6. Пашин Е. А., Горемыкин С. А., Ситников Н. В. Современные технологии реализации концепции зоно-вой молниезащиты устройств от возникающих перенапряжений на объектах электроснабжения // Энергоэффективность и энергосбережение в современном производстве и обществе: материалы международной научно-практической конференции, Воронеж, 08–09 июня 2021 г. Воронеж: Воронеж. гос. аграр. ун-т им. Императора Петра I, 2021. С. 96–101.

УДК 519.6+512.544

Рожков А. В., Барсукова В. Ю.

АТ-ГРУППЫ, КАК АБСТРАКТНО-ЧИСЛОВАЯ КОНСТРУКЦИЯ

Александр Викторович Рожков

доктор физико-математических наук, профессор

great.ros.marine2@gmail.com

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», Россия, Краснодар

Виктория Юрьевна Барсукова

кандидат физико-математических наук, доцент

barsukova.v.y@gmail.com

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», Россия, Краснодар

AT-GROUPS AS AN ABSTRACT NUMERICAL CONSTRUCTION

Alexander Viktorovich Rozhkov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Kuban State University, Russia, Krasnodar

Victoria Yurievna Barsukova

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Kuban State University, Russia, Krasnodar

***Аннотация**. Излагаются подходы к отрицательному решению вопроса А.В. Тимофеенко о связи АТ-групп и групп Голода.*

***Abstract**. The approaches to the negative solution of the question of A.V. Timofeenko about the connection of AT-groups and Golods-groups are presented.*

***Ключевые слова:** Алгебра, теория чисел, простые числа, графы, группы автоморфизмов деревьев, AT-группы, группы Голода, язык программирования Julia.*

***Keywords:** Algebra, number theory, prime numbers, graphs, automorphism groups of trees, AT-groups, Golods-groups, Julia programming language.*

Введение

В работе идет речь об AT-группах [3], обобщающих конструкцию Алешина С.В. [1], и группах Голода Е.С. [2].

После решения вопроса 16.79 [5] стало ясно [4], что если мы делаем упор на изучении p-групп, то среди AT-групп можно ограничиться изучением AT-групп над последовательностью циклических групп конечного порядка.

Это сделало актуальным вопрос об абстрактном описании, если не всего класса AT-групп, то хотя бы ATω-групп, где $\omega = (p, p, \ldots)$, а p – простое число.

Тимофеенко А. В. поставил вопрос 13.55 [5] "Существует ли группа Голода, изоморфная AT-группе?"

В группе Голода порождающие элементы – это символы, задающие многочлены, и в этом смысле они равноправны.

Однако, в AT-группах всегда есть активный элемент сплетения (корневой порождающий), а все остальные пассивные (продольные). Поэтому вопрос Тимофеенко поставлен очень правильно – можно ли построить группу Голода, в которой порождающие будут не равноправными? Или так изменить конструкцию AT-групп, чтобы ее порождающие стали равноправными?

Хрупкая надежда на это есть. Пусть **x,y** – не коммутирующие переменные. Тогда множество, порожденных ими мономов, естественным образом образует слойно-однородное дерево: 1 – это корень дерева, **x, y** – вершины первого слоя, **xx, xy, yx, yy** – вершины второго слоя и т.д.

В конструкции Голода [2] речь идет об однородных идеалах, они же образуют базис проконечной топологии, как и стабилизаторы st(n) слоев дерева в AT-группах. Это дополнительное условие, тоже внушающее оптимизм.

Однако, использовать это для нужной адаптации конструкции Голода Е. С., если это возможно, очень сложно.

Прежде чем изменять конструкцию AT-групп, необходимо дать абстрактное описание, если не всего класса AT-групп, то хотя бы ATω-групп, ω = (p,p,...) Выделить AT-группы, как абстрактный класс, без привязки к однородным деревьям.

Первый вариант решения проблемы

Задание AT-группы как некой формально-логической системы. Наиболее перспективными выглядят конечно порожденные (к.п.) 2-группы для ω = (2,2,...).

