

трудовыми затратами и не всегда дают возможность получить необходимую информацию об интересующих процессах, что приводит к необходимости создания математических моделей.

Для компьютерного моделирования котлоагрегатов используются динамические, статические и параметрические математические модели. Статические модели необходимы для расчета тепловых, прочностных, отказоустойчивых, гидравлических, аэродинамических и других характеристик котлоагрегатов. Динамические модели котлов используются для выявления опасных отклонений температуры перегрева пара и других параметров на стадии проектирования. Параметрические модели необходимы для создания в автоматическом режиме рабочих чертежей котлоагрегатов и их узлов.

В докладе обсуждаются математические модели, которые могут служить базисом для развития соответствующих информационных технологий в энергетическом машиностроении. Предложенные математические модели использовались при проектировании котлоагрегатов БКЗ 420-140-9, БКЗ 430-140 ПТ-2 и ряда других производств ОАО «Сибэнергомаш». Анализ результатов их использования подтвердил адекватность предложенных моделей. Программные средства, реализующие предложенные математические модели, используются в настоящее время в учебном процессе при курсовом и дипломном проектировании на кафедре котло- и реакторостроения Алтайского государственного технического университета. Авторами предусмотрено электронное сопровождение программных продуктов, которое является существенным конкурентообразующим фактором на международном рынке.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В КУРСЕ «ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ»

О. Н. Безденежных

Нижнетагильский государственный педагогический институт

Изучение курса «Теория алгоритмов» предусмотрено государственным общеобразовательным стандартом высшего профессионального образования 2000 года для специальностей «032100 – Математика» и «030100 – Информатика». Включение данного курса в обязательный перечень дисциплин, изучаемых будущими учителями математики и информатики, обусловлено рядом причин. Во-первых, понимание языковых и алгоритмических аспектов общения с ПК составляет необходимый элемент культуры современного человека. Во-вторых, в настоящее время происходит массовая технологизация учебного и воспитательного процессов, то есть происходит поиск таких дидактических подходов, которые могли бы превратить обучение в своего рода «производственно-технологический процесс с гарантированным результа-

том». При этом в рамках определенной педагогической технологии учитель должен строго выполнять основные положения теории, а технология должна гарантировать результат.

В-третьих, в рамках школьных программ существует немало разделов, а в школьной методике и стратегиях обучения много аспектов, которые могут быть обогащены за счет использования информационных технологий. Благодаря компьютеру учитель должен получить возможность более совершенного управления процессом обучения, в котором уменьшается степень инструктивного введения в учебные ситуации и необходимость пассивных иллюстраций примерами. Использование компьютера на уроках математики способствует индивидуализации обучения, развитию дополнительных способностей в области математики и информатики.

Указанные обстоятельства определяют необходимость владения современным учителем, а тем более учителем математики, умениями составления алгоритмов и обучения им.

В теоретическом курсе «Теория алгоритмов» рассматриваются интуитивное понятие алгоритма, математические определения алгоритма в виде Машины Тьюринга и рекурсивных функций, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты, а также алгоритмически неразрешимые проблемы.

Практические занятия посвящены доказательству существования алгоритмов вычисления интуитивно вычислимых функций на примере Машины Тьюринга и рекурсивных функций, а также доказательству рекурсивности множеств и предикатов. Доказательство рекурсивности множеств и предикатов, в свою очередь, также сводится к доказательству рекурсивности их характеристических функций. При решении данных задач студенты сталкиваются с проблемой проверки правильности составления того или иного алгоритма, поэтому проводится сравнение значений функции, вычисленных двумя способами: с помощью алгоритма и в интуитивном смысле. Данная проверка весьма трудоемкая, но ее можно упростить, если использовать современные математические пакеты.

С целью интенсификации обучения и повышения у учащихся интереса к изучению математики при проведении курса «Теория алгоритмов» мы используем программы Algo2000 и математический пакет MathCAD.

