

Министерство общего и профессионального образования
Российской Федерации
Уральский государственный профессионально-педагогический
университет
Уральский государственный научно-образовательный
центр РАО

**МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ**

Учебное пособие

Екатеринбург

1999

УДК 621.311 (075.8)

Матричные методы расчета установившихся режимов электрических сетей: Учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та 1999. 53 с.

Составители: проф., д-р пед. наук Г. Д. Бухарова,
асп. М. Г. Дунаева,
доц., канд. техн. наук Т. Я. Окуловская

В пособии приведены основные уравнения установившихся режимов, различные формы их записи, математические методы решения этих уравнений и рекомендации по применению методов при разработке промышленных программ расчета установившихся режимов. Изложены алгоритмы расчета режимов, применяемые в промышленных программах. Пособие предназначено студентам всех форм обучения специализаций 030501 - Электроэнергетика, 030541 - Компьютеры и информационная технология обучения в энергетике и рекомендуется к использованию при изучении дисциплин «Электрические сети и системы», «Основы электроэнергетики», «Алгоритмы задач энергетики», «Программные средства в электроэнергетике».

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Г.Б. Крепышев (Уральский государственный профессионально-педагогический университет); кафедра автоматизированных электрических систем Уральского государственного технического университета

© Уральский государственный профессионально-педагогический университет, 1999

Введение

Изучение дисциплины «Основы электроэнергетики» дает полное представление об электроэнергетических задачах и методах их решения. Дисциплина содержит в себе разделы по расчету установившихся и переходных режимов электрических систем, по выбору и анализу режимов работы оборудования, устройству релейной защиты и автоматики.

Во многих разделах дисциплины, несмотря на их существенное различие, рассматриваются общие проблемы. Такой, в частности, следует считать задачу расчета и анализа установившихся режимов электрических систем, которая составляет существенную часть общего объема исследований электрических систем, выполняемых как на стадии проектирования, так и в процессе эксплуатации. Расчеты установившихся режимов необходимы при выборе конфигурации схемы электрической системы и параметров ее элементов, при анализе устойчивости и оценке токов коротких замыканий, при определении оптимальных режимов ее работы и т.д.

Сложность структуры электрических систем привела к необходимости автоматизации расчета режимов их работы и, как следствие, к использованию методов расчета, которые легко алгоритмируются и могут быть применены для создания промышленных программ. Такими, в частности, являются матричные методы, представленные в пособии.

Наряду с рассмотрением наиболее перспективных и распространенных методов расчета установившихся режимов электрических систем в учебном пособии приведены вопросы надежности и «сходимости» получения решения, даны алгоритмы расчета серии установившихся режимов.

Пособие необходимо при изучении дисциплин «Основы электроэнергетики» и «Алгоритмы задач энергетики» студентам очной формы обучения специализации 030541 - Компьютеры и информационная технология обучения в энергетике. А также оно может быть рекомендовано для использования при изучении дисциплин «Электрические сети и системы» и «Программные средства в электроэнергетике» студентам всех форм обучения специализации 030501 - Электроэнергетика.

1. УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Исходные данные для расчета установившегося режима

Для выполнения расчета любого установившегося режима необходима информация о схеме и параметрах сети электрической системы, о потребителях (нагрузках) и источниках электроэнергии. Исходными данными для расчета *параметров режима* - узловых напряжений

$\dot{U}_i (i = \overline{1, n})$, потоков S_{ij} в ветвях, потерь мощности в элементах электрической системы ΔS_{ij} , частоты и т.д. - являются:

- параметры схемы замещения электрической системы [1];
- значения узловых мощностей $S_i (i = \overline{1, n})$;
- напряжение балансирующего узла \dot{U}_b .

Основными трудностями при расчетах установившихся режимов следует считать:

- учет нелинейности или по возможности отказ от ее учета;
- составление и решение большого числа уравнений для сложной по конфигурации сети и наличие множества величин, подлежащих определению.

Существует достаточно много ручных и машинных методов расчета параметров установившегося режима, но их использование ограничено, поскольку оно обуславливается конфигурацией электрической системы, которая бывает весьма разнообразной. Рассматриваемый в данном пособии подход к расчету установившихся режимов имеет неограниченное применение, поскольку является универсальным и может быть использован для схем электрических систем любой сложности.

1.2. Формы записи уравнений установившегося режима

Из многочисленных возможных способов описания установившегося режима работы электрической сети наиболее часто используются уравнения узловых напряжений и уравнения контурных токов.

Область эффективного применения той или иной системы уравнений может быть определена исходя из числа уравнений и переменных, содержащихся в них. Сложность решения уравнений установившегося режима, сформированных на основании различных уравнений состояния, оказывается примерно одинаковой для разного числа решаемых уравнений.

Уравнения контурных токов являются линейными. Число уравнений в системе, составленной для независимых контуров в замкнутых схемах, равно

$$p = m - N + 1, \quad (1.1)$$

где N - число узлов в сети;
 m - число ветвей.

Поскольку в общем виде связь между токами в ветвях и напряжениями в узлах схемы выразить не удастся (а именно эти параметры являются неизвестными переменными), то число уравнений p дополняется уравнениями связи для учета нелинейной зависимости тока от напряжения узлов:

$$I_i = \dot{S}_i / (\sqrt{3} \dot{U}_i), \quad (1.2)$$

где \dot{S}_i, \dot{U}_i - соответственно сопряженные значения мощности и напряжения i -го узла.

При этом количество уравнений рассматриваемой системы увеличивается и становится равным $(m + 1)$, что почти в полтора раза больше, чем число уравнений узловых напряжений. Кроме того, для разомкнутой части схемы необходимо использовать другие методы расчета. Следует отметить также, что в методах, использующих в качестве переменных токи линий, усложняется учет узлов с фиксированным модулем напряжения и возникает необходимость применения дополнительных методов расчета разомкнутой части сети, что является существенными недостатками уравнений контурных токов. Поэтому в практике расчетов установившихся режимов электрических сетей на ЭВМ большее распространение получили уравнения узловых напряжений.

Система уравнений узловых напряжений для исключения линейной зависимости составляется для всех n узлов электрической системы (исключая балансирующий) и содержит $n = (N - 1)$ -уравнение.

1.3. Составление уравнений узловых напряжений

В уравнениях узловых напряжений неизвестными являются напряжения узлов электрической сети $\dot{U}_i, i = \overline{1, n}$ [2].

Уравнения узловых напряжений составляются для электрической системы, схема замещения i -го узла которой представлена на рис. 1. Первый закон Кирхгофа для узла i , содержащего N присоеди-

нений, записывается как

$$\sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{I}_{i\eta} - \dot{I}_{i0} - \sum_{\eta=0, \eta \neq i}^N \dot{I}_{i\eta 0} = \dot{I}_{ii}, \quad (1.3)$$

где $\dot{I}_{i\eta}$ - токи ветвей, подходящих к узлу i , $i = \overline{1, n}; \eta = \overline{1, N}$;

$\dot{I}_{i\eta 0}$ - токи ветвей, являющихся емкостными проводимостям на землю ветвей $i - \eta$;

\dot{I}_{ii} - ток собственно узла i , $\dot{I}_{ii} = \dot{S}_i / \sqrt{3} \dot{U}_i$;

\dot{I}_{i0} - ток, проходящий через узловой шунт (компенсирующие устройства и т.п.).

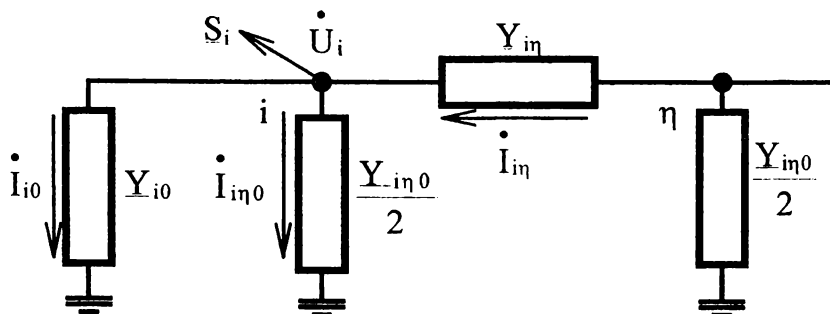


Рис. 1. Схема замещения узла электрической системы

Ток $\dot{I}_{i\eta}$ для любой ветви $i - \eta$, подходящей к узлу i , может быть определен по формуле

$$\dot{I}_{i\eta} = (\dot{U}_i - \dot{U}_\eta) \cdot \dot{Y}_{i\eta}, \quad i = \overline{1, n}; \eta = \overline{1, N}, \quad (1.4)$$

где \dot{U}_i, \dot{U}_η - напряжения узлов i и η ;

$\dot{Y}_{i\eta}$ - проводимость ветви $i - \eta$.

На основании (1.4) уравнение (1.3) для фазных токов узла i запи-

сывается следующим образом:

$$\sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (\dot{U}_\eta - \dot{U}_i) \cdot \underline{Y}_{i\eta} - \dot{U}_i \cdot \underline{Y}_{i0} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}_i \cdot \underline{Y}_{i\eta 0} / 2 = \dot{S}_i / \dot{U}_i. \quad (1.5)$$

Последовательное преобразование приводит уравнение (1.5) к виду

$$\dot{U}_i \left(- \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \underline{Y}_{i\eta} - \underline{Y}_{i0} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \underline{Y}_{i\eta 0} / 2 \right) + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}_\eta \cdot \underline{Y}_{i\eta} = \dot{S}_i / \dot{U}_i. \quad (1.6)$$

Для n узлов электрической сети составляется система уравнений узловых напряжений

$$\dot{U}_i \cdot \underline{Y}_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}_\eta \cdot \underline{Y}_{i\eta} = \dot{S}_i / \dot{U}_i, i = \overline{1, n}, \quad (1.7)$$

которая является уравнениями узловых напряжений, записанными в форме баланса токов.

Коэффициент при напряжении \dot{U}_i

$$\underline{Y}_{ii} = - \left(\sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \underline{Y}_{i\eta} + \underline{Y}_{i0} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \underline{Y}_{i\eta 0} / 2 \right)$$

называется собственной проводимостью узла i .

Наряду с уравнениями (1.7) для расчетов режимов электрической системы часто используется и другая форма записи уравнений узловых напряжений - форма баланса мощностей, которая имеет вид

$$\dot{U}_i \dot{U}_i \underline{Y}_{ii} + \dot{U}_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}_\eta \underline{Y}_{i\eta} = \dot{S}_i, i = \overline{1, n}. \quad (1.8)$$

При составлении уравнений узловых напряжений необходимо учитывать следующие особенности:

- уравнения записываются для всех узлов (без балансирующего узла);

- уравнение i содержит отличные от нуля коэффициенты только при собственном напряжении и при напряжениях тех узлов, которые непосредственно связаны с узлом i линиями;

- коэффициент при собственном напряжении называется собственной проводимостью \underline{Y}_{ii} и равен взятой с обратным знаком сумме проводимостей ветвей, подходящих к узлу i ;

- остальные отличные от нуля коэффициенты уравнения i обо-

значаюся $\underline{Y}_{i\eta}$ и равны проводимостям линий, соединяющих узел i со смежным η - узлом.

Приведенные правила справедливы для сетей любой конфигурации. Они учитывают также *поперечные связи* - линии, включенные между узлом i и точкой, имеющей нулевой потенциал. Такие элементы изменяют собственную проводимость линии, не меня остальных (взаимных) компонентов.

1.4. Учет коэффициентов трансформации

Уравнения узловых напряжений (1.7), (1.8) составлены для схемы замещения электрической системы, все параметры которой приведены к одной ступени напряжения. Расчет режимов работы электрических систем, как правило, выполняется без приведения параметров схемы замещения к одной ступени напряжения, что определяет необходимость учета коэффициентов трансформации.

Электрическая система содержит трансформаторные ветви с параметрами $\underline{Y}_{i\eta}$, рассчитанными на стороне высшего напряжения U_i (рис.2).

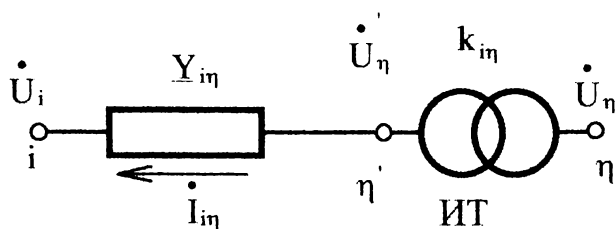


Рис. 2. Схема замещения трансформаторной ветви (трансформаторная проводимость подключена на высшем напряжении)

Коэффициент трансформации [3] определяется по формуле

$$k_{i\eta} = U'_\eta / U_\eta \quad (1.9)$$

и при $U_i > U_\eta$ является величиной меньше единицы. В уравнении уз-

ловых напряжений, составленном для узла i

$$\dot{U}_i \cdot \dot{U}_i \cdot Y_{ii} + \dot{U}_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}'_{\eta} \cdot Y_{i\eta} = \dot{S}_i,$$

необходимо рассчитать напряжение узла U_{η} , которое вводится значением $U'_{\eta} = U_{\eta} / k_{i\eta}$. В этом случае система уравнений (1.8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \dot{U}_i \cdot \dot{U}_i \cdot Y_{ii} + \dot{U}_i \sum_{j=1, j \neq i, \eta}^N \dot{U}_j \cdot Y_{ij} + \dot{U}_i \cdot \dot{U}'_{\eta} \cdot Y_{i\eta} = \\ & = \dot{U}_i \cdot \dot{U}_i \cdot Y_{ii} + \dot{U}_i \sum_{j=1, j \neq i, \eta}^N \dot{U}_j \cdot Y_{ij} + \dot{U}_i (\dot{U} / k_{i\eta}) Y_{i\eta} = \dot{S}_i, i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

причем все остальные величины в (1.10) считаются определенными на стороне высшего напряжения \dot{U}_i и не корректируются.