Причина не только в том, что 2-группа Григорчука H наиболее полно исследована. Именно для 2-групп наиболее просто реализуема идея формальных вычислений в духе операторов присваивания **f:=(g,c).**

Все используемые символы, обозначающие порождающие, {**c; f, g, h**,...} являются инволюциями. Выделенный символ **c** переставляет половинки правой части оператора присваивания. Символы {**f, g, h**,...} - попарно перестановочны и при помощи оператора присваивания единственным образом представляются как вектор.

Для окончания вычислений важна ситуация останова.

А именно, появление записи вида **x:=(x,c)**, которая означает, что группа не периодическая, т.к. элемент **xc** имеет бесконечный порядок.

Запись вида **x:=(x,1),** означает, что **x = 1**.

Оператор присваивания позволяет формализовать переход к поддеревьям. Фактически является инструментом реализации градуировки элементов AT-групп, у которых стабилизаторы вершин данного уровня st(n) эту градуировку задают.

Пример 1. *Рассмотрим 2-группу Григорчука H, порожденную тремя инволюциями, две из которых перестановочны H = gr(**c; f, g, h**=**fg**).*

При этом выполняются соотношения:

$$c^2 = f^2 = g^2 = h^2 = 1;$$

$$fgh = 1,\ fg = gf,\ fh = hf,\ gh = hg.$$

И формулы преобразований

$$f{:} = (g,c),\ g{:}= (h,c),\ h{:}= (f,1);$$

$$cfc{:} = (c,g),\ cgc{:}= (c,h),\ chc{:}= (1,f).$$

Используя эти соотношения мы можем преобразовывать элементы **x** группы H, представляя их как слова в алфавите {**c,f,g,h**}.

Очевидно, что любое такое слово легко преобразуется к виду **x = c*c*…c*c,** где крайнее левое **c** и крайнее правое **c** могут отсутствовать, а звездочки – это элеенты подалфавита {**f,g,h**}.

Используя формулы преобразований, мы можем перейти к координатам и слова-координаты будут иметь длину в 2 раза меньшую, чем исходное слово. Это дает возможность вести индукцию, которая легко поддается программированию.

Один из важнейших, используемых в вычислениях алгоритмов — это проверка того, что задает слово **x** единичный элемент или нет. Алгоритм основан на индукции по длине слова **x,** т.е. количеству входящих в нее букв алфавита.

1. Если количество символов **c**, входящих в слово **x** нечетно, то слово **x** не равно 1.
2. Если четно, используя формулы преобразования, мы переходим к координатам, длина которых меньше длины слова **x**, поскольку координаты формируют только продольные порождающие {**f,g,h**}. А они составляют только половину символов, составляющих слово **x.** И далее действуем по индукции.

Среда программирования

Практическое программирование вполне осуществимо в стиле и технике работы [7]. При этом применять можно разные программные среды.

Прежде всего это развиваемый с 1986 г. пакет компьютерной алгебры GAP https://www.gap-system.org/, текущая версия 4.12.2, ориентированный на дискретную математику и алгебру. Он имеет около 200 расширяющих пакетов, в том числе пакеты по теории групп:

lpres 1.0.3 – пакет по вычислениям в АТ-группах; AutomGrp 1.3.2; AutPGrp 1.11; Circle 1.6.5; Cubefree 1.19; FGA 1.4.0; GrpConst 2.6.3; ITC 1.5.1; ModIsom 2.5.3; Nilmat 1.4.2; nq 2.5.9; permut 2.0.4; Polenta 1.3.10; Polycyclic 2.16; Repsn 3.1.0; SglPPow 2.3; PrimGrp 3.4.3; SmallGrp 1.5.1; TransGrp 3.6.3; classicpres 1.22.

