

ПРОБЛЕМЫ МЕТОДОЛОГИИ

Оригинальная статья / Original paper

doi:10.17853/1994-5639-2024-7-12-43



Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах

Е.А. Перминов

Уральский технический институт связи и информатики,
Екатеринбург, Российская Федерация.
E-mail: perminov_ea@mail.ru

В.А. Тестов

Вологодский государственный университет,
Вологда, Российская Федерация.
E-mail: vladafan@inbox.ru

✉ perminov_ea@mail.ru

Аннотация. *Введение.* Повсеместное массовое распространение цифровых технологий во всех областях человеческой деятельности предъявляет высокие требования к качеству подготовки студентов вузов в области ИТ-сферы. Однако качество такой подготовки и особенно ее фундаментальность во многих вузах отстают от требований времени, а также возникла несогласованность в формировании ООП и учебных планов ИТ-подготовки. *Цель статьи* – представить возможности формирования методологической основы фундаментальности образования путем математизации разных профильных дисциплин на основе синергии взаимодействия дискретного и непрерывного начал моделирования и алгоритмизации. *Результаты и научная новизна.* Проведен анализ синергии взаимодействия дискретности и непрерывности в математике, физике и ИТ-подготовке. Охарактеризована роль дискретной математики в достижении синергетического эффекта при обучении математике и информатике. Выявлено фундаментальное значение математики в обучении формальным языкам моделирования и алгоритмизации. Обоснована роль абстрактной алгебры в пропедевтике обучения формальным языкам в школе и вузе. Представлена роль доминирующих в дискретной математике структур и схем в подготовке высококвалифицированного программиста. *Практическая значимость.* Материалы статьи будут интересны как теоретикам образования, так и преподавателям, ведущим ИТ-подготовку студентов разных направлений.

Ключевые слова: дискретная математика, фундаментализация подготовки, формальные языки, абстрактная алгебра, синергия алгоритмизации и моделирования

Благодарности. Авторы благодарят анонимных рецензентов, ознакомившихся со статьей и сделавших ценные замечания, позволившие улучшить ее качество.

Для цитирования: Перминов Е.А., Тестов В.А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах. *Образование и наука.* 2024;26(7):12–43. doi:10.17853/1994-5639-2024-7-12-43

Mathematisation of specialised disciplines as the basis for fundamentalising IT training in universities

E.A. Perminov

*Ural Technical Institute of Communications and Informatics,
Ekaterinburg, Russian Federation.*

E-mail: perminov_ea@mail.ru

V.A. Testov

Vologda State University, Vologda, Russian Federation.

E-mail: vladafan@inbox.ru

✉ *perminov_ea@mail.ru*

Abstract. *Introduction.* The widespread mass dissemination of digital technologies in all spheres of human activity places high demands on the quality of university students' training in the field of IT. However, the quality of such training, and especially its fundamental nature, in many universities lags behind the requirements of the time. Additionally, a significant gap has emerged in higher education regarding the development of basic education curriculum for IT training. *Aim.* The present study *aims* to explore the potential of establishing the methodological foundation for the fundamental nature of education by incorporating mathematical principles into various specialised disciplines. This involves integrating discrete and continuous modelling principles and algorithmisation to create synergy. *Results and scientific novelty.* The synergy between discretion and continuity in mathematics, physics, and information processes is analysed. This analysis characterises the role of discrete mathematics in achieving a synergetic effect in teaching mathematics and computer science. It reveals the fundamental importance of mathematics in teaching formal modelling and algorithmisation languages. The significance of abstract algebra in the introductory teaching of formal languages at both school and university levels is justified. The significance of structures and algorithms, which are prevalent in discrete mathematics for training highly skilled programmers, is emphasised. *Practical significance.* The research findings will be of interest to both educational theorists and teachers, who provide IT training for students in various fields.

Keywords: discrete mathematics, fundamentalisation of training, formal languages, abstract algebra, synergy of algorithmisation and modelling

Acknowledgements. The authors thank the anonymous reviewers, who reviewed the article and provided valuable comments that enhanced its quality.

For citation: Perminov E.A., Testov V.A. Mathematisation of specialised disciplines as the basis for fundamentalising IT training in universities. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2024;26(7):12–43. doi:10.17853/1994-5639-2024-7-12-43

La Matematización de disciplinas especializadas como base para fundamentar la formación en las TIC en el ámbito universitario

E.A. Pérminov

*Instituto Técnico de Comunicación e Informática de Los Urales,
Ekaterimburgo, Federación de Rusia.*

E-mail: perminov_ea@mail.ru

V.A. Téstov

Universidad Estatal de Vólogda, Vólogda, Federación de Rusia.

E-mail: vladafan@inbox.ru

✉ *perminov_ea@mail.ru*

Abstracto. Introducción. La proliferación generalizada de las tecnologías digitales en todas las esferas de la actividad del hombre exige altas exigencias a la calidad de la formación de los estudiantes universitarios en el campo de las tecnologías de la información. Sin embargo, la calidad de tal formación y especialmente su carácter fundamental en muchas universidades va rezagada respecto a las exigencias de la época, y también ha surgido cierta inconsistencia en la formación de los planes de estudio de formación en programación orientada a objetos POO y de las TIC. **Objetivo.** El propósito del artículo es presentar las posibilidades de formar una base metodológica para la educación fundamental, mediante la matematización de varias disciplinas especializadas, basada en la sinergia de interacción entre principios discretos y continuos de modelado y algoritmización. **Resultados y novedad científica.** Se llevó a cabo un análisis de la sinergia de interacción entre discreción y continuidad en la formación en matemáticas, física y TIC. Se enfatiza el papel de las matemáticas discretas para lograr un efecto sinérgico en la enseñanza de las matemáticas y la informática. Se resalta la importancia fundamental de las matemáticas en la enseñanza de lenguajes formales de modelado y algoritmización. Se fundamenta el papel del álgebra abstracta en la propedéutica de la enseñanza de lenguas formales en la escuela y la universidad. Se presenta el papel de las estructuras y esquemas dominantes en matemáticas discretas en la formación de un programador altamente calificado. **Significado práctico.** El material del artículo será de interés tanto para los teóricos de la educación como para los profesores que imparten formación en las TIC a estudiantes en diversos campos.

Palabras claves: matemáticas discretas, fundamentación de la preparación, lenguajes formales, álgebra abstracta, sinergia de algoritmización y modelado

Agradecimientos. Los autores agradecen a los revisores anónimos que han leído el artículo, aportando sus valiosos comentarios para mejorar la calidad del mismo.

Para citas: Pérminov E.A., Téstov V.A. La matematización de disciplinas especializadas como base para fundamentar la formación en las TIC en el ámbito universitario. *Obrazovanie i nauka = Educación y Ciencia*. 2024;26(7):12–43. doi:10.17853/1994-5639-2024-7-12-43

Введение

Повсеместное массовое распространение цифровых технологий во всех сферах человеческой деятельности – в науках и высокотехнологичных отраслях производства и даже в производственной и операционной деятельности компаний – предъявляет высокие требования к качеству вузовской подготовки в области ИТ-сферы. Однако качество такой подготовки и особенно ее фундаментальность во многих вузах отстают от требований времени, от происходящего интенсивного процесса математизации наук и компьютерной революции, кардинальным образом воздействующих на ИТ-сферу и порождающих новые уникальные трансдисциплинарные научные области. Поэтому насущной является проблема модернизации содержания ИТ-подготовки в направлении усиления математизации профильных дисциплин в соответствии с современными уникальными возможностями ИТ-сферы и потребностями общества.

Необходимость усиления математизации возникает по причине сформировавшегося уже труднообозримого разнообразия профильных дисциплин, возникшего в условиях перманентной трансформации ИТ-сферы и, как следствие, предоставляемой ФГОС большой свободы выбора содержания направлений ИТ-подготовки студентов.

Анализ этого разнообразия в содержании большого множества ООП и учебных планов этих направлений показывает, что само понятие профильной дисциплины стало весьма расплывчатым. Зачастую в их содержании не отражена роль современной математики как материнской науки для информатики (о чем неустанно повторял один из основоположников информатики А. П. Ершов). Поэтому они оказываются недостаточно «математизированными».

Заметим, что привести трактовку понятия профильной дисциплины, с которой согласились бы разработчики ООП для всех направлений ИТ-подготовки, вряд ли возможно. Но, по-видимому, главным признаком профильной дисциплины (в том числе дисциплины по выбору) является ее вклад в обеспечение фундаментальности и профессиональной направленности подготовки. По нашему мнению, в анализе самого понятия профильной дисциплины, уровня ее математизации, перечне таких дисциплин важным ориентиром может служить содержание ООП, учебных планов и рабочих программ подготовки нового направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», начатого в ведущих университетах страны. В результате освоения таких дисциплин выпускник должен быть готов к решению любых задач, связанных с применением компьютеров.

Как обосновано ниже, математизация профильных дисциплин ИТ-подготовки в вузах является основой фундаментализации подготовки, ведущую роль в которой играет синергия взаимодействия дискретного и непрерывного начал моделирования и алгоритмизации как двух неразрывных ипостасей методологии моделирования. Эталонным, по словам академика В. А. Садовниченко, является лишь фундаментальное образование, главной це-

лю которого служит распространение научного знания как части мировой культуры [1].

Как известно, направления ИТ-подготовки студентов в вузах и соответствующее прикладное программное обеспечение постоянно изменяются и совершенствуются. Причем то, что в ИТ-сфере было востребовано десять и даже пять лет назад, в настоящее время уже неактуально. Поэтому профильная ИТ-подготовка студентов должна быть опережающей свое время, а именно фундаментальной, позволяющей выпускникам совершенствовать свои навыки и умения в течение всей профессиональной жизни.

Действительно, как отмечает И. В. Егорченко, принцип фундаментализации образования предполагает:

- сближение науки и образования, в нашем случае математической науки с ее уникальными достижениями в процессе математизации наук и образования в области ИТ-сферы, особенно важное в современном цифровом мире и обществе;

- универсализацию знаний и умений, которая обуславливает выделение структурных единиц научного знания, имеющих наиболее высокий уровень обобщения изучаемых явлений. Как будет обосновано, такими структурными единицами, особенно важными в вузовской подготовке в области ИТ-сферы, являются доминирующие в дискретной математике структуры и схемы (как способы, методы познания);

- формирование общекультурных основ в процессе обучения, что означает, по мнению В. А. Тестова, «...направленность содержания образования на методологически важные, долгоживущие и инвариантные элементы человеческой культуры, способствующие инициации, развитию и реализации творческого потенциала обучаемого ... в быстро изменяющихся социально-экономических и технологических условиях» [2; 3, с. 8].