Программа Algo2000 является виртуальной моделью Машины Тьюринга. Проверка правильности составления алгоритма вычисления функции с помощью компьютера полностью исключает возможность ошибки учащегося при работе по программе на ленте. При этом студент имеет возможность видеть каждый шаг машины при обработке числа, что позволяет своевременно вносить изменения в программу при обнаружении ошибки. Программа имеет удобный интерфейс, предусмотрена возможность сохранения составленных программ на дисках, поддерживаются различные внешние алфавиты машины Тьюринга, а также имеется справочник пользователя.

При изучении тем «Рекурсивные функции» и «Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты» используем пакет MathCAD, входной язык которого максимально приближен к обычной математической нотации. Далее приводится текст лабораторной работы, выполненной в виде документа пакета MathCAD.

Лабораторная работа «Примитивно-рекурсивные функции»

Цель работы: Доказать, что интуитивно вычислимые функции являются примитивно-рекурсивными, то есть существует алгоритм, позволяющий вычислять значения данных функций. Проверить справедливость рекурсивных схем с помощью пакета MathCAD.

Содержание отчета по лабораторной работе

1. Краткий конспект теоретической части.
2. Доказательства рекурсивности функций в виде «аналитических» рекурсивных схем и в виде рекурсивных функций пакета MathCAD.
3. Результаты вычислений значений функций: вычисления в интуитивном смысле и с помощью рекурсивных схем.
4. Файл с выполненной работой.

Необходимые теоретические сведения.

Возможности системы MathCAD позволяют создавать алгоритмы нахождения значений вычислимых функций. Представляя данные алгоритмы в форме одного из уточнений – рекурсивных функций.

Для этого необходимо задать базовые функции и используемые операторы.

Функции:

1. Функция аннулирования:

$$O(x) := 0$$

2. Функция следования:

$$S(x) := x + 1$$

3. Функция выбора аргумента:

В связи с тем, что математические пакеты не имеют возможности производить операции с бесконечным числом элементов, функцию выбора аргумента будем задавать с помощью программных модулей следующим образом:

$$I(x_1, x_2, x_3, m) := \begin{cases} x_1 & \text{if } m = 1 \\ x_2 & \text{if } m = 2 \\ x_3 & \text{if } m = 3 \end{cases}$$

Приведенным способом мы задали функцию выбора из трех переменных. Так как мы будем использовать только кортежи конечной длины, то число переменных n будем задавать непосредственным перечислением данных переменных, число m будет обозначать номер выбираемой переменной.

Например: $I(x, y, z, 2) \rightarrow y$.

Операторы:

1. Оператор суперпозиции.

В системе MathCAD оператор суперпозиции задается непосредственной подстановкой одной функции вместо переменной другой функции.

Например: $S(S(x)) \rightarrow x + 2$ $O(S(5)) = 0$

2. Оператор рекурсии.

MathCAD 2000 допускает внутри тела функции пользователя задавать обращение к самой этой функции. Это и означает возможность задания рекурсивных функций.

Если необходимо задать рекурсивную функцию от одной переменной, то можно воспользоваться функцией **if**, это будет иметь следующий вид:

$f(x) := \text{if}$ (начальное значение переменной, начальное значение функции, рекурсивное соотношение).

Например: $h(x) = x!$

$h(x) := \text{if } (x = 0, 1, x \cdot h(x - 1))$

$h(5) = 120$

Необходимо отметить, что начальное значение переменной задается с помощью логического равенства (панель Boolean), а начальное значение функции и последующее рекурсивное соотношение задаются непосредственно своим значением или выражением.

Если же необходимо задать рекурсивно функцию от нескольких переменных, то следует воспользоваться программными модулями. Средства программирования сосредоточены в палитре программных элементов (View-Toolbars-Programming). В нашем случае потребуются две конструкции данного модуля: конструкция **Add Line** и **if**.

Например: $P(x, y) = x \cdot y$

$P(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y = 0 \\ (P(x, y - 1) + x) & \text{if } y > 0 \end{cases}$

$P(3, 5) = 15$

Таким образом, мы задали рекурсию по переменной y .

Задания для самостоятельной работы

1. Задайте базовые функции (функцию выбора задайте для 4 переменных).