Чтобы сохранить полученную ранее форму записи уравнений узловых напряжений (1.8) для ветви $i - \eta$, содержащей трансформаторный узел с заданным видом подключения (см. рис. 2.), взаимная проводимость $Y_{i\eta}$ может быть заменена в (1.10) приведенным значением $\dot{Y}_{i\eta} = Y_{i\eta} / k_{i\eta}$:

$$\dot{U}_i \cdot \dot{U}_i \cdot Y_{ii} + \dot{U}_i \sum_{j=1, j \neq i, \eta}^N \dot{U}_j \cdot Y_{ij} + \dot{U}_i \cdot \dot{U}'_{\eta} \cdot \dot{Y}_{i\eta} = \dot{S}_i, i = \overline{1, n}. \quad (1.11)$$

Собственная проводимость узла

$$Y_{ii} = - \left(\sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N Y_{i\eta} + Y_{i0} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N Y_{i\eta 0} / 2 \right)$$

не меняет своего значения (в котором величина $\sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N Y_{i\eta}$ содержит и проводимость трансформатора), поскольку все величины суммируются на одном напряжении.

При составлении уравнения узловых напряжений для узла η собственная проводимость

$$Y_{\eta\eta} = - \left(\sum_{j=1, j \neq \eta, i}^N Y_{\eta j} + Y_{\eta 0} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N Y_{\eta j 0} / 2 + \dot{Y}_{\eta i} \right) \quad (1.12)$$

включает приведенное значение проводимости $\dot{Y}_{\eta i} = Y_{\eta i} / k_{i\eta}^2$. Тогда для узла η имеем

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\eta} \cdot \dot{U}_{\eta} \cdot Y_{\eta\eta} + \dot{U}_{\eta} \sum_{j=1, j \neq i, \eta}^N \dot{U}_j \cdot Y_{ij} + \dot{U}_{\eta} \cdot \dot{U}_i \cdot Y_{\eta i} / k_{i\eta}^2 = \dot{U}_{\eta} \cdot \dot{U}_{\eta} \cdot Y_{\eta\eta} + \\ + \dot{U}_{\eta} \sum_{j=1, j \neq i, \eta}^N \dot{U}_j \cdot Y_{ij} + \dot{U}_{\eta} \cdot \dot{U}_i \cdot k_{i\eta} \cdot Y_{\eta i} / k_{i\eta}^2 = \dot{S}_{\eta}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Составляющая $\dot{U}_{\eta} \cdot \dot{U}_i \cdot k_{i\eta} \cdot Y_{\eta i} / k_{i\eta}^2$, как и в предыдущем случае, содержит реальное значение напряжения узла \dot{U}_i и скорректированное значение взаимной проводимости

$$\dot{Y}_{\eta i} = k_{i\eta} \cdot Y_{\eta i} / k_{i\eta}^2 = Y_{\eta i} / k_{i\eta}.$$

Таким образом, наличие в схеме замещения электрической системы ветвей, имеющих коэффициенты трансформации, может учитываться корректировкой составляющих матрицы проводимостей Y , которая производится в следующем порядке:

1. Значения собственных проводимостей узлов определяются по формуле

$$Y_{ii} = - \left(\sum_{\eta \in \gamma_1} Y_{i\eta} / k_{i\eta}^2 + \sum_{\eta \in \gamma_2} Y_{i\eta} + Y_{i0} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N Y_{i\eta_0} / 2 \right), \quad (1.14)$$

где γ_1 - множество номеров узлов, содержащих трансформаторные ветви, примыкающие к рассматриваемому узлу i идеальным трансформатором;

γ_2 - множество номеров узлов, которые имеют трансформаторные ветви $\eta - i$, но идеальный трансформатор примыкает к узлу η .

2. Взаимные проводимости трансформаторных ветвей рассчитываются по формуле

$$\dot{Y}_{i\eta} = Y_{i\eta} / k_{i\eta}. \quad (1.15)$$

3. Проводимости «на землю» трансформаторной ветви учитываются в проводимости узла Y_{i0} . После такого пересчета матрицы проводимостей уравнения узловых напряжений записываются обычным

образом. Узловые напряжения подставляются в уравнения своими реальными значениями.

1.5. Различные формы записи уравнений узловых напряжений

Уравнения узловых напряжений (1.7), (1.8) являются уравнениями с комплексными коэффициентами. Поэтому для их решения выполняется преобразование исходных уравнений в систему уравнений двойного порядка с действительными коэффициентами, которые получаются при разложении комплексных величин на вещественную и мнимую составляющие.

Такой подход обусловлен двумя причинами.

Во-первых, преобразованные уравнения часто имеют более простые выражения и арифметические операции с действительными числами. Их удобнее реализовать на ЭВМ.

Во-вторых, в этом случае для решения уравнений узловых напряжений можно использовать методы, которые не применимы к комплексным формам.

1.5.1. Уравнения баланса токов в прямоугольной системе координат

Уравнения баланса токов записываются в виде

$$\dot{U}_i \cdot Y_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N \dot{U}_\eta \cdot Y_{i\eta} = \dot{I}_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.16)$$

где все переменные представлены комплексными числами. Для перехода к системе с действительными коэффициентами комплексные значения напряжений, проводимостей и мощностей, определяемые как

$$\dot{U}_i = U'_i + jU''_i, \quad Y_{i\eta} = g_{i\eta} - jb_{i\eta}, \quad S_i = P_i + jQ_i, \quad (1.17)$$

подставляются в (1.16):

$$\sum_{\eta=1}^N (U'_\eta + jU''_\eta)(g_{i\eta} - jb_{i\eta}) = (P_i - jQ_i)/(U'_i - jU''_i), \quad i = \overline{1, n}. \quad (1.18)$$

После выполнения преобразований система (1.18) приводится к системе действительных уравнений двойной размерности:

$$\sum_{\eta=1}^N (g_{i\eta} \cdot U'_\eta + b_{i\eta} \cdot U''_\eta) = (P_i \cdot U'_i + Q_i \cdot U''_i)/V_i^2, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.19)$$

$$\sum_{\eta=1}^N (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}'' - b_{i\eta} \cdot U_{\eta}') = (P_i \cdot U_i'' - Q_i \cdot U_i') / V_i^2, i = \overline{1, n}, \quad (1.20)$$

где $V_i = \sqrt{(U_i')^2 + (U_i'')^2}$ модуль узлового напряжения \dot{U}_i .

Введем в рассмотрение векторы $\dot{U}', \dot{U}'', I', I''$, а также действительные и мнимые составляющие матриц проводимости $Y = G - jB$.

Тогда уравнения (1.19), (1.20) представляются системой матричных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} G \cdot \dot{U}' + B \cdot \dot{U}'' &= I', \\ -B \cdot \dot{U}' + G \cdot \dot{U}'' &= I'' \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Нелинейность системы уравнений (1.21) заключена только в их правой части, где содержится в неявном виде величина \dot{S}_i / \dot{U}_i .

1.5.2. Уравнения баланса мощностей в полярной системе координат

В правых частях уравнений баланса мощностей содержатся составляющие - активные и реактивные мощности узлов.

Для получения новой формы записи в выражении (1.16) применяется показательная форма записи комплексов напряжений узлов и проводимостей ветвей (рис. 3):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= V_i \cdot \cos \delta_i + j V_i \cdot \sin \delta_i = V_i \cdot e^{j\delta}, \\ \underline{Y}_{i\eta} &= y_{i\eta} \cdot e^{-j\varphi_{i\eta}} = y_{i\eta} \cdot e^{-j\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{i\eta}\right)} = y_{i\eta} \cdot \sin \alpha_{i\eta} - j y_{i\eta} \cdot \cos \alpha_{i\eta}, \\ \underline{Y}_{ii} &= y_{ii} \cdot e^{j\varphi_{ii}} = y_{ii} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{ii}\right)} = -y_{ii} \cdot \sin \alpha_{ii} + j y_{ii} \cdot \cos \alpha_{ii}, \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

где δ_i - фазовый угол, определяющий положение вектора напряже-

ния \dot{U}_i по отношению к напряжению балансирующего узла (действительной оси (+1));

$\alpha_{i\eta}$ - дополнительный угол, дающий долю активной составляющей в комплексной проводимости (при $g_{i\eta} = 0$, $\alpha_{i\eta} = 0$),
 $\alpha_{i\eta} = \arctg(g_{i\eta} / b_{i\eta})$.

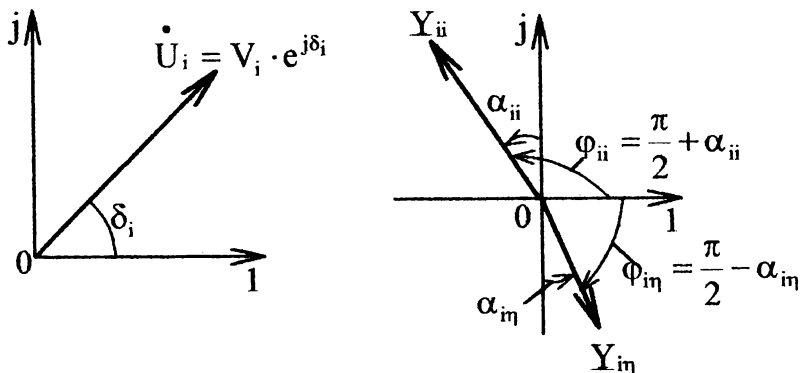


Рис. 3. Представление напряжений и проводимостей на комплексной плоскости

При подстановке (1.22) в (1.16) и выделении действительных и мнимых величин получаются уравнения узловых напряжений в тригонометрической форме:

$$\left. \begin{aligned} V_i^2 \cdot y_{ii} \cdot \sin \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_i \cdot V_\eta \cdot y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}) + P_i &= 0, \\ V_i^2 \cdot y_{ii} \cdot \cos \alpha_{ii} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_i \cdot V_\eta \cdot y_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}) + Q_i &= 0. \end{aligned} \right\} (1.23)$$

В расчетной практике удобно использовать преобразованные уравнения (1.23):

$$\begin{aligned} -g_{ii} V_i^2 + V_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta (b_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta) - g_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta)) + P_i &= 0, \\ -b_{ii} V_i^2 + V_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta (g_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta) + b_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta)) + Q_i &= 0. \end{aligned}$$

При такой записи в два раза уменьшается число вычислений тригонометрических функций

$$(\sin(\delta_i - \delta_\eta) = -\sin(\delta_\eta - \delta_i), \quad \cos(\delta_i - \delta_\eta) = \cos(\delta_\eta - \delta_i))$$

и, кроме того, отпадает необходимость вычисления

$$y_{i\eta} = g_{i\eta}^2 + b_{i\eta}^2, \quad \alpha_{i\eta} = \arctg(g_{i\eta} / b_{i\eta}).$$

Для вывода уравнений (1.23) использовались соотношения вида

$$g_{i\eta} = y_{i\eta} \cdot \sin \alpha_{i\eta}, \quad b_{i\eta} = y_{i\eta} \cdot \cos \alpha_{i\eta}, \quad -g_{ii} = y_{ii} \cdot \sin \alpha_{ii}, \\ -b_{ii} = y_{ii} \cdot \cos \alpha_{ii};$$

$$y_m \cdot \sin (\delta_i - \delta_\eta - \alpha_m) = y_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin (\delta_i - \delta_\eta) - y_m \cdot \sin \alpha_m \times \\ \times \cos (\delta_i - \delta_\eta) = b_m \cdot \sin (\delta_i - \delta_\eta) - g_m \cdot \cos (\delta_i - \delta_\eta);$$

$$y_m \cdot \cos (\delta_i - \delta_\eta - \alpha_m) = y_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \cos (\delta_i - \delta_\eta) + y_m \cdot \sin \alpha_m \times \\ \times \sin (\delta_i - \delta_\eta) = b_m \cdot \cos (\delta_i - \delta_\eta) + g_m \cdot \sin (\delta_i - \delta_\eta).$$

2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Уравнения узловых напряжений в любой форме записи являются нелинейными алгебраическими уравнениями, поэтому для их решения используются итерационные методы, среди которых наиболее часто применяются методы простой итерации, Ньютона и Зейделя [2].

2.1. Итерационные методы решения систем линейных уравнений

Матричный способ решения систем линейных уравнений вида

$$\mathbf{A} \cdot \bar{X} = \bar{B} \quad (2.1)$$

итерационными методами основан на разделении матрицы \mathbf{A} на \mathbf{C} и \mathbf{T} таким образом, что матрица \mathbf{C} имеет обратную и

$$\mathbf{A} = \mathbf{C} - \mathbf{T}. \quad (2.2)$$

Здесь \bar{X} - вектор переменных;

\mathbf{A} - матрица коэффициентов при переменных $x_i, i = \overline{1, n}$;

\vec{B} - вектор правых частей уравнений, входящих в (2.1),

Исходная система (2.1) преобразуется к виду

$$\vec{X} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \vec{X} + \mathbf{C}^{-1} \cdot \vec{B}$$

или

$$\vec{X} = \mathbf{D} \cdot \vec{X} + \vec{F}, \quad (2.3)$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{T}$; $\vec{F} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \vec{B}$.