Практической реализации принципа фундаментализации не способствуют расплывчатые ФГОС. По этой причине возникла несогласованность в формировании ООП и учебных планов подготовки студентов, не обеспечивающая фундаментальности их ИТ-подготовки. При этом игнорируется формирование необходимого перечня и содержания профильных дисциплин, особенно важных для фундаментализации ИТ-подготовки. Эта несогласованность во многом определяется кадровым составом выпускающих кафедр и, в частности, «вкусовыми» пристрастиями ведущих преподавателей этих кафедр в зависимости от их узкой специализации. Такой узкий специалист знает все или почти все в своей отдельной узкой профессиональной специализации, а обо всем остальном не знает почти ничего, проявляя при этом некоторый снобизм. А. П. Усольцев с коллегами обоснованно констатируют, например, «физико-технический снобизм как нежелание выходить в педагогическое и гуманитарное поле профессиональной деятельности из физико-технического содержания своего предмета и, как следствие, низкий уровень методических знаний и умений» [4, с. 109].

В процессе становления новой «цифровой» парадигмы образования в фундаментализации подготовки студентов в области IT-сферы важно учесть все возрастающую роль математики в начавшемся еще в прошлом веке процессе математизации наук¹. В современную цифровую эпоху в связи с возрастанием возможностей современного компьютера и с возникновением новых трансдисциплинарных областей знаний, таких как искусственный интеллект, большие данные и др., начался новый этап математизации знаний. Причем в математизации, на первый взгляд, далеких от математики наук биологии, экологии, географии, истории, психологии и др., в которых наблюдается большой прогресс в использовании идей и методов математики как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне.

Современный компьютер выступает не столько как вычислительное средство, сколько как весьма совершенный инструмент для моделирования самых разнообразных объектов, процессов и явлений, которые допускают описание на языке дискретной математики. В результате происходит бурный рост дискретной математики и ее приложений. Все это привело к возникновению новой точки зрения на природу математики, ее характер и на всю научную картину мира.

Процесс математизации наук и порожденные им перемены не могли не сказаться и на содержании обучения математике и информатике в школах и вузах. Соотношение дискретного и непрерывного в содержании обучения математике стало меняться в пользу дискретных разделов. В образовательные программы многих вузов были включены курсы дискретной математики. Целый ряд разделов дискретной математики проник и в школьные программы по математике и информатике.

Под дискретной математикой (ДМ) в статье понимается область математики, занимающаяся изучением свойств конечных структур и представляющая собой ряд математических теорий, не связанных с концепцией предельного перехода и непрерывности. А под непрерывной математикой подразумевается математика, существенно использующая понятия предела и непрерывности.

Дискретная математика, по мнению Е. А. Перминова, приобретает все большее значение в подготовке студентов в области IT-сферы и тем более самих IT-специалистов. Как выявил анализ тематики журналов «Дискретный анализ и исследование операций», «Прикладная дискретная математика» и других источников, дискретная математика стала основой языка информационных технологий [5].

Дискретная математика является фундаментом использования уникальных возможностей компьютера в корректной и качественной обработке и анализе информации на разных этапах решения задач. Важно также учесть, что идеи и методы ДМ лежат в основе реализации вычислительных процессов в самых разных научных и производственных сферах. Поэтому современная дискретная математика выполняет функцию лидера в математизации наук,

¹ Рузавин Г. И. Математизация научного знания. Москва: Мысль, 1984. 207 с.

диктующего нормативы и идеалы в использовании уникальных возможностей современного компьютера. В силу этого язык ДМ закономерно стал основой автоматизации и роботизации производства.

Главной идеей, буквально пронизывающей с древних времен исследования практически всех наук, является идея взаимодействия дискретного и непрерывного начал исследования. Об этой идее писал В. И. Арнольд: «Математическое описание мира основано на тонкой игре непрерывного и дискретного. Дискретное более заметно»¹. Тонкая игра непрерывного и дискретного и дает возможность осуществить серию итераций непрерывных и дискретных моделей, позволяющих найти оптимальное описание модели объекта для его практического использования. Как будет обосновано, в результате возникает синергетический эффект, т. е. возрастание эффективности моделирования и алгоритмизации с использованием компьютера, усиливается разработкой тысяч языков моделирования, важных в эффективной алгоритмизации исследований.

В более широком контексте синергетический эффект выводит на новый качественный уровень реализацию всех этапов моделирования объектов, процессов и явлений с использованием компьютера (от разработки модели и до симуляции и анализа результатов). А. Khan обращает внимание, что в последнее время в научные исследования стали интенсивно внедряться новые методы математики, моделирования и программирования и создаваемая на их основе новая сверхвысокопроизводительная многопроцессорная вычислительная техника (суперкомпьютеры), обеспечивающая работу многофункциональных вычислительных комплексов, кластеров, инфраструктур и центров [6].

Все это имеет принципиальное значение в фундаментализации ИТ-подготовки студентов, в частности, специалистов ИТ-сферы. Это важно и в формировании у них общекультурных представлений о математической картине мира [7].

Как следует из изложенного, актуальной является **цель** статьи, заключающаяся в реализации главной идеи – математизации профильных дисциплин на основе синергии взаимодействия дискретного и непрерывного начал исследований и обеспечения тем самым фундаментальности ИТ-подготовки студентов.

Гипотеза исследования состоит в том, что реализация этой идеи выведет на новый, более высокий профессиональный уровень обучение моделированию, алгоритмизации и программированию студентов, в частности, будущих специалистов ИТ-сферы. Это будет существенно способствовать фундаментализации ИТ-подготовки студентов.

¹ Арнольд В. И. Теория катастроф. Москва: Наука, 1990. 128 с.

Обзор литературы

В нашем исследовании важен ретроспективный анализ литературы о взаимодействии дискретности и непрерывности в математике.

Начиная с античности вопрос о соотношении дискретного и непрерывного был одним из главных в науке. Некоторые ученые придерживались дискретных, атомистических взглядов, но все же большинство древнегреческих философов были противниками атомизма. Лишь метод исчерпывания для вычисления площадей криволинейных фигур, разработанный Евдоксом и Архимедом, стал первым проявлением синергии как системного эффекта, результата взаимодействия идей дискретности и непрерывности в математике.

Идеи дискретности и непрерывности, положившие начало математизации физики, соперничали и в первый период создания дифференциального и интегрального исчисления. Например, Лейбниц считал, что существуют неделимые или непротяженные элементы, которые он назвал инфинитезимальными. Но уже в XIX веке создатели математического анализа Коши, Дедекин, Кантор, Вейерштрасс и др., исходя из потребностей строгого логического обоснования исчисления бесконечных малых фактически изгнали идеи дискретности из математического анализа, что отдалило математику от реальности. Как отметил английский физик-космолог Джеральд Уитроу, все эти математики придерживались формалистической точки зрения на природу своего предмета¹.

Редким исключением для того времени, по словам крупного французского математика А. Гротендика, стало мнение Римана, высказанное в его полном собрании сочинений: «вполне возможно, что структура пространства в конце концов дискретна, а непрерывные ее модели, нами используемые, представляют собой упрощение (возможно, чрезмерное) сложной действительности. Для человеческого разума „непрерывное“ уловить легче, чем „разрывное“, так что первое служит нам приближением, помогающим понять второе»².

Другим примером понимания роли дискретности в период господства непрерывной математики являются взгляды профессора Московского университета Н. В. Бугаева. Он пытался построить аритмологию как науку о «прерывных» функциях и подчеркивал взаимосвязь и взаимодополняемость аналитического и аритмологического подходов. «Мы видели, что в области чистой математики непрерывность и прерывность суть два понятия, несводимых одно к другому... При правильной оценке... между ними должны устанавливаться не противоречия, а гармония»³. Таким образом, Н. В. Бугаев проявил не только прозорливость, но и смелость, отстаивая гармонию дискретности и непрерывности в эпоху полного господства идей непрерывности в математике.

¹ Уитроу Дж. Естественная философия времени. Москва: Прогресс, 1964. 431 с.

² Гротендик А. Урожаи и посевы. Размышления о прошлом математика. Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 288 с.

³ Бугаев Н. В. Математика и научно-философское мировоззрение // Философская и социологическая мысль. 1989. № 5. С. 92–93.

Развитием идей дискретности, опоры на более наглядные и интуитивно более ясные инфинитезимальные методы вместо опоры на сложное понятие предела, стало создание в XX в. нестандартного анализа. Об этих методах в математике забыли со времен Лейбница, Ньютона и Эйлера, и лишь после работ А. Робинсона (1960 г.) древний метод неделимых получил прочную логическую основу.

Таким образом, ретроспективный анализ тысячелетней трансформации древнего метода неделимых показывает, как постепенно идея дискретности привела к возникновению новой точки зрения на природу математики, ее характер и ее роль. Другие изменения в математической картине мира раскрыты в работе [8]. В свое время один из основоположников информатики В. М. Глушков указывал, что математика в начале XXI в. «будет в большей мере математика дискретных, а не непрерывных величин»¹. Современная дискретная математика стала основой *синергии моделирования и алгоритмизации* с использованием уникальных возможностей компьютера, породив тем самым лавинообразное распространение информационных технологий и процессов в науке, производстве и т. д. Более того, как отмечают D. Gries, F. B. Schneider и V. Ramesh с коллегами, именно в это время возникла научная область «Компьютерные науки», в которой велико значение дискретной математики [9; 10].

Синергетический эффект моделирования и алгоритмизации теоретических и экспериментальных исследований возникает практически во всех областях деятельности. Это стало возможно благодаря внедрению суперкомпьютеров [6].

Методология, материалы и методы

Как следует из вышеизложенного, в исследовании важную роль играла методология анализа синергетического эффекта взаимодействия непрерывных и дискретных ипостасей в научных исследованиях и образовании.

В результате синергетического взаимодействия уникального потенциала дискретной и непрерывной математики научные исследования в цифровую эру вышли уже на более высокий, чем междисциплинарный – «трансдисциплинарный уровень познания, порождающий универсальную методологию, способную решать сложные многофакторные междисциплинарные проблемы природы и общества»². R. Frodeman, J. T. Klein и C. Mitcham считают, что трансдисциплинарность становится ключевой концепцией во многих естественных, технических и других науках, поскольку она предполагает возникновение различных научных систем, находящихся над конкретными дисциплинами сверху, размывание границ различных научных дисциплин [11]. В работе ведущую роль играла методология синергетики, важная в исследованиях сложных

¹ Глушков В. М. Кибернетика. Вопросы теории и практики. Москва: Наука, 1986. С. 122.

