Научная статья
УДК 373.5.016:004.942
DOI: 10.17853/2587-6910-2024-13-40-55

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СОСТАВЛЯЮЩАЯ ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Ольга Максимовна Корчажкина
кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, ORCID 0000-0002-0020-4914 г. Москва, Россия, olgakomax@gmail.com

Аннотация. *На примере материалов нового учебного пособия «Математическое моделирование для школьников» рассматриваются отдельные теоретические аспекты технологии математического моделирования и её реализация в реальных практических задачах, предлагаемых школьникам на уроках математики, физики и информационных технологий, а также соревнованиях по математическому моделированию. Внедрение технологии математического моделирования в школьное образование способствует формированию у учащихся инженерного мышления и инженерной культуры.*

Ключевые слова: *инженерное образование; математическое моделирование; инженерное мышление; интерактивные модели*

Для цитирования: *Корчажкина О. М. Математическое моделирование как составляющая инженерного образования // Новые информационные технологии в образовании и науке. 2024. № 13 С. 40–55. https://doi.org/10.17853/2587-6910-2024-13-40-55*

MATHEMATICAL MODELING AS A COMPONENT OF ENGINEERING EDUCATION

Olga Maksimovna Korchazhkina
Ph.D. in Engineering, Senior Researcher, Federal Research Centre “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
olgakomax@gmail.com

Abstract. *Using the materials of the new textbook “Mathematical Modeling for School Students” as an example, the article examines some theoretical aspects of the mathematical modeling technology and its implementation in real practical tasks that school students are offered in Mathematics, Physics and Information technology lessons, as well as on mathematical modeling competitions. The introduction of the mathematical modeling*

technology into school education contributes to the formation students' engineering thinking and culture.

Keywords: *engineering education; mathematical modeling; engineering thinking; interactive models*

For citation: *Korchazhkina O. M. Mathematical modeling as a component of engineering education // New information technoljgies in tducftion and science. 2024; 13: 40-55 https://doi.org/10.17853/2587-6910-2024-13-40-55*

简评：以新教材《中学生数学模拟》为例，探讨了用在物理学、信息学课与数学模拟竞赛的数学模拟方法理论方面及其在实际问题中的应用。将数学模拟方法广泛引入学校教育，有利于学生工程思维和工程文化的形成。

主题词：工程教育；数学模拟；工程思维；互动模型

1. Введение

Навыки моделирования являются важной составной частью практического воплощения инженерного мышления научно-технического работника, осуществляющего проектно-конструкторскую деятельность [1, с. 35]. Что касается математического моделирования, то оно является основным подходом к выработке концепции будущей рабочей модели: её представление в виде идеализированного образца (прототипа), оценка её возможной 3D-конструкции и анализ результатов предварительных испытаний в виртуальной лаборатории. Это позволяет инженеру на основании исследования физических и функциональных принципов поведения образца принять решение о целесообразности разработки реального объекта. Тем не менее, специалисты в области математического моделирования отмечают, что «Любая математическая модель есть всего лишь сумма предположений, измерений и данных, заложенных в неё её создателями. Предсказания математической модели — всего лишь следствия того, что в неё заложено, хотя эти следствия иногда оказываются неочевидными и неожиданными» [2, с. 15].

Математическое моделирование, реализуемое с помощью компьютерных технологий, базируется на наборе математических инструментов, методов и правил, согласно которым и используя которые конструктор-исследователь воплощает задуманное в виде приближённого и упрощённого виртуального подобия будущего устройства или исследуемого процесса. Естественно, что подобная математическая модель, связанная с первоначальной научной или практической идеей, должна опираться и подчиняться физико-математическим законам, а исследование её конструкции и поведения будет являться первым шагом, или «точкой отсчёта», в череде проверок жизнеспособности первоначальной гипотезы.

Прикладная значимость, а значит и актуальность, внедрения в образовательный процесс технологии математического моделирования как одного из важнейших компонентов в деле развития инженерного образования возрастает в наши дни

в связи с необходимостью «пропедевтической» подготовки будущих научно-технических работников, начиная со школьной скамьи. Успешная реализация этой технологии становится возможной благодаря наличию интерактивных творческих сред — таких, например, как «1С: Математический конструктор» [3] или находящегося на завершающей стадии разработки «Конструктора интерактивных заданий» компании «1С».

Кроме того, увеличивается число методических разработок, авторами которых становятся заинтересованные учителя математики, физики, информатики, накапливающие опыт решения задач математического моделирования на уроках и в проектной деятельности учащимися классов инженерного профиля, в кружковой работе, системе дополнительного образования, а также при организации соревнований и олимпиад по математическому моделированию среди школьников 8–11-х классов. Можно назвать два мероприятия, проводимые специализированным учебно-научным центром (факультетом) СУНЦ МГУ — Школой им. А. Н. Колмогорова: всероссийский конкурс по математическому моделированию (https://internat.msu.ru/educational-projects/turniry-i-konferentsii/vkmm-about/) и турнир по математическому моделированию (https://internat.msu.ru/educational-projects/turniry-i-konferentsii/turnir-mm/turnir-mm-about/).

