного процесса выражение (6) с учетом (7) приобретет вид

$$S_B(\Delta t) = S_B \sqrt{2 \left[ 1 - e^{-z|\Delta t|} \right]}, \quad (9)$$

где  $S_B$  – среднее квадратическое отклонение массовой доли анализируемого компонента на входе в рецикл.

Автокорреляционная функция случайного процесса изменения массовой доли анализируемого компонента на выходе рецикла  $R_K(\Delta t)$  может быть определена из выражения

$$R_K(\Delta t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} F_K(\omega) e^{j\omega\Delta t} d\omega, \quad (10)$$

где  $F_K(\omega)$  – спектральная плотность функции  $V_K(t)$ .

Спектральная плотность  $F_K(\omega)$  на выходе рецикла связана со спектральной плотностью на входе  $F_B(\omega)$ :

$$F_K(\omega) = F_B(\omega) |W(j\omega)|^2, \quad (11)$$

где  $W(j\omega)$  – амплитудно-фазовая частотная функция рецикла.

При подстановке (8) в (11) получим

$$F_K(\omega) = \left[ 2zD_B / (z^2 + \omega^2) \right] |W(j\omega)|^2. \quad (12)$$

В соответствии со схемой материальных потоков рецикла (см. рис. 1) величину  $V_K$  можно представить в виде

$$V_K = \left[ Q_B V_B / Q_B + Q_C \right] + \left[ Q_C V_C / (Q_B + Q_C) \right]. \quad (13)$$

С учетом транспортирования циркулянта

$$V_C(t) = V_K(t - \tau), \quad (14)$$

где  $\tau$  – время оборота циркулирующей нагрузки  $Q_C$ .

Схема материальных потоков и выражения (13) и (14) позволяют представить функционирование рецикла по каналу  $V_B \rightarrow V_K$  в виде алгоритмической структуры (рис. 2).

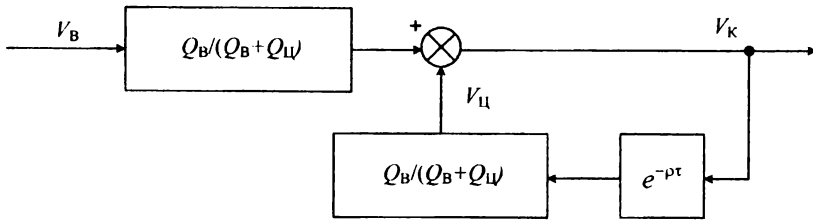


Рис. 2. Алгоритмическая структура рецикла

Величина  $e^{-p\tau}$  представляет передаточную функцию звена транспортного запаздывания в изображении по Лапласу. Используя правила преобразования структурных схем, передаточную функцию  $W(p)$  рецикла по каналу  $V_B \rightarrow V_K$  можно представить в виде

$$W(p) = V_K(p)/V_B(p) = Q_B / [Q_B + Q_U(1 - e^{-p\tau})]. \quad (15)$$

Разделим числитель и знаменатель выражения (15) на  $Q_B$  и обозначим  $Q_B/Q_U$  как коэффициент циркуляции  $k$ . При данном обозначении передаточная функция рецикла примет вид

$$W(p) = 1 / [1 + k(1 - e^{-p\tau})]. \quad (16)$$

С учетом (16) амплитудно-фазовая частотная функция составит

$$W(j\omega) = 1 / [1 + k(1 - e^{-j\omega\tau})]. \quad (17)$$

Представим величину  $e^{-j\omega\tau}$  в виде дробно-рациональной функции [2]:

$$e^{-j\omega\tau} \approx (-0,5j\omega\tau + 1) / (0,5j\omega\tau + 1). \quad (18)$$

При подстановке (18) в (17), а затем в (12) будем иметь

$$F_K(\omega) = [2zD_B / z^2 + \omega^2] \cdot [(1 + 0,5^2 \omega^2 \tau^2) / (1 + (k + 0,5)^2 \omega^2 \tau^2)]. \quad (19)$$

Обозначим величины  $0,5^2 \tau^2$  и  $(k + 0,5)^2 \tau^2$  соответственно  $b_1^2$  и  $b_2^2$ .