Суть получения решения в итерационных методах заключается в последовательном приближении некоторого начального значения вектора переменных $\vec{X}^{(0)}$ (часто произвольного) к решению за счет подстановки этого приближения в (2.3) и вычислении нового, более точного приближения

$$\vec{X}^{(1)} = \mathbf{D} \cdot \vec{X}^{(0)} + \vec{F}. \quad (2.4)$$

Аналогично (2.4) можно найти второе значение $\vec{X}^{(2)}$ и последующие приближения переменных к решению, уточняя на каждом шаге (итерации) k :

$$\vec{X}^{(k)} = \mathbf{D} \vec{X}^{(k-1)} + \vec{F}. \quad (2.5)$$

Если последовательность приближений имеет конечный предел, то итерационный процесс сходится к решению

$$\vec{X}^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \vec{X}^{(k)}, \quad (2.6)$$

где \vec{X}^* - точное решение системы (2.1).

Условие, при котором уравнение (2.6) выполняется, может быть получено следующим образом.

Вычитая из соседних итераций по (2.5) значения

$$\vec{X}^{(k+1)} = \mathbf{D} \cdot \vec{X}^{(k)} + \vec{F}, \quad \vec{X}^{(k)} = \mathbf{D} \cdot \vec{X}^{(k-1)} + \vec{F}$$

и приводя подобные члены, получим

$$\vec{X}^{(k+1)} - \vec{X}^{(k)} = \mathbf{D} \cdot (\vec{X}^{(k)} - \vec{X}^{(k-1)}). \quad (2.7)$$

Обозначив изменения векторов переменных на итерации через приращения

$$\Delta \vec{X}^{(k)} = \vec{X}^{(k+1)} - \vec{X}^{(k)}, \quad \Delta \vec{X}^{(k-1)} = \vec{X}^{(k)} - \vec{X}^{(k-1)},$$

запишем

$$\Delta \vec{X}^{(k)} = \mathbf{D} \cdot \Delta \vec{X}^{(k-1)}. \quad (2.8)$$

Условия сходимости (2.7) с учетом (2.8) можно выразить через приращения переменных:

$$\bar{X}^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{X}^{(k)} = \bar{X}^{(0)} + \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^p \Delta \bar{X}^{(k)}. \quad (2.9)$$

Из (2.9) следует, что для существования предела необходимо выполнение условия

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta \bar{X}^{(k)} = 0. \quad (2.10)$$

Таким образом, критерием окончания итерационного процесса по (2.10) является неравенство вида

$$\Delta \bar{X}_{\max}^{(k+1)} = |\bar{X}^{(k+1)} - \bar{X}^{(k)}| \leq \varepsilon, \quad (2.11)$$

где ε - наперед заданное малое (бесконечно малое) число, обозначающее точность получения результата.

2.2. Преобразования уравнений узловых напряжений

Для удобства выполнения расчетов целесообразно ввести дополнительные обозначения в уравнения (1.19), (1.20):

$$\left. \begin{aligned} A_i(\bar{U}) &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (g_{i\eta} \cdot U'_\eta + b_{i\eta} \cdot U''_\eta), \\ B_i(\bar{U}) &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (g_{i\eta} \cdot U''_\eta - b_{i\eta} \cdot U'_\eta), \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

которые приводятся к виду

$$(U'_i + jU''_i)(g_{ii} - jb_{ii}) + A_i(\bar{U}) + jB_i(\bar{U}) = I'_i + jI''_i,$$

$$\text{где } I'_i = (P_i \cdot U'_i + Q_i \cdot U''_i) / V_i^2, \quad I''_i = (P_i \cdot U''_i - Q_i \cdot U'_i) / V_i^2.$$

Подстановка выражений (2.12) в уравнения (1.21) позволяет получить рекуррентные выражения для вычисления действительных и

мнимых составляющих напряжений $\dot{U}_i, i = \overline{1, n}$:

$$\left. \begin{aligned} U_i^{(k+1)} &= \left\{ g_{ii} [I_i'(\bar{U}_i^{(k)}) - A_i(\bar{U})] - b_{ii} [I_i''(\bar{U}_i^{(k)}) - B_i(\bar{U})] \right\} / y_{ii}^2, \\ U_i^{n(k+1)} &= \left\{ g_{ii} [I_i''(\bar{U}_i^{(k)}) - B_i(\bar{U})] + b_{ii} [I_i'(\bar{U}_i^{(k)}) - F_i(\bar{U})] \right\} / y_{ii}^2, \end{aligned} \right\} (2.13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} I_i'(\bar{U}_i^{(k)}) &= (P_i \cdot U_i^{(k)} + Q_i \cdot U_i^{n(k)}) / (V_i^{(k)})^2, \\ I_i''(\bar{U}_i^{(k)}) &= (P_i \cdot U_i^{n(k)} - Q_i \cdot U_i^{(k)}) / (V_i^{(k)})^2, \end{aligned} \right\} (2.14)$$

$V_i^{(k)}$ - модуль напряжения узла номер i на итерации номер k .

Организация итерационного процесса для расчета переменных $U_i', U_i'', i = \overline{1, n}$ требует задания начальных приближений $U_i^{(0)'} , U_i^{(0)''}, i = \overline{1, n}$, в качестве которых рекомендуется принять следующие значения:

$$U_i^{(0)'} = U_{i_{\text{ном}}}, U_i^{(0)''} = 0, i = \overline{1, n}, \quad (2.15)$$

где $U_{i_{\text{ном}}}$ - номинальное значение напряжения i - й ступени.

2.3. Метод простой итерации

Одним из наиболее доступных методов, применяемых для решения нелинейных уравнений узловых напряжений, является *метод простой итерации*, использующий систему уравнений (2.13). Метод простой итерации легко алгоритмизируется и реализуется программно, предъявляя минимальные требования к памяти ЭВМ.

Расчет значений узловых напряжений $U_i, i = \overline{1, n}$ проводится по рекуррентному выражению

$$U_i^{(k+1)} = f(U_1^{(k)}, U_2^{(k)}, \dots, U_n^{(k)}), i = \overline{1, n} \quad (2.16)$$

и основывается на уравнениях узловых напряжений в форме баланса токов.

Алгоритм решения системы уравнений узловых напряжений (рис. 4) включает в себя:

- задание начальных приближений переменных $U_i^{\prime(0)}, U_i^{\prime\prime(0)}$, $i = \overline{1, n}$, по (2.15);
- последовательный расчет значений U_i', U_i'' на итерационном шаге по (2.13);
- проверку на каждом шаге расчета критерия сходимости по (2.11);
- определение модулей узловых напряжений V_i и их фаз $\delta_i = \arctg(U_i'' / U_i')$, которые находятся в конце расчета.

Недостатком метода простой итерации является большое число итераций, необходимое для получения решения и, как следствие, длительное время расчета режима.

2.4. Расчет уравнений узловых напряжений по методу Зейделя

Основное отличие метода Зейделя от метода простой итерации заключается в последовательном уточнении переменных внутри одной итерации. Уравнения узловых напряжений по методу Зейделя рассчитываются с использованием следующего рекуррентного выражения

$$U_i^{(k+1)} = f \left(U_1^{(k+1)}, U_2^{(k+1)}, \dots, U_{i-1}^{(k+1)}, U_i^{(k)}, U_{i+1}^{(k)}, \dots, U_n^{(k)} \right). \quad (2.17)$$

Значения переменных $U_i', U_i'', i = \overline{1, n}$ на итерации определяются по (2.13), но входящие в эти формулы величины $A_i(\vec{U})$ и $B_i(\vec{U})$ находятся как

$$\left. \begin{aligned} A_i(\vec{U}) &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i, \eta > i}^N (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime(k)} + b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime\prime(k)}) + \\ &+ \sum_{\eta=1, \eta \neq i, \eta \leq i}^N (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime(k+1)} + b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime\prime(k+1)}), \\ B_i(\vec{U}) &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i, \eta > i}^N (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime(k)} - b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime\prime(k)}) + \\ &+ \sum_{\eta=1, \eta \neq i, \eta \leq i}^N (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime(k+1)} - b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{\prime\prime(k+1)}). \end{aligned} \right\} (2.18)$$

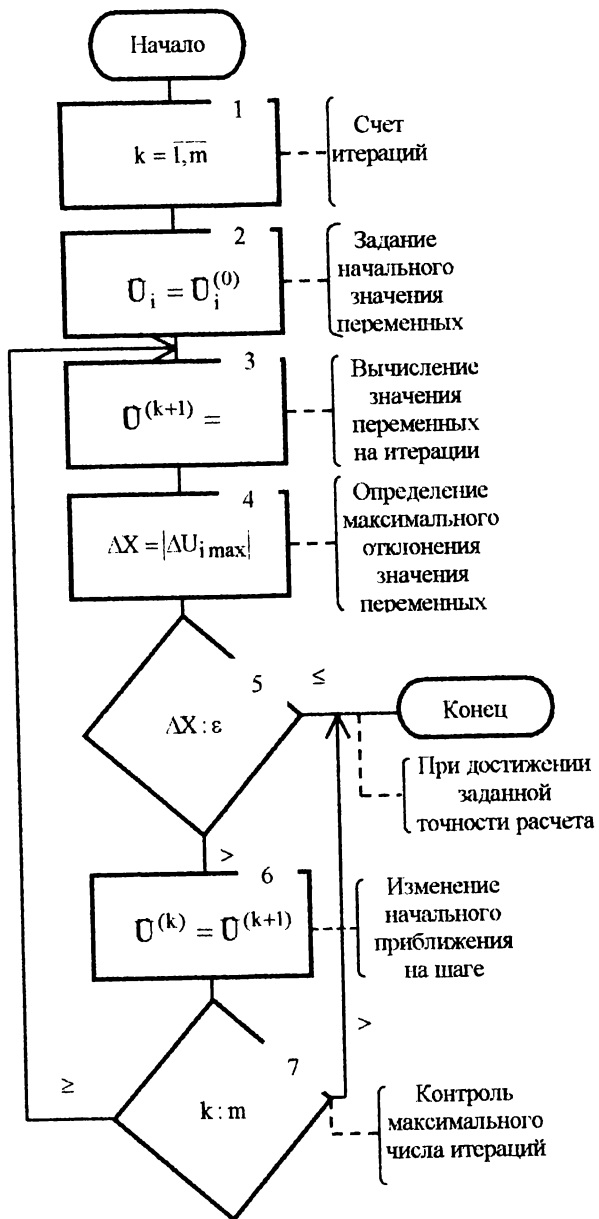


Рис. 4. Алгоритм расчета уравнений узловых напряжений методом простой итерации

2.4.1. Учет базовых узлов при расчете установившихся режимов по методу Зейделя

Метод Зейделя позволяет достаточно просто учитывать в расчетах базовые узлы с фиксированным значением модуля напряжения:

$$V_{i\phi} = \text{const}, \quad Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max}, \quad i = \overline{1, r},$$

где r - число базовых узлов ($r < n$).

Для базовых узлов на каждом шаге расчета предварительно определяется значение реактивной мощности:

$$Q_i^{(k0)} = b_{ii} \cdot (V_i^{(k)})^2 - U_i^{(k)} \cdot B_i(U) + U_i^{*(k)} \cdot A_i(U), \quad i = \overline{1, r}. \quad (2.19)$$

Найденная величина сравнивается с заданными ограничениями

$$Q_{i\min} \leq Q_i^{(k0)} \leq Q_{i\max}. \quad (2.20)$$

Если неравенство выполняется, то по (2.13) находятся составляющие напряжений базовых узлов $U_i^{r(k+1)}$, $U_i^{*(k+1)}$. Затем производится корректировка найденных напряжений по формулам вида

$$U_{i\text{кор}}^{r(k+1)} = U_i^{r(k+1)} \cdot V_{i\phi} / V_i^{(k+1)}, \quad U_{i\text{кор}}^{*(k+1)} = U_i^{*(k+1)} \cdot V_{i\phi} / V_i^{(k+1)} \quad (2.21)$$

Очевидно, что после такой процедуры вещественные и мнимые части напряжения будут соответствовать заданному значению модуля напряжения.

При определении составляющих напряжений других узлов в уравнения (2.13) подставляются значения $U_{i\text{кор}}^{r(k+1)}$, $U_{i\text{кор}}^{*(k+1)}$.

Невыполнение неравенства (2.20) означает, что регулировочный диапазон по реактивной мощности недостаточен для поддержания заданного модуля напряжения.

В этом случае узел переводится в разряд обычных нерегулируемых узлов с изменяемым значением напряжения. Его реактивная мощность фиксируется [2]

$$Q_i^{(k)} = Q_{i\max}, \quad \text{если} \quad Q_i^{(k)} > Q_{i\max} \quad (2.22)$$

или

$$Q_i^{(k)} = Q_{i\min}, \quad \text{если} \quad Q_i^{(k)} < Q_{i\min}.$$

Дальнейшие расчеты для таких узлов выполняются обычным образом по уравнениям (2.13).

2.4.2. Ускоренный метод Зейделя

Для уменьшения времени вычисления рекомендуется использовать ускоренный метод Зейделя [2], в котором на каждом шаге расчета производится регулировка шага в направлении изменения переменных на итерации.

Ускоренное значение переменной вычисляется как

$$\dot{U}_{i_{\text{уск}}}^{(k)} = \dot{U}_i^{(k)} + \alpha \cdot \left(\dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_i^{(k)} \right), i = \overline{1, n}, \quad (2.23)$$

где $0 < \alpha < 2$ - коэффициент ускорения.

Значение коэффициента α подбирается эмпирически [2]. Можно рассчитать оптимальную величину коэффициента ускорения $\alpha_{\text{опт}}$:

$$\alpha_{\text{опт}} = 2 / \left(1 + \sqrt{1 - \lambda_1} \right), \quad (2.24)$$

где λ_1 - максимальное собственное число матрицы, участвующей в итерационном процессе метода Зейделя.