² Тестов В. А., Перминов Е. А. Роль математики в трансдисциплинарности содержания современного образования // Образование и наука. 2021. Т. 23, № 3. С. 11–34. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-3-11-34.

систем и объектов с использованием компьютера. Также существенную роль играли методы и понятия дискретной математики, в частности, понятия и методы математической логики, теории алгоритмов, комбинаторного анализа, теории формальных языков и др.

Математизацию знаний и компьютерную революцию, породившие искусственный интеллект, большие данные (Big Data) и все другие цифровые технологии, некоторые авторы сравнивают по масштабности с революциями, связанными с появлением сознания человека, речи и письма. В результате эта революция радикальным образом трансформировала науку, производство и образование. Поэтому в исследовании важную роль играли историко-философские и теоретико-математические методы анализа роли ДМ в математизации знаний и компьютерной революции, раскрывающие ее фундаментальное значение как цифровой основы синергии обучения моделированию и алгоритмизации.

Результаты исследования

1. Идеи дискретности и непрерывности

Как следует из исторического обзора литературы, в содержании IT-подготовки студентов важную роль должны играть идеи дискретности и непрерывности, ставшие идейной основой эффективного моделирования и алгоритмизации исследований.

В начале XX века процесс математизации физики породил революционные перемены в ее теоретических основах, в которых лидирующую роль в исследованиях постепенно стала играть дискретность. «В частности, М. Планк высказал гипотезу о дискретности физического действия, которая сыграла определяющую роль в развитии квантовой теории. Затем А. Эйнштейн ввел дискретность в световые явления. В более поздние годы среди физиков стали доминировать воззрения, что пространство квантовано и никакие размеры не могут быть меньше чем 10^{-33} см. Самые последние физические эксперименты дают основание считать, что и время тоже квантовано, временной промежуток не может быть меньше определенной величины. Тем самым математическая теория бесконечно малых оказывается не соответствующей физической картине мира» [8, с. 94].

Исходя из этих соображений Я. Б. Зельдович, замечательный физик-теоретик, выпустил в свет свою книгу «Высшая математика для начинающих», которая вызвала критику ряда крупных математиков за полное исключение теории пределов. Ссылаясь на его мнение, В. И. Арнольд писал: «делать приращение аргумента – скажем, координаты точки или момента времени – меньшим, чем скажем, 10^{-30} (при разумных единицах измерения), – это явное превышение точности модели, так как структура физического пространства (или времени) на столь малых интервалах уже вовсе не соответствует математической модели теории вещественных чисел (вследствие квантовых феноменов)»¹.

¹ Арнольд В. И. Что такое математика? 4-е изд., стереотип. Москва: МЦНМО, 2012. 108 с.

Дискретность возникла не только в физике, но и в теории информации. При передаче сигнала зачастую отсутствует возможность передать его полностью – приходится передавать только отдельные его значения. Возникает задача восстановления всего сигнала по его отдельным значениям. Эта задача привлекла в 1933 г. внимание В. А. Котельникова, который доказал для некоторых классов непрерывных функций, используемых в связи, возможность восстановления по их дискретным значениям.

Академик А. Н. Колмогоров считал, что «дискретные механизмы являются ведущими в процессах переработки информации и управления в живых организмах»¹. С ним был согласен и академик В. М. Глушков: «Для анализа информационной сущности процесса мышления особую роль приобретают дискретные формы задания информации, при которых информация естественным образом разделяется на элементарные порции»². Эти идеи дискретизации объектов стали играть определяющую роль в трудах В. М. Глушкова и других крупных ученых. В результате развития в последние десятилетия процесса цифровизации общества значительно возросла роль работ по дискретизации непрерывных объектов, наблюдается бурный рост дискретной математики и ее приложений. В последние десятилетия объем исследований в области ДМ вырос в десятки раз. Как отметил В. А. Садовничий, «сегодня под словами «дискретная», кроме классического представления, понимается и математика, нацеленная на создание компьютерных алгоритмов»³.

На грани дискретной математики и программирования появляются такие новые дисциплины, как разработка и анализ вычислительных алгоритмов, нечисленное программирование, комбинаторные алгоритмы, алгоритмизация процессов. В настоящее время практически любая математическая дисциплина изучает как непрерывные, так и дискретные математические модели. Притом наиболее глубокие и яркие результаты зачастую достигаются за счет синергетического эффекта на стыке использования непрерывного и дискретного, когда, как образно заметил А. Гротендик, «совершается „брачный союз числа и величины“ или „геометрии разрывного“ с „геометрией непрерывного“»⁴. В частности, такие процессы происходят в теории управления. Даже в математическом анализе наряду с непрерывными преобразованиями изучаются дискретные. Такие примеры можно продолжить.

Как мы видим, в истории развития науки имелись неоднократные попытки нарушения баланса между дискретностью и непрерывностью, свести математику и другие науки к одной из этих компонент. Однако все они заканчивались неудачей, а такие попытки объясняются тем, что в основе взглядов большинства ученых лежит традиционная методология, бинарное мышление,

¹ Кибернетика. Неограниченные возможности и возможные ограничения. Перспективы развития: сб. ст. Москва: Наука, 1979. С. 21.

² Глушков В. М. Мышление и кибернетика // Вопросы философии. 1963. № 1. С. 37.

³ Садовничий В. А. О математике и ее преподавании в школе: доклад на Всероссийском съезде учителей математики в МГУ 28 октября 2010 года. Режим доступа: http://www.mathedu.ru/doklad_sadovnichego.pdf.

⁴ Гротендик А. Урожаи и посевы. Размышления о прошлом математика. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002.

основанное на бинарной логике. Бинарное мышление является противоположностью многомерного системного мышления с его важным качеством нелинейности, характеризуемом в [27, с. 30].

«Такое расчленение объекта или явления на две части – дихотомия – являлось доминирующим для всей классической науки. В качестве третьего элемента, необходимого для решения проблемы противоречия между дискретностью и непрерывностью в математике, как меру их компромисса, можно рассматривать фрактальность» [12, с. 485; 7].

Фрактал – это замечательное математическое понятие, ставшее средством описания природных явлений. Листья на деревьях, раковины моллюсков, рельеф горного хребта – это все фракталы. «По последним физическим представлениям Вселенная состоит из бесконечного числа вложенных фрактальных уровней материи с подобными друг другу характеристиками... Таким образом, фрактальность можно считать таким же фундаментальным структурным свойством материи, как дискретность и непрерывность» [12, с. 487].

Благодаря тонкой игре непрерывного и дискретного важные дискретные аналоги понятий фракталов под другими названиями можно обнаружить в математике и многих других науках, применяемых в исследовании явлений и их свойств, описываемых в терминах стохастичности, хаотичности и типичности. Исследования фракталов обнаруживают синергетический эффект взаимодействия дискретности и непрерывности и тем самым углубляют представления о процессе математизации наук и сформировавшейся новой научной картине мира.

О соотношении идей и методов дискретной и непрерывной математики, их взаимосвязи писал выдающийся российский математик А. Н. Колмогоров: «По существу все связи между математикой и ее реальными применениями полностью умещаются в области конечного... Мы предпочитаем непрерывную модель лишь потому, что она проще»¹. Поэтому в докомпьютерную эпоху в научных исследованиях использовались в основном более простые непрерывные модели (например, описываемые на языке математического анализа), которые позволяли исследователям добиваться успехов в естественных и других науках без использования уникальных возможностей компьютера.

Наиболее крупные успехи в математике, информатике, естественных науках и технике в последние десятилетия были достигнуты в результате синергетического взаимодействия дискретного и непрерывного. К ним относятся многие уникальные результаты научных исследований, достигнутые с использованием Суперкомпьютеров в таких новых трансдисциплинарных областях, как робототехника, искусственный интеллект, большие данные и т. д. Эти результаты получены в управлении технологическим и научным оборудованием, ведении баз данных, разработке современных тестирующих платформ, в различных сетевых инфраструктурах и т. д.

¹ Колмогоров А. Н. Научные основы школьного курса математики. Первая лекция // Математика в школе. 1969. № 3. С. 15.

Таким образом, обосновано, что синергетический эффект взаимодействия непрерывных и дискретных ипостасей в современных научных исследованиях стал основой уникальной эффективности моделирования и алгоритмизации. В результате статус математического аппарата в науках стал таков, что он задает, по существу, новый, несравнимо более высокий уровень их исследований.

Конечно, в некоторых областях науки еще не разработан должный математический аппарат, который бы охватывал их предметные области. С другой стороны, существуют некие специфические особенности таких наук, как педагогика, история и другие, которые не допускают глубокую математизацию.

2. Дискретная математика как основа достижения синергетического эффекта при обучении математике и информатике

Синергетический эффект дискретного и непрерывного начал научных исследований не мог не сказаться и на содержании обучения математике и информатике в школах и вузах. Поэтому закономерно возникла потребность в расширении содержания подготовки школьников и студентов в области дискретной математики. Но объем курса математики как в школе, так и в вузе ограничен, поэтому возникает вопрос: а может, совсем отказаться от «непрерывной» математики? Конечно, нет, получился бы перекося в другую сторону, поскольку в непрерывной математике на протяжении веков получены важнейшие достижения, некоторые из которых давно изучаются в школе. Необходимый синергетический эффект можно получить лишь при совместном изучении и дискретной и непрерывной математики. Поэтому в учебниках по информатике и ИКТ^{1, 2} и др. на простых примерах изложены доступно для школьников элементы алгебры логики, понятия графа и предиката, понятие модели и информационное, компьютерное, имитационное и другие виды моделирования. В основе их изложения – междисциплинарный подход, дающий возможность изложить ряд ключевых понятий ДМ и их свойств на примерах из школьной математики, физики, химии и других предметов.

К сожалению, в настоящее время элементы дискретной математики не отражены адекватно в школьном курсе математики, в отличие от школьного курса информатики. Налицо по-прежнему существующая методологическая «дисгармония» между обучением математике и информатике в школе, особенно по причине наблюдаемых в последние полвека перманентных изменений в содержании профильного обучения этим предметам.

Как заметил по поводу областей ДМ академик А. Л. Семенов, эти «новые» области математики (математическая логика, комбинаторика, теория графов, теория алгоритмов и др.), быстро оказались в очень большой степени востребованными информатиками. Такую «информатическую» математику, по его мнению, целесообразно начинать изучать еще в начальной школе, поскольку во многих случаях ее объекты и процессы «обладают высокой степенью на-

¹ Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика. 10 класс: учебник. Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. 288 с.