$I(x_1, x_2, x_3, x_4, i) := \begin{cases} x_1 & \text{if } i = 1 \\ x_2 & \text{if } i = 2 \\ x_3 & \text{if } i = 3 \\ x_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$

$O(x) := 0$

$S(x) := x + 1$

2. Докажите, используя оператор символьного вывода, что если функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ примитивно-рекурсивная функция, то функции

а) $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_2, x_1, x_3, x_4)$ – перестановка аргументов

б) $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_2, x_3, x_4, x_1)$ – циклическая перестановка аргументов

в) $t(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1, x_1, x_3, x_4)$ – отождествление аргументов

г) $v(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1, x_2, x_3)$ – введение фиктивного аргумента

являются примитивно-рекурсивными функциями.

$f(I(x_1, x_2, x_3, x_4, 2), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 1), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 3), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 4)) \rightarrow f(x_2, x_1, x_3,$

$f(I(x_1, x_2, x_3, x_4, 2), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 3), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 4), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 1)) \rightarrow f(x_2, x_3, x_4,$

$f(I(x_1, x_2, x_3, x_4, 1), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 1), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 3), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 4)) \rightarrow f(x_1, x_1, x_3,$

$f(I(x_1, x_2, x_3, x_4, 1), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 2), I(x_1, x_2, x_3, x_4, 3)) \rightarrow f(x_1, x_2, x_3,$

3. Функции $f(x, y)$ и $g(x, y)$ заданы с помощью оператора рекурсии

$$1. f(x, 0) = 2x$$

$$1. g(x, 0) = 2x$$

$$2. f(x, y + 1) = f(x, y) + 3$$

$$2. g(x, y + 1) = g(x, y) + x$$

Задайте данные функции средствами Mathcad и вычислите, используя оператор символьного вывода $f(4, 3)$, $f(x, 5)$, $g(1, 3)$, $g(x, 4)$.

$$f(x, y) := \begin{cases} (2 \cdot x) & \text{if } y = 0 \\ f(x, y - 1) + 3 & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$g(x, y) := \begin{cases} (2 \cdot x) & \text{if } y = 0 \\ g(x, y - 1) + x & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$f(4, 3) \rightarrow 17$$

$$g(1, 3) \rightarrow 5$$

4. Докажите, что следующие функции являются примитивно-рекурсивными.

При доказательстве рекурсивности данных функций можно пользоваться свойствами примитивно-рекурсивных функций.

$$1. f(x) = 5$$

$$f(x) := S(S(S(S(S(O(x))))))$$

$$f(x) \rightarrow 5$$

$$2. C(x, y) = x + y$$

$$C(x, y) := \begin{cases} x & \text{if } y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C(x, y - 1) + 1 & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$C(5, 3) = 8$$

$$C(x, 3) \rightarrow x + 3$$

$$3. P(x, y) = xy$$

$$P(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(x, y - 1) + x & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$P(6, 5) = 30$$

$$P(x, 8) \rightarrow 8 \cdot x$$

$$4. v(x) = 5x$$

$$v(x) := \text{if}(x = 0, 0, C(v(x - 1), 5))$$

$$v(0) = 0$$

$$v(2) = 10$$

$$5. \quad D(x) = \begin{cases} x-1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$D(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x = 0 \\ x-1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

$$D(0) = 0$$

$$D(5) = 4$$

$$6. \quad R(x, y) = x \div y = \begin{cases} x-y, & x \geq y \\ 0, & x < y \end{cases} \text{ – усеченная разность.}$$

$$R(x, y) := \begin{cases} x & \text{if } y = 0 \\ D(R(x, y-1)) & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$R(5, 0) = 5$$

$$R(6, 9) = 0$$

$$R(8, 4) = 4$$

$$7. \quad sg(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ 1, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$sg(x) := \text{if}(x = 0, 0, 1)$$

$$sg(7) = 1$$

$$8. \quad sgl(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$sgl(x) := \text{if}(x = 0, 1, 0)$$

$$sgl(7) = 0$$

$$9. \quad M(x, y) = |x - y|$$

$$M(x, y) := C(R(x, y), R(y, x))$$

$$M(0, 8) = 8$$

$$M(9, 4) = 5$$

$$10. \quad h(x, y) = x^y$$

$$h(x, y) := \begin{cases} 1 & \text{if } y = 0 \\ (h(x, y-1) \cdot x) & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$h(7, 0) = 1$$