2. Выбор учебного пособия по математическому моделированию для школьников 8–11 классов

В нашей стране математическое моделирование экономических и производственных процессов начало внедряться в образовательную практику с конца 1980–х годов, когда появились первые научные издания и учебные пособия для высшей школы, выпущенные рядом столичных вузов (см., например, [4; 5]).

Дальнейшее направление теории математического моделирования стало развиваться в сторону методов построения дифференциальных моделей, перспективы которых в сфере экологии, экономики и социологии были представлены академиком В. И. Арнольдом в 1997 году на семинаре при Президентском совете Российской Федерации [6]. С того времени вышло в свет значительное число учебных пособий для системы среднего и высшего профессионального образования, ориентированных преимущественно на чисто теоретические подходы к технологии моделирования на основе численных методов решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, возникающих в задачах по ИКТ, радиофизике, радиосвязи [7]; в задачах, исследующих поведение физических, химических и экологических динамических систем, клеточных автоматов, явление перколяции, представляющее собой физический или химический процесс протекания или непротекания жидкостей через пористые или адсорбирующие материалы, и кинетического роста [8]; в задачах на основе использования фундаментальных законов сохранения (энергии, импульса, момента импульса и др.) и вариационных принципов с примерами построения математических моделей из области физики, химии, биологии, экономики и гуманитарных наук [9].

Практикум [10] для студентов среднего профессионального образования, обучающихся по специальности «Информационные системы и программирование», а также для студентов экономических специальностей содержит девять тематических блоков, каждый из которых включает краткий теоретический материал и задания для самостоятельной работы по темам: целевая функция; однофакторные и многофакторные оптимизационные задачи; построение стохастических моделей; методы, основанные на рангах и методы прогнозирования.

В последнее время появилось несколько учебных пособий по математическому моделированию, адресованных школьникам старших классов [11; 12; 2]. В научно-популярном издании [11] автор ставит задачу заинтересовать школьников технологией математического моделирования, рассказывая об истоках математических моделей, об использовании моделей эпидемии, производства товаров и услуг, потребительского спроса и ряда других. В издательстве «Просвещение» вышло учебное пособие [12], материалы которого рекомендуется использовать в качестве элективного курса или источника дополнительной информации на уроках физики, математики, биологии в профильных 10–11-х классах. В пособии рассматриваются методы математического моделирования в сферах экономики, социологии, логистики. Особую помощь учителю могут оказать методические разработки по проведению различных форм учебного взаимодействия — учебного занятия, практической работы, учебного проекта, учебного исследования и учебной экскурсии.

Следует учитывать, что в последнее время в школьном образовании продолжает развиваться *STEM*-подход (от англ. *Science*, *Technology*, *Engineering*, *Mathematics*), представляющий собой единую систему обучения, целью которой является вовлечение учащихся в творческую инженерно-техническую деятельность, для чего создаются классы инженерного профиля, что отвечает возрастающей потребности общества в инженерно-технических специалистах на рынке труда. Все эти тенденции потребовали от представителей научного и педагогического сообщества издания практических материалов по математическому моделированию, не просто ориентированных на школьную аудиторию, а предполагающих систематическое изложение технологии моделирования как мультидисциплинарного направления в среднем образовании, реализующего как количественные исследования по разным дисциплинам, так и позволяющего средствами ИКТ создавать динамические («реально работающие») визуальные модели с заданными характеристиками.

Первой книгой, цель которой — реализовать подобный подход, является учебное пособие [2] с электронным сопровождением [13], позволяющим построить «движущиеся» модели естественных и искусственных объектов и явлений в интерактивной среде математического конструктора [3]. Созданию моделей такого типа, которые будут рассматриваться ниже в разделах 5 и 6, посвящена первая часть пособия. Построение этих моделей доступно школьникам 8–9-го классов. Кроме того, модели, приведённые в разделе 6, являются заданиями, предлагаемыми в курсе по математическому моделированию для педагогов «Особенности содержания и орга-

низации учебного процесса при работе с виртуальными лабораториями “Математическое моделирование”», созданном на базе самого пособия [2] и его электронного сопровождения [13].

Во второй части издания [2] представлены более сложные примеры классических задач по математическому моделированию с решениями, которые способны освоить школьники с уровнем математической подготовки выше среднего (учащиеся 10–11 классов), а в третьей части делается обзор соревнований и конкурсов по математическому моделированию для школьников 8–11-го классов (см. сноску 1 во введении).

Предтечей пособия [2], в котором реализованы инструменты, создающие движение геометрических объектов на виртуальной плоскости, послужили два издания — [14; 15]. Изложение материала в [14] построено на принципах экспериментальной математики, позволяющих школьникам работать в программе динамической геометрии и строить подвижные чертежи, а также осваивать основные приёмы математического эксперимента для решения сложных планиметрических задач. Существенная часть пособия [15] включает теоретический материал, реализованный на более чем двухстах планиметрических задачах, решение которых предполагает использование «языка движений», а также отдельный набор задач практической направленности — «про сыр», «про катер», «про автобус», «про зеркало», «про кривошипно-шатунный механизм».