Приближенное значение λ_1 после выполнения достаточного числа итераций находится по формуле

$$\lambda_1 \approx U^{(k+1)} / U^{(k)} \approx U^{n(k+1)} / U^{n(k)} \quad \text{или} \quad \lambda_1 = \left\| \dot{U}^{(k+1)} / \dot{U}^{(k)} \right\|. \quad (2.25)$$

2.4.3. Анализ схем электрической системы по условию сходимости метода Зейделя

Сходимость итерационного процесса расчета параметров режима по (2.13) основывается на выражении переменных U'_i, U''_i , входящих в уравнения (1.21) с максимальным по модулю коэффициентом - собственной проводимостью y_{ii} (рис.5).

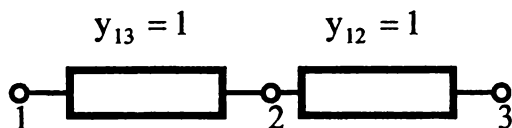


Рис. 5. Схема электрической системы с обычным соотношением модулей проводимостей

При нарушении этого условия сходимость метода Зейделя замедляется или даже нарушается.

Практически такие результаты могут появиться при расчетах режима электрической системы, имеющей ветви с автотрансформаторами (трехобмоточными трансформаторами), когда сопротивление обмотки среднего напряжения мало ($x_{cp} = 0, y_{cp} = \infty$ (рис. 6,а)) и в схемах с устройствами продольной компенсации (рис. 6,б).

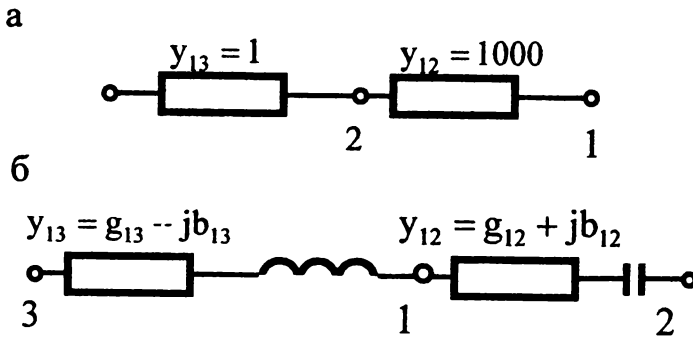


Рис. 6. Схемы электрической системы, для которых не выполняется условие преобладания модуля Y_{ii}

В первом случае (см. рис. 5) при нормальных параметрах системы взаимные проводимости Y_{13} и Y_{23} примерно одинаковы. Собственная проводимость узла 1 $Y_{11} = 2$ (в два раза больше взаимных). При увеличении проводимости $Y_{12} = 1000$ (см. рис. 6,а) собственная

проводимость узла $Y_{11} = 1001$ и переменные \dot{U}_1 и \dot{U}_2 входят в уравнение узловых напряжений, составленное для узла 1, с одинаковыми весовыми коэффициентами, что неизбежно отразится на сходимости итерационного процесса. При наличии устройств продольной компенсации модуль собственной проводимости

$$Y_{ii} = \sqrt{(g_{13} + g_{23})^2 + (b_{13} - b_{23})^2}$$

будет меньше модулей взаимных проводимостей Y_{13} и Y_{23} (реак-

тивные составляющие проводимость b_L , b_C на порядок больше активных составляющих g).

Таким образом, условия «преобладания» собственной проводимости узла над взаимными проводимостями не выполняются. Метод Зейделя будет «сходиться» плохо или совсем «не сойдется».

2.4.4. Характеристика метода Зейделя

Основное достоинство метода Зейделя состоит в простоте алгоритма и удобстве его программной реализации:

- не требуется большого объема оперативной памяти, так как значения переменных уточняются последовательно внутри одной итерации;

- в алгоритме расчета значения переменных на $(k+1)$ - итерации

$U_i^{(k+1)}$ хранятся в том же месте памяти, что и $U_i^{(k)}$.

Метод эффективен при расчетах со слабозаполненными матрицами узловых проводимостей, поскольку алгоритм учета заполненности весьма прост. Экономия оперативной памяти при использовании метода Зейделя тем существенней, чем больше узлов содержит электрическая система [3].

Еще одним достоинством метода является то, что он не чувствителен к выбору начального приближения, а также позволяет учитывать ограничения по реактивной мощности. Время расчета переменных на итерационном шаге мало.

Основными недостатками метода Зейделя являются:

- большое число итераций в цикле расчета (50-2000);

- отсутствие сходимости в некоторых случаях сочетаний параметров системы и в тяжелых режимах.

В общем случае метод Зейделя рекомендуется использовать для расчета режимов в замкнутых концентрированных системах. При расчете разомкнутых протяженных сетей метод дает неудовлетворительные результаты. Эти недостатки метода Зейделя привели к необходимости применения для решения уравнений узловых напряжений более сильных методов.

2.4.5. Алгоритм расчета уравнений узловых напряжений по методу Зейделя

Расчет параметров режима по ускоренному методу Зейделя представляется алгоритмом циклической структуры (рис. 7).

Он включает в себя следующие основные блоки [3]:

1. Ввод исходных данных:

- по узлам:

i - номер узла;

U_n - номинальное значение напряжения в узле;

$P_n, Q_n, (P_n(U), Q_n(U), P_r, Q_r)$ для нерегулируемых нагрузочных и генераторных узлов;

P, V, Q_{\min}, Q_{\max} для регулируемых (базовых) узлов;

$Y_{ш}$ - проводимость шунта на землю;

N - номер базисного узла;

- по ветвям:

m - число ветвей в электрической системе;

$N1$ - номер начала ветви;

$N2$ - номер конца ветви;

r_{in}, x_{in}, Y_{in} - параметры ветвей;

k_{in} - коэффициенты трансформации.

2. Контроль исходной информации:

- проверка связности сети;

- достаточность введенных данных;

- допустимость заданных уровней напряжения и соответствие их принятым коэффициентам трансформации;

- наличие балансирующего узла.

3. Расчет параметров режима в итерационном цикле по методу Зейделя:

- расчет элементов матрицы Y с учетом коэффициентов трансформации;

- выбор начальных приближений $U_i^{(0)} = U_{iном}, U_i^{(0)} = 0, i = \overline{1, n}$;

- нахождение переменных $U_i', U_i'', U_{iуск}', U_{iуск}''$ для узла по (2.13), (2.24) с использованием промежуточных величин

$A_i(\bar{U}), B_i(\bar{U}), I_i'(U_i), I_i''(U_i)$ по (2.18), (2.14) и Q_i по (2.19) для базовых узлов с фиксированным модулем напряжения;

- для базовых узлов выполняется пересчет найденных значений $U_{iкор}', U_{iкор}''$ по (2.21);

- запоминание максимального модуля приращения напряжения $|\Delta U_{\max}|$ на итерации для контроля окончания итерационного цикла;

- переход к расчету U'_{i+1}, U''_{i+1} , если $i \leq n$;
- контроль достаточности расчетов по количеству узлов $i : n$;
- если $i > n$, то проверка окончания расчета проводится по критерию $|\Delta U_{\max}| \leq \varepsilon$, где ε - точность определения переменных;
- переход к следующей итерации при невыполнении критерия окончания расчета или конец расчета при его выполнении.

2.5. Решение уравнений установившегося режима методом Ньютона

Для того, чтобы использовать метод Ньютона, уравнения узловых напряжений представляют в форме баланса мощностей:

$$\left. \begin{aligned} V_i^2 y_{ii} \sin \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (V_i V_\eta y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta})) + P_i = 0, \\ V_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (V_i V_\eta y_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta})) + Q_i = 0 \end{aligned} \right\} i = 1, n. \quad (2.26)$$

При малых отклонениях режимных параметров $\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta V_i, \Delta \delta_i$ от их значений в установившемся режиме $P_i^0, Q_i^0, V_i^0, \delta_i^0$ система уравнений (2.26) преобразуется как

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= (V_i^0 + \Delta V_i)^2 \cdot y_{ii} \cdot \sin \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N ((V_i^0 + \Delta V_i) \times \\ &\times (V_\eta^0 + \Delta V_\eta) \cdot y_{i\eta} \cdot \sin((\delta_i^0 + \Delta \delta_i) - (\delta_\eta^0 + \Delta \delta_\eta) - \alpha_{i\eta})) + P_i^0, \\ \Delta Q_i &= (V_i^0 + \Delta V_i)^2 \cdot y_{ii} \cdot \cos \alpha_{ii} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N ((V_i^0 + \Delta V_i) \times \\ &\times (V_\eta^0 + \Delta V_\eta) \cdot y_{i\eta} \cdot \cos((\delta_i^0 + \Delta \delta_i) - (\delta_\eta^0 + \Delta \delta_\eta) - \alpha_{i\eta})) + Q_i^0, \end{aligned} \right\} (2.27)$$

где $\vec{\delta}^0 (\delta_1^0, \delta_2^0, \dots, \delta_n^0)$ - вектор фазовых углов напряжений узлов;

$\vec{V}^0 (V_1^0, V_2^0, \dots, V_n^0)$ - вектор узловых напряжений.

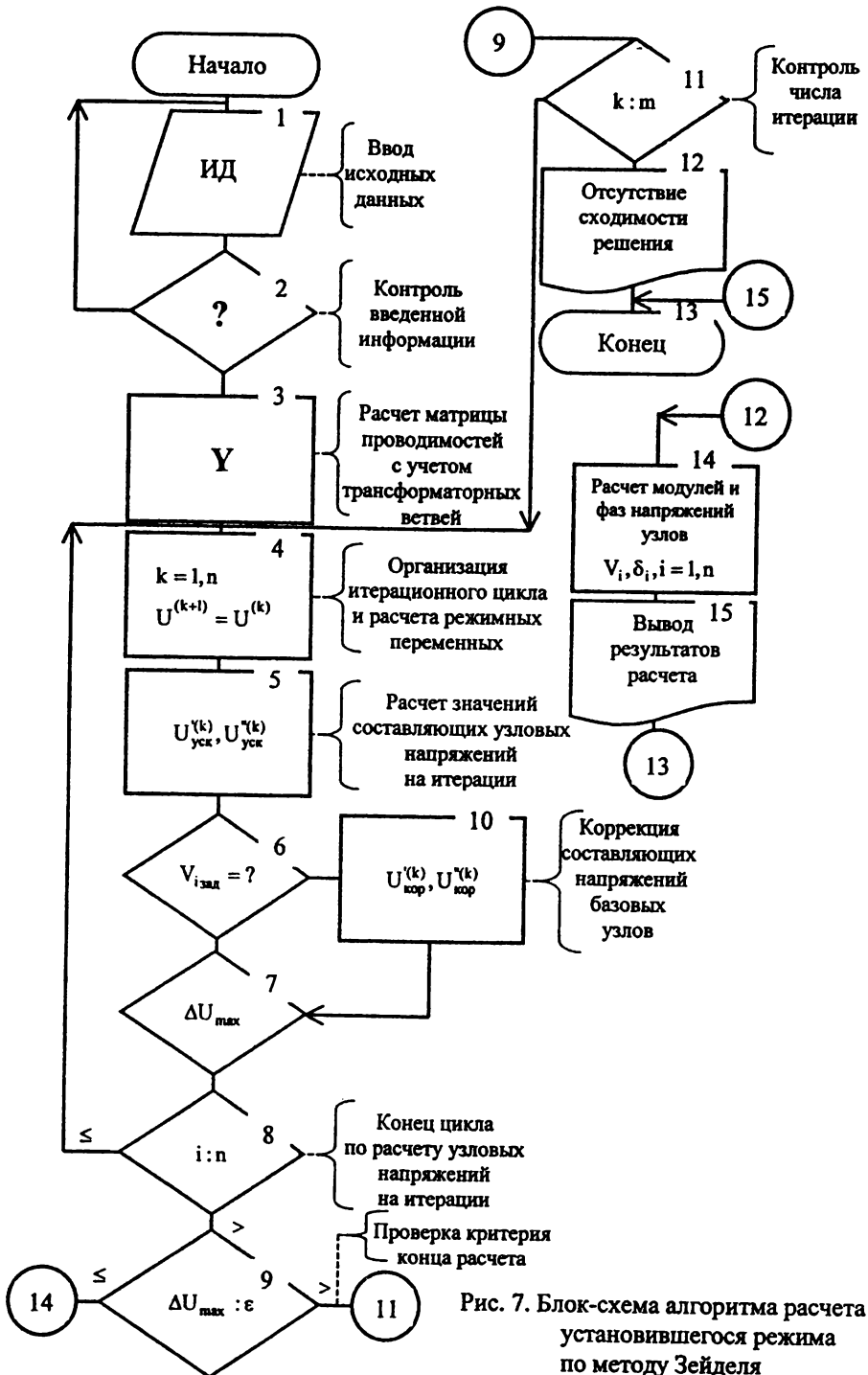


Рис. 7. Блок-схема алгоритма расчета установившегося режима по методу Зейделя

Для получения решения система нелинейных уравнений (2.27) линеаризуется (нелинейные уравнения раскладываются в ряд Тейлора в точке, соответствующей исходному установившемуся режиму). В алгебраических уравнениях осуществляется переход от полных значений параметров режима Π_i (P_i, Q_i, V_i, δ_i и т.д.) к их отклонениям $\Delta\Pi_i$ ($\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta V_i, \Delta\delta_i$ и т.п.). Исходная система преобразуется в систему линейных уравнений, которая одновременно является *системой уравнений первого приближения*, так как в линеаризованных уравнениях целесообразно оставить только первые производные преобразуемых функций.