$$h(x, 3) \rightarrow x^3$$

$$11. \quad \max(x, y)$$

$$\max(x, y) := C(x, R(y, x))$$

$$\max(7, 3) = 7$$

$$\max(6, 9) = 9$$

$$12. \min(x, y)$$

$$\min(x, y) := y \cdot \text{sgl}(R(x, y)) + x \cdot \text{sgl}(R(x, y))$$

$$\min(7, 9) = 7$$

$$\min(7, 3) = 3$$

5. Докажите, что функции

$$\left[\frac{y}{x} \right] - \text{частное от деления } y \text{ на } x.$$

$\text{rest}(x, y)$ – остаток от деления y на x .

являются примитивно-рекурсивными

При доказательстве рекурсивности данных функций, можно пользоваться свойствами примитивно-рекурсивных функций.

1) способ:

$$\text{rest}(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y = 0 \\ [(\text{rest}(x, y - 1) + 1) \cdot \text{sgl}[R[(x - 1), \text{rest}(x, y - 1)]]] & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$\text{rest}(5, 9) = 4$$

$$Z(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y = 0 \\ Z(x, y - 1) + \text{sgl}[R[(x - 1), \text{rest}(x, y - 1)]] & \text{if } y > 0 \end{cases}$$

$$Z(5, 9) = 1$$

2) способ:

$$Z(x, y) := \sum_{k=1}^y \text{sgl}(R(x \cdot k, y))$$

$$Z(5, 9) = 1$$

$$\text{rest}(x, y) := R(y, x \cdot Z(x, y))$$

$$\text{rest}(5, 9) = 4$$

6. Докажите, что функция

$\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0)=0$.

является примитивно-рекурсивной

$$T(x) := \sum_{y=1}^x \text{sgl}(\text{rest}(y, x))$$

$$T(5) = 2$$

$$T(12) = 6$$

Разработанные лабораторные занятия будут апробированы в 2002–2003 учебном году.

Литература

1. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной физике. М.: Наука, 1992.
2. Дьюн Дж. Психология и педагогика мышления. М: Лабиринт, 1999.
3. Дьяконов В. П. MathCAD 2000: учебный курс. СПб: Питер, 2000.
4. Дьяконов В. П.. MathCAD 8/2000: специальный справочник. СПб: Питер, 2000
5. Ксензонова Г. Ю. Перспективные школьные технологии: Учебно-методическое пособие. М.: Педагогическое общество России, 2000.
6. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергоатомиздат, 1988.
7. Ланда Л. Н. Алгоритмизация в обучении. М.: Просвещение, 1966.
8. Формирование алгоритмической культуры школьника при обучении математике. Пособие для учителей / Под ред. В. М. Монахова. М.: Просвещение, 1987.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

И. В. Беленкова

Нижнетагильский государственный педагогический институт

Курс «Численные методы» в учебном плане специальности «030100 – Информатика» предусмотрен Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования, в соответствии с которым студент физико-математического факультета должен знать и владеть конкретными численными методами решения различных задач, уметь выбрать адекватный метод решения поставленной задачи и реализовать его на персональном компьютере. Решение любой задачи из курса «Численные методы» определяется удачным выбором программного обеспечения и наглядностью промежуточных и окончательных результатов в виде таблиц, графиков и вычислений по формулам.

Необходимо отметить, что в ходе развития вычислительной техники происходила переоценка известных методов решения задач и методики преподавания курса «Численные методы». Изначально для решения задач использовались языки программирования (Basic, Pascal и др.) [1; 2], затем достаточно продолжительное время – электронные таблицы (Super Calc, Quattro Pro, Excel) [3; 4]. Сегодня, с нашей точки зрения, в курсе «Численные методы» наиболее целесообразно использовать какой-либо математический пакет. Это позволяет повысить эффективность учебного процесса за счет перераспределения времени, необходимого на выполнение рутинных операций, в пользу исследования проблемы, анализа данных, моделирования, тестирования,