Таким образом, учебное пособие [2] с электронным приложением [13] обладает, по нашему мнению, неоспоримыми преимуществами, подтверждёнными его практическим использованием в ходе прохождения курса автором статьи, перед другими изданиями по математическому моделированию, предназначенными для школьников старших классов, которые появились в последние годы на рынке образовательной литературы естественно-математического направления.

3. Математическое моделирование и математическое мышление

Корреляция математического моделирования с математическим мышлением отвечает задачам современного образования, поскольку способствует созданию связей между академическими и инженерными возможностями математики. Однако без серьёзной теоретической подготовки невозможно научить школьников ни решению сложных инженерных и физических задач, ни овладению навыками собственно математического моделирования. Действительно, математическое моделирование — это мощный, но не единственный инструмент, предоставляемый математикой для развития практических знаний и навыков другим отраслям знаний, поэтому не стоит при развитии мыслительных способностей учащихся полагаться только лишь на его «безграничные» возможности. Наравне с моделированием следует упомянуть значимость для развития математического мышления всех имеющихся в арсенале педагога способов освоения математического знания — как с теоретической, так и с практической точки зрения. Поэтому парадокс двойственности математики как стимула для познавательной деятельности в современной системе отечественного образования, проявляющийся в виде отрыва содержания школьного математического образования от необходимости усиления инженерных

компонентов математического знания, состоит в дисбалансе некоторых методологических принципов, когда богатство метода подменяется отдельно взятым видом деятельности, хотя и весьма эффективным.

Таким образом, именно парадоксы математического знания периодически приводят — и будут приводить в дальнейшем — к необоснованной гиперболизации, или даже «фетишизации», тех или иных возможностей математики, которым отдаётся предпочтение в зависимости от текущих задач, стоящих перед коллективами научных или образовательных организаций, стремящихся к актуализации математического образования. Поэтому есть основания полагать, что если сводить развитие математического мышления только к применению преимущественно одного-единственного типа деятельности, провозглашающему собственную уникальность в виде способности моделировать те или иные процессы и явления, которые, естественно, невозможны без знания математики, то можно в значительной степени нивелировать достижения предыдущих методических школ. Может получиться, что вместо «актуализации математического образования» произойдёт «актуализация прагматизма», когда сомнению подвергается самоценность интеллектуальной математической деятельности и её результатов в виде теоретического знания, а единственный и всеобщий смысл математического образования будет сведён только к практической деятельности или подготовке к ней — деятельности, в основу которой положено не прочное фундаментальное знание, а отдельно выбранный тип учебно-познавательной деятельности — например, моделирование.

Именно эти вызывающие опасение факторы могут привести к некоторой ограниченности применения технологии математического моделирования при обучении математике, на которую многие современные учителя смотрят с недоверием не только в силу отсутствия навыков её применения, но и в силу неверия в её эффективность. Тем не менее, математическое моделирование способно оказать и уже оказывает несомненное позитивное влияние на развитие альтернативных методов, применяемых в традиционном математическом образовании.

4. Методологические основы технологии математического моделирования

Продукты математического моделирования, изучаемые в курсе средней школы, наглядно описываются в [2, с. 6]: «В целом примером математического моделирования может служить хорошо изложенный школьный курс физики. Фигурирующие в нём «законы природы» и изучаемые объекты сразу подаются в виде математизированных описаний (в том числе формул), т. е. математических моделей, а объяснение многих явлений природы происходит через вывод их из формул, описывающих поведение объектов, включённых в это явление». К сожалению, математическое моделирование как составляющая одного из методов исследования и изучения отдельных разделов предметных областей не практикуется ни на одном школьном уроке, хотя именно эта технология может послужить объединяющим поли- и трансдисциплинарным звеном для наук естественно-математического цикла, с кото-

рого начнётся формирование единого, цельного мировосприятия учащихся. Специалисты по математическому моделированию выделяют следующие основные цели использования математических моделей в процессе обучения [2, с. 14–15]:

1) **систематизация и формализация знаний** происходит за счёт представления в численном, графическом и общем (алгебраическом) виде объясняющей теории или гипотезы; если созданная математическая модель является динамической, то есть допускает изменение параметров, построение графиков, перемещение, аффинные и другие преобразования объектов на виртуальной плоскости, то понимание моделируемого процесса или явления достигается за счёт вовлечения нескольких каналов восприятия и выполнения соответствующих мыслительных операций, приводящих к усвоению учебного материала;

2) с помощью математического моделирования могут осуществляться не только прямые, но и **косвенные измерения** некоторых величин, связанных математическими формулами и вычислительными алгоритмами с интересующими исследователя параметрами, прямое измерение которых вызывает затруднение или вовсе невозможно; чтобы снять показания с модели и расширить измерительные и вычислительные возможности математических моделей, создаются виртуальные средства измерения — измерительные приборы в виде цифровых и стрелочных часов, линеек, спидометров, угломеров, весов, барометров, амперметров, вольтметров, манометров, счётчиков электроэнергии и воды (по типу дискретного «движка», линейного «ползунка», кругового «циферблата» и пр.), показания которых с помощью математических формул преобразуют полученные величины в искомые;