Разложение нелинейных функций, стоящих в правых частях системы уравнений (2.27) в ряд Тейлора, приводит последнюю к виду

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= - \sum_{\eta=0}^N \frac{\partial P_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0)}{\partial \delta_\eta} \Delta \delta_\eta - \sum_{\eta=0}^N \frac{\partial P_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0)}{\partial V_\eta} \Delta V_\eta, \\ \Delta Q_i &= - \sum_{\eta=0}^N \frac{\partial Q_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0)}{\partial \delta_\eta} \Delta \delta_\eta - \sum_{\eta=0}^N \frac{\partial Q_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0)}{\partial V_\eta} \Delta V_\eta, \quad i = \bar{1}, n. \end{aligned} \right\} (2.28)$$

При выводе уравнений (2.28) учитывались только первые члены разложения, а также те обстоятельства, что в установившихся режимах

$$\Delta P_i = P_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0) + P_i^0 = 0, \quad \Delta Q_i = Q_i(\bar{\delta}^0, \bar{V}^0) + Q_i^0 = 0.$$

Система уравнений (2.28) решается с использованием рекуррентного выражения метода Ньютона в виде

$$\begin{vmatrix} \Delta \bar{\delta} \\ \dots \\ \Delta \bar{U} \end{vmatrix} = -W^{-1} \begin{vmatrix} \Delta \bar{P} \\ \dots \\ \Delta \bar{Q} \end{vmatrix}, \quad (2.29)$$

где $\Delta \bar{\delta}, \Delta \bar{U}$ - векторы приращений фазовых углов и узловых напряжений;

W^{-1} - матрица, обратная матрице Якоби W с элементами

$$W = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial U} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} \end{vmatrix},$$

где $\Delta \vec{P}, \Delta \vec{Q}$ - векторы небалансов узловых активных и реактивных мощностей, элементы которых рассчитываются по (2.28).

Значения переменных на каждом шаге расчета определяются по формуле

$$\begin{vmatrix} \delta^{(k+1)} \\ \vec{V}^{(k+1)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta^{(k)} \\ \vec{V}^{(k)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta \delta^{(k+1)} \\ \Delta \vec{V}^{(k+1)} \end{vmatrix}. \quad (2.30)$$

2.5.1. Учет фиксированного модуля напряжения при расчетах режима методом Ньютона

При наличии в схемах электрической системы m базовых узлов, модуль напряжения которых является постоянной величиной, необходимо учитывать то обстоятельство, что для этих узлов нельзя записать уравнения баланса реактивных мощностей, ввести параметр $\Delta V_i, i = \overline{1, m}$ и определить производные - элементы матрицы Якоби. Поэтому для решения системы (2.28) необходимо понизить размерность линейных уравнений (2.29), исключив соответствующие элементы ΔV_i , строку $\partial \Delta Q_i / \partial \delta, \partial \Delta Q_i / \partial V$ и столбец $\partial \Delta P / \partial V_i, \partial \Delta Q / \partial V_i$ из матрицы Якоби.

После расчета параметров режима определяются значения реактивных мощностей базовых узлов.

2.5.2. Достоинства и недостатки метода Ньютона

К достоинствам данного метода относятся:

- высокая надежность получения решения;
- небольшое число итераций для получения решения (порядка 3-7);
- увеличение скорости сходимости при приближении к решению, поскольку сходимость имеет квадратичный характер.

Недостатками данного метода являются:

- чувствительность к заданию начального приближения, т.е. неточное приближение не обеспечивает сходимости решения;
- плохой учет ограничений по реактивной мощности;
- необходимость решения на каждой итерации систем линейных уравнений большой размерности.

2.5.3. Особенности решения систем нелинейных уравнений на шаге метода Ньютона

Наиболее трудоемкой частью реализации любой модификации метода Ньютона является решение системы линейных уравнений, которая для современных энергосистем с числом узлов 1000 - 6000 имеет большую размерность $n \times n$.

Анализ большого количества схем электрических систем показывает, что число ненулевых элементов в матрице Якоби может быть оценено величиной $16 \times n$ и, следовательно, в действительности размерность решаемой задачи может быть существенно снижена.

Для этой цели рекомендуются следующие способы:

1. Применение для решения систем линейных уравнений методов упорядоченного гауссовского исключения с хранением только ненулевых элементов матрицы Якоби методом связанных списков.

2. Использование для решения систем линейных уравнений итерационных методов, требующих записи не полной матрицы проводимостей, а только ее ненулевых коэффициентов.

2.5.4. Возможности упрощения реализации метода Ньютона

Система уравнений баланса мощностей наиболее часто применяется при расчетах сложных электрических сетей объединенных энергосистем. Для увеличения скорости проведения расчетов внедрены многочисленные упрощенные реализации этого метода.

Упрощение реализации метода Ньютона обычно идет либо по пути упрощения матрицы Якоби, либо по пути понижения размерности решаемой системы линейных уравнений.

В упрощенных формах записи уравнений баланса мощностей для реализации их решения по методу Ньютона используются некоторые закономерности, типичные для режимов рассматриваемых электрических систем и соотношений между их параметрами.

Так для объединенных электрических систем, схемы замещения которых включают линии напряжением 220 кВ и выше с сечениями более 240 мм², справедливо неравенство $g_{in} \leq 0,25b_{in}$. Поэтому можно отказаться от учета активных составляющих проводимостей линий и, как следствие, от учета дополнительных углов α_{in} . Матрица Якоби в этом случае становится симметричной, что значительно сокращает время расчета.

В установившихся режимах разность фаз напряжений смежных узлов сети $(\delta_i - \delta_n)$, как правило, не превышает 15-20°. Следовательно, составляющие матрицы Якоби, включающие $\cos(\delta_i - \delta_n)$, примерно в три раза превышают составляющие матрицы Якоби, включающие $\sin(\delta_i - \delta_n)$, что позволяет понизить размерность данной матрицы.

В зависимости от поставленной задачи возможен отдельный расчет установившихся режимов по активным и реактивным мощностям. В этом случае необходимо учитывать, что распределение реактивных мощностей влияет главным образом на величины фаз напряжений узлов, а распределение активных мощностей - на модули напряжений узлов.

Возможно также применение «слабых» методов Ньютона, которые во многих случаях могут значительно увеличить скорости получения решения.

2.5.5. «Слабые» методы Ньютона

К «слабым» методам Ньютона обычно относят: *«модифицированный»* метод Ньютона, *«полностью разделенный»* и метод *«модели постоянного тока»*.

1. «Модифицированный» метод Ньютона

Данный метод предполагает, что вычисление матрицы Якоби производится только на первой и второй итерациях. Далее расчет выполняется с использованием постоянной матрицы Якоби

$$W = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U} \end{vmatrix} = \text{const.}$$

Матрицу Якоби, полученную после первой итерации $W(\delta^{(1)}, V^{(1)})$, обычно триангулируют, т.е. разлагают на верхнюю и нижнюю треугольные матрицы, что увеличивает скорость получения решения на каждой итерации метода Ньютона. Для получения заданной точности решения требуется большее количество итераций, чем при обычном методе Ньютона. Кроме того, в некоторых случаях может быть нарушена сходимость.

2. «Полностью разделенный» метод Ньютона

Если учесть приведенные выше закономерности, типичные для режимов и соотношений между параметрами электрической системы, и проанализировать структуру элементов матрицы Якоби, то можно легко убедиться в том, что элементы матрицы $\frac{\partial \Delta P}{\partial \delta}$ и $\frac{\partial \Delta Q}{\partial V}$ в большинстве случаев оказываются в три раза больше соответствующих элементов матрицы $\frac{\partial \Delta P}{\partial V}$ и $\frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta}$. Первые две матрицы обычно называются диагональными матрицами уравнений баланса мощностей, а вторые - внедиагональными. Простейший путь состоит в пренебрежении элементами внедиагональных матриц ($\frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} = 0$ и $\frac{\partial \Delta Q}{\partial V} = 0$).

Следовательно, полная система уравнений (2.29) будет иметь вид

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{vmatrix},$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} [\partial \Delta P / \partial \delta] \cdot \Delta \delta^{(k+1)} &= -\Delta P^{(k+1)}, \\ [\partial \Delta Q / \partial V] \cdot \Delta V^{(k+1)} &= -\Delta Q^{(k+1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Система уравнений (2.31) реализует «полностью разделенный» метод Ньютона. Достоинством этого метода является сокращение времени расчета на итерационном шаге, который выполняется в три-четыре раза быстрее, чем итерация стандартного метода. Выигрыш достигается за счет уменьшения в два раза числа элементов матрицы W и превращения ее в симметричную.

3. Метод «модели постоянного тока»

Еще более простым методом, применяемым для решения систем уравнений баланса мощностей, является метод «модели постоянного тока». В этом методе дополнительно предполагается, что модули напряжений всех узлов сети сохраняют свои постоянные значения. В таких условиях из системы уравнений баланса исключаются уравнения баланса реактивных мощностей.

Как и в предыдущем случае, рассматриваемое приближение не учитывает «синусных» членов и активных проводимостей линий. Косинусы разности углов приближенно заменяются единицей $\cos(\delta_i - \delta_n) = 1$. После указанных упрощений система уравнений баланса мощностей сводится к уравнениям, аналогичным уравнениям сети постоянного тока

$$B \cdot \Delta \delta^{(k+1)} = -\Delta P^{(k+1)}$$

или

$$B \cdot \Delta \delta^{(k+1)} + \Delta P^{(k+1)} = 0, \quad (2.32)$$

где \mathbf{B} - матрица, состоящая из реактивных составляющих матрицы проводимостей \mathbf{Y} .

Уравнения «модели постоянного тока» применяются в оценочных расчетах установившихся режимов, при корректировке параметров режима и т.д.

2.5.6. Алгоритм расчета уравнений узловых напряжений по методу Ньютона

Блок-схема алгоритма расчета уравнений узловых напряжений по методу Ньютона приведена на рис. 8. Два первых основных блока (ввод исходных данных и контроль исходной информации) ничем не отличаются от соответствующих блоков, представленных в алгоритме расчета параметров режима по методу Зейделя. Алгоритм работы третьего блока приводится ниже.

Расчет параметров режима в итерационном цикле по методу Ньютона:

- выбор начальных приближений $\bar{X}_i^{(0)}: V_i^{(0)} = V_{i_{\text{ном}}}, \delta_i^{(0)} = 0$,
 $i = \overline{1, n}$;
- расчет небалансов узловых мощностей $\Delta P, \Delta Q$ по (2.27);
- определение максимальной невязки $|\Delta X_{\text{max}}|$;
 $|\Delta P_{\text{max}}|, |\Delta Q_{\text{max}}|$;
- запоминание максимального модуля приращения переменных $|\Delta \bar{X}_{\text{max}}|$ (максимального небаланса активных и реактивных мощностей) на итерации для контроля окончания итерационного цикла;
- проверка окончания расчета по критерию $|\Delta P_{\text{max}}| (|\Delta Q_{\text{max}}|) \leq \varepsilon$, где ε - точность определения переменных;
- контроль числа итерации;
- формирование матрицы \mathbf{W} ;
- решение системы уравнений вида (2.29) и получения значений переменных на шаге расчета;
- изменение номера узла $i = i + 1$;
- контроль достаточности расчетов по количеству узлов $i: n$;
- если $i > n$, то проверка окончания расчета проводится по кри-

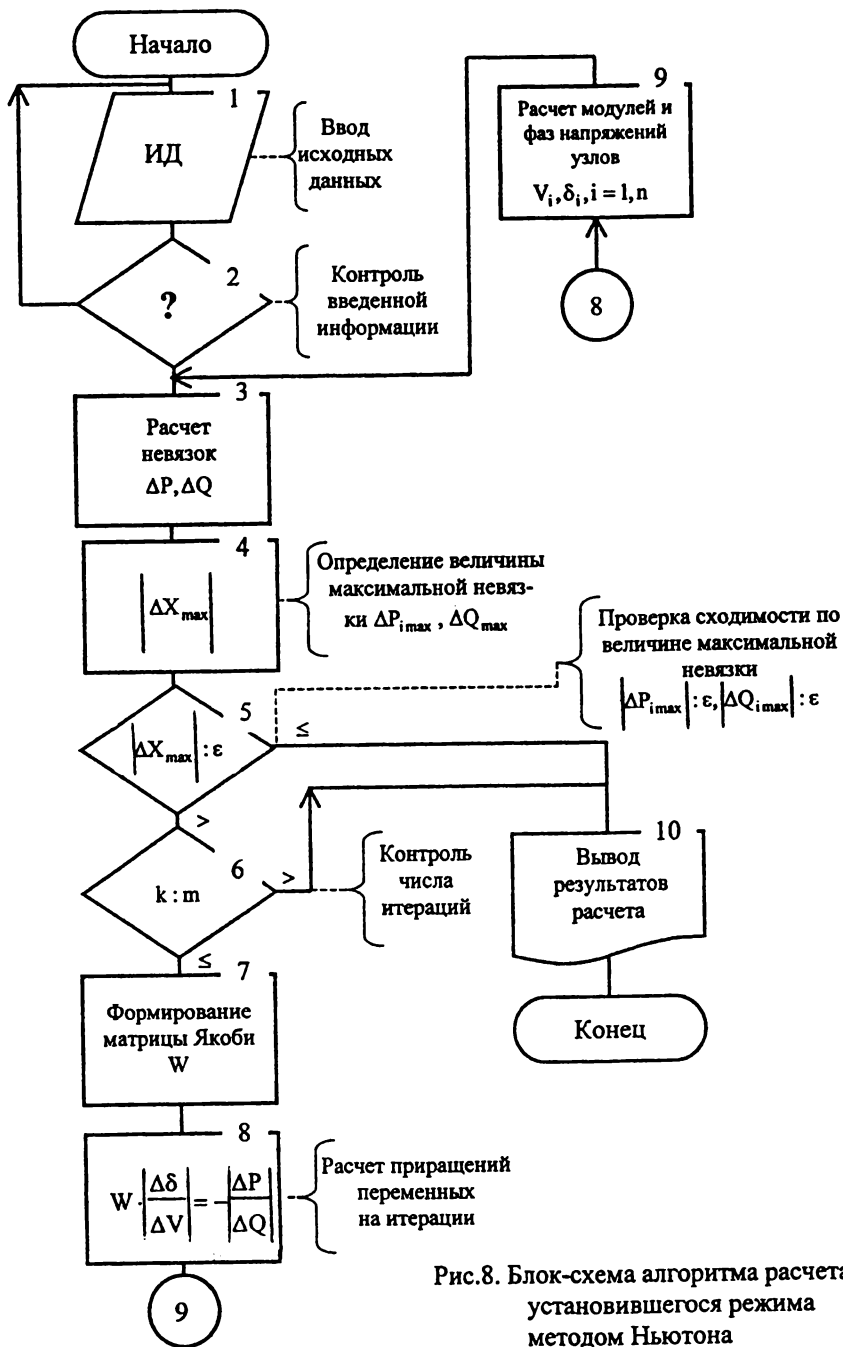


Рис.8. Блок-схема алгоритма расчета установившегося режима методом Ньютона

терию и $|\Delta P_{\max}(\Delta Q_{\max})| \leq \varepsilon$ (метод Ньютона), где ε - точность определения переменных;

- переход к следующей итерации при невыполнении критерия окончания расчета или конец расчета при его выполнении.