С учетом этих вспомогательных коэффициентов выражение (19) примет вид

$$F_K(\omega) = [2zD_B / z^2 + \omega^2] \cdot [(1 + b_1^2 \omega^2) / (1 + b_2^2 \omega^2)]. \quad (20)$$

После подстановки (20) в (10) и проведения алгебраических преобразований автокорреляционная функция на выходе рецикла приобретет вид

$$R_K(\Delta t) = (2\pi b_2^2)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} [2zD_B(1 + b_1^2\omega^2)/(z^2 + \omega^2)(b_2^{-2} + \omega^2)] e^{j\omega\Delta t} d\omega. \quad (21)$$

Для определения интеграла разложим подынтегральное выражение на простые дроби:

$$\begin{aligned} (1 + b_1^2\omega^2) / [(z^2 + \omega^2)(b_2^{-2} + \omega^2)] &= [(A\omega + B)/(z^2 + \omega^2)] + \\ &+ [(C\omega + G)/(b_2^{-2} + \omega^2)]. \end{aligned} \quad (22)$$

Определим значения постоянных коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $G$ . Для этого освободимся от знаменателей в правой части равенства (22):

$$(b_2^{-2} + \omega^2)(A\omega + B) + (z^2 + \omega^2)(C\omega + G). \quad (23)$$

Проведя алгебраические преобразования в выражении (23), получим

$$\omega^3(A + C) + \omega^2(B + G) + \omega(b_2^{-2}A + z^2C) + (b_2^{-2}B + z^2G). \quad (24)$$

Приравняем члены при одинаковых степенях  $\omega$  в полученном выражении и числителе исходной дроби (22):

$$\begin{cases} A + C = 0, \\ B + G = b_1^2, \\ b_2^{-2}A + z^2C = 0, \\ b_2^{-2}B + z^2G = 1. \end{cases} \quad (25)$$

Из решения системы уравнений (25) неизвестные коэффициенты определяются равными:

$$A = 0, \quad C = 0, \quad G = (1 - b_1^2 b_2^{-2}) / (z^2 - b_2^{-2}), \quad B = (b_1^2 z^2 - 1) / (z^2 - b_2^{-2}). \quad (26)$$

С учетом (26) выражение (22) примет вид

$$(1 + b_1^2 \omega^2) / \left[ (z^2 + \omega^2)(b_2^{-2} + \omega^2) \right] = \left\{ (b_1^2 z^2 - 1) / \left[ (z^2 + \omega^2)(z^2 - b_2^{-2}) \right] \right\} + \left\{ (1 - b_1^2 b_2^{-2}) / \left[ (b_2^{-2} + \omega^2)(z^2 - b_2^{-2}) \right] \right\}. \quad (27)$$

Подставив (27) в выражение (21) и проведя преобразования, получим

$$R_K(\Delta t) = \left[ (b_1^2 z^2 - 1) / (b_2^2 z^2 - 1) \right] (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} 2z D_B e^{j\omega \Delta t} (z^2 + \omega^2)^{-1} d\omega + \left[ z(b_2 - b_1^2 b_2^{-2} / b_1^2 z^2 - 1) \right] (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} 2b_2^{-1} D_B e^{j\omega \Delta t} (b_2^{-2} + \omega^2)^{-1} d\omega. \quad (28)$$

Определим величины интегралов в выражении (28):

$$W(j\omega) = 1 / \left[ 1 + k(1 - e^{-j\omega \tau}) \right]. \quad (29)$$

$$(2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} 2b_2^{-1} D_B (b_2^{-2} + \omega^2)^{-1} e^{j\omega \Delta t} d\omega = D_B e^{(-1/b_2)k|\Delta t|}. \quad (30)$$

Подставив (29) и (30) в выражение (28) и проведя алгебраические преобразования, получим

$$R_K(\Delta t) = D_B (b_2 (b_2^2 z^2 - 1))^{-1} \left[ b_2 (b_1^2 z^2 + b_2) e^{-z|\Delta t|} + z (b_2^2 - b_1^2) e^{(-1/b_2)k|\Delta t|} \right]. \quad (31)$$

При  $\Delta t = 0$  значение автокорреляционной функции равняется дисперсии  $D_K$  массовой доли анализируемого компонента на выходе рецикла. В этом случае выражение (31) примет вид

$$R_K(0) = D_B (z b_1^2 + b_2) / (b_2 (b_2 z + 1)) = D_K. \quad (32)$$

По аналогии с (6) величина среднего квадратического отклонения разности значений случайной функции  $V_K(t)$  для интервала времени  $\Delta t$  на выходе рецикла будет равна

$$S_K(\Delta t) = \sqrt{2(D_K - R_K(\Delta t))}. \quad (33)$$

Используя (31) и (32), величину  $S_K(\Delta t)$  можно представить в виде

$$S_K(\Delta t) = S_B \sqrt{\frac{2(b_1^2 z^2 - 1)(1 - e^{-z|\Delta t|})}{b_2^2 z^2 - 1} + \frac{2z(b_2 - b_1^2 b_2^{-1})(1 - e^{(-1/b_2)|\Delta t|})}{b_2^2 z^2 - 1}}. \quad (34)$$