3) **тестирование гипотез** является едва ли не основной функцией математического моделирования; гипотеза, как научное предположение, неконкретное высказывание, содержащее некоторое сомнение, неопределённость, требует фактологического доказательства, опирающегося на непреложные законы, правила или результаты, полученные в ходе виртуального эксперимента; с целью превращения гипотезы в аргументированное, определённое и достоверное утверждение прибегают к технологии математического моделирования, позволяющему подтвердить или опровергнуть выдвинутую гипотезу путём отбора обоснований, проверки поведения системы и значений параметров на соответствие «законам природы», включая экстремальные варианты и труднопредсказуемые случаи;

4) **предсказанием поведения** изучаемой системы занимаются *прямые задачи* моделирования, построенные по принципу дедуктивного рассуждения, с прямым развёртыванием причинно-следственных связей, когда поведение системы исследуется исходя из начальной гипотезы, принимаемой за достоверную на основе известных предположений, принципов или законов; обычно в таких задачах исследователь не знает конечного результата, а лишь отслеживает возможные варианты развития событий; прямые задачи моделирования демонстрируют изменения, которые происходят с исследуемыми объектами при различных условиях или при изменении параметров, что является одной из целевых функций математического моделирования, направленных на формирование и верификацию гипотезы исследования; предсказать поведение системы и выдвинуть правдоподобную гипотезу в таких случаях,

опираясь только на качественные методы исследования, не представляется возможным; нетривиальные математические модели, например, вероятностные или модели поведения сложных нелинейных систем, включают варианты поведения объектов в различных ситуациях — при заданных начальных условиях или условиях, претерпевающих изменения на промежуточных этапах развития ситуации;

5) **решение задач управления и оптимизации** осуществляется с помощью обратных задач моделирования, построенных по принципу индуктивного рассуждения, с обратным движением от конечной цели, например, для получения оптимального или приемлемого результата через реверс причинно-следственных связей к начальным условиям («обобщающей» гипотезе); при этом математическая модель показывает, какими управляющими сигналами можно добиться результатов для достижения заданной цели или планируемого результата математическая модель выстраивается по принципу «от конечной цели к начальным условиям»;

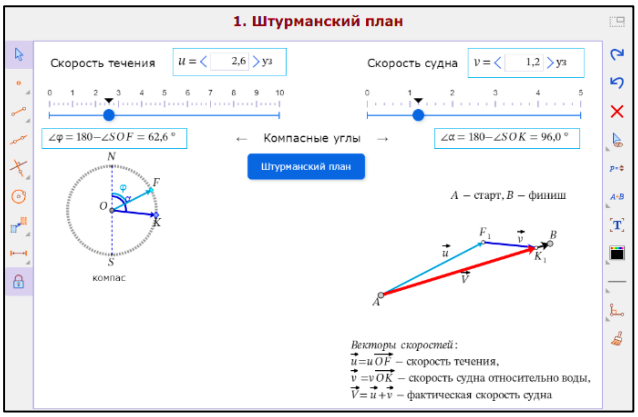
6) при **замене изучения реального объекта изучением его математической модели** встаёт вопрос о степени идеализации реального объекта, которая определяет адекватность самой модели и зависит от того, какие качества будущего виртуального прототипа исследователь считает приоритетными; аппроксимация реального объекта с помощью математической модели сводится к выделению его свойств, значимых для проводимого исследования, и их воплощению в математической модели;

7) **планирование экспериментов** является важнейшей функцией математического моделирования, когда исследователь на основе предсказания поведения изучаемой системы (см. выше п. 4) закладывает в модель необходимый перечень экспериментов, а также требуемые для их осуществления ресурсы, параметры и условия, что позволит подтвердить или опровергнуть первоначальную гипотезу.

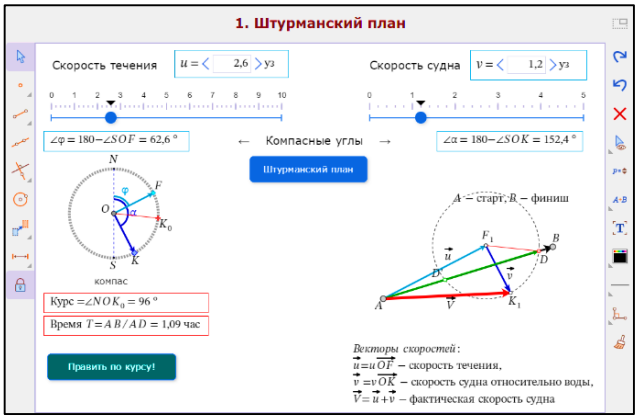
Приведём примеры интерактивных математических моделей из учебного пособия [2] с электронным сопровождением [13], в которых реализуются описанные функции. Естественно, что в процесс решения каждой практической задачи может быть вовлечено несколько целевых функций, однако количество ведущих функций ограничивается, как правило, одной или двумя важнейшими функциями, заложенными исследователем для получения приемлемого результата.