Язык программирования Julia, развиваемый с 2012 г., ориентированный на обширные и быстрые математические вычисления. Имеет около 11 тыс. расширяющих пакетов, поэтому вполне способен заменить систему компьютерной алгебры. Имеет более 1 тыс. пакетов по математике, в том числе, нужные нам пакеты по алгебре и теории групп:

Nemo 0.43.0; AbstractAlgebra 0.40.0; Groups 0.8.0; GroupsCore 0.5.0; GroupPresentations 0.1.1; FiniteGroups 0.2.4; PermutationGroups 0.6.2; PermGroups 0.2.15; BraidGroup 1.0.1.

Второе направление

Рассмотреть АТ-группу G над деревом T, как абстрактную группу и построить дерево T из частей самой группы G.

Способ уйти от конкретного вида порождающих АТ-групп предложил Григорчук Р.И. [6].

Оставаясь внутри группы автоморфизмов Aut T слойно-однородного дерева T, он рассмотрел подгруппу $G < \mathrm{Aut}(T)$ и сохранил ей некоторые из свойств АТ-групп:

- группа G должна действовать транзитивно на всех слоях дерева T;
- если при этом все костабилизаторы cost(n) нетривиальны, то он назвал группу ***слабо ветвящейся***; а если $|G:\mathrm{cost}(n)| < \infty$, то ***ветвящейся***.

Ветвящиеся и слабо ветвящиеся группы существуют. Таковыми являются все к.п. периодические АТω-группы и многие другие АТ-группы. Но ветвящихся и слабо ветвящихся групп, не являющихся АТ-группами, пока, не найдено.

Идею использования костабилизаторов для абстрактного описания АТ-групп можно использовать иначе.

Пример 2. *Пусть G – к. п. периодическая АТ-группа над деревом T, тогда в силу [3] для любой вершины u из T, |u|=n, верно неравенство $|G_n{:}cost(u)| < \infty$, где G_n - n-срезка группы G.*

Более того, cost(u)=cost(v), если |u| = |v|. Точнее они подобны как группы перестановок, поскольку действуют на разных поддеревьях. Для начальной вершины естественно положить, что cost(ø) = G.

Из костабилизаторов построим дерево T(G), изоморфное исходному дереву T.

Изоморфизм зададим соответствием u <->cost(u), u из T, ø <-> G, и ребрами соединим вершины cost(u), cost(v) тогда и только тогда, когда ими соединены вершины u, v.

Мы зададим действие АТ-группы G на себе сопряжениями: $g \rightarrow g^x$. И распространим его на подгруппы H < G, положим $H^x = \{h^x \mid h \text{ из } H\}$.

Действие будет точным, поскольку АТ-группы не имеют центра. Теперь мы можем задать действие группы G на дереве T(G).

Вначале возьмем корневой порождающий **c.**

Поскольку $G^c = G$, то он не сдвигает начальную вершину. Так как $cost(u)^c = cost(u^c)$, то корневой порождающий является и корневым порождающим **c(G)** в группе автоморфизмов дерева T(G).

Те же рассуждения верны и для любого продольного порождающего **f** из G.

Таким образом, действуя сопряжениями на дереве T(G) группа G порождает свою копию — АТ-группу gr(**c(G); f(G), g(G),...)** над деревом T(G).

Этот переход не является тавтологий. Операция умножения в группе G заменена нами на сопряжение, т.е. на внутренние автоморфизмы группы G.

От группы G мы перешли к группе Aut(G).

Этот переход будет полным, если мы сможем абстрактно охарактеризовать костабилизаторы вершин, как абстрактные подгруппы группы, а не как геометрически заданные костабилизаторы дерева.

То есть будем рассматривать AT-группу G без привязки к дереву T.

В случае, если G - это ATω-группа, являющаяся p-группой и ω = (p,p,...), то, возможно, cost(1) - это максимальная среди подгрупп, имеющих конечный индекс и являющихся p-й степенью некоторой подгруппы. Тут уже нет привязки к геометрическому смыслу костабилизатора.

Это утверждение верно для 2-группы H и, скорее всего, для всех к.п. периодических ATω-групп, с костабилизаторами, содержащими коммутант соответствующей срезки.