С учетом величин вспомогательных коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , при подстановке (9) и (34) в выражение (1), в итоге получим

$$N(\Delta t) = 1 - \sqrt{\frac{0,5^2 z^2 \tau^2 - 1}{z^2 \tau^2 (k+1)^2 - 1} + \frac{z \tau k (k+1) (1 - e^{(-1/\tau(k+0,5))|\Delta t|})}{(z^2 \tau^2 (k+1)^2 - 1)(k+0,5) (1 - e^{z|\Delta t|})}}. \quad (35)$$

Данное выражение отражает зависимость коэффициента усреднения продуктов рециклом от интервала времени усреднения  $\Delta t$  и технологических параметров рецикла: коэффициента циркуляции  $k$  и времени оборота продукта в рецикле  $\tau$ . На рис. 3 приведена графическая интерпретация полученной зависимости для случая, когда  $k = 2$  и  $\tau = 1$  мин.

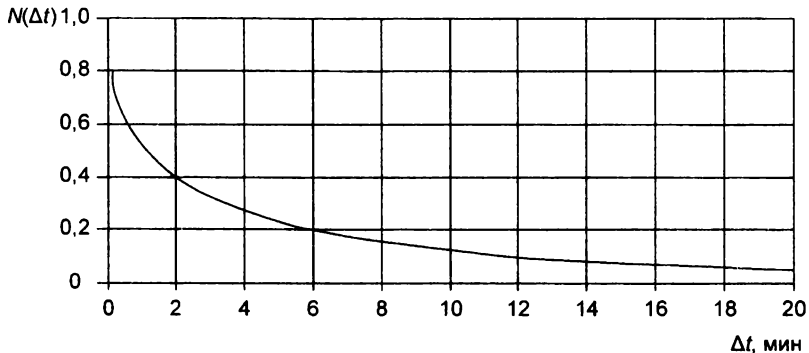


Рис. 3. Зависимость коэффициента усреднения от интервала времени усреднения продукта рециклом

Из анализа представленной зависимости следует, что на небольших интервалах времени (2–3 мин) может достигаться весьма существенное усреднение продуктов. Однако при дальнейшем увеличении временного интервала эффективность усреднительных свойств рецикла значительно понижается. Это позволяет сделать вывод о целесообразности использова-



ния рециклов для снижения высокочастотных колебаний качественных характеристик технологических продуктов.

### **Библиографический список**

1. Козин В. З., Троп А. Е., Комаров А. Я. Автоматизация производственных процессов на обогатительных фабриках. М., 1980.
2. Фельдбаум А. А., Бутковский А. Г. Методы теории автоматического управления. М., 1971.
3. Шутов Л. П. Математические модели усреднения. М., 1978.

**А. Т. Плаксина, Б. В. Степанов**

## **РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛЮСА ДЛЯ ЭЛЕКТРОДУГОВОЙ НАПЛАВКИ АЛЮМИНИЕВЫХ БРОНЗ**

Флюсовые системы, используемые для выполнения электродуговой наплавки при создании биметаллических деталей, предназначенных для изготовления пар трения (втулки, поршни, вкладыши подшипников скольжения, шестерни, плунжера, грундбоксы и мн. др.), по своим физико-химическим свойствам должны отвечать ряду требований:

1. Обеспечивать идентичность химического состава наплавленного металла составу электродного материала.
2. Не содержать в своем составе оксидов, способствующих окислению активного элемента (в нашем случае – алюминия) и восстановлению нежелательных элементов (в нашем случае марганца и кремния).
3. Иметь достаточно низкую температуру плавления.
4. Обеспечивать защиту расплавленного металла от воздействия окислительной среды и удаление растворенных в нем газов.
5. Обеспечивать стабильность горения электрической дуги и хорошее формирование наплавленного металла.

Флюсы, предназначенные для этих целей, составлялись на основе безкислородных фторидных соединений щелочных и щелочно-земельных металлов, применение которых препятствует окислению активного алюминия. В качестве составляющих флюсовых систем использовались фториды кальция, магния, натрия, алюминия, а также натриевая соль тетраборной кислоты.