² Семакин И. Г., Хеннер Е. К., Шеина Т. Ю. Информатика. Базовый уровень: учебник для 11 класса, 3-е изд. Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 224 с.

глядности и даже осязаемости» [13, с. 82]. Эти идеи в школьную практику обучения математике и информатике воплощают в настоящее время в практику его аспиранты. Проводимые ими эксперименты показывают возможность внедрения, в частности, перечислительной комбинаторики в программу начальной школы.

Необходимые шаги сегодня в школе и вузе – это формирование знаний и умений использовать трансдисциплинарные понятия и методы ДМ, лежащие в основе ИТ-грамотности в использовании уникальных возможностей компьютерного, аппаратного и программного обеспечения. Как обосновано в [5], в формировании этих знаний и умений велико значение алгебраических, порядковых структур и логических, алгоритмических и комбинаторных схем ДМ, лежащих в основе моделирования и алгоритмизации.

С психолого-педагогической точки зрения дискретная математика является содержательной основой развития математического мышления. В процессе обучения дискретной математике оттачивается умение найти оптимальный способ моделирования и алгоритмизации. Как показывают методические исследования, можно составить школьный курс дискретной математики, сильный для учащихся, который сформирует у них общие представления о моделировании и алгоритмизации, важные для жизни и деятельности в цифровом обществе [5].

Взаимодействие дискретной и непрерывной математики становится основой получения синергетического эффекта при изучении сложных дисциплинарных курсов математики и информатики. В частности, такой синергетический эффект происходит при изучении разнообразных формальных систем моделирования и алгоритмизации с использованием компьютера. Формальные системы моделирования и алгоритмизации особенно важны во внедрении и использовании искусственного интеллекта.

В достижении синергетического эффекта при обучении математике и информатике, в том числе моделированию и алгоритмизации, важно учесть, что на рубеже тысячелетий ведущей в науке и модернизации производства стала методология моделирования с использованием компьютера. Предметом такой методологии является реализация этапов решения задач: постановка возникающих задач, их перевод на адекватный научный язык, рациональная разработка моделей исследуемых объектов, процессов или явлений, нахождение эффективных алгоритмов решения на основе разработанных моделей, выбор и модификация языка программирования для работы алгоритма, разработка компьютерной программы на этом языке для вычисления ответа задачи, симуляция и анализ результата моделирования.

Основной идеей методологии моделирования в исследовании любых непрерывных моделей объектов является замена их дискретными аналогами, исследование которых уже возможно осуществить с использованием уникальных возможностей современного компьютера [5]. При этом для нахождения важных характеристик и параметров дискретной модели (как аналога непре-

рывной) используются методы моделирования и алгоритмизации дискретной математики. На основе этих методов находится достаточно удовлетворительное для практики описание характеристик и параметров реального объекта, которые невозможно получить с использованием только методов непрерывной математики [14; 15]. Например, важны такие характеристики:

- адекватность модели, которая обеспечивает оптимальное соответствие устройству (конструкции) реального объекта или соответствие его выбранным свойствам;

- робастность модели (от англ. *robust* – «прочность») как ее устойчивость или независимость от погрешностей в исходных данных;

- достаточная простота модели, благодаря чему удается провести в приемлемые сроки и экономно по затратам качественный или количественный анализ этого объекта и убедиться в практической достижимости результата.

Довольно часто обнаруживается, что в результате реализации алгоритма дискретный аналог – дискретная модель объекта – противоречит здравому смыслу, или опыту исследователя, или интуитивно представляемому реальному объекту. В этом случае исследователь имеет возможность осуществить обратный переход от дискретной модели к непрерывной модели объекта (например, сложной системы). Обнаруживаемая в этом случае неустойчивость поведения объекта или его флуктуации являются основой для уточнения непрерывных характеристик этого объекта и повторного перехода к его дискретной модели и т. д. В результате осуществляется серия непрерывно-дискретных итераций первоначальной модели объекта, позволяющих найти описание окончательной оптимальной модели объекта, пригодной для его практического использования.

На основании изложенного можно сделать вывод о том, что благодаря развитию ДМ процесс математизации наук на рубеже тысячелетий вступил в новую фазу, которая породила в науке особую фигуру – фигуру математизатора. «Это человек, работающий на стыке наук, математик, ставший биологом, геологом или гуманитарием и в то же время сохранивший установки и принципы математического мышления»¹. В последние десятилетия «математизатор» стал еще одновременно «компьютеризатором», на высоком уровне владеющим умениями и навыками использования возможностей компьютера в области ИТ-сферы. Благодаря таким математизаторам стало возможным (во взаимодействии с учеными других наук) формирование наук с приставкой «компьютерной»: компьютерной химии, биологии, географии, лингвистики, социологии и др. В результате, как отмечает А. М. Миронов, во многих науках статус математического аппарата исследований стал основой широкого внедрения в них методов искусственного интеллекта, в частности, машинного обучения, «предметом которого является поиск методов решения задач путем обучения в процессе решения сходных задач» [16, с. 4].

¹ Калинина А. Как подготовить страну к четвертой промышленной революции // Газета РБК. 16 января 2017. Режим доступа: <https://www.rbc.ru/newspaper/2017/01/16/5878d2389a79470077130332>

3. О роли дискретной математики в обучении формальным языкам моделирования и алгоритмизации

Проведенный в работе [5] анализ научной и учебной литературы по дискретной математике показывает, что ДМ лежит в основе разработки и совершенствовании систем компьютерной математики и компьютерных технологий. Это свидетельствует о высочайшем потенциале дискретной математики в разработке формальных языков различных видов моделирования и алгоритмизации. Эти языки особенно важны в использовании искусственного интеллекта, курсы которого уже внедрены в содержание подготовки студентов многих направлений и прежде всего в области ИТ-сферы.

О возрастающей роли формальных языков свидетельствует тысячелетняя история формирования уникального разнообразия и мощи формальных языков математики. По мере развития математики ее формальный язык совершенствовался. Постепенно появились различные обозначения: числа, буквы в качестве переменных, символы операций и т. д. Однако собственно математические (в частности, логические) рассуждения долго проводились на естественном языке. К концу XIX – началу XX вв. возникла потребность в формализации рассуждений: с одной стороны, формальная система записи облегчала научное общение между разными математиками, с другой стороны, были открыты парадоксы, противоречия, связанные с рассуждениями на естественном языке.

Формальные системы записи математических утверждений и рассуждений были в целом построены в первой половине XX в. и сыграли очень большую роль в последовавшем развитии вычислительной техники. Работа компьютера основана на алгоритмах, написанных на том или ином математическом языке. В свою очередь, компьютеры не могут понимать никаких языков, кроме формальных, поэтому знание формальных языков лежит в основе программирования. Пожалуй, самым известным примером их применения является решение знаменитой проблемы о раскраске 4 цветами географической карты так, чтобы области одного цвета не граничили друг с другом. Решение этой проблемы в 1974 году Appelем и Хакеном¹ заняло 1200 часов работы суперкомпьютера.

В настоящее время теория формальных языков как важнейший раздел ДМ стала основой разработки уже более 8000 языков программирования (из которых официально зарегистрировано около 700). Даже само понятие алгоритма впервые было точно определено на формальных языках машин Поста и Тьюринга. Важно подчеркнуть, что языки программирования – это тоже формальные языки, предназначенные для записи алгоритмов, исполнителем которых является компьютер.

На рубеже тысячелетий теория формальных языков стала основой формирования и широкого распространения формальных систем искусственного

¹ Appel K., Haken, W. Every Planar Map is Four Colorable. I. Discharging // Illinois Journal of Mathematics. 1977. Vol. 21 (3). Pp. 429–490. DOI: 10.1215/ijm/1256049011

интеллекта в деятельности цифрового мира и общества. Председатель Совета по приоритету научно-технологического развития РФ академик И. А. Каляев указывает на фундаментальную роль языков программирования (тем самым – формальных языков) и написанных на их основе компьютерных программ в разработке искусственного интеллекта, а именно то, что сегодня называют ИИ «это просто различные компьютерные программы, работающие в соответствии с запрограммированным человеком алгоритмом» [17, с. 9].

За прошедший век математика довела свой формальный язык до такого совершенства и такой выразительной силы, что он вплотную приблизился по своим информационно-выразительным свойствам к общечеловеческому языку. Как уникальный результат синергии формальных языков моделирования и алгоритмизации сформировалась теория формальных языков, ставшая основой разработки языков программирования. Как следует из изложенного, роль дискретной математики в синергии обучения формальным языкам моделирования и алгоритмизации заключается в том, что профильное обучение теории формальных языков является основой фундаментализации подготовки студентов в области ИТ-сферы. Теория формальных языков имеет особенно большое значение в подготовке высококвалифицированных программистов, владеющих несколькими языками программирования в своей профессиональной области. Особенно таких, которые умеют модифицировать эти языки и даже разрабатывать.

4. О роли абстрактной алгебры в обучении теории формальных языков

Как показывает анализ учебной литературы, обучению теории формальных языков посвящены очень многие учебники, в которых подробно излагаются не только формальные языки, но и элементы формального языка абстрактной алгебры, грамматики, трансляторы, компиляторы и др. [18; 19]. Следует подчеркнуть, что абстрактная алгебра является фундаментальной основой разработки формальных языков, в свою очередь, являющихся формальной (нормативной) основой разработки языков программирования, а также систем компьютерной математики (СКМ). В математике широко известно, что теория полугрупп является одной из наиболее важных областей алгебры, лежащей в основе разработки теории формальных языков. В этой теории формальный язык – это попросту произвольное подмножество свободного моноида. При этом основные операции в теории формальных языков, как и основная операция конкатенации (т. е. приписывания к слову из символов алфавита другого такого слова из символов) точно так же определяется и в теории полугрупп и называется конкатенацией элементов (слов) свободной полугруппы. Далее, формальный язык теории групп как классической области абстрактной алгебры играет фундаментальную роль в исследованиях в математике, физике, химии и других естественных и технических науках. Важно подчеркнуть, что формальный язык теории групп также является основой описания симметрии и асимметрии объектов в науке, природе и искусстве. В свою очередь,

формальный язык теории конечных полей имеет фундаментальное значение в разработке формального языка теории кодирования и криптографии (защиты информации).