5. **Примеры математических моделей физических процессов**

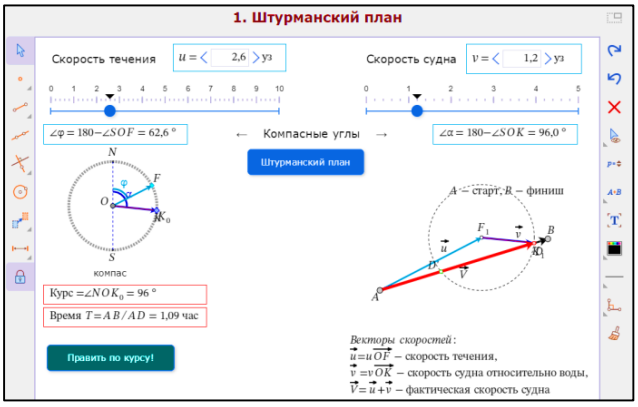
Задача «Штурманский план» (составление навигационного курса судна, приводящего в конкретный пункт назначения при заданной скорости течения реки) [2, с. 19–23; 13] (рис. 1) реализует целевую функцию возможности достижения конечного пункта маршрута при неколлинеарности векторов скорости судна и скорости течения реки. Составляя эту математическую модель, учащиеся используют навыки геометрических построений с помощью интерактивной творческой среды «1С:Математический конструктор» (1С:МК) [3], знания по векторной алгебре для построения виртуального компаса, конструируют виртуальные спидометры по типу «ползунок» для измерения и фиксации скорости течения реки и движения судна.



а)



б)

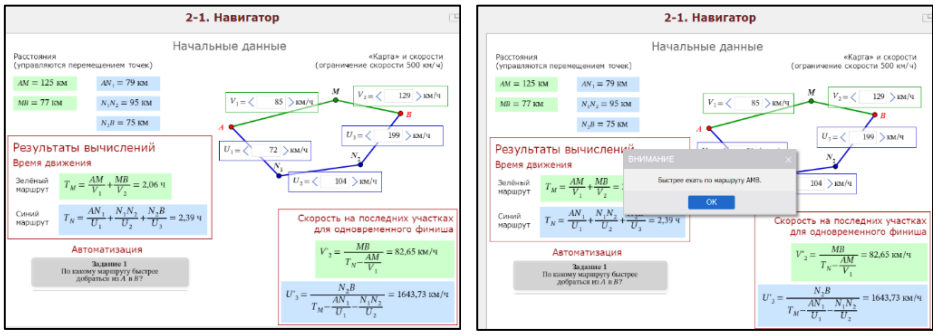


в)

Рис. 1. Задача «Штурманский план» (https://mathmodbook.internat.msu.ru/1-1.html): условие задачи (а); создание компаса (б); составление навигационного курса (в)

Задача «Как доехать быстрее?» (определение оптимального маршрута движения объекта между двумя пунктами) [2, с. 24–31; 13] (рис. 2) реализует целе-

вую функцию по использованию инструментов измерения и вычисления для решения задачи оптимизации. При составлении математической модели маршрута движения индивидуального автомобилиста по автодорогам учащимся необходимы навыки создания графической схемы маршрута в интерактивной творческой среде «1С:МК» с использованием необходимых математических формул, а также способы измерения отрезков инструментом «Длина». Оптимальный маршрут движения выбирается по критерию минимального времени.



а) *б)*

Рис. 2. Задача «Как доехать быстрее?» (https://mathmodbook.internat.msu.ru/2-1.html): условие задачи и промежуточные построения (а); проверка оптимального решения (б)

Задача о смотровой площадке (определение наилучшего места стоянки туристического автобуса для обзора старинного дворца, расположенного под некоторым углом к шоссе) [2, с. 66–67; 13] (рис. 3, а, б, где фасад дворца обозначен отрезком ***AB***) предполагает нахождение точки ***P*** на трассе, из которой фасад дворца видится под наибольшим углом ***APB***. Целевая функция задачи — оптимизация положения смотровой площадки. Графическое решение задачи с помощью математической модели, созданной в интерактивной творческой среде «1С:МК», сводится к построению графика функции ***f(P)*** — зависимости от угла обзора от расположения автобуса в точке ***P*** на трассе (рис. 3, в, г) и нахождению «лицевого» максимума этой функции (рис. 3, д), соответствующего лучшей позиции автобуса для обзора фасада дворца. Существует также и «тыльный» максимум функции ***f(P)***, соответствующий точке лучшего обзора оборотной («тыльной») части дворца (рис. 3, е). Если бы дворец был представлен в виде прямоугольника, то можно было бы определить лучшую точку обзора левой торцевой части дворца, расположенной ближе к трассе.