В приложении к учебному пособию приведен пример расчета параметров установившегося режима по методам Зейделя и Ньютона.

3. ВАРИАНТНЫЕ РАСЧЕТЫ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Для решения большинства задач эксплуатации и проектирования необходимо выполнить целую серию расчетов установившихся режимов при сравнительно небольших изменениях параметров сети. К таким задачам относятся следующие:

1. Обработка заявок на отключение линий электропередачи и блоков (это расчеты, связанные с ремонтом отдельных линий и блоков). В ряде случаев при этом отключается часть нагрузки, происходит изменение режима работы средств регулирования напряжения и т.д. Во многих случаях анализ заявок должен быть выполнен оперативно, поэтому заранее рассчитывают серии наиболее важных коммутаций, чтобы при поступлении той или иной заявки можно было практически мгновенно определить мероприятие по изменению режима.

2. Выбор уставок элементов системной автоматики аварийных режимов: устройства отключения генераторов и нагрузок, противоаварийной автоматики асинхронного хода и др.

3. Анализ режимов работы электрических систем на предстоящий сезон (зависит от времени года, режима работы отдельных станций и др.)

4. Расчеты предельных режимов.

5. Вариантные расчеты при проектировании развития электрических систем.

Стандартные универсальные методы решения уравнений установившихся режимов работают сравнительно медленно и поэтому непригодны для проведения вариантных расчетов. Разработаны специальные методы, которые позволяют существенно повысить скорость выполнения расчетов [3].

Увеличение скорости расчетов достигается:

- за счет упрощения методики расчета, в которой основная масса расчетов выполняется по простейшей модели постоянного тока;

- заменой решения корректируемых уравнений узловых напряжений корректировкой решения линеаризованных уравнений.

Как показали экспериментальные расчеты, приведенные ниже

методы корректировки решений выполняются в 3-4 раза быстрее, чем достигается новое решение линеаризованной системы уравнений узловых напряжений, и мало уступают им в точности.

3.1. Корректировка линеаризованных уравнений узловых напряжений при отключении линий или изменениях их сопротивлений

В основе большинства алгоритмов корректировки установившихся режимов при отключении или включении новых линий лежит так называемая «формула Вудбери», позволяющая откорректировать обратную матрицу линеаризованных уравнений установившегося режима при изменении параметров одной или нескольких линий электропередачи. Необходимость применения обратной матрицы Y^{-1} является существенным недостатком алгоритмов корректировки установившегося режима.

Этот недостаток затруднял их использование и взаимодействие с промышленными программами расчета установившегося режима, в которых матрица Y^{-1} или какой-либо эквивалент ее, содержащий большое количество отличных от нуля элементов, не применяются. В последние годы разработаны более эффективные алгоритмы корректировки режимов, обеспечивающие высокую скорость выполнения расчетов и экономно использующие память вычислительных машин. Ниже рассматривается метод корректировки режима сети при изменении сопротивления одной из линий, основанный на применении треугольного разложения матрицы B по формуле $B=LW$.

Для расчета изменений параметра режима, связанных с корректировкой сопротивления линии, используем систему (2.32), которая в данном случае может быть записана следующим образом:

$$(B + \Delta B) \cdot \Delta \delta = -\Delta P. \quad (3.1)$$

Чтобы определить структуру матрицы ΔB и вектора ΔP в уравнении (3.1), рассмотрим сеть, показанную на рис. 9, и проследим, как изменяется матрица B при отключении линии 1-3. Совершенно очевидно, что в матрице B^1 , соответствующей новому режиму сети, отсутствуют недиагональные элементы b_{13}^1, b_{31}^1 , а коэффициенты b_{11}^1, b_{33}^1 изменяются следующим образом:

$$b_{11}^1 = b_{11} + b_{13}; \quad b_{33}^1 = b_{33} + b_{31}.$$

Запишем изменение коэффициентов \mathbf{B}^1 в матричной форме:

$$\mathbf{B}^1 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{13} & 0 & -b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_{31} & 0 & b_{13} \end{vmatrix}$$

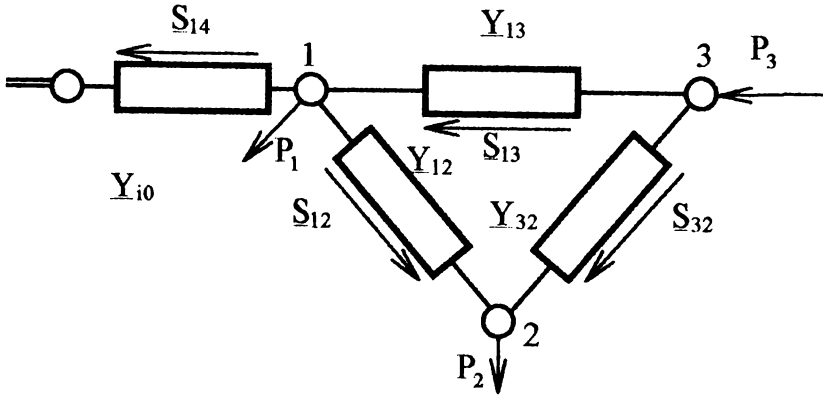


Рис. 9. Схема замещения электрической системы: корректировка параметров режима

Рассмотрим теперь, как изменяются правые части уравнений, если учесть, что базовый режим сети рассчитан и для него первый закон Кирхгофа соблюдается во всех узлах. Отключение линии 1-3 приводит к небалансам мощности в узлах 1 и 3

$$\Delta P_1 = -\Delta P_3 = P_{13}.$$

Следовательно, вектор небалансов мощности $\Delta \mathbf{P}$ имеет две отличные от нуля компоненты: ΔP_1 и $\Delta P_3 = -\Delta P_1$.

Как видно из рассмотренного примера, матрица поправок $\Delta \mathbf{B}$ содержит два отличных от нуля столбца $\Delta B_1, \Delta B_3$:

$$\Delta \mathbf{B} = [[\Delta B_1] [0] [\Delta B_3]].$$

Каждый из столбцов $\Delta B_1, \Delta B_3$, в свою очередь, имеет два отличных от нуля элемента и определяется следующим образом:

$$\Delta B_1 = -\Delta B_3 = \begin{vmatrix} b_{13} \\ 0 \\ -b_{13} \end{vmatrix} = |\Delta P| \cdot \frac{b_{13}}{P_{13}}.$$

Приведенный пример позволяет сделать общие выводы по структуре матрицы $\Delta \mathbf{B}$ и вектора $\Delta \mathbf{P}$, получаемых при уменьшении проводимости линии, соединяющей узлы i и η , на величину $\Delta B_{i\eta}$ (очевидно, отключение или включение новой линии являются частными случаями рассматриваемой ситуации):

- матрица $\Delta \mathbf{B}$ содержит два ненулевых столбца: $\Delta \mathbf{B}_i$ и $\Delta \mathbf{B}_\eta$;

- векторы-столбцы $\Delta \mathbf{B}_i$, $\Delta \mathbf{B}_\eta$ имеют по две отличных от нуля компоненты, также как и вектор небалансов $\Delta \mathbf{P}$:

$$\Delta \mathbf{B}_i = -\Delta \mathbf{B}_\eta = \begin{matrix} i \\ \eta \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} \cdot \Delta b_{i\eta}; \quad \Delta \mathbf{P} = \begin{matrix} i \\ \eta \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} \cdot \Delta P_{i\eta}, \quad (3.2)$$

где $\Delta P_{i\eta}$ - небаланс активной мощности в узлах i и η при уменьшении проводимости линии $i-\eta$ на величину $\Delta b_{i\eta}$,

$$\Delta P_{i\eta} = \Delta b_{i\eta} \cdot V_i^0 \cdot V_\eta^0 \cdot \sin(\delta_i^0 - \delta_\eta^0).$$

Как следует из (3.2), все три вектора $\Delta \mathbf{B}_i$, $\Delta \mathbf{B}_\eta$ и $\Delta \mathbf{P}$ линейно зависят друг от друга и связаны соотношением

$$\Delta \mathbf{B}_i = -\Delta \mathbf{B}_\eta = \frac{\Delta \mathbf{P}}{V_i^0 \cdot V_\eta^0 \cdot \sin(\delta_i^0 - \delta_\eta^0)}. \quad (3.3)$$

Рассмотрим теперь решение системы (3.1). Для этого умножим обе части уравнения на \mathbf{B}^{-1} , в результате находим:

$$(\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{B}) \cdot \Delta \vec{\delta} = \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}, \quad (3.4)$$

где \mathbf{E} - единичная матрица.

Умножение правой и левой частей системы (3.4) на матрицу $(\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{B})^{-1}$ позволяет получить решение исходной системы (3.1):

$$\Delta \vec{\delta} = -(\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}. \quad (3.5)$$

Хотя выражения (3.4) и (3.5) дают решение поставленной нами задачи, они не применяются в современных методах корректировки уравнений узловых напряжений, поскольку используют обратную матрицу \mathbf{B}^{-1} . Вместо этих формул применяется последовательность действий, позволяющая получить решение быстрее и с меньшим расходом оперативной памяти:

1. Определяется первый вспомогательный вектор $\vec{\Theta}_1$ с помощью системы уравнений

$$\mathbf{B} \vec{\Theta}_1 = -\Delta \mathbf{P}, \quad (3.6)$$

откуда

$$\vec{\Theta}_1 = -\mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}. \quad (3.7)$$

2. Рассчитывается матрица $\mathbf{V}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{V}$, которая содержит два отличных от нуля столбца: $\bar{\Theta}_2 = -\mathbf{V}^{-1} \Delta \mathbf{V}_i$ и $-\bar{\Theta}_2 = -\mathbf{V}^{-1} \Delta \mathbf{V}_\eta$, соответствующих векторам $\Delta \bar{\mathbf{V}}_i$ и $\Delta \bar{\mathbf{V}}_\eta$. Получение каждого из этих столбцов эквивалентно решению системы уравнений

$$\mathbf{V} \bar{\Theta}_2 = -\Delta \bar{\mathbf{V}}_i. \quad (3.8)$$

Поскольку векторы $\Delta \bar{\mathbf{V}}_i$ и $\Delta \bar{\mathbf{P}}$ связаны линейной зависимостью, практически решать систему (3.8) не нужно, проще воспользоваться формулой, вытекающей из этой зависимости:

$$\bar{\Theta}_2 = \bar{\Theta}_1 \Delta \bar{\mathbf{V}}_\eta = \frac{\Delta \bar{\mathbf{P}}}{\mathbf{V}_i^0 \cdot \mathbf{V}_\eta^0 \cdot \sin(\delta_i^0 - \delta_\eta^0)}. \quad (3.9)$$

Решается уравнение (3.5). С учетом введенных обозначений система (3.5) сводится к следующему виду:

$$\mathbf{E} \cdot \Delta \bar{\delta} = \bar{\Theta}_2 ((\Delta \delta_\eta - \Delta \delta_i) - \alpha), \quad (3.10)$$

где α - коэффициент пропорциональности между компонентами векторов $\bar{\Theta}_1$ и $\bar{\Theta}_2$.

Каждое уравнение k системы (3.10) включает приращение фазового угла δ_k , и, кроме того, приращения углов δ_i, δ_η , соответствующих линий с изменяемой проводимостью $i - \eta$. Если из общей системы выделить уравнения для углов i и η , то они будут содержать только неизвестные $\Delta \delta_i, \Delta \delta_\eta$ и, следовательно, могут быть решены совместно. Выписывая указанные уравнения и вводя обозначения компоненты k вектора $\bar{\Theta}_1 \bar{\Theta}_{1k}$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} (1 - \alpha \bar{\Theta}_{1i}) \Delta \delta_i - \alpha \bar{\Theta}_{1\eta} \Delta \delta_\eta &= \bar{\Theta}_{1i}, \\ \alpha \bar{\Theta}_{1\eta} \Delta \delta_i + (1 - \alpha \bar{\Theta}_{1\eta}) \Delta \delta_\eta &= \bar{\Theta}_{1\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Решая систему уравнений (3.11), определяем приращения фазовых углов δ_i, δ_η , затем подставляем найденные значения в остальные уравнения системы и получаем окончательное решение исходной системы (3.1).