В связи с ошибками программного обеспечения компьютера и использования систем компьютерной математики подчеркнем, что серьезные ошибки при их использовании возникают чаще всего из-за незнания базовых понятий и методов языка современной алгебры. В частности, о значении алгебры в использовании СКМ систем свидетельствует другое их название – системы компьютерной алгебры. Поэтому даже профессиональный программист, незнакомый со спецификой символьных преобразований термов алгебры, не всегда осознает разницу между применением в разработке программы или в системах компьютерной алгебры законов различных символьных операций с ее выражениями.

Между тем существует ряд областей современной алгебры, находящихся, к сожалению, за гранью понимания широкого круга специалистов в области естественных наук, инженеров, IT-специалистов и др. и лежащих в основе обучения языкам программирования и СКМ. Среди них, по мнению А. Ginzburg, области теории групп и конечных полей, важные в теории кодирования и криптографии, а также другие базовые понятия и методы абстрактной алгебры, важные для теории автоматов как основе автоматизации производства [20].

Таким образом, является актуальной проблема системного обучения элементам алгебры студентов и особенно будущих специалистов IT-сферы. К сожалению, анализ многочисленных учебных планов их подготовки показывает, что обучение элементам алгебры осуществляется разрозненно, несистемно, обычно в рамках обучения курсам высшей математики, дискретной математики и математической логики.

Важно подчеркнуть, что отсутствие у студентов необходимых знаний из алгебры является основной причиной серьезных ошибок использования языков программирования и СКМ, как уже отмечалось, влекущих за собой тяжелые последствия. В частности, ошибки возникают по причине незнания или непонимания основных принципов организации и последовательности выполнения символьных и других операций. В первую очередь это непонимание разницы между формой и значением выражения. В отличие от применения компьютера в вычислительной математике для выполнения разнообразных вычислений СКМ производят символьные операции с формой выражения, а не с его значением. При этом система скрупулезно различает как сами объекты, так и их имена.

В понимании разницы между формой и значением выражения необходимы умения в образовании форм – *формальных выражений*. В развитии этих умений важную роль играет теория формальных языков и прежде всего формальный язык теории полугрупп. Эта роль теории полугрупп исчерпывающе отражена в известной монографии¹.

¹ Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения / Пер. с англ. Москва: Мир, 1985. 440 с.

Более того, как показывает анализ учебного пособия Р. Лидла и Г. Пильца¹, в развитии умений корректного использования языков программирования и СКМ большое значение имеет формирование представлений и о других формальных алгебраических языках (теорий групп, колец, полей и др.). Все эти языки лежат в основе обучения составлению несравнимо более сложных, чем в языках программирования и СКМ, алгебраических конфигураций, определяющих взаимное расположение самых разных символов между собой или соотношений между ними. Среди этих символов – буквы латинского, греческого, готического и других алфавитов, индексы и многие другие специальные символы для составления конфигураций. Операции или другие действия с конфигурациями, являющимися словами данной алгебры, выполняются в соответствии с аксиомами (тождествами), задающими эту алгебру или определяющими другие важные ее свойства или особенности. В этом велико значение многообразий различных алгебр, операции и преобразования слов, в которых определяются часто довольно сложной совокупностью тождеств (как грамматических правил построения слов).

Алгебра, являясь основой теории формальных языков, имеет большое значение в обучении аппарату абстракции – конкретизации как фундаменту ориентировки в огромном количестве языков программирования, каждый из которых представляет собой свою «знаковую систему для планирования поведения компьютера» [21, с. 24]. С. А. Орлов обращает внимание, что «...язык программирования – это правила образования знаков (синтаксис) и согласованные с ним правила образования денотатов» [21, с. 25], т. е. значений смыслов знаков (семантика). При этом хорошо знающий базовую терминологию абстрактной алгебры сразу ассоциирует это определение с теми гораздо более сложными многообразными правилами образования слов (термов) какой-либо алгебры – полугруппы, группы, кольца, поля, решетки и т. д.

Отметим, что термин «денотат» ввел крупный американский математик и логик А. Church² для любого языка, и он теперь используется в разных науках, в том числе в терминологии языков программирования. В этой связи следует заметить, что в отличие от денотата (как значения знака в языке программирования) семантика в терминологии абстрактной алгебры имеет гораздо более глубокий многообразный смысл, раскрываемый через понятие интерпретации алгебры, получаемой посредством интерпретации ее элементов (символов), операций с ними и отношений, вводимых между элементами алгебры. Например, уже в древней алгебре, как предтече теории формальных языков, формальное выражение, а именно, переместительный закон $a + b = b + a$ символизировал собой множество содержательных интерпретаций, получаемых при постановке в него вместо символов a и b чисел. В результате древние люди имели возможность убедиться в важной особен-

¹ Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: учеб. пособие / Пер. с англ. Екатеринбург: изд-во Урал. ун-та, 1996. 744 с.

² Church A. Introduction to mathematical logic. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press Publ., 1996. 378 p.

ности денежных расчетов, которые не зависят от порядка выплат числа денежных знаков a и b .

Как показывает опыт обучения теории и практике языков программирования, знание основ языка абстрактной алгебры способствует пониманию общих идей и принципов построения и применения языка программирования. Тем самым абстрактная алгебра – это ключ к более легкому и глубокому освоению конкретного языка как основного инструмента программиста. Это особенно важно в предотвращении серьезных аварий в высокотехнологичных отраслях производства и космосе. Причиной многих техногенных аварий стали ошибки в разработке и использовании языка программирования. Например, в работе [21, с. 26] перечисляется ряд таких серьезных программных ошибок: «Пробел и пропуск запятой в Фортран-программе управления» космическим аппаратом «Маринер-2 (27 августа 1962 г.); «Конвейерные отключения электричества на северо-востоке Северной Америки (14 августа 2003 г.) и др.

Как замечено в исследовании [21, с. 40], «профессионалы-программисты (в подавляющем большинстве) являются однолюбам-консерваторами, строящими храм для любимого языка и нещадно критикующими все остальные языки». Как следует из изложенного, обучение формальным языкам алгебры сильно облегчает обучение языкам программирования. Главное – способствует подготовке цифровых полиглотов в том смысле, что они, овладев несколькими языками абстрактной алгебры (и что более важно – языками ДМ), с легкостью овладевают более простыми формальными языками программирования, умеют модифицировать и корректно использовать эти языки в зависимости от решаемой задачи моделирования и алгоритмизации.

Алгебра способствует формированию важных представлений студентов о том, что можно и что нельзя сделать с помощью компьютера в решении задач с использованием языков программирования и СКМ.

Несомненно, обучение использованию формальных языков современной алгебры надо начинать с обучения языку школьной алгебры, раскрывая формальные правила образования его выражений. Важно сформировать у учащихся представления о школьной алгебре как основе формального языка тождественных преобразований алгебраических выражений. Все это создаст предпосылки для развития умений у студентов в процессе их IT-подготовки в выполнении операций со словами формальных языков алгебры с целью последующего их обучения в вузе корректному использованию языков программирования и СКМ. Важные элементы методики пропедевтики обучения школьников формальному языку на языке школьной алгебры, алгебры высказываний и комбинаторики изложены в [5].

5. О роли доминирующих в дискретной математике структур и схем в подготовке высококвалифицированного программиста

Как уже отмечалось, ведущей в науке и модернизации производства стала методология моделирования с использованием компьютера, предметом которой является последовательная реализация охарактеризованных ранее этапов

решения задач с использованием компьютера. Программист, владеющий на высоком уровне «искусством» использования новой многопроцессорной вычислительной техники, играет особенно важную роль на всех этапах решения задач, в том числе и на начальном этапе корректной постановки задачи с учетом ее специфики и возможностей ее программного обеспечения и используемого в ее решении вычислительного комплекса. Таким образом, необходима массовая подготовка профессионалов – цифровых полиглотов, в том смысле, что они владеют несколькими языками программирования в своей профессиональной области и умеют оптимально использовать и даже модифицировать эти языки в зависимости от решаемой задачи моделирования и алгоритмизации. Более того, для решения сложной проблемы они способны разработать новый язык программирования. Использование термина «цифровой полиглот» оправданно по аналогии с термином «языковой полиглот» как знатока многих иностранных языков. Подготовка таких цифровых полиглотов-программистов началась с 2014 г. в вузах по ряду новых направлений: компьютерные науки, компьютерная инженерия и др. Эта подготовка имеет большое значение в формировании цифрового суверенитета страны.

Высококвалифицированный программист играет особенно важную роль на всех этапах решения сложных научных задач с использованием новой многопроцессорной вычислительной техники, а именно задач, для решения которых недостаточно использования только одного языка программирования или той или иной СКМ. Его квалификация особенно важна именно в таких случаях.

В современном программном обеспечении свойство сложности стало его неотъемлемой чертой. D. L. Parnas, A. J. Van Schouwen, S. P. Kwan и L. Rierseon обращают внимание на тот факт, что очень сложно разработать программное обеспечение, называемое критическим [22; 23] и к которому предъявляются особо высокие требования. Оно должно обеспечивать управление объектом или процессом, функционирующим в режиме реального времени и от которого напрямую зависит его безопасная эксплуатация в высокотехнологичных отраслях производства, например, в аэрокосмической отрасли. Не случайно в ведущих университетах особое внимание уделяют фундаментализации содержания подготовки программистов высокого уровня, способных разрабатывать критическое программное обеспечение на основе изучения базовых для этого дисциплин: дискретной математики, абстрактной алгебры и теории формальных языков.

Методологической основой не узконаправленной, а общекультурной подготовки цифрового полиглота является трансдисциплинарный подход, основанный на понятиях и методах, уже указанных в п. 2 «доминирующих в дискретной математике алгебраических, порядковых структур и логических, алгоритмических, комбинаторных схем» [5]. Как обосновано там же, на основе их изучения в мышлении учащегося складываются являющиеся их отражением специфические математические когнитивные структуры и схемы, лежащие в основе формирования умений решать профессиональные проблемы с ис-

пользованием компьютера. Более того, эти когнитивные структуры и схемы «играют фундаментальную роль в формировании структуры интеллектуальных операций в мышлении, на основе которых и осуществляется процесс решения этих проблем»¹.

Важно учесть, что игнорирование этого важного психологического аспекта обучения ДМ порождает впоследствии «самые живучие ошибки моделирования – те, что остаются незамеченными в процессе итогового анализа и тестирования результатов моделирования и доходят до этапа внедрения его результатов» [5, с. 66–67]. Чаще всего это ошибки пропущенной логики рассуждений в использовании программного обеспечения, что является причиной особенно тяжелых последствий и даже катастроф.