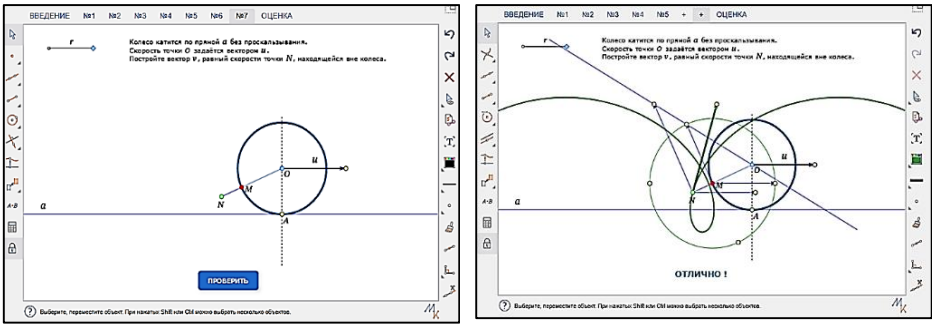
Рис. 3. Задача о смотровой площадке (https://mathmodbook.internat.msu.ru/7-1.html). Условие задачи: угол обзора ∠APB = 22,50 (а) и ∠APB = 16,30 (б); промежуточные построения с графиком изменения угла обзора ***f(P)*** *= ∠**APB**: для* ***f(P) = 22,5⁰*** *(в) и* ***f(P) = 16,3⁰*** *(г); «лицевой» (фасадный) максимум функции* ***f(P)*** *(д) и «тыльный» (оборотный) максимум функции* ***f(P)*** *(е)*

Задача о смотровой площадке (определение наилучшего места стоянки туристического автобуса для обзора старинного дворца, расположенного под некоторым углом к шоссе) [2, с. 66–67; 13] (рис. 3, а, б, где фасад дворца обозначен отрезком ***AB***) предполагает нахождение точки ***P*** на трассе, из которой фасад дворца видится под наибольшим углом ***APB***. Целевая функция задачи — оптимизация поло-

жения смотровой площадки. Графическое решение задачи с помощью математической модели, созданной в интерактивной творческой среде «1С:МК», сводится к построению графика функции ***f(P)*** — зависимости от угла обзора от расположения автобуса в точке ***P*** на трассе (рис. 3, в, г) и нахождению «лицевого» максимума этой функции (рис. 3, д), соответствующего лучшей позиции автобуса для обзора фасада дворца. Существует также и «тыльный» максимум функции ***f(P)***, соответствующий точке лучшего обзора оборотной («тыльной») части дворца (рис. 3, е). Если бы дворец был представлен в виде прямоугольника, то можно было бы определить лучшую точку обзора левой торцевой части дворца, расположенной ближе к трассе.

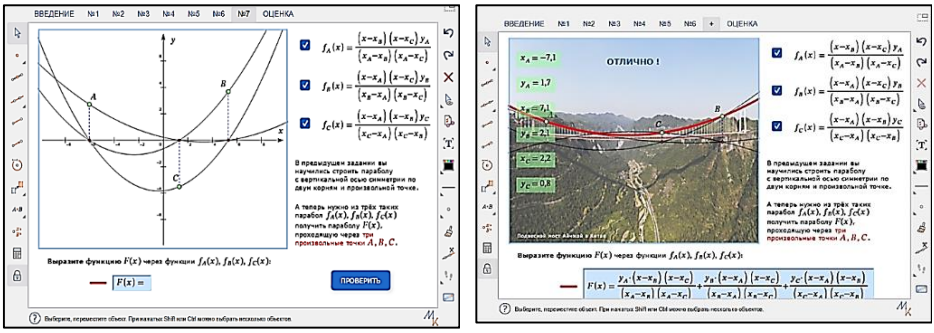
6. Практический курс по математическому моделированию для педагогов

Компанией «1С» несколько раз в год проводится интерактивный 26-часовой практический курс по математическому моделированию для школьных учителей, преподавателей вузов и колледжей (https://obrazovanie.1c.ru/courses/math-model/) «Особенности содержания и организации учебного процесса при работе с виртуальными лабораториями “Математическое моделирование”». Методической поддержкой слушателям курса служит учебное пособие «Математическое моделирование для школьников» [2] и электронное приложение к пособию [13]. Цель курса — дать возможность педагогу в рамках *STEM*-подхода познакомиться с активно развивающимся направлением в математическом и естественнонаучном образовании. Каждая из шести тем курса заканчивается интерактивными тестовыми заданиями с автоматической проверкой процесса построения и общего результата. На рис. 4–9 приведены скриншоты ряда заданий и результаты их выполнения по темам: «Кинематика колеса» (рис. 4, а–б), «Форма троса» (рис. 5, а–б), «Планетные системы» (рис. 6, а–б), «Силовые поля» (рис. 7, а–б), «Шарнирные механизмы» (рис. 8, а–б), «Кривые второго порядка» (рис. 9, а–б).