Далее, имея cost(1) мы находим в нем максимальную подгруппу-степень и т. д.

Построение такие вложенных p-степеней сразу задает структуру p-дерева.

Возможно, это приведет к абстрактному описанию некоторых ATω-групп.

Пример 3. *В предыдущем примере при построении дерева костабилизаторов T(G) конечность индекса костабилизатора не использовалась. Поэтому мы можем построить дерево костабилизаторов T(G) и тогда, когда костабилизаторы просто не равны 1.*

Но в этом случае об абстрактном описании костабизитарного T(G) дерева нет смысла даже мечтать, поскольку костабилизаторы неизвестны. То, что они не равны 1 говорит о них очень мало.

GAT-группы. У AT-групп есть два важных свойства, делающих их доступными изучению:

1. AT-группа действует транзитивно на слоях дерева T;
2. на всех поддеревьях дерева T AT-группа индуцирует AT-группу.

Чтобы говорить о связи AT-групп и групп Голода должно быть выполнено еще одно важное условие, которого нет у AT-групп:

3. порождающие автоморфизмы дерева T должны быть равноправны, в том смысле, что их перестановка, продолженная по гомоморфности, должна порождать автоморфизм AT-группы (в идеале).

Определение 1. *Пусть T – слойно-однородное дерево,* $G \leq Aut(\mathrm{T})$. *Группа G называется **GAT-группой** (обобщенной AT-группой) если:*

а) G действует транзитивно на слоях дерева T;

б) на всех поддеревьях дерева T группа G индуцирует GAT-группу, т.е. группу того же вида. Причем во всех вершинах данного слоя в точности одну и ту же.

Отметим описательность условия б). Но, поскольку, речь идет не об общей теории, которой пока нет, а об отдельных примерах, то во всех конкретных случаях будет ясно, что означает “группу того же вида.”

Наши GAT-группы схожи с ветвящимися и слабо ветвящимися группами Григорчука Р.И. [6]. Первый пункт у обоих определений совпадает.

Второй же пункт кардинально разнится. У Григорчука требуется, чтобы костабилизаторы вершин (строгие стабилизаторы) были конечного индекса (ветвящиеся группы) или просто нетривиальными (слабо ветвящиеся).

Причем речь идет только о главных костабилизаторах, поэтому группа, индуцированная на поддереве, здесь не нужна и не важна.

У нас же упор сделан на том, что на поддеревьях индуцируется группа того же типа, что и исходная. Такой подход позволяет вести индукцию, а это главный инструмент изучения AT-групп.

Нам не известны ветвящиеся группы, не являющиеся AT-группами.

Но есть AT-группы, в том числе и ATω-группы, не являющиеся даже слабо ветвящимися. Вот самый простой пример - бесконечная диэдральная группа – свободное произведение двух инволюций.

Пример 4. *Рассмотрим двупорожденную ATω-группу* G=*gr(**c,d**) над последовательностью* $\omega = (2, 2, \ldots)$. *Здесь **c** – корневой порождающий, **d** – продольный, с направляющим путем (0,0,…), у которого все сопровождающие* *равны* $\pi=(0,1)$. *Это бесконечная диэдральная группа, порожденная двумя инволюциями* ***c*** *и* ***d****. Все костабилизаторы группы G тривиальны.*

Доказательство. Чтобы не формализовать очевидные изоморфизмы и подобия, воспользуемся наглядным оператором присваивания из программирования. Тогда при переходе к поддеревьям мы получим

$$d:=(\mathrm{d},\mathrm{c})\Rightarrow \mathrm{d}\cdot \mathrm{cdc}:=(\mathrm{d},\mathrm{c})(\mathrm{c},\mathrm{d})=(\mathrm{dc},\mathrm{cd}).$$

Зная вид элементов бесконечной диэдральной группы, мы видим, что одна из координат будет единичной только при условии, что и вторая координата будет равна 1. Значит любой костабилизатор тривиален. **Пример закончен.**

Чтобы говорить о связи AT-групп и групп Голода должно быть выполнено еще одно важное условие, которого нет у AT-групп: порождающие автоморфизмы дерева T должны быть равноправны, в том смысле, что их перестановка, продолженная по гомоморфности, должна порождать автоморфизм AT-группы (в идеале).