Таким образом, корректировка базового решения уравнений узловых напряжений при изменении параметров линии связана с одним решением системы (3.6) с постоянной матрицей, предварительно представленной в виде произведения треугольных матриц \mathbf{L}, \mathbf{W} , умножением этого решения на постоянный множитель и решением системы (3.10).

3.2. Корректировка линейризованных уравнений узловых напряжений при фиксации мощности по отдельной линии или сечению

Во многих вариантных расчетах электрических режимов необходимо осуществлять контроль за значением потока мощности по отдельной линии или сечению. Под сечением здесь (и в дальнейшем) понимается совокупность элементов электрической системы, отключение которых приведет к разделению системы на две несинхронно работающие части.

Наиболее часто контроль и корректировка мощности линий используются в расчетах, оценивающих предел передаваемой по линии мощности. В таких расчетах сеть разделяется на два района (χ и γ), соединяемых линией, величина потока мощности в которой контролируется. В одном из районов помещается основной балансирующий узел, а в другом выбирается генератор, за счет изменения мощности P_i которого достигается заданное изменение перетока ΔP по выделенной линии или сечению. При загрузке необходимо иметь возможность постоянного контроля мощности, проходящей по выделенному участку сети. Для этого целесообразно в исходной системе исключить уравнение балансирующего узла, заменив его уравнением баланса активной мощности выделенной линии или сечения.

Задача фиксации или корректировки перетока по линии или сечению решается и при оптимизации распределения активных мощностей (учет ограничений).

При решении задачи считается заданным исходный базовый режим системы с параметрами P_0, V_0, δ_0 . Для определения изменения мощностей по линиям используется «модель постоянного тока». Величина ΔP связана с приращениями $\Delta \delta$ следующим уравнением:

$$-\Delta P + b_{\chi\gamma}(\Delta\delta_{\chi} - \Delta\delta_{\gamma}) = 0. \quad (3.12)$$

Следует помнить, что при построении «модели постоянного тока» напряжения узлов относятся к их номинальным значениям и принимаются равными единице.

В системе линейризованных уравнений базового режима сети

$$B \cdot \Delta \delta = 0 \quad (3.13)$$

уравнение (3.12) должно заменить уравнение генератора i , принадлежащего району χ :

$$\sum_{k=1}^n b_{ik} \cdot \Delta \delta_k = 0. \quad (3.14)$$

Новую линейризованную систему уравнений можно записать та-

ким же образом, как для случая отключения линии

$$(\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B}) \cdot \Delta \vec{\delta} = +\Delta \vec{P}. \quad (3.15)$$

В матрице $\Delta \mathbf{B}$ отлична от нуля только строка i , которая обозначается $\Delta \mathbf{B}_i^T$. Для каждого элемента этой строки вводится обозначение Δb_{ik} . Для рассматриваемого простейшего случая фиксации мощности по одной линии можно записать:

$$\Delta b_{ix} = b_{xy} - b_{ix}; \quad \Delta b_{iy} = -(b_{xy} + b_{iy}). \quad (3.16)$$

Остальные элементы вектора $\Delta \mathbf{B}_i^T$ определяются по формуле

$$\Delta b_{ik} = -b_{ik}. \quad (3.17)$$

Вектор $\Delta \vec{P}$ также имеет только одну отличную от нуля компоненту

$$\Delta P_i = \Delta P. \quad (3.18)$$

Решение системы (3.15), как и в рассмотренном выше методе учета отключения линии, начинается с умножения на матрицу \mathbf{B}^{-1} , в результате которого получается система уравнений

$$\left[\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{B} \right] \cdot \Delta \vec{\delta} = \mathbf{B}_i^1 \cdot \Delta P, \quad (3.19)$$

где \mathbf{B}_i^1 - столбец i матрицы \mathbf{B}^{-1} .

Матрица $\mathbf{B}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{B}$ в этом случае состоит только из ненулевых строк, поэтому для облегчения алгоритма решения системы лучше вначале умножить матрицу $\Delta \mathbf{B}$, содержащую единственную ненулевую строку i , на вектор $\Delta \vec{\delta}$. В результате получается вектор \vec{Z} с единственной отличной от нуля переменной Z_i , которая рассчитывается по формуле

$$z_i = \sum_{k=1}^n \Delta b_{ik} \Delta \delta_k. \quad (3.20)$$

Умножение \mathbf{B}^{-1} и вектора \vec{Z} дает

$$\mathbf{B}^{-1} \cdot \vec{Z} = \mathbf{B}_i^1 \cdot z_i. \quad (3.21)$$

Подстановка (3.21) в (3.19) приводит к выражению вида

$$\Delta \vec{\delta} = \mathbf{B}_i^1 \cdot (\Delta P - z_i). \quad (3.22)$$

С помощью уравнения (3.22) вспомогательную неизвестную Z_i можно выразить через любую компоненту основного вектора неизвестных $\Delta \vec{\delta}$. Выбрав для определенности переменную $\Delta \delta_i$, получим

$$\Delta \delta_i = b_{ii}^1 \cdot (\Delta P - z_i). \quad (3.23)$$

Из этого выражения Z_i определится следующим образом:

$$z_i = \Delta P - \Delta \delta_i / b_{ii}^1. \quad (3.24)$$

Приращение переменной $\Delta \delta_k$ выражается через переменную $\Delta \delta_i$ ($i \neq k$) путем замены переменных из (3.24) в (3.22):

$$\Delta \delta_k = \Delta \delta_i \cdot b_{ik}^1 / b_{ii}^1. \quad (3.25)$$

При подстановке в формулу (3.21) для Z_i выражений (3.24) и (3.22) можно определить численное значение приращения $\Delta \delta_i$:

$$\Delta P - \Delta \delta_i / b_{ii}^1 = \sum_{k=1}^n \Delta \delta_i \cdot \Delta b_{ik} \cdot b_{ik}^1 / b_{ii}^1, \quad (3.26)$$

откуда

$$\Delta \delta_i = \Delta P \cdot b_{ii}^1 / \left(\sum_{k=1}^n \Delta \delta_i \cdot \Delta b_{ik} \cdot b_{ik}^1 / b_{ii}^1 \right). \quad (3.27)$$

Подставляя выражение (3.27) в (3.26), находим выражения остальных поправок $\Delta \delta_j$. Для выполнения алгоритма корректировки по формулам (3.19) - (3.37) необходимо решить одно линейное уравнение:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_i^1 = \mathbf{E}_i, \quad (3.28)$$

где \mathbf{E}_i - вектор, компонента i которого равна единице, а остальные компоненты равны нулю.

Помимо этого необходимо выполнить одно умножение решения (3.28) на константу и $2n$ арифметических действий по формуле (3.25). Таким образом, трудоемкость расчета примерно такая же, как при корректировке режима при отключении линии.

Алгоритм фиксации мощности по линии или сечению можно обобщить следующим образом. Электрическая система делится на несколько районов с выделением сечений, определяющих обмен между некоторыми фиксированными районами: районом A и остальными районами. В каждом из смежных районов D_i вводятся балансирующие узлы, за счет которых можно изменять перетоки $P(A, D_i)$. Если из исходной системы уравнений узловых напряжений исключить уравнения баланса активных мощностей всех балансирующих узлов, кроме основного, находящегося в районе A , и заменить эти уравнения уравнениями перетоков $P(A, D_i)$, то получим многомерный вариант описанного метода, на основе которого можно выполнить анализ влияния межсистемных перетоков на параметры режима выделенного района (например, моделировать потери мощности, режимы загрузки генераторов реактивной мощностью в зависимости от межрайонных перетоков).

Литература

1. Идельчик В.И. Электрические системы и сети: Учеб. для вузов.- М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Липес А.В., Окуловский С.К. Расчеты установившихся режимов электрических систем на ЦВМ /Урал. политехн. ин-т. - Свердловск, 1986.
3. Окуловская Т.Я., Паниковская Т.Ю. Алгоритмизация задач энергетики /Урал. гос. техн. ун-т. - Екатеринбург, 1996.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет установившегося режима электрической системы методами Зейделя и Ньютона

Для заданной схемы электрической системы (рисунок) рассчитать параметры режима. Исходные данные, необходимые для выполнения расчетов, приведены в табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1

Исходные данные

Параметры линии электропередачи				Параметры узлов			
Номер начала и конца линии		Длина линии, км	Число цепей и марка провода	Номер узла	P, МВт	Q, МВАр	V, кВ
1	2	150	3АС-300	1	-100	-	235
2	3	150	3АС-300	2	50	20	-

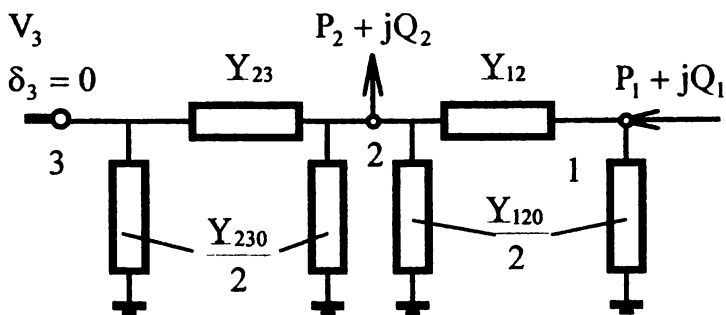


Схема замещения электрической системы

Решение

1. Определение параметров схемы замещения

Параметры схемы замещения воздушных линий электропередачи определяются по известным соотношениям [2]. Для их расчета

используются удельные значения параметров схемы замещения линии электропередачи (табл. 2). Схема замещений линий электропередачи имеет следующие значения параметров:

$$R_{12} = R_{23} = 9,8 \cdot 150 / (3 \cdot 100) = 4,9 \text{ Ом};$$

$$X_{12} = X_{23} = 42,9 \cdot 150 / (3 \cdot 100) = 21,45 \text{ Ом};$$

$$B_{120} = B_{230} = 2,64 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 150 / 100 = 1188 \cdot 10^{-6} \text{ См};$$

$$B_{120} / 2 = B_{230} / 2 = 1188 \cdot 10^{-6} / 2 = 594 \cdot 10^{-6} \text{ См}.$$

Таблица 2

Значения удельных параметров схемы замещения
для провода АС-300 *

r_0 , Ом·км	x_0 , Ом·км	$b_0 \cdot 10^{-4}$, См·км
9,8	42,9	2,64

* Удельные параметры даны на 100 км длины линии.

Собственные и взаимные проводимости определяются как

$$Y_{12} = Y_{23} = \frac{1}{4,9 + j21,45} = 0,01012 - j0,0443 = 0,04545 \angle -77,1^0 \text{ См};$$

$$Y_{11} = -Y_{12} - jB_{120} / 2 = -0,01012 + j0,0443 - j0,000594 =$$

$$-0,01012 + j0,0437 = 0,0449 \angle 103,04^0 \text{ См};$$

$$Y_{22} = -Y_{12} - Y_{23} - jB_{120} / 2 - jB_{230} = -0,01012 + j0,0443 -$$

$$-0,01012 + j0,0443 - j0,000594 - j0,000594 =$$

$$-0,02024 + j0,08741 = 0,08972 \angle 103,04^0 \text{ См}.$$

2. Расчет параметров установившегося режима методом Зейделя

В качестве начальных приближений рекомендуется принять следующие значения переменных:

$$U_1^{(0)} = 235 \text{ кВ}, \quad U_1^{*(0)} = 0;$$

$$U_2^{(0)} = 235 \text{ кВ}, \quad U_2^{*(0)} = 0;$$

$$U_3^{(0)} = 235 \text{ кВ}, \quad U_3^{*(0)} = 0.$$

Узел 1 имеет фиксированный модуль напряжения, т.е. является базовым узлом.