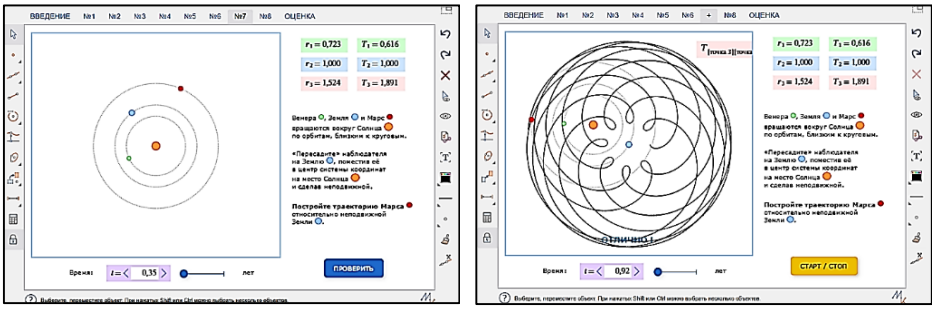
а) *б)*

Рис. 4. Задача о движении колеса: условие задачи (а) и решение (б)



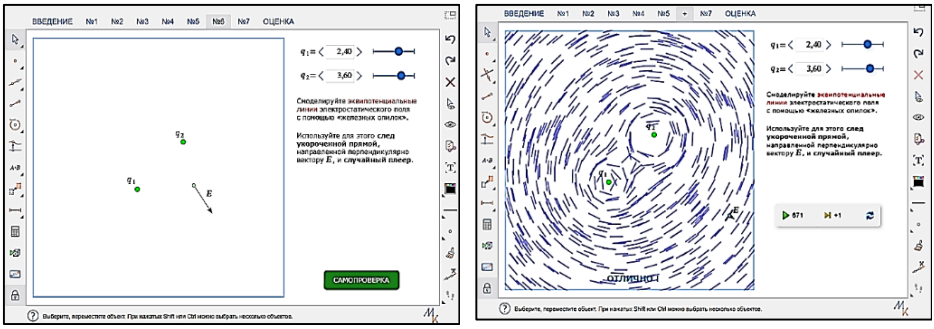
а) *б)*

Рис. 5. Задача о натяжении троса подвесного моста: условие задачи (а) и решение (б)



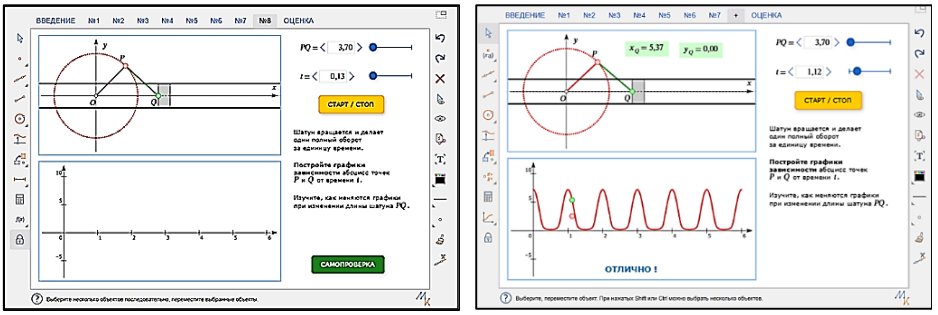
а) *б)*

Рис. 6. Задача о движении планет солнечной системы, наблюдаемом с Земли: условие задачи (а) и решение (б)



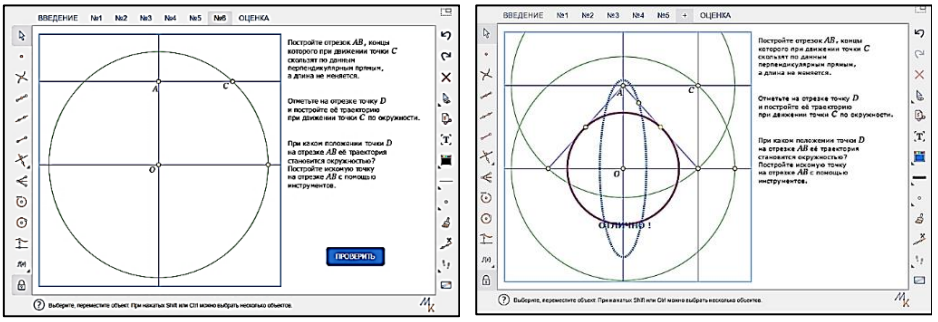
а) *б)*

Рис. 7. Задача об электростатическом поле двух зарядов: условие задачи (а) и решение (б)



а) *б)*

Рис. 8. Задача о работе кривошипно-шатунного механизма: условие задачи (а) и решение (б)



а) *б)*

Рис. 9. Задача о траектории сложного движения точки: условие задачи (а) и решение (б)

7. Заключение

Математическое моделирование предлагает ещё один подход к организации практической составляющей математического образования — как инновационную социальную и учебно-познавательную деятельность школьников в рамках образовательного процесса с привлечением совокупности прикладных математических знаний и способов их реального применения. Однако следует иметь в виду, что чрезмерное увлечение моделированием как превалирующим видом учебно-познавательной деятельности может поставить под сомнение традиционные и испытанные на практике модели обучения, в соответствии с которыми развивалось среднее образование во многих странах мира на протяжении столетий.

Список литературы

1. Корчажкина О. М. Составляющие инженерного мышления и роль ИКТ в их формировании // Информатика и образование. 2018. № 6. С. 32–38.