Определение 2. *Пусть* $f=\{\mathrm{f(u)}\mid \mathrm{u}\in \mathrm{T}\}$ — *автоморфизм дерева T. Назовем сопровождающую перестановку f(u)* ***висящей****, если на поддереве* T_u, *с начальной вершиной u, она задает корневой автоморфизм поддерева* T_u. *Другими словам, в других вершинах v этого поддерева* T_u *размещены только тождественные перестановки f(v)=1.*

Если мы построили некую гипотетическую GAT-группу G, для которой выполнены условия 1 и 2, и у одного из порождающих $f\in G$ есть висящая вершина f(u), |u|=n, то n-срезка G_n будет содержать корневой порождающий $\mathrm{c}=\mathrm{c(f(u))}$ и мы окажемся в (почти стандартной) AT-группе с неравноправными порождающими.

Единственные автоморфизмы, не имеющие висящих перестановок, имеют вид, схожий с продольными порождающими, только нетривиальные перестановки расположены не рядом с направляющим путем, **а на самом направляющем пути**.

Определение 3. *Пусть* $\gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, ...)$ *- путь в дереве T. Автоморфизм f дерева T назовем* ***γ-автоморфизмом*** *на пути γ, если из* $f(\mathrm{u}) \neq 1$ *следует, что* $u = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n)$, *для некоторого* $n \in N$.

Определение 4. *Пусть F= gr(f,g,h,...) - некоторое множество γ- автоморфизмов дерева T. Группа G=gr(F) называется* ***γAT-группой****, если группа перестановок* $\Pi_n = gr(\mathrm{f(u)} \mid \mathrm{f} \in \mathrm{F}, |\mathrm{u}| = \mathrm{n}), \mathrm{n} \in \mathrm{N},$ *транзитивно действует на множестве* A_n *для всех n=0,1,2,...*

Следующая, несложная, теорема представляет один из возможных вариантов построения GAT-групп. Рассмотрим только случай 2-дерева. Скорее всего все верно и для любого слойно-однородного дерева. Но пока не доказана важность этой новой конструкции, ограничимся этим частным случаем.

Теорема 1. *Любая γAT-группа G=gr(F) над 2- деревом T индуцирует на поддеревьях n-го слоя γAT-группу,* $G_n = gr(\mathrm{F}_n)$, *где* F_n *- автоморфизмы из F, у которых удалили начальный отрезок длины n.*

Любая γAT-группа транзитивно действует на слоях дерева T.

Порождающие γAT-группы имеют единый геометрический вид.

То есть все три условия выполнены.

Доказательство. Назовем γ-автоморфизм **f** ***главным***, если $f(\varnothing) \neq 1$. Для простоты и учитывая, что в силу геометрического вида γ-автоморфизмов, вид дерева T не важен, можно считать что это 2-дерево над последовательностью ω= (2,2,...), а все γ-автоморфизмы имеют направляющий путь (0,0,...)

а) Если **f** главный автоморфизм, то мы можем его записать в виде $f = f_0 c := (\mathrm{f}_1, 1)\,\mathrm{c}$, где **c** - корневой автоморфизм, а f_1 - индуцированный автоморфизм на левом поддереве. Поэтому

$$f^2 := (\mathrm{f}_1, 1)\,\mathrm{c}(\mathrm{f}_1, 1)\,\mathrm{c} = (\mathrm{f}_1, 1)(1, \mathrm{f}_1) = (\mathrm{f}_1, \mathrm{f}_1).$$

Таким образом, группа G и на левом и на правом поддереве индуцирует срезку f_1 любого главного γ-автоморфизма f.