Итерационный расчет узловых напряжений производится следующим образом:

1. Рассчитываются значения величин

$$A_i(\vec{U}) = \sum_{\substack{\eta=1, \\ \eta \neq i, \\ \eta \geq i}} (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{(k)} + b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{*(k)}) + \sum_{\substack{\eta=1, \\ \eta \neq i, \\ \eta < i}} (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{(k+1)} + b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{*(k+1)}),$$

$$B_i(\vec{U}) = \sum_{\substack{\eta=1, \\ \eta \neq i, \\ \eta \geq i}} (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{(k)} - b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{*(k)}) + \sum_{\substack{\eta=1, \\ \eta \neq i, \\ \eta < i}} (g_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{(k+1)} - b_{i\eta} \cdot U_{\eta}^{*(k+1)}),$$

которые для составляющих напряжений узлов 1 и 2 будут равны

$$A_1(\vec{U}) = g_{12} U_2^{(0)} + b_{12} U_2^{*(0)} = 0,01012 \cdot 230 + 0,0443 \cdot 0 = 2,328 \text{ кА},$$

$$B_1(\vec{U}) = g_{12} U_2^{*(0)} - b_{12} U_2^{(0)} = 0,01012 \cdot 0 - 0,0443 \cdot 230 = -10,189 \text{ кА}.$$

2. Для узла 1 находится величина реактивной мощности:

$$\begin{aligned} Q_1^{(0)} &= b_{11} (V_1^{(0)})^2 - U_1^{(0)} \cdot B_1(\vec{U}) + U_1^{*(0)} \cdot A_1(\vec{U}) = \\ &= -0,0437 \cdot 235^2 - 235 \cdot (-10,189) + 0 \cdot 2,2376 = -18,91 \text{ МВАр}. \end{aligned}$$

3. Определяются составляющие узловых токов и напряжений:

$$I_1'(U_1^{(0)}) = \frac{P_1 \cdot U_1^{(0)} + Q_1 \cdot U_1^{*(0)}}{(V_1^{(0)})^2} = -100 \cdot 235 / 235^2 = -0,4255 \text{ кА};$$

$$I_1''(U_1^{(0)}) = \frac{P_1 \cdot U_1^{*(0)} - Q_1 \cdot U_1'^{(0)}}{(V_1^{(0)})^2} = 18,91 \cdot 235 / 235^2 = 0,08046 \text{ кА};$$

$$U_1^{(1)} = \{g_{11} \cdot [I_1'(U_1^{(0)}) - A_1(\bar{U})] - b_{11} [I_1''(U_1^{(0)}) - B_1(\bar{U})]\} / y_{11}^2 =$$

$$(-0,01012 \cdot (-0,4255 - 2,328) - (-0,0437) \cdot (0,08046 +$$

$$+ 10,189)) / (0,01012^2 + 0,0437^2) = 236,89 \text{ кВ};$$

$$U_1^{*(1)} = \{g_{11} \cdot [I_1''(U_1^{(0)}) - B_1(\bar{U})] + b_{11} [I_1'(U_1^{(0)}) - A_1(\bar{U})]\} / y_{11}^2 =$$

$$(-0,01012 \cdot (0,08046 + 10,189) + (-0,0437) \cdot (-0,4255 -$$

$$- 2,328)) / (0,01012^2 + 0,0437^2) = 8,15 \text{ кВ};$$

$$V_1^{(1)} = \sqrt{\left((U_{1\text{расч}}')\right)^2 + \left(U_{1\text{расч}}''\right)^2} = \sqrt{\left((236,89)^2 + (8,15)^2\right)} = 237,03 \text{ кВ}$$

Напряжение базового узла 1 корректируется:

$$U_{1\text{кор}}^{(1)} = \frac{U_1^{(1)} \cdot V_{1\phi}}{V_1^{(1)}} = \frac{236,89 \cdot 235}{237,03} = 234,86 \text{ кВ};$$

$$U_{1\text{кор}}^{*(1)} = \frac{U_1^{*(1)} \cdot V_{1\phi}}{V_1^{(1)}} = \frac{8,15 \cdot 235}{237,03} = 8,07 \text{ кВ};$$

$$V_1 = \sqrt{\left((234,86)^2 + (8,07)^2\right)} = 234,999 \text{ кВ}.$$

Все параметры режима для первого узла определены.

Расчет параметров режима для второго узла выполняется аналогично, но при этом необходимо учитывать наличие связи второго узла с балансирующим. Составляющие напряжения первого узла принимаются равными их значениям на первой итерации:

$$A_2(\bar{U}) = g_{12} \cdot U_1^{(1)} + b_{12} \cdot U_1^{*(1)} + g_{23} \cdot U_3^{(0)} + b_{23} \cdot U_3^{*(0)} =$$

$$= 0,01012 \cdot 234,86 + 0,0443 \cdot 8,07 + 0,01012 \cdot 230 + 0,0443 \cdot 0 = 5,062 \text{ кА};$$

$$B_2(\bar{U}) = g_{12} \cdot U_1^{*(1)} - b_{12} \cdot U_1^{(1)} + g_{23} \cdot U_3^{(0)} - b_{23} \cdot U_3^{*(0)} =$$

$$= 0,010120 \cdot 8,07 - 0,0443 \cdot 234,86 + 0,01012 \cdot 0 - 0,0443 \cdot 230 = -20,51 \text{ кА};$$

$$I_2'(U_2^{(0)}) = \frac{P_2 \cdot U_2'^{(0)} + Q_2 \cdot U_2''^{(0)}}{(V_2^{(0)})^2} = 50 \cdot 230 / 230^2 = 0,2173 \text{ кА};$$

$$I_2''(U_2^{(0)}) = \frac{P_2 \cdot U_2''^{(0)} - Q_2 \cdot U_2'^{(0)}}{(V_2^{(0)})^2} = -20 \cdot 230 / 230^2 = -0,08695 \text{ кА};$$

$$U_2'^{(1)} = (-0,02024(0,2173 - 5,062) - (-0,08741)(-0,08659 + 20,51)) / (0,02024^2 + 0,08741^2) = 233,94 \text{ кВ};$$

$$U_2''^{(1)} = (-0,02024(-0,08659 + 20,51) + (-0,08741)(0,2173 - 5,062)) / (0,02024^2 + 0,08741^2) = 1,26 \text{ кВ};$$

$$V_2^{(1)} = \sqrt{(233,94^2 + 1,26^2)} = 233,95 \text{ кВ}.$$

Первая итерация для второго узла закончена. Поскольку узлов всего два, то и расчет параметров режима на первой итерации выполнен.

3. Расчет параметров установившегося режима методом Ньютона

Расчет параметров режима производится по упрощенным формулам уравнений узловых напряжений в тригонометрической форме:

$$V_i^2 y_{ii} \sin \alpha_{ii} + V_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta y_{i\eta} \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}) + P_i = \Delta P_i,$$

$$V_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii} - V_i \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta y_{i\eta} \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}) + Q_i = \Delta Q_i.$$

Рассмотрим последовательность получения решения уравнений узловых напряжений по методу Ньютона:

1. Принимаются следующие начальные приближения:

$$V_1^{(0)} = 235 \text{ кВ}; \quad \delta_1^{(0)} = 0;$$

$$V_2^{(0)} = 230 \text{ кВ}; \quad \delta_2^{(0)} = 0;$$

$$V_3^{(0)} = 230 \text{ кВ}; \quad \delta_3^{(0)} = 0.$$

2. Расчет режима по методу Ньютона ведется по рекуррентным выражениям вида

$$\begin{aligned}\bar{X}^{(k+1)} &= \bar{X}^{(k)} + \Delta X^{(k)}, \\ W(\bar{X}^{(k)}) \cdot \Delta \bar{X}^{(k)} &= -\Delta \bar{F}^{(k)}.\end{aligned}$$

Для реализации этих формул записываются уравнения установившегося режима для активных и реактивных мощностей. Определяются при заданных приближениях небалансы $\Delta P_i, \Delta Q_i - \Delta F_i$. Для узла 1 с фиксированным модулем напряжения значение реактивной мощности неизвестно. Поэтому уравнение для реактивной мощности данного узла исключается из полной системы уравнений, т. е. рассматриваются только три уравнения из четырех:

$$\begin{aligned}\Delta P_1 &= 235^2 \cdot 0,0449 \cdot \sin 13,04^\circ + \\ &+ 235 \cdot 230 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^\circ) - 100 = -87,58 \text{ МВт}; \\ \Delta P_2 &= 230^2 \cdot 0,08972 \cdot \sin 13,04^\circ + \\ &+ 230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^\circ) + 50 = 38,42 \text{ МВт}; \\ \Delta Q_2 &= 230^2 \cdot 0,08972 \cdot \cos 13,04^\circ - \\ &- 230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^\circ) + 20 = -93,92 \text{ МВАр};\end{aligned}$$

3. Получим вектор невязок $\bar{F}(\bar{X}) = (-87,58; 38,42; -93,92)$.

4. Определяется значение элементов матрицы Якоби:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_i V_\eta y_{i\eta} \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_\eta} &= -V_i V_\eta y_{i\eta} \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} &= 2V_i y_{ii} \sin \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_\eta} &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_i y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} &= \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_i V_\eta y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta Q_i / \partial\delta_\eta &= -V_i V_\eta y_{i\eta} \cdot \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \partial\Delta Q_i / \partial V_i &= 2V_i y_{ii} \cos\alpha_{ii} - \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N V_\eta y_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}); \\ \partial\Delta Q_i / \partial V_\eta &= -V_i y_{i\eta} \cdot \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta}).\end{aligned}$$

При нулевых начальных значениях углов δ_1 и δ_2 выражения для элементов матрицы Якоби значительно упрощаются и имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_1 / \partial\delta_1 &= V_1 V_2 y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 - \alpha_{12}) = \\ &= 235 \cdot 230 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) = 2384,14 \text{ МВт/рад};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_1 / \partial\delta_2 &= -V_1 V_2 y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 - \alpha_{12}) = \\ &= -235 \cdot 230 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) = -2384,14 \text{ МВт/рад};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_1 / \partial V_2 &= -V_1 y_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 - \alpha_{12}) = \\ &= -235 \cdot 230 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^0) = -2,3785 \text{ МВт/кВ};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_2 / \partial\delta_1 &= -V_2 V_1 y_{21} \cos(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) = \\ &= -230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) = -2384,14 \text{ МВт/кВ};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_2 / \partial\delta_2 &= V_2 V_1 y_{21} \cos(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) + V_2 V_3 y_{23} \cos(\delta_2 - \alpha_{23}) = \\ &= 230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) + \\ &+ 230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) = 4737,72 \text{ МВт/рад};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\Delta P_2 / \partial V_2 &= 2V_2 y_{22} \sin\alpha_{22} + V_1 y_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) + \\ &+ V_3 y_{23} \sin(\delta_2 - \alpha_{23}) = 2 \cdot 230 \cdot 0,08972 \cdot \sin 13,04^0 + \\ &+ 235 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^0) + \\ &+ 230 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^0) = 4,61 \text{ МВт/кВ};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial \Delta Q_2 / \partial \delta_1 &= -V_2 V_1 y_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) = \\ &= -230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^0) = 547,06 \text{ МВАр/кВ}; \\ \partial \Delta Q_2 / \partial \delta_2 &= V_2 V_1 y_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) + V_2 V_3 y_{23} \sin(\delta_2 - \alpha_{23}) = \\ &= 230 \cdot 235 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 0 - 12,87^0) + \\ &+ 230 \cdot 230 \cdot 0,04544 \cdot \sin(0 - 12,87^0) = -1082,47 \text{ МВАр/рад}; \\ \partial \Delta Q_2 / \partial V_2 &= 2V_2 y_{22} \cos \alpha_{22} - V_1 y_{21} \cos(\delta_2 - \delta_1 - \alpha_{21}) - \\ &- V_3 y_{23} \cos(\delta_2 - \alpha_{23}) = 2 \cdot 230 \cdot 0,08972 \cdot \cos 13,04^0 - \\ &- 235 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 0 - 12,87^0) - \\ &- 230 \cdot 0,04544 \cdot \cos(0 - 12,87^0) = 19,61 \text{ МВАр/кВ}. \end{aligned}$$

5. Составим по (2.29) систему линейных уравнений:

$$\begin{vmatrix} 2384,14 & -2384,14 & -2,3785 \\ -2384,14 & 4737,72 & 4,61 \\ 547,06 & -1082,47 & 19,61 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta V_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 87,58 \\ -38,42 \\ 93,92 \end{vmatrix},$$

решение которой дает следующие значения переменных величин:

$$\Delta \delta_1 = 3,78^0; \quad \Delta \delta_2 = 1,43^0; \quad \Delta V_2 = 4,34 \text{ кВ},$$

и, следовательно, к концу первой итерации имеем:

$$\delta_1^{(1)} = \delta_1^{(0)} + \Delta \delta_1^{(0)} = 0 + 3,78 = 3,78^0;$$

$$\delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta \delta_2^{(0)} = 0 + 1,43 = 1,43^0;$$

$$V_2^{(1)} = V_2^{(0)} + \Delta V_2^{(0)} = 230 + 4,34 = 234,34 \text{ кВ}.$$

Определим значение реактивной мощности в первом узле

$$Q_1 = (V_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - V_1 V_2 y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 - \alpha_{12})),$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= (235^2 \cdot 0,0449 \cdot \cos 13,04^0 - 235 \cdot 234,34 \cdot 0,04544 \cdot \cos(3,78 - \\ &- 1,43 - 12,87)) = -44,65 \text{ МВАр}. \end{aligned}$$

Оглавление

Введение.....	3
1. УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ	4
1.1. Исходные данные для расчета установившегося ре- жима	4
1.2. Формы записи уравнений установившегося режима .	4
1.3. Составление уравнений узловых напряжений	5
1.4. Учет коэффициентов трансформации	8
1.5. Различные формы записи уравнений узловых на- пряжений	11
2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ	14
2.1. Итерационные методы решения систем линейных уравнений	14
2.2. Преобразование уравнений узловых напряжений	16
2.3. Метод простой итерации	17
2.4. Расчет уравнений узловых напряжений по методу Зейделя	18
2.5. Решение уравнений установившегося режима мето- дом Ньютона	25
3. ВАРИАНТНЫЕ РАСЧЕТЫ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ	35
3.1. Корректировка линеаризованных уравнений узловых напряжений при отключении линий или изменениях их сопротивлений	36
3.2. Корректировка линеаризованных уравнений узловых напряжений при фиксации мощности по отдельной ли- нии или сечению.....	40
Литература.....	43
Приложение.....	44

Бухарова Галина Дмитриевна
Дунаева Мария Георгиевна
Окуловская Тамара Яковлевна

Матричные методы расчета установившихся
режимов электрических сетей:

Учебное пособие

Редактор Т.В. Шептунова

Печатается по постановлению
редакционно-издательского совета университета

Лицензия ЛР №040328 от 10.04.97

Подписано в печать 07.05.99. Формат 60 × 84/16. Бумага писчая № 1.
Усл. печ. л. 3,1. Уч.-изд. л. 3,5. Тираж 100 экз. Заказ 91.
Издательство Уральского государственного профессионально-педагогического университета. Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.
Ризограф УГППУ. Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.