2. Математическое моделирование для школьников / В. Н. Дубровский, В. В. Усатюк, К. К. Авилов, В. А. Булычев, Н. А. Лебедева, Т. А. Чернецкая. Москва: 1С-Паблишинг, 2023. 207 с.

3. 1С:Математический конструктор 10.0. Интерактивная творческая среда для создания математических моделей. URL: https://obr.1c.ru/mathkit/.

4. Математические методы моделирования экономических процессов. сборник статей / редкол.: Б. А. Лагоша (гл. ред.) и др. Москва: Московский экономико-статистического институт (МЭСИ), 1986. 136 с.

5. Математическое моделирование: сборник научных трудов / Моск. ин-т стали и сплавов; редкол.: А. И. Широков и др. Москва: Металлургия, 1990. 160 с.

6. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. Москва: Московский центр непрерывного математического образования, 2020. 32 с.

7. Рейзлин В. И. Математическое моделирование. Изд. 2-е, перераб. и доп. Москва: Юрайт, 2023. 127 с.

8. Тарасевич Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование: Вводный курс. Изд. 7-е, стер. Москва: ЛЕНАНД, 2019. 142 с.

9. Зализняк В. Е., Золотов О. А. Введение в математическое моделирование. Москва: Юрайт, 2023. 134 с.

10. Вейнгерова Е. Д., Салеева Ж. И. Математическое моделирование. Практикум. Москва: КУРС, 2022. 96 с.

11. Горстко А. Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. Москва: Вузовская книга, 2023. 146 с.

12. Генералов Г. М. Математическое моделирование: 10–11 классы. Москва: Просвещение, 2021. 159 с.

13. Дубровский В. Н., Усатюк В. В. Электронное приложение к книге «Математическое моделирование для школьников». Москва: 1С-Паблишинг, 2024. URL: https://internat.msu.ru/mathmodbook/.

14. Сгибнев А. И. Геометрия на подвижных чертежах. Москва: Издательство Московский центр непрерывного математического образования, 2019. 184 с.

15. Васильев Н. Б., Гутенмахер В. Л. Прямые и кривые. 9-е изд., стер. Москва: Московский центр непрерывного математического образования, 2018. 128 с.

References

1. Korchazhkina O. M. Components of engineering thinking and the role of information technologies in their formation. *Informatika i obrazovanie = Informatics and Education*. 2018; 6: 32-38. (In Rus.)

2. Dubrovsky V. N., Usatyuk V. V., Avilov K. K., Bulychev V. A., Lebedeva N. A., Chernetskaya T. A. Mathematical modeling for schoolchildren. Moscow: 1C-Publishing, 2023. 207 p. (In Rus.)

3. 1C: MathKit10.0. Interactive creative environment for creating mathematical models. Available from: https://obr.1c.ru/mathkit/.(In Rus.)

4. Lagosha B. A. (ed.) Mathematical methods for modeling economic processes. Collection of articles. Moscow: Moscow Institute of Economics and Statistics (MESI), 1986. 136 p. (In Rus.)

5. Shirokov A. I. (ed.) Mathematical modeling / Moscow Institute of Steel and Alloys (MISiS). Moscow: Metallurgya, 1990. 160 p. (In Rus.).

6. Arnold V. I. “Hard” and “soft” mathematical models. Moscow: Moscow Centre of Continuous Medical Education, 2020. 32 p. (In Rus.)

7. Reizlin V.I. Mathematical modeling. Textbook for students of the Moscow Centre for Continuous Medical Education. Moscow: Yurait, 2023. 127 p. (In Rus.)

8. Tarasevich Yu.Yu. Mathematical and computer modeling: Introductory course. Moscow: LENAND, 2019. 142 p. (In Rus.)

9. Zaliznyak V.E., Zolotov O.A. Introduction to Mathematical Modeling. Moscow: Yurait, 2023. 134 p. (In Rus.)

10. Veingerova E.D., Saleeva Zh.I. Mathematical Modeling. Workshop. Tutorial. Moscow: KURS, 2022. 96 p. (In Rus.)

11. Gorstko A.B. Get to Know Mathematical Modeling. Moscow: Vuzovskaya Kniga Publishing House, 2023. 146 p.

12. Generalov G.M. Mathematical Modeling: Grades 10-11: A Tutorial for General Education Organizations: [PDF Edition]. Moscow: Prosveshchenie, 2021. 159 p. (In Rus.)

13. Dubrovsky V. N., Usatyuk V. V. Electronic Supplement to the Book ”Mathematical Modeling for Schoolchildren”. Moscow: 1C-Publishing, 2024. Available from: https://internat.msu.ru/mathmodbook/ (In Rus.)

14. Sgibnev A.I. Geometry on moving drawings. Moscow: Moscow Centre of Continuous Medical Education, 2019. 184 p. (In Rus.)

15. Vasiliev N.B., Gutenmakher V.L. Straight and curved. Moscow: Moscow Centre of Continuous Medical Education, 2018. 128 p. (In Rus.)