б) Пусть, теперь, **g - не главный**, т.е. $g = g_0 := (\mathrm{g}_1, 1)$. Тогда на левом поддереве сразу индуцирована срезка g_1. Чтобы индуцировать ее на правом поддереве рассмотрим произведение

$$fgf := (\mathrm{f}_1,1)\,\mathrm{c}(\mathrm{g}_1,1)(\mathrm{f}_1,1)\,\mathrm{c} = (\mathrm{f}_1,1)(1,\mathrm{g}_1)(1,\mathrm{f}_1) = (\mathrm{f}_1,\mathrm{g}_1\mathrm{f}_1).$$

Т.к. срезка f_1 на правом поддереве уже есть, то произведение $\mathrm{f}_1 g_1$ дает нам и элемент g_1. А именно, $fgf \cdot f^{-2} := (\mathrm{f}_1, \mathrm{g}_1\mathrm{f}_1)(\mathrm{f}_1^{-1}, \mathrm{f}_1^{-1}) = (1, \mathrm{g}_1)$.

Получив на поддеревьях первого слоя 1-срезки G_1 мы используя ее получаем на поддеревьях слоя два 1-срезки 1-срезок, т.е. 2-срезки G_2 и т.д.

2. Транзитивность действия на слоях дерева следует из определения γАТ-группы и предыдущего пункта. **Теорема доказана.**

Однако, γ-автоморфизм **f**, если он имеет бесконечно много неединичных сопровождающих перестановок, имеет бесконечный порядок над любым деревом.

В самом деле, в силу равенства $f^2 := (\mathrm{f}_1, \mathrm{f}_1)$ (для главного автоморфизма), возведение в квадрат (для 2-дерева) на поддереве индуцирует автоморфизм того же типа. И если неединичных сопровождающих перестановок бесконечно много этот процесс никогда не остановится.

Поэтому очевидно, что любая к.п. γАТ-группа не является периодической. Будет ли она группой без кручения - более сложный вопрос.

Т.к. γАТ-группы не периодические, то этот путь не ведет к группам Голода.

Но все же рассмотрим чуть ближе этот новый класс групп.

Возьмем самый простой пример из всех возможных.

Пример 5. *Рассмотрим двупорожденную γAT-группу* G=*gr(**f**,**g**) над последовательностью* $\omega = (2, 2, \ldots)$. *Здесь **f**, **g** –порождающие на направляющем пути (0,0,…), у которых сопровождающие перестановки равны, речь идет о том как они расположены на пути (0,0,0,…): [f] = (π,1,π,1,…), [g]=(1,π,1,π,…),* $\pi = (0,1)$.

Тогда группа G без кручения и не изоморфна свободной группе.

Доказательство. Пусть $x \in G, x = f^{\alpha_1} g^{\beta_1} ... f^{\alpha_n} g^{\beta_n}$, тогда сумму модулей степеней порождающих f и g назовем длиной элемента x $\rho(x) = \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| + |\beta_i|$

Отсутствие кручения в группе G доказывается индукцией по длине элемента x. База индукции сами порождающие f,g. Используя нотацию программирования мы можем записать $f := (g,1)c; g := (f,1)$.

Поскольку f – главный γ-автоморфизм, то он имеет бесконечный порядок, поскольку на поддереве с начальной вершиной он индуцирует автоморфизм g, то и автоморфизм g имеет бесконечный порядок.

При переходе к поддеревьям, в силу вида автоморфизмов f и g, длина уменьшается, и поэтому работает индукция.

Поскольку $g := (f,1)$, то костабилизаторы вершин не тривиальны, значит есть перестановочные элементы, не являющиеся степенями друг друга. Группа G не является свободной.

Если мы будем рассматривать периодические GAT-группы, то у них обязательно будут висящие вершины, а значит и корневые порождающие.

Пример 6. Строим периодическую GAT-группу. Сразу берем корневой порождающий. У остальных автоморфизмов f все перестановки висящие. Поэтому для них можно выбрать направляющий путь.