В. Д. Шадриков подчеркивал, что основными интеллектуальными операциями являются анализ, синтез, классификация, систематизация, абстрагирование, сравнение, сопоставление, логические операции и некоторые другие [24, с. 221]. Ученые – педагоги, психологи, математики, как отмечает Е. А. Орел, рассматривают в качестве синтеза таких интеллектуальных операций разные виды мышления: абстрактное, логическое, алгоритмическое, комбинаторное, аналитическое, критическое и др. [25].

Более того, И. Н. Скопин рассматривает формирование «комбинированного» программистского мышления, важного в получении «навыков составления алгоритмов и формальной их записи на используемом языке» [26, с. 24] с учетом требований, накладываемым используемой средой. При этом «необходимо знать синтаксис языка и понимать, зачем нужна та или иная конструкция» [26]. Как следует из изложенного в пп. 4 и 5, в этом велика роль абстрактной алгебры и теории формальных языков, формирующих абстрактное мышление программиста, важное не только в выборе и модификации языка программирования для реализации алгоритма, но и в разработке программы на этом языке. Важно подчеркнуть, что абстрактное мышление играет ведущую роль в разработке модели объекта, процесса или явления. Например, одна из трактовок понятия математической модели как алгебраической структуры – множества с заданными на нем операциями и отношениями – играет системообразующую роль в классификации видов моделирования. При этом фундаментальное значение в моделировании и алгоритмизации имеют и другие алгебраические понятия: изоморфизм моделей, отношения эквивалентности и порядка, алгебраическая операция и др. [27]. Благодаря синергии взаимодействия непрерывной и дискретной основ исследований важные алгебраические аналоги понятий теорий хаоса, а также динамических систем и фракталов под другими названиями можно обнаружить в теории алгебраических систем², являющихся дискретными.

Тем не менее, как отмечает Д. Кнут, можно привести немало и других примеров, демонстрирующих важность в подготовке программистов перечислен-

¹ Перминов Е. А. О психологических аспектах реализации дискретной линии в модернизации математического образования // Инновации в образовании. 2014. № 10. С. 144–150.

² Мальцев А. И. Алгебраические системы. Москва: Наука, 1970. 392 с.

ных ранее видов мышления, например комбинаторного [28]. О важности развития этого вида мышления свидетельствует анализ содержания области ДМ, известного под названием комбинаторный анализ. Центральной задачей этого раздела является задача размещения объектов, например последовательностей символов по определенным правилам и нахождения числа способов, которыми это может быть сделано. Формальные языки, языки программирования и трансляторы к ним, кодирование информации, сжатие и восстановление данных – далеко не полный перечень направлений компьютерных наук, в которых необходим анализ последовательностей символов.

Можно привести другие ссылки и примеры в подтверждение тому, что в основе формирования ранее перечисленных видов мышления, символизирующих собой обобщенное программистское мышление, лежат уже отмеченные ранее когнитивные алгебраические, порядковые (нелинейные) структуры и логические, алгоритмические, комбинаторные схемы, формирующиеся на основе обучения ДМ. Именно эти структуры и схемы важны в синергии математического моделирования и алгоритмизации для обеспечения общекультурной подготовки программиста высокого уровня. В его обучении решению профессиональных задач это важно для корректной реализации этапов моделирования совместно с постановщиками задач и с другими специалистами, участвующими в решении этих задач.

Но среди всех этих видов мышления в подготовке высококвалифицированного программиста высокого уровня наиболее важное место занимает системное мышление с его важным качеством нелинейности, имеющее фундаментальное значение при использовании и модификации сложного программного обеспечения вычислительных комплексов, систем и сетей в моделировании сложных систем. Системным мышлением должны обладать и другие специалисты, участвующие в реализации этапов моделирования, поэтому его естественно назвать теоретико-модельным мышлением, характерным для методологии моделирования.

«Нелинейность в философском смысле есть нарушение условий аддитивности и пропорциональности в некотором явлении, т. е. результат суммы воздействий не равен сумме их результатов; результат непропорционален усилиям; целое не есть сумма его частей и т. д. Нелинейность систем и процессов делает принципиально ненадежными и недостаточными прогнозы – экстраполяции от наличного, существующего. Поэтому школа и вуз должны формировать у учащихся нелинейное мышление, которое предполагает поиск нешаблонных путей к достижению целей»¹.

Несомненно, обладающих системным нелинейным мышлением программистов высокого уровня и других специалистов, участвующих в реализации этапов моделирования, можно уподобить хорошим шахматистам, видящим на

¹ Тестов В. А. Математика как основное средство развития мышления учащихся в цифровую эру // Математика – основа компетенций цифровой эры: материалы XXXIX Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и пед. вузов. Москва: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. С. 67–70.

много ходов вперед. Поэтому они обладают умением выявить недостатки разработанной модели и алгоритма в процессе разработки программного обеспечения и анализа результатов моделирования. При этом программист или целый коллектив программистов может выявить несоответствие между пространством понятий и методов, важных для решаемой задачи моделирования, и набором выразительных средств того или иного языка программирования, не позволяющих адекватно отобразить эти понятия и методы в рамках этого языка.

В фундаментализации IT-подготовки студентов важную роль играет содержание профильных дисциплин фундаментального характера, особенно важных в обеспечении опережающего характера подготовки. К такому базовому содержанию (перечню), как показывает анализ тематики ведущих профильных журналов, а также учебных планов и рабочих программ ведущих университетов, относятся:

- абстрактная алгебра и математическая логика, лежащие в основе точного описания алгоритмов и переводе этих алгоритмов в машинное представление;

- теория алгоритмов и автоматов (лежащие в основе разработки абстрактного алгоритма и автомата, управляющими данным объектом, комплексной автоматизации научных исследований, особенно в области экспериментальных наук и т. д.);

- формальные языки и формальные системы (основанные на формальных языках абстрактной алгебры, математической логики и лежащие в основе универсализации методов и языков программирования);

- теория нечетких множеств (в том числе нечетких графов и сетей), на основе которой разрабатываются экспертные системы и системы принятия решений, системы автоматического формирования баз данных, проектирование сложных систем, нейронные сети, распознавание образов и т. д.);

- комбинаторный анализ (включая анализ сложности алгоритмов, важный в повышении производительности компьютеров, в том числе в преодолении так называемого «комбинаторного взрыва», эффекта Data Explosion, возникающего в случае, когда объем и сложная структура хранимых данных не дают возможность извлекать из них полезную информацию с помощью традиционных инструментов анализа).

Обсуждение результатов

Процесс математизации наук, породивший лавинообразное распространение цифровых технологий в науке, производстве, образовании и во многих других сферах жизнедеятельности цифрового мира и общества, предъявляет высокие требования к качеству подготовки студентов целого ряда направлений в области IT, ставит проблему модернизации содержания их подготовки в соответствии с современными уникальными возможностями IT-сферы и потребностями общества.

Является очень важным решение проблемы сближения языков разных наук в процессе математизации их исследований. Решение этой проблемы будет способствовать взаимодействию ученых в разработке особых разделов математируемой науки, анализу ее научных теорий и, в частности, их языка, особенно в естественных и технических науках, породивших роботизацию, автоматизацию и искусственный интеллект в самых различных отраслях производства.

Решение этой проблемы важно в условиях большой свободы в содержании их подготовки, предоставляемой ФГОС и порождающей сильную несогласованность в формировании ООП и учебных планов подготовки. Зачастую эти нормативные документы разрабатываются далекими от математики и программирования специалистами, ориентирующимися на новомодные, непроверенные практикой инновации.

При формировании ООП необходимо опираться на тенденции, происходящие в процессе математизации наук и в современных математике, информатике и их приложениях. Проведенный в статье ретроспективный анализ показывает, как постепенно идея дискретности привела к возникновению новой точки зрения на природу математики, на соотношение в ней непрерывного и дискретного, на понимание необходимости их синергетического взаимодействия. Поэтому несомненно, что в содержании математических дисциплин и в содержании математизации профильных дисциплин ИТ-подготовки студентов должно предусматриваться изучение как непрерывных, так и дискретных математических моделей с целью обеспечения фундаментализации подготовки студентов. При этом важно показать наиболее глубокие и яркие результаты решения задач, которые достигаются за счет синергетического эффекта на стыке использования непрерывного и дискретного. Такой эффект при изучении дискретных и непрерывных моделей наблюдается, в частности, при изучении фрактальной геометрии, разностных и дифференциальных уравнений, теории управления и т. д.

Такой синергетический эффект должен учитываться при трансформации содержания традиционных математических дисциплин различных направлений ИТ-подготовки для обучения студентов совместному использованию методов непрерывной и дискретной математики в моделировании объектов и явлений. Наиболее яркие примеры такой трансформации для фундаментализации традиционных математических дисциплин ИТ-подготовки бакалавров легко обнаружить в курсе математического анализа. Это примеры предельного перехода в неравенствах, нахождения интегральной суммы (нахождение площади криволинейной трапеции). Такой пример впервые продемонстрировал еще Архимед при нахождении площади сегмента параболы, что послужило фактически отправной точкой разработки интегрального исчисления (с его формулами прямоугольников и трапеций для приближенного вычисления определенного интеграла и др.).

Яркие примеры такого синергетического эффекта можно показать и в обучении традиционным математическим дисциплинам магистров естественных и технических направлений подготовки, в частности, гармоничному примене-

нию теории вейвлетов (непрерывных и дискретных вейвлет-преобразований) в практических расчетах, в теории фракталов (фрактальном анализе) и др. с использованием математических систем Mathcad, Mathematica и др.

Из результатов проведенного в статье В. А. Сухомлина и Е. В. Зубаревой анализа взаимодействия дискретности и непрерывности в IT-подготовке студентов вытекает необходимость установления барьера перед псевдоноваторскими наскоками в этом важнейшем виде их подготовки, в том числе в разработке международных рекомендаций и куррикулумов, вызывающих высокий уровень доверия к ним в профессиональной среде и являющихся основой стандартизации соответствующей образовательной IT-деятельности университетов и вузов^{1, 2} [29]. Это особенно важно в условиях лавинообразного роста научного знания при формировании у студентов универсальных умений и системного мышления в области IT-сферы, наиболее значимой в соответствующей профессиональной области.

Заключение

Результаты анализа синергетического взаимодействия дискретности и непрерывности в IT-подготовке студентов имеют большое теоретико-методологическое значение в устранении диспропорций и пробелов в содержании их обучения моделированию, алгоритмизации и программированию. В условиях становления новой «цифровой» парадигмы в образовании они возникают по причине несогласованности в формировании ООП и учебных планов подготовки, зачастую препятствующего фундаментализации обучения использованию новых уникальных информационных технологий (искусственного интеллекта [30; 31], больших данных (Big Data) [32], квантовых технологий [33; 34] и др.).

Результаты статьи имеют большое значение в обучении студентов в использовании возможностей современных компьютеров на основе языка доминирующих в ДМ структур и схем. Эти структуры и схемы лежат в основе формирования умений в построении серии непрерывно-дискретных итераций первоначальной модели объекта, позволяющих найти окончательную (оптимальную) модель объекта с важными для практики характеристиками и параметрами.

Полученные в статье результаты о фундаментализации IT-подготовки студентов на основе математизации профильных дисциплин имеют особое значение в их подготовке к разработке дорогостоящих проектов в науках и производстве как результатам большого труда многотысячных коллективов.

В частности, фундаментализация подготовки будущих IT-специалистов играет важную роль в предотвращении ошибок программного обеспечения в реализации этапов решения задач моделирования объектов и процессов. При

¹ CS2013 – Computer Science 2013: Curriculum Guidelines for Undergraduate Programs in Computer Science. Режим доступа: https://www.acm.org/binaries/content/assets/education/cs2013_web_final.pdf

² SE2014 – Software Engineering 2014. Curriculum Guidelines for Undergraduate Degree Programs in Software Engineering. Режим доступа: <https://www.acm.org/binaries/content/assets/education/se2014.pdf>

этом следует заметить, что тестирование программ не дает необходимых гарантий качества и надежности и не может дать их в принципе (что исчерпывающе обосновано, например, в [35]).

Анализ все возрастающей роли современной дискретной математики в процессе математизации наук показывает, что синергетический эффект взаимодействия дискретного и непрерывного начал в научных исследованиях является мощным совокупным результатом всех слагающих факторов этапов моделирования объектов, процессов и явлений с использованием компьютера (от разработки модели и до симуляции и анализа его результатов).

Обосновано, что необходима фундаментализация подготовки студентов в области ИТ-сферы, в которой ведущую роль играет трансдисциплинарный подход, основанный на понятиях и методах, доминирующих в дискретной математике. Поэтому изучение языка ДМ лежит в основе профилактики многих ошибок реализации этапов решения задач с использованием компьютера, в том числе тех, которые остаются незамеченными в процессе итогового анализа результатов моделирования и доходят до этапа внедрения.

Охарактеризована роль в фундаментализации подготовки студентов в области ИТ-сферы теории формальных языков. При этом абстрактная алгебра является фундаментальной основой разработки формальных языков, в свою очередь являющихся формальной (нормативной) основой разработки языков программирования, а также систем компьютерной математики.

Обосновано, что фундаментализация подготовки студентов в области ИТ-сферы на основе профильного обучения теории формальных языков важна в массовой подготовке профессионалов – цифровых полиглотов, владеющих несколькими языками программирования и умеющих модифицировать эти языки в зависимости от решаемой задачи.

Как следует из результатов исследования, они являются основой в достижении цели статьи, заключающейся в реализации главной идеи – математизации профильных дисциплин на основе синергии взаимодействия дискретного и непрерывного начал моделирования и алгоритмизации в фундаментализации ИТ-подготовки студентов. Эти результаты также подтверждают гипотезу исследования о том, что реализация этой идеи выведет обучение моделированию, алгоритмизации и программированию на новый, более высокий профессиональный уровень, будет способствовать фундаментализации ИТ-подготовки студентов.

При решении поставленной задачи авторы статьи основное внимание уделили содержательной стороне математического образования и не рассматривали его технологическую сторону, в том числе получившие в последние годы большое распространение концептуальные схемы (mind map) и дорожные карты (roadmap) для освоения новых областей знаний. Но, как показывает анализ многочисленных публикаций по их использованию в образовании, применение таких схем опирается прежде всего на визуальное мышление, которого зачастую недостаточно для изучения математических структур.

Список использованных источников

1. Садовничий В.А. Традиции и современность. *Высшее образование в России*. 2003;1:11–18. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20208306> (дата обращения: 03.11.23).
2. Егорченко И.В. Фундаментализация математического образования: научные подходы, опыт, аспекты реализации. *Высшее образование сегодня*. 2009;12:78–80. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13074622> (дата обращения: 29.09.2023).
3. Тестов В.А. Фундаментальность образования: современные подходы. *Педагогика*. 2006;4:3–9. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15516992> (дата обращения: 16.09.2023).
4. Усольцев А.П., Стариченко Б.Е., Кощеева Е.С. Проблема подготовки преподавателей общетехнических дисциплин в современных условиях. *Образование и наука*. 2023;25(10):109–132. doi:10.17853/1994-5639-2023-10-109-132
5. Перминов Е.А. *Методическая система обучения дискретной математике студентов педагогических направлений в аспекте интеграции образования: монография*. Екатеринбург: РГППУ; 2013. 286 с.
6. Khan A., Sim H., Vazhkudai S.S., Butt A.R., Kim Y. An analysis of system balance and architectural trends based on top500 supercomputers. *The International Conference on High Performance Computing in Asia-Pacific Region*. 2021:11–22. doi:10.1145/3432261.3432263
7. Testov V.A., Smirnov N.E. Synergy of discrete and continuous models as a means of integrity of the mathematical picture of the world. *2018 International Conference on Applied Mathematics and Computational Science*. 2018:151–155. doi:10.1109/ICAMCS.NET46018.2018.00033
8. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. Вологда: ВГПУ; 2012. 176 с.
9. Gries D., Schneider F. *A Logical Approach to Discrete Math (Monographs in Computer Science)*. Springer Science & Business Media; 2013. 516 p.
10. Ramesh V., Glass R. L., Vessey I. Research in computer science: an empirical study. *Journal of Systems and Software*. 2004;70(1–2):165–176. doi:10.1016/S0164-1212(03)00015-3
11. Frodeman R., Klein J. T., Mitcham C. *The Oxford Handbook of Interdisciplinarity*. New York: Oxford; 2010. 580 p. doi:10.31046/tl.v5i2.228
12. Тестов В.А. Интеграция дискретности и непрерывности при формировании математической картины мира обучающихся. *Интеграция образования*. 2018;22(3):480–492. doi:10.15507/1991-9468.092.022.201803.480-492
13. Семенов А.Л. Современный курс математики и информатики в школе. *Вопросы образования*. 2004;1:79–94. Режим доступа: <https://ideas.repec.org/a/scn/voprob/2004i1p103-118.html> (дата обращения: 16.11.2023).
14. Мышкис А.Д. *Элементы теории математических моделей*. Изд 3-е, испр. Москва: Комкнига; 2007. 192 с. Режим доступа: <https://spbib.ru/ru/catalog/-/books/11289876-elementy-teorii-matematicheskikh-modeley> (дата обращения: 17.10.2023).
15. Meerschaert M. *Mathematical modeling*. Boston: Academic press, 2013. 384 p.
16. Миронов А.М. *Машинное обучение*. Москва: МАКС Пресс; 2018. 84 с. <https://search.rsl.ru/ru/record/01009863302> (дата обращения: 27.08.2023).
17. Каляев И.А. Искусственный интеллект: камо грядеши? *Экономические стратегии*. 2019; 5:6–18. doi:10.33917/es-5.163.2019.6-15
18. Пентус А.Е., Пентус М.Р. *Теория формальных языков: учебное пособие*. Москва: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ; 2004. 80 с. Режим доступа: <https://studfile.net/preview/393566> (дата обращения: 21.09.2023).

19. Rosenberg G., Salomaa A. Handbook of Formal Languages. Springer; 1997. Vol. 1. 873 p. Режим доступа: https://beckassets.blob.core.windows.net/product/readingsample/121088/9783540604204_excerpt_001.pdf (дата обращения: 24.11.2023).
20. Ginzburg A. *Algebraic Theory of Automata*. New York: Academic Press; 2014. 164 p.
21. Орлов С.А. *Теория и практика языков программирования: учебник для вузов. Стандарт 3-го поколения*. Санкт-Петербург: Питер, 2013. 688 с.
22. Parnas D.L., Van Schouwen A.J., Kwan S.P. Evaluation of safety-critical software. *Communications of the ACM*. 1990; 33(6):636–648. doi:10.1145/78973.78974
23. Rierion L. *Developing Safety-Critical Software: A Practical Guide for Aviation Software and DO-178C Compliance*. CRC Press; 2017. 610 p. doi:10.1201/9781315218168
24. Шадриков В.Д. *Ментальное развитие человека*. Москва: Аспект Пресс; 2007. 288 с.
25. Орел Е.А. Особенности интеллекта профессиональных программистов. *Вестник Московского университета. Серия 14. Психология*. 2007; 2:70–79.
26. Скопин И.Н. О формировании программистского мышления. *Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации*. 2012;2:21–31. Режим доступа: <https://resources.mgpu.ru/docfulldescription.php?docid=328828> (дата обращения: 02.12.2023).
27. Тестов В.А., Перминов Е.А. Трансдисциплинарная роль физико-математических дисциплин в современном естественнонаучном и инженерном образовании. *Образование и наука*. 2023;25(7):14–43. doi:10.17853/1994-5639-2023-7-14-43
28. Кнут Д. *Искусство программирования. Т. 4 А. Комбинаторные алгоритмы. Часть 1*. Пер. с англ. Москва: Издательский дом «Вильямс»; 2013. 960 с.
29. Сухомлин В.А., Зубарева Е.В. Куррикулумная парадигма – методическая основа современного образования. *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2015;11(1):54–61. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25024558> (дата обращения: 21.10.2023).
30. Hunt E.B. *Artificial Intelligence*. N.Y.: Academic Press; 1975. 468 p. <https://archive.org/details/artificialintell00hunt> (дата обращения: 08.12.2023).
31. Russell S.L., Norvig P. Artificial intelligence: a modern approach. *Artificial Intelligence*. 2010;175 (5–6):935–937. doi:10.1016/j.artint.2011.01.005
32. Yaqoob I., Hashem I.A.T., Gani A., Mokhtar S., Ahmed E., Anuar N.B., Vasilakos A.V. Big data: From beginning to future. *International Journal of Information Management*. 2016;36(6):1231–1247. doi:10.4018/978-1-7998-3444-1
33. Raymer M.G., Monroe C. The US National Quantum Initiative. *Quantum Science and Technology*. 2019;4(2):020504. doi:10.1088/2058-9565/ab0441
34. Riedel M., Kovacs M., Zoller P., Mlynek J., Calarco T. Europe's Quantum Flagship initiative. *Quantum Science and Technology*. 2019;4(2):020501. doi:10.1088/2058-9565/ab042d
35. Гласс Р. *Факты и заблуждения профессионального программирования*. Пер. с англ. Санкт-Петербург: Символ-Плюс; 2007. 240 с.

References

1. Sadovnichiy V.A. Traditions and modernity. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia*. 2003;1:11–18. (In Russ.) Accessed November 03, 2023. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20208306>
2. Egorchenko I.V. The fundamentalization of mathematical education : scientific approaches, experience, aspects of implementation. *Vysshee obrazovanie segodnya = Higher Education Today*. 2009;12:78–80. (In Russ.) Accessed September 29, 2023. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13074622>

3. Testov V.A. Fundamentality of education: modern approaches. *Pedagogika = Pedagogy*. 2006;4:3–9. (In Russ.) Accessed September 16, 2023. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15516992>
4. Usoltsev A.P., Starichenko B.E., Koscheeva E.S. The problem of technical teacher training in modern conditions. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2023;25(10):109–132. (In Russ.) doi:10.17853/1994-5639-2023-10-109-132
5. Perminov E.A. *Metodicheskaja sistema obuchenija diskretnoj matematike studentov pedagogicheskikh napravlenij v aspekte integracii obrazovaniya = The Methodical System of Training in Discrete Mathematics of Students of the Pedagogical Directions in Aspect of Integration of Education*. Ekaterinburg: Russian State Vocational Pedagogical University; 2013. 286 p. (In Russ.)
6. Khan A., Sim H., Vazhkudai S.S., Butt A.R., Kim Y. An analysis of system balance and architectural trends based on top500 supercomputers. In: *The International Conference on High Performance Computing in Asia-Pacific Region*. 2021:11–22. doi:10.1145/3432261.3432263
7. Testov V.A., Smirnov N.E. Synergy of discrete and continuous models as a means of integrity of the mathematical picture of the world. In: *2018 International Conference on Applied Mathematics and Computational Science*. 2018:151–155. doi:10.1109/ICAMCS.NET46018.2018.00033
8. Testov V.A. *Obnovlenie sodержaniya obuchenija matematike: istoricheskie i metodologicheskie aspekty = Updating the Content of Training in Mathematics: Historical and Methodological Aspects*. Vologda: Vologda State Pedagogical University; 2012. 176 p. (In Russ.)
9. Gries D., Schneider F. *A Logical Approach to Discrete Math (Monographs in Computer Science)*. Springer Science & Business Media; 2013. 516 p.
10. Ramesh V., Glass R.L., Vessey I. Research in computer science: an empirical study. *Journal of Systems and Software*. 2004;70(1–2):165–176. doi:10.1016/S0164-1212(03)00015-3
11. Frodeman R., Klein J. T., Mitcham C. *The Oxford Handbook of Interdisciplinarity*. New York: Oxford; 2010. 580 p. doi:10.31046/tl.v5i2.228
12. Testov V. A. Integration of discreteness and continuity in the formation of a mathematical picture of the world of students. *Integratsiya obrazovaniya = Integration of Education*. 2018;22(3):480–492. (In Russ.) doi:10.15507/1991-9468.092.022.201803.480-492
13. Semenov A.L. Modern course of mathematics and computer science at school. *Voprosy obrasovaniya = Educational Studies Moscow*. 2004;1:79–94. (In Russ.) Accessed November 16, 2023. <https://ideas.repec.org/a/scn/vopro/2004i1p103-118.html>
14. Myshkis A.D. *Jelementy teorii matematicheskikh modelej = Elements of Mathematical Model Theory*. 3rd ed. Moscow: Publishing House KomKniga; 2007. 192 p. (In Russ.) Accessed October 17, 2023. <https://spbib.ru/ru/catalog/-/books/11289876-elementy-teorii-matematicheskikh-modelej>
15. Meerschaert M. *Mathematical Modeling*. Boston: Academic Press; 2013. 384 p.
16. Mironov A.M. *Machine Learning*. Moscow: MAKS Press; 2018. 84 p. (In Russ.)
17. Kalyaev I. A. Artificial intelligence: the future. *Jekonomicheskie strategii = Economic Strategies*. 2019;5:6–18. (In Russ.) doi:10.33917/es-5.163.2019.6-15
18. Pentus A.E., Pentus M.R. *Teorija formal'nyh jazykov = Theory of Formal Languages*. Moscow: Publishing House of TsPI at the Mechanical and Mathematical Faculty of Moscow State University; 2004. 80 p. (In Russ.) Accessed September 21, 2023. <https://studfile.net/preview/393566>
19. Rosenberg G., Salomaa A. *Handbook of Formal Languages*. Vol. 1. Springer; 1997. 873 p. Accessed September 21, 2023. https://beckassets.blob.core.windows.net/product/readingsample/121088/9783540604204_excerpt_001.pdf
20. Ginzburg A. *Algebraic Theory of Automata*. New York: Academic Press; 2014. 164 p.
21. Orlov S.A. *Teorija i praktika jazykov programmirovaniya. Standart 3-go pokoleniya = Theory and Practice of Programming Languages. 3rd Generation Standard*. St. Petersburg: Publishing House Piter; 2013. 688 p. (In Russ.)

22. Parnas D.L., Van Schouwen A.J., Kwan S.P. Evaluation of safety-critical software. *Communications of the ACM*. 1990;33(6):636–648. doi:10.1145/78973.78974
23. Rierison L. *Developing Safety-Critical Software: A Practical Guide for Aviation Software and DO-178C Compliance*. CRC Press; 2017. 610 p. doi:10.1201/9781315218168
24. Shadrikov V.D. *Mental'noe razvitie cheloveka = Human Mental Development*. Moscow: Publishing House Aspekt Press; 2007. 288 p. (In Russ.)
25. Eagle E.A. Features of the intelligence of professional programmers. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psihologiya = Bulletin of Moscow University, Ser. 14, Psychology*. 2007;2:70–79. (In Russ.)
26. Skopin I.N. On the formation of programmatic thinking. *Bulleten' laboratorii matematicheskogo, estestvennonauchnogo obrazovaniya i informatizacii = Bulletin of the Laboratory of Mathematical Natural Science Education and Informatization*. 2012;2:21–31. (In Russ.) Accessed December 02, 2023. <https://resources.mgpu.ru/docfulldescription.php?docid=328828>
27. Testov V.A., Perminov E.A. Transdisciplinary role of physical and mathematical disciplines in modern natural science and engineering education. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2021;23(7):14–43. (In Russ.) doi:10.17853/1994-5639-2023-7-14-43
28. Knut D. *Iskusstvo programmirovaniya. Tom 4, A. Kombinatornye algoritmy. Chast' 1 = The art of programming. V. 4A. Combinatorial Algorithms. Part 1*. Transl. from English. Moscow: Publishing House Vil'jams; 2018. 962 p.
29. Sukhomlin V.A., Zubareva E.V. The curriculum paradigm – the methodological basis of modern education. *Sovremennye informacionnye tekhnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT Education*. 2015;11(1):54–61. (In Russ.) Accessed October 21, 2023. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25024558>
30. Hunt E.B. *Artificial Intelligence*. N.Y.: Academic Press; 1975. 468 p. Accessed December 08, 2023. <https://archive.org/details/artificialintell00hunt>
31. Russell S.L., Norvig P. Artificial intelligence: a modern approach. *Artificial Intelligence*. 2010;175(5–6):935–937. doi:10.1016/j.artint.2011.01.005
32. Yaqoob I., Hashem I.A.T., Gani A., Mokhtar S., Ahmed E., Anuar N.B., Vasilakos A.V. Big data: from beginning to future. *International Journal of Information Management*. 2016;36(6):1231–1247. doi:10.4018/978-1-7998-3444-1
33. Raymer M.G., Monroe C. The US National Quantum Initiative. *Quantum Science and Technology*. 2019;4(2):020504. doi:10.1088/2058-9565/ab0441
34. Riedel M., Kovacs M., Zoller P., Mlynek J., Calarco T. Europe's Quantum Flagship initiative. *Quantum Science and Technology*. 2019;4(2):020501. doi:10.1088/2058-9565/ab042d
35. Glass R. L. *Fakty i zabluzhdeniya professional'nogo programmirovaniya = Facts and Fallacies of Software Engineering*. Transl. from English. Boston: Publishing House Simvol-Pljus; 2007. 240 p. (In Russ.)

Информация об авторах:

Перминов Евгений Александрович – доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и физики Уральского технического института связи и информатики, Екатеринбург, Российская Федерация; ORCID 0000-0002-8807-2476. E-mail: perminov_ea@mail.ru

Тестов Владимир Афанасьевич – доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и информатики Вологодского государственного университета, Вологда, Российская Федерация; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177. E-mail: vladafan@inbox.ru

Вклад соавторов. Авторы внесли равный вклад в подготовку статьи.

Информация о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 24.02.2024; поступила после рецензирования 27.07.2024; принята к публикации 07.08.2024.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Information about the authors:

Evgeniy A. Perminov – Dr. Sci. (Education), Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Physics, Ural Technical Institute of Communications and Informatics, Ekaterinburg, Russian Federation; ORCID 0000-0002-8807-2476. E-mail: perminov_ea@mail.ru

Vladimir A. Testov – Dr. Sci. (Education), Professor, Department of Mathematics, Vologda State University, Vologda, Russian Federation; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177. E-mail: vladafan@inbox.ru

Contribution of the authors. The authors made an equal contribution to the preparation of the article.

Conflict of interest statement. The authors declare that there is no conflict of interest.

Received 24.02.2024; revised 27.07.2024; accepted 07.08.2024.

The authors have read and approved the final manuscript.

Información sobre los autores:

Evguéný Alexándrovich Pérminov: Doctor en Ciencias de la Pedagogía, Profesor Asociado, Profesor del Departamento de Física y Matemáticas Superiores, Instituto Técnico de Comunicaciones e Informática de Los Urales, Ekaterimburgo, Federación de Rusia; ORCID 0000-0002-8807-2476. Correo electrónico: perminov_ea@mail.ru

Vladímir Afanásevich Téstov: Doctor en Ciencias de la Pedagogía, Profesor del Departamento de Matemáticas e Informática, Universidad Estatal de Vologda, Vologda, Federación de Rusia; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177. Correo electrónico: vladafan@inbox.ru

Contribución de coautoría. Los autores aportaron una contribución igual para la preparación del artículo.

Información sobre conflicto de intereses. Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

El artículo fue recibido por los editores el 24/02/2024; recepción efectuada después de la revisión el 27/07/2024; aceptado para su publicación el 07/08/2024.

Los autores leyeron y aprobaron la versión final del manuscrito.