Если на поддереве T_i у автоморфизма f бесконечно много нетривиальных сопровождающих перестановок, то первый элемент направляющего пути это i. Дальше оказавшись внутри поддерева T_i мы аналогично выбираем второй элемент j и т.д.

Если возникающих направляющих путей конечное число, то на некоторой конечной срезке, они все станут единственными направляющими путями автоморфизмов, схожих с продольными.

Если их бесконечно много, то работать с такой конструкцией невозможно.

«Похожих на продольные порождающие», означает, что сопровождающие перестановки расположены, возможно, не на расстоянии 1, от направляющего пути, но на некотором конечном расстоянии, и все эти расстояния ограничены сверху.

Выводы

Если мы хотим построить аналог АТ-групп с равноправными порождающими, то мы получаем γ-автоморфизмы, имеющими бесконечный порядок.

Если мы хотим иметь дело с периодическими группами, то у нас любой путь в порождающих элементах должен заканчиваться висящей перестановкой и, соответственно, начиная с некоторой срезки, обязательно появятся корневые порождающие.

Последовательности вложенных поддеревьев, на которых расположено бесконечно много неединичных сопровождающих перестановок, зададут направляющие пути.

Поэтому каждый не корневой порождающий будет похож на продольный.

Если не корневые порождающие будут иметь конечное число направляющих путей, а самих не корневых порождающих будут конечное число, то начиная с некоторой срезки останутся только порождающие, имеющие ровно один направляющий путь.

Если сопровождающие перестановки располагать не на расстоянии 1 от направляющего пути, а на расстоянии 2, 3 или более. Это только утяжелит конструкцию. Кроме корневых автоморфизмов появятся **корнеподобные,** у которых нетождественные автоморфизмы расположены не только в начальной вершине, но и в нескольких ближайших слоях дерева.

При переходе к срезкам корнеподобные все равно сведутся к корневым, сильно усложнив вычисления.

И остается экзотический случай, когда каждый продольный автоморфизм имеет бесконечно много направляющих путей.

В этом случае нет никаких идей как задать понятные условия периодичности такой группы, и как вообще с ней работать, отслеживая поведение бесконечного числа направляющих путей порождающих ее элементов.

Таким образом, если мы остаемся внутри группы Aut T слойно-однородного дерева T и хотим строить в ней к.п. бернсайдовы группы, то неизбежно возникнет конструкция, схожая с AT-группами.

В том смысле, что порождающие всегда будут двух различных типов - корневые и продольные.

Поэтому ответ на вопрос Тимофеенко, по-видимому, отрицательный.

Идея Станислава Владимировича Алешина неулучшаема.

Список литературы

1. Алешин С. В. Конечные автоматы и проблема Бернсайда о периодических группах // Математические заметки. 1972. Т. 11, № 3. С. 319–328.
2. Голод Е. С. О ниль-алгебрах и финитно аппроксимируемых группах // Известия Академии наук СССР. Серия математическая. 1964. Т. 28, № 2. С. 273–276.
3. Рожков А. В. К теории групп алёшинского типа // Математические заметки. 1986. Т. 40, № 5. С. 122–130.
4. Рожков А. В. AT-группы, не являющиеся AT-подгруппами: переход от ATω-групп к ATΩ-группам // Труды института математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, № 1. С. 218–231.
5. Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь / сост.: Мазуров В. Д., Хухро Е. И. Изд. 18-е, доп. Новосибирск: Ин-т математики СО РАН, 2014. 253 с.
6. Григорчук Р. И. Ветвящиеся группы // Математические заметки. 2000. Т. 67, № 6. С. 852–858.
7. Рожков А. В., Рожкова М. В. Экспериментальная теория чисел: среднее значение функции Эйлера // Осенние математические чтения в Адыгее: материалы II Международной научной конференции, Майкоп, 20–24 октября 2017 г. Майкоп: Адыг. гос. ун-т, 2017. Т. 2. С. 